МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ по дисциплине «Распределенные алгоритмы»

Тема: Алгоритм Деккера для п процессов

Студент гр. 9381	 Колованов Р.А
Преподаватель	 Шошмина И.В

Санкт-Петербург

ЗАДАНИЕ

на индивидуальную домашнюю работу

Студент Колованов Р.А.
Группа 9381
Тема работы: Алгоритм Деккера для п процессов
Исходные данные:
Язык Promela, инструмент для верификации корректности распределенных
программных моделей Spin.
Содержание пояснительной записки:
«Аннотация», «Содержание», «Введение», «Описание рассматриваемых
алгоритмов», «Моделирование алгоритмов», «Верификация алгоритмов»
«Заключение», «Список использованных источников», «Приложение А
Исходный код алгоритмов на языке Promela»
Предполагаемый объем пояснительной записки:
Не менее 10 страниц.
Дата выдачи задания: 07.04.2022
Дата сдачи отчета: 22.05.2022
Дата защиты отчета: 23.05.2022
Студент Колованов Р.А.
Преподаватель Шошмина И.В.

АННОТАЦИЯ

В данной работе рассматриваются алгоритм Деккера для двух процессов, а также обобщения данного алгоритма для п процессов: алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра) и алгоритм Дейкстры для п процессов, предназначенные для проблемы критической секции. Для рассматриваемых алгоритмов были реализованы программные модели на языке Promela, а также была выполнена проверка корректности работы этих алгоритмов и верификация их свойств, которая проводилась при помощи инструмента для верификации Spin.

Результатом данной работы являются реализованные программные модели алгоритмов на языке Promela, а также результаты верификации алгоритмов при помощи верификатора Spin.

SUMMARY

In this paper, we consider Dekker's algorithm for two processes, as well as generalizations of this algorithm for n processes: Peterson's algorithm for n processes (filter algorithm) and Dijkstra's algorithm for n processes, designed to solve the problem of critical section. For the algorithms under consideration, software models were implemented in the Promela language, as well as verification of the correctness of the operation of these algorithms and verification of their properties, which was carried out using the Spin verification tool.

The result of this work is implemented software models of algorithms in the Promela language, as well as the results of verification of algorithms using the Spin verifier.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	5
1.	Описание рассматриваемых алгоритмов	6
1.1.	Алгоритм Деккера для 2 процессов	7
1.2.	Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра)	8
1.3.	Алгоритм Дейкстры для n процессов	10
2.	Моделирование алгоритмов	12
2.1.	Алгоритм Деккера для 2 процессов	12
2.2.	Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра)	15
2.3.	Алгоритм Дейкстры для n процессов	18
3.	Верификация алгоритмов	23
3.1.	Алгоритм Деккера для 2 процессов	23
3.2.	Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра)	25
3.3.	Алгоритм Дейкстры для п процессов	28
	Заключение	30
	Список использованных источников	31
	Приложение А. Исходный код алгоритмов на языке Promela	32

ВВЕДЕНИЕ

Целью данной работы является изучение обобщенных алгоритмов Деккера для n процессов, а также их моделирование и верификация свойств.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- Изучение алгоритма Деккера для 2 процессов;
- Изучение обобщений алгоритма Деккера для n процессов: алгоритма Питерсона для n процессов и алгоритма Дейкстры для n процессов;
- Моделирование алгоритма Деккера для 2 процессов, алгоритма Питерсона для n процессов и алгоритма Дейкстры для n процессов на языке Promela;
- Верификация свойств алгоритма Деккера для 2 процессов, алгоритма Питерсона для п процессов и алгоритма Дейкстры для п процессов при помощи инструмента верификации Spin.

1. ОПИСАНИЕ РАССМАТРИВАЕМЫХ АЛГОРИТМОВ

Алгоритмы, которые будут рассматриваться ниже, в общем и целом, предназначены для решения *проблемы критической секции*. Формулируется она следующим образом:

- Каждый из N процессов выполняют в бесконечном цикле последовательность команд, которую можно разделить на две части: критическая секция и некритическая секция;
- Требуется любое решение, удовлетворяющее следующим свойствам:
 - о Взаимоисключающий доступ. В критической секции может находиться только один из процессов;
 - Свобода от дедлоков. Если несколько процессов пытаются войти
 в критическую секцию, то только у одного из них это получится;
 - Свобода от голодания. Если какой-либо из процессов пытается войти в критическую секцию, то когда-нибудь у него это обязательно получится;
- Механизм синхронизации должен быть представлен в виде дополнительных команд до и после критической секции. Команды, расположенные до критической секции, являются *препротоколом*, а команды, расположенные после *постпротоколом*;
- Протоколы могут использовать локальные или глобальные переменные, при этом предполагается, что никакие переменные, используемые в критической секции, не используются в протоколах;
- Критическая секция должна быть прогрессивна. Если один из процессов заходит в критическую секцию, то он когда-нибудь из нее выйдет;
- Некритическая секция непрогрессивна. Если процесс войдет в некритическую секцию, то он может не покидать ее.

Далее мы как раз будем рассматривать препротоколы и постпротоколы алгоритмов, решающих проблему критической секции.

1.1. Алгоритм Деккера для 2 процессов

Алгоритм Деккера, решающий проблему критической секции для 2 процессов, выглядит следующим образом (псевдокод алгоритма был взят из источника 1, глава 3.9):

	Algorithm 3.10: Dekker's algorithm				
	boolean wantp ← false, wantq ← false				
integer turn $\leftarrow 1$					
	р		q		
I	loop forever	1	loop forever		
p1.	non-critical section	q1	non-critical section		
p2	wantp ← true	q2	wantq ← true		
р3	while wantq	q3	while wantp		
p4	if turn $= 2$	q4	$if\;turn=1$		
p5	wantp \leftarrow false	q5	wantq \leftarrow false		
р6	await turn $=1$	q6	await turn $= 2$		
p7	wantp ← true	q7	wantq ← true		
p8	critical section	q8	critical section		
р9	turn ← 2	q9	turn $\leftarrow 1$		
p10·	wantp \leftarrow false	q10	wantq \leftarrow false		

Атомарные регистры wantp (SWMR) и wantq (SWMR) говорят нам о том, что процесс хочет или не хочет войти в критическую секцию. Если они равны true — то процесс хочет войти в критическую секцию, если они равны false — то не хочет. Атомарный регистр turn (MWMR) определяет, какой процесс войдет в критическую секцию, если оба процесса хотят войти в туда.

Как видно из алгоритма, если только один процесс хочет войти в критическую секцию, то он беспрепятственно это сделает. В случае, если два процесса захотят войти в критическую секцию, они войдут в цикл, и в зависимости от *turn* один из процессов пропустит другой процесс в критическую секцию. В случае, процесс, который пропускает, устанавливает флагу *want* значение *false*, говоря о том, что он более не претендует на получение доступа к

критической секции, после чего входит в цикл ожидания смены *turn*, после которого флагу *want* будет установлено значение *true*, сигнализируя о том, что процесс пропустил ход и теперь снова претендует на доступ к КС. Другой же процесс, после выхода из критической секции входит в постпротокол, где он говорит о том, что более не претендует на доступ к КС, и передает ход другому процессу, изменяя *turn*.

Рассмотренный алгоритм корректен: он обеспечивает взаимоисключающий доступ к критической секции, а также он является свободным от дедлоков и голодания. Его корректность и свойства будут подтверждены далее при моделировании и верификации в пунктах 2.1 и 3.1 соответственно.

1.2. Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра)

Одним из обобщений алгоритма Деккера для п процессов является алгоритм Питерсона для п процессов или алгоритм фильтра, решающий проблему критической секции для п процессов, который выглядит следующим образом (псевдокод алгоритма был взят из источника 2, глава 3.9):

```
Shared Variables:
       : array [1..n] of integer;
                                          (initially 0)
turn : array [1..n-1] of integer;
                                          (initially 1)
Local Variables: i, n, j: integer;
Note: The construct wait until < cond. > means that wait
until condition is true and can be replaced by the standard
construct repeat until < cond.>. Here, i contains the process
number and N is the total number of processes.
Protocol for P; is -
for j := 1 to N-1 do
begin
  Q[i] := j;
  turn[j] := i;
  wait until (\forall k \neq i, Q[k] < j) \lor (turn[j] \neq i)
< CRITICAL SECTION >
Q[i] := 0;
```

Весь алгоритм основан на конструкции фильтра. Всего у нас имеется п уровней, на самом первом уровне 0 могут находиться *п* процессов, а на каждом следующем — на один процесс меньше. Таким образом на последнем уровне п - 1 у нас останется один процесс, которому и будет предоставлен доступ к критической секции.

Массив атомарных регистров Q (SWMR) хранит уровни, на которые процессы претендуют. Индекс массива — это индекс процесса, а значение — это уровень процесса. Массив атомарных регистров turn (MWMR) определяет процессы, который в следствие конкурентной борьбы остаются на уровнях и не переходят на следующий. Индекс массива — это уровень, а значение — это индекс процесса, который "проиграл" на этом уровне.

В препротоколе мы видим цикл по уровням фильтра, процессы продвигаются от 0 до n-1 уровня до критической секции. В данном алгоритме индекс ј в цикле стоит понимать, как уровень, на который претендует процесс, но еще не находящийся на нем. Поэтому j изменяется от 1 до n - 1. В теле цикла для начала устанавливается уровень, на который претендует процесс, а также для уровня, на котором находится этот процесс, устанавливается turn как текущий процесс. В итоге на уровне будет оставаться всегда тот процесс, который начал претендовать на следующий уровень последним. Далее идет цикл ожидания, состоящий из двух условий. Если turn уровня равен текущему процессу, то он остается ждать до тех пор, пока turn не сменится, и если на претендуемый уровень и следующих за ним уровней есть какие-нибудь другие процессы, то процесс также остается ждать, пока это условие выполняется. Первое условие необходимо для того, чтобы пропускать на следующий уровень всегда на один процесс меньше, а второе – для случая, когда на следующие уровни еще нет претендентов, чтобы процесс не ожидал других процессов, пока они возьмут *turn* на себя.

Рассмотренный алгоритм корректен: он обеспечивает взаимоисключающий доступ к критической секции, а также он является свободным от дедлоков и голодания. Его корректность и свойства будут

подтверждены далее при моделировании и верификации в пунктах 2.2 и 3.2 соответственно.

1.3. Алгоритм Дейкстры для п процессов

Еще одним из обобщений алгоритма Деккера для п процессов является алгоритм Дейкстры для п процессов, решающий проблему критической секции для п процессов. Он выглядит следующим образом (псевдокод алгоритма был взят из источника 2, глава 3.5):

```
Shared Variables:
Boolean array b, c [1: N]; (initialized to true)
integer k;
<u>Note</u>: 1 \le k \le N. b[i] and c[i] are set by P; only, where as all
other processes can only read them. Here, i contains the process
number, and N is the total number of processes.
Local Variables: integer j;
Protocol for Process P_i (1 \le i \le N) is -
Li0:
      b[i] := false;
Lil: if k≠i then
       begin c[i] := true;
Li2:
              if b[k] then k := i;
Li3:
              goto Lil;
       end
Li4:
       else begin
              c[i] := false;
              for j := 1 step 1 until N do
               if (j \neq i) and (not c[j]) then goto Li1;
       end;
       < CRITICAL SECTION >
       c[i] := true;
       b[i] := true;
       < NON-CRITICAL SECTION >
       goto Li0;
```

Массив атомарных регистров c (SWMR) определяют возможность доступа процесса к критической секции. Алгоритм позволяет процессу получить доступ к критической секции, если его собственный флаг c равен false, а флаг c всех других процессов равен true. Массив атомарных регистров b (SWMR) определяют местонахождение процессов: если флаг b процесса равен false, то он находится в препротоколе, в критической секции или в постпротоколе, если true — то он находится в некритической секции. Атомарный регистр k (MWMR) определяет процесс, которому предоставлено право попасть в критическую секцию после проверки условия c флагами c.

Препротокол состоит из двух частей — первая для процессов, которым право на доступ к критической секции не предоставлено (они определяются регистром k), а вторая — для процесса, у которого это право есть.

В первом части процессы проверяют, не вышел ли процесс, соответствующий регистру k, в некритическую секцию (при помощи флага b для процесса k). Если он вошел в некритическую секцию, то это значит, что теперь право доступа к КС должно перейти к другому процессу. В этом случае это право забирает случайный процесс, который последним успел изменить значение k. Если же процесс k все еще находится в препротоколе, КС или постпротоколе — то процессы ждут изменений.

Во второй части для процесса, имеющего право на вход в КС, проверяются условие флагов c для процессов. Если оно выполняется, то процесс может спокойно входить в КС, если же нет — это значит, что существуют некоторые другие процессы, которые находятся во второй части и еще не перешли в первую часть.

Рассмотренный алгоритм корректен: он обеспечивает взаимоисключающий доступ к критической секции, а также он является свободным от дедлоков и голодания. Его корректность и свойства будут подтверждены далее при моделировании и верификации в пунктах 2.3 и 3.3 соответственно.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ

В этой части работы для рассмотренных выше алгоритмов будет реализована программная модель на языке Promela с реализацией проблемы критической секции.

2.1. Алгоритм Деккера для 2 процессов

По псевдокоду алгоритма Деккера для 2 процессов из пункта 1.1 была реализована следующая модель:

```
Файл 2-processes-dekker.pml
// ==== LTL ==== //
int critical = 0;
bool inCS[2] = {false, false};
#define MUTEX (critical <= 1)</pre>
#define NO STARVATION(i) (inCS[i] == true)
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no starvation { []<> NO STARVATION(0) };
// ==== Algorithm ==== //
int turn = 0;
bool want[2] = {false, false};
inline acquire(i)
   want[i] = true;
   :: (want[1 - i] == false) -> break;
    :: (want[1 - i] == true && turn == i) -> skip;
    :: else ->
      want[i] = false;
       (turn == i);
       want[i] = true;
    od;
inline release(i)
   turn = 1 - i;
   want[i] = false;
// ==== Processes ==== //
active [2] proctype P()
{
:: acquire( pid);
```

```
critical++;
inCS[_pid] = true;
printf("Process #%d enter CS.\n", _pid);
printf("Process #%d leave CS.\n", _pid);
inCS[_pid] = false;
critical--;
release(_pid);
od;
}
```

Алгоритм представлен в виде двух процедур препротокола (acquire) и постпротокола (release), объяснение работы которых приведено в пункте 1.1, с общими регистрами want и turn. Переменная want является массивом регистров, его первая ячейка аналогична wantp, а вторая - wantq. Они принимают в качестве аргумента i – индекс процесса, который исполняет данную процедуру.

Для верификации алгоритма также были объявлены ltl операторы, хранящие LTL-выражения для проверки. Здесь регистр *critical* — это количество процессов, которые в данным момент находятся в критической секции, а массив регистров *inCS* каждому процессу сопоставляет флаг, который говорит нам о том, находится ли процесс на данным момент в КС. Подробнее о них будет рассказано в пункте 3.1.

```
int critical = 0;
bool inCS[2] = {false, false};
#define MUTEX (critical <= 1)</pre>
```

```
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

ltl mutex { [] MUTEX };

ltl no_starvation { []<> NO_STARVATION(0) };
```

Сам алгоритм проверяется на решении задачи критической секции, которая реализована следующим образом:

```
active [2] proctype P()
{
   do
   :: acquire(_pid);
      critical++;
   inCS[_pid] = true;
      printf("Process #%d enter CS.\n", _pid);
      printf("Process #%d leave CS.\n", _pid);
   inCS[_pid] = false;
   critical--;
   release(_pid);
   od;
}
```

Внутри критической секции (между acquire и release) происходит обновление регистров для LTL-выражений, а также вывод сообщений о посещении критической секции процессом.

Алгоритм был запущен на случайном сценарии для проверки работоспособности:

```
proc 1 (P-1) 2-processes-dekker.prni.48 (state 19) [critical – (critical-1)]
proc 1 (P-1) 2-processes-dekker.pml:33 (state 20) [turn = (1-_pid)]
proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:34 (state 21) [want[_pid] = 0]
proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:19 (state 1) [want[_pid] = 1]
proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:23 (state 4) [(((want[(1-_pid)]==1)&&(turn==_pid)))]
proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:24 (state 6) [else]
[variable values, step 437]
                                                                                                           391:
392:
394:
395:
397:
398:
399:
 critical =
inCS[0]
inCS[1]
                                                                                                                                        proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:24 (state 0) [else]
proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:23 (state 5) [(1)]
proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:25 (state 7) [want[_pid] = 0]
proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:22 (state 2) [((want[(1-_pid)]==0))]
proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:43 (state 14) [critical = (critical+1)]
proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:44 (state 15) [inCS[_pid] = 1]
 want[0]
 want[1] = 0
                                                                                                           401:
403:
404:
                                                                                                           Process #0 enter CS
405: proc 0 (P:1
                                                                                                                                        proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:45 (state 16) [printf('Process #%d enter CS.\\n',_pid)]
                                                                                                           405: proc 0 (P:1
Process #0 leave CS
406: proc 0 (P:1
407: proc 0 (P:1
408: proc 0 (P:1
409: proc 0 (P:1
410: proc 1 (P:1
411: proc 0 (P:1
413: proc 0 (P:1
414: proc 0 (P:1
414: proc 1 (P:1
                                                                                                                                        proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:46 (state 17) [printf('Process #%d leave CS.\\n',_pid)] proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:47 (state 18) [inCS[_pid] = 0] proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:48 (state 19) [critical = (critical-1)]
                                                                                                                                        proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:33 (state 20) [turn = (1-_pid)]
                                                                                                                                      proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:33 (state 20) [turn = (1-_pid)] proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:26 (state 8) [((turn==_pid))] proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:34 (state 21) [want[_pid] = 0] proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:19 (state 1) [want[_pid] = 1] proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:27 (state 9) [want[_pid] = 1] proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:24 (state 6) [else] proc 0 (P:1) 2-processes-dekker.pml:25 (state 7) [want[_pid] = 0] proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:22 (state 2) [((want[(1-_pid)]==0))] proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:43 (state 14) [critical = (critical+1)] proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:44 (state 15) [inCS[_pid] = 1] #1 enter CS
                                                                                                           414:
416:
417:
419:
421:
422:
                                                                                                            Process #1 enter CS
                                                                                                            423: proc 1 (P.1) 2-processes-dekker.pml:45 (state 16) [printf('Process #%d enter CS.\\n',_pid)] Process #1 leave CS.
                                                                                                                                        proc 1 (P:1) 2-processes-dekker.pml:46 (state 17) [printf('Process #%d leave CS.\\n',_pid)]
```

2.2. Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра)

По псевдокоду алгоритма фильтра из пункта 1.2 была реализована следующая модель:

```
Файл n-processes-peterson-filter.pml
#define PROC NUM 4
// ==== LTL ==== //
int critical = 0;
bool inCS[PROC NUM];
#define MUTEX (critical <= 1)</pre>
#define NO STARVATION(i) (inCS[i] == true)
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no starvation { ([] <> NO STARVATION(0)) && ([] <> NO STARVATION(1)) && ([] <>
NO STARVATION(2)) && ([]<> NO STARVATION(3)) };
// ==== Algorithm ==== //
int level[PROC NUM];
int turn[PROC NUM];
inline acquire(i)
    int 1 = 1;
    :: (1 >= PROC NUM) -> break;
    :: else ->
      level[i] = 1;
      turn[l] = i;
       do
       :: (turn[l] != i) -> break;
       :: else ->
          int k = 0;
          :: (k >= PROC NUM) -> goto NL;
          :: (k < PROC NUM && k != i && level[k] >= 1) -> break;
          :: else -> k++;
          od;
       od;
NL: 1++;
    od;
inline release(i)
    level[i] = 0;
// ==== Processes ==== //
proctype P(int i)
    do
    :: acquire(i);
       critical++;
```

```
inCS[i] = true;
       printf("Process %d enter CS.\n", i);
       printf("Process %d leave CS.\n", i);
       inCS[i] = false;
       critical--;
       release(i);
    od;
init
    atomic
        int i = 0;
        :: (i >= PROC NUM) -> break;
        :: else ->
           level[i] = 0;
           turn[i] = 0;
           inCS[i] = false;
           run P(i);
           i++;
        od;
    }
```

Количество процессов было выбрано равным 4. Алгоритм представлен в виде двух процедур препротокола (acquire) и постпротокола (release), объяснение работы которых приведено в пункте 1.2, с общими массивами регистров *level* и turn. Они принимают в качестве аргумента i – индекс процесса, который исполняет данную процедуру.

```
int level[PROC NUM];
int turn[PROC NUM];
inline acquire(i)
{
    int l = 1;
    :: (1 >= PROC NUM) -> break;
    :: else ->
       level[i] = 1;
       turn[1] = i;
       do
        :: (turn[l] != i) -> break;
        :: else ->
           int k = 0;
           :: (k \ge PROC NUM) \rightarrow goto NL;
           :: (k < PROC NUM \&\& k != i \&\& level[k] >= 1) \rightarrow break;
           :: else -> k++;
           od;
       od;
NL: 1++;
    od;
```

```
inline release(i)
{
   level[i] = 0;
}
```

Для верификации алгоритма также были объявлены ltl операторы, хранящие LTL-выражения для проверки. Здесь регистр *critical* — это количество процессов, которые в данным момент находятся в критической секции, а массив регистров *inCS* каждому процессу сопоставляет флаг, который говорит нам о том, находится ли процесс на данным момент в КС. Подробнее о них будет рассказано в пункте 3.2.

```
int critical = 0;
bool inCS[PROC_NUM];

#define MUTEX (critical <= 1)
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no_starvation { ([]<> NO_STARVATION(0)) && ([]<> NO_STARVATION(1)) && ([]<> NO_STARVATION(2)) && ([]<> NO_STARVATION(3)) };
```

Сам алгоритм проверяется на решении задачи критической секции, которая реализована следующим образом:

```
proctype P(int i)
    do
    :: acquire(i);
       critical++;
       inCS[i] = true;
       printf("Process %d enter CS.\n", i);
       printf("Process %d leave CS.\n", i);
       inCS[i] = false;
       critical--;
       release(i);
    od;
init
    atomic
        int i = 0;
        :: (i >= PROC NUM) -> break;
        :: else ->
           level[i] = 0;
           turn[i] = 0;
           inCS[i] = false;
           run P(i);
           i++;
```

```
od;
}
}
```

Внутри критической секции (между acquire и release) происходит обновление регистров для LTL-выражений, а также вывод сообщений о посещении критической секции процессом. При помощи init для общих регистров задаются начальные значения до начала работы основных процессов.

Алгоритм был запущен на случайном сценарии для проверки работоспособности:

```
variable values, step 550]
                                              175:
180:
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 16) [k = (k+1)] proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 15) [else]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 16) [k = (k+1)]
                                               184:
P(1):k
                                               Process 2 enter CS.
P(1):1
                                               Process 2 leave CS.
P(2):k
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:34 (state 13) [((((k<4)&&(k!=i))&&(level[k]>=l)))] proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:30 (state 9) [else] proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:32 (state 10) [k = 0]
                                              200:
P(2):1
                                              214:
218:
225:
P(3):k
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 15) [else]
P(4):1
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 16) [k = (k+1)]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 15) [else]
proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 16) [k = (k+1)]
critical =
inCS[0]
inCS[1]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 15) [else]
inCS[2]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 16) [k = (k+1)]
inCS[3]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:34 (state 13) [((((k<4)&&(k!=i))&&(level[k]>=I)))]
level[0]
                                              270:
273:
280:
291:
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:30 (state 9) [else]
proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:32 (state 10) [k = 0]
level[2]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 15) [else]
level[3]
                                                            proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:35 (state 16) [k = (k+1)]
turn[0]
                   0
                                               295: proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:34 (state 13) [((((k<4)&&(k!=i))&&(level[k]>=I)))]
Process 3 leave CS.
turn[1]
turn[2]
turn[3]
                                                           proc 1 (P:1) n-processes-peterson-filter.pml:29 (state 7) [((turn[l]!=i))]
```

2.3. Алгоритм Дейкстры для п процессов

По псевдокоду алгоритма Дейкстры для n процессов из пункта 1.3 была реализована следующая модель:

```
#define PROC_NUM 4

// ==== LTL ==== //

int critical = 0;
bool inCS[PROC_NUM];

#define MUTEX (critical <= 1)
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

ltl mutex { [] MUTEX };

ltl no_starvation { ([]<> NO_STARVATION(0)) && ([]<> NO_STARVATION(1)) && ([]<> NO_STARVATION(2)) && ([]<> NO_STARVATION(3)) };

// ==== Algorithm ==== //
```

```
bool b[PROC NUM];
bool c[PROC_NUM];
int k = 0;
inline acquire(i)
   b[i] = true;
L0: do
    :: (k == i) -> break;
    :: else ->
       c[i] = true;
       if
      :: (b[k]) \rightarrow k = i;
      :: else -> skip;
       fi;
    od;
   c[i] = false;
   int j = 0;
    do
    :: (j >= PROC NUM) -> break;
    :: (j < PROC NUM && i != j && !c[j]) -> goto L0;
    :: else -> j++;
    od;
inline release(i)
   c[i] = true;
   b[i] = true;
// ==== Processes ==== //
proctype P(int i)
do
:: acquire(i);
  critical++;
  inCS[i] = true;
  printf("Process #%d enter CS.\n", i);
  printf("Process #%d leave CS.\n", i);
  inCS[i] = false;
  critical--;
  release(i);
od;
init
    atomic
        int i = 0;
        do
        :: (i >= PROC NUM) -> break;
        :: else ->
           b[i] = true;
           c[i] = true;
           inCS[i] = false;
           run P(i);
           i++;
```

```
od;
}
}
```

Количество процессов было выбрано равным 4. Алгоритм представлен в виде двух процедур препротокола (acquire) и постпротокола (release), объяснение работы которых приведено в пункте 1.2, с общими массивами регистров b и c, а также регистром k. Они принимают в качестве аргумента i – индекс процесса, который исполняет данную процедуру.

```
bool b[PROC NUM];
bool c[PROC NUM];
int k = 0;
inline acquire(i)
    b[i] = true;
L0: do
    :: (k == i) \rightarrow break;
    :: else ->
       c[i] = true;
       :: (b[k]) \rightarrow k = i;
       :: else -> skip;
       fi;
    od;
    c[i] = false;
    int j = 0;
    :: (j >= PROC NUM) -> break;
    :: (j < PROC NUM && i != j && !c[j]) -> goto L0;
    :: else -> j++;
    od;
inline release(i)
    c[i] = true;
    b[i] = true;
```

Для верификации алгоритма также были объявлены ltl операторы, хранящие LTL-выражения для проверки. Здесь регистр *critical* — это количество процессов, которые в данным момент находятся в критической секции, а массив регистров *inCS* каждому процессу сопоставляет флаг, который говорит нам о том, находится ли процесс на данным момент в КС. Подробнее о них будет рассказано в пункте 3.2.

```
int critical = 0;
bool inCS[PROC_NUM];

#define MUTEX (critical <= 1)
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no_starvation { ([] <> NO_STARVATION(0)) && ([] <> NO_STARVATION(1)) && ([] <> NO_STARVATION(2)) && ([] <> NO_STARVATION(3)) };
```

Сам алгоритм проверяется на решении задачи критической секции, которая реализована следующим образом:

```
proctype P(int i)
do
:: acquire(i);
   critical++;
  inCS[i] = true;
  printf("Process #%d enter CS.\n", i);
  printf("Process #%d leave CS.\n", i);
   inCS[i] = false;
   critical--;
   release(i);
od;
init
    atomic
        int i = 0;
        :: (i >= PROC NUM) -> break;
        :: else ->
           b[i] = true;
           c[i] = true;
           inCS[i] = false;
           run P(i);
           i++;
        od;
    }
```

Внутри критической секции (между acquire и release) происходит обновление регистров для LTL-выражений, а также вывод сообщений о посещении критической секции процессом. При помощи init для общих регистров задаются начальные значения до начала работы основных процессов.

Алгоритм был запущен на случайном сценарии для проверки работоспособности:

```
482: proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:27 (state 5) [c[i] = 1] Process #1 enter CS.
[variable values, step 1000]
  :init:(0):i = 4
                                                                                     Process #1 leave CS
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 6) [(b[k])]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 7) [k = i]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:25 (state 2) [((k==i))]
 P(1):i
                                                                                      496:
P(1):j
P(2):i
                                                                                     505:
                                                                                     516:
 P(2):j
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:30 (state 2) [((k=-1))]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:34 (state 15) [c[i] = 0]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:39 (state 16) [j = 0]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:39 (state 21) [else]
                                                                                     527:
528:
 P(3):i
 P(3):j
                              0
                                                                                      533:
 P(4):i
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:39 (state 21) [else]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:39 (state 22) [j = (j+1)]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:38 (state 19) [((((j<4)&&(i!=j))&&!(c[j])))]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:38 (state 20) [goto L0]
                                                                                      534:
 P(4):j
                              0
                                                                                      549:
b[0]
b[1]
                 564
                567:
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:26 (state 4) [else]
 b[2]
                         1
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:20 (state 4) [else]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:27 (state 5) [c[i] = 1]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 6) [(b[k])]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 7) [k = i]
b[3]
                         1
                                                                                      568:
c[0]
c[1]
                                                                                      569:
                         0
                                                                                     573:
                                                                                     593:
598:
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:26 (state 4) [else]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:27 (state 5) [c[i] = 1]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 6) [(b[k])]
                         0
 c[3]
critical = 1
inCS[0] = 0
                                   1
                                                                                     603:
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 6) [(b[k])]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 7) [k = i]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:26 (state 4) [else]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:27 (state 5) [c[i] = 1]
proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 6) [(b[k])]
                                                                                     607:
 inCS[1]
                                                                                     621:
623:
624:
 inCS[2]
 inCS[3]
  k = 2
                                                                                                          proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 7) [k = i] proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:26 (state 4) [else]
                                                                                      627:
                                                                                     649
                                                                                     656: proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:27 (state 5) [c[i] = 1] 658: proc 1 (P:1) n-processes-deijkstra.pml:29 (state 6) [(b[k])] Process #2 leave CS.
                                                                                     Process #2 enter CS
                                                                                                                       1 (P·1) n-processes-deiikstra pml·29 (state 7) [k = i]
```

3. ВЕРИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ

В этой части работы для реализованных выше программных моделей была проведена верификация свойств алгоритмов, а именно:

- Свойства взаимоисключающего доступа;
- Свойства свободы от deadlock-ов;
- Свойства свободы от голодания;

3.1. Алгоритм Деккера для 2 процессов

Для верификации алгоритма были объявлены следующие LTL-выражения:

- LTL-выражение *mutex* отражает свойство взаимоисключающего доступа: всегда в будущем количество процессов в критической секции меньше или равно единице ([] *critical* <= 1);
- LTL-выражение *no_starvation* отражает свойство свободы от голодания: всегда в будущем процесс і когда-нибудь войдет в критическую секцию ([]<> inCS[i] == true). Поскольку алгоритм Деккера симметричный, достаточно проверить свободу от голодания для одного из процессов. Также для верификации данного свойства в Spin требуется отключить проверку для несправедливых вычислений.

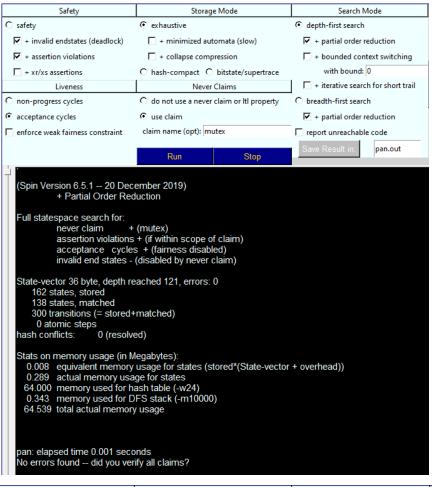
```
int critical = 0;
bool inCS[2] = {false, false};

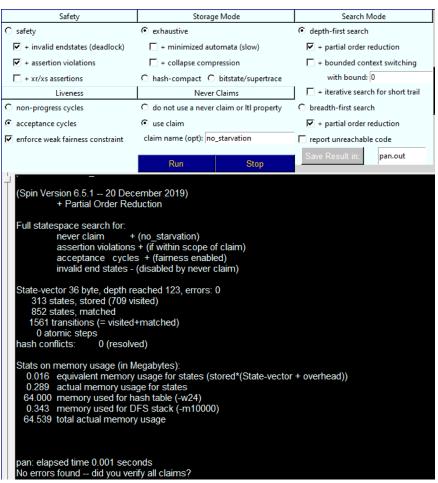
#define MUTEX (critical <= 1)
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

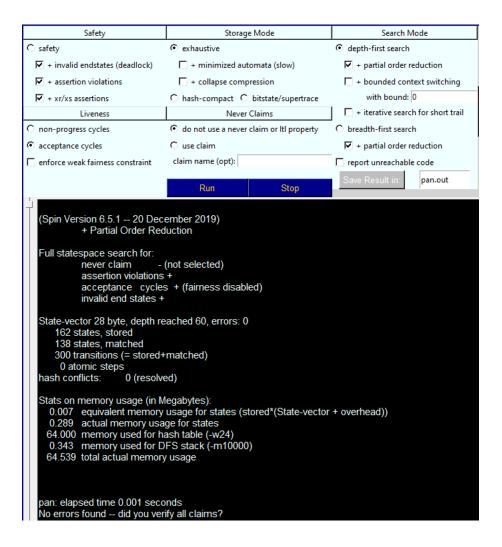
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no_starvation { []<> NO_STARVATION(0) };
```

Свойство свободы от deadlock-ов было проверено при помощи готовых LTL для Spin.

Все рассматриваемые свойства выполняются для рассматриваемого алгоритма. Результаты верификации свойств:







3.2. Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра)

Для верификации алгоритма были объявлены следующие LTL-выражения:

- LTL-выражение *mutex* отражает свойство взаимоисключающего доступа: всегда в будущем количество процессов в критической секции меньше или равно единице ([] *critical* <= 1);
- LTL-выражение *no_starvation* отражает свойство свободы от голодания: всегда в будущем процесс і когда-нибудь войдет в критическую секцию ([]<> inCS[i] == true). Также для верификации данного свойства в Spin требуется отключить проверку для несправедливых вычислений.

```
int critical = 0;
bool inCS[PROC_NUM];

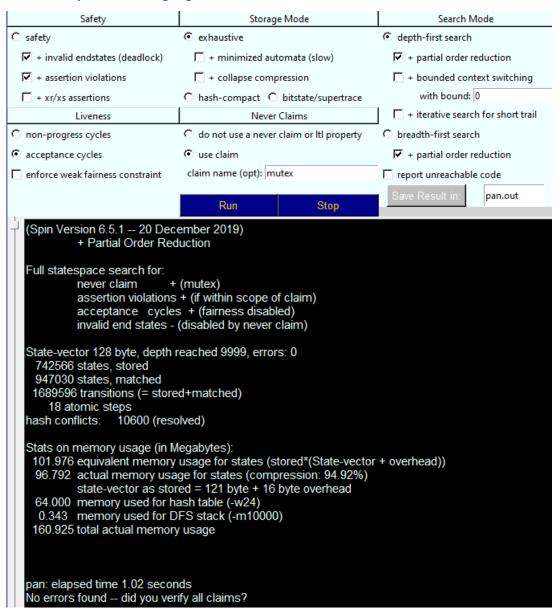
#define MUTEX (critical <= 1)
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

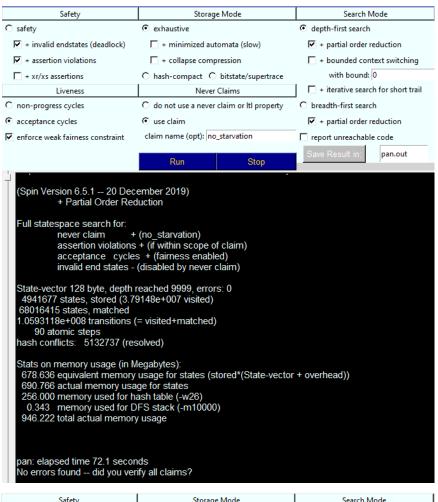
ltl mutex { [] MUTEX };</pre>
```

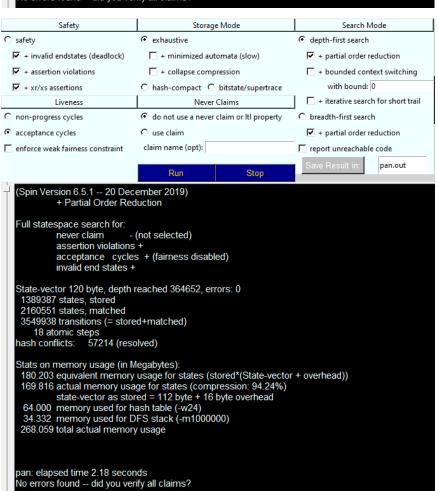
```
ltl no_starvation { ([]<> NO_STARVATION(0)) && ([]<> NO_STARVATION(1)) && ([]<>
NO_STARVATION(2)) && ([]<> NO_STARVATION(3)) };
```

Свойство свободы от deadlock-ов было проверено при помощи готовых LTL для Spin.

Все рассматриваемые свойства выполняются для рассматриваемого алгоритма. Результаты верификации свойств:







3.3. Алгоритм Дейкстры для п процессов

Для верификации алгоритма были объявлены LTL-выражения, аналогичные LTL-выражениям из пункта 3.2.

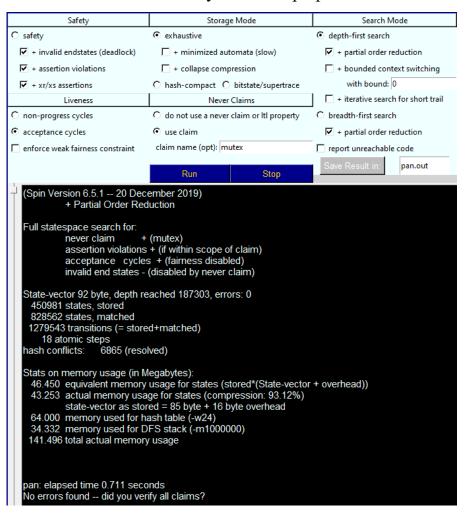
```
int critical = 0;
bool inCS[PROC_NUM];

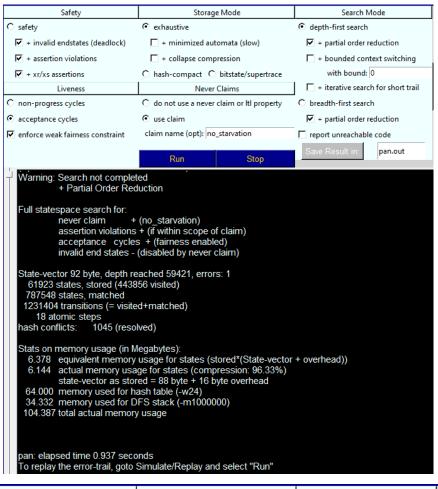
#define MUTEX (critical <= 1)
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)

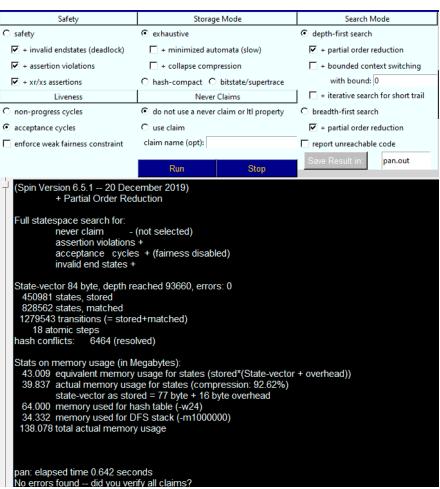
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no_starvation { ([] <> NO_STARVATION(0)) && ([] <> NO_STARVATION(1)) && ([] <> NO_STARVATION(2)) && ([] <> NO_STARVATION(3)) };
```

Свойство свободы от deadlock-ов было проверено при помощи готовых LTL для Spin.

Для алгоритма Дейкстры выполняются только свойства взаимоисключающего доступа и свободы от deadlock-ов. Свойства свободы от голодания не выполняется. Результаты верификации свойств:







ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были рассмотрены алгоритм Деккера для 2 процессов и обобщенные алгоритмы Деккера для 2 процессов: алгоритм фильтра и алгоритм Дейкстры для п процессов. Для рассмотренных алгоритмов были реализованы программные модели на языке Promela, а также верифицированы свойства взаимоисключающего доступа, свободы от deadlock-ов и свободы от голодания.

Были получены следующие результаты:

- Для алгоритма Деккера для 2 процессов выполняются все свойства;
- Для алгоритма Питерсона для п процессов выполняются все свойства;
- Для алгоритма Дейкстры для n процессов выполняются все свойства, кроме свойства свободы от голодания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. M. Ben-Ari. Principles of Concurrent and Distributed Programming. Second Edition. Addison-Wesley, 2006. 360 c.
- 2. Rajeev Chawla. The Problem of Mutual Exclusion: A New Distributed Solution. Virginia Commonwealth University, 1991. 181 c.
- 3. Basic Spin Manual // Spin. URL: https://spinroot.com/spin/Man/Manual.html (дата обращения: 22.05.2022).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЕ КОДЫ АЛГОРИТМОВ НА ЯЗЫКЕ PROMELA

Алгоритм Деккера для 2 процессов:

```
Файл 2-processes-dekker.pml
// ==== LTL ==== //
int critical = 0;
bool inCS[2] = {false, false};
#define MUTEX (critical <= 1)</pre>
#define NO STARVATION(i) (inCS[i] == true)
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no starvation { []<> NO STARVATION(0) };
// ==== Algorithm ==== //
int turn = 0;
bool want[2] = {false, false};
inline acquire(i)
   want[i] = true;
    :: (want[1 - i] == false) -> break;
    :: (want[1 - i] == true \&\& turn == i) -> skip;
    :: else ->
       want[i] = false;
       (turn == i);
       want[i] = true;
    od;
inline release(i)
   turn = 1 - i;
   want[i] = false;
// ==== Processes ==== //
active [2] proctype P()
do
:: acquire(_pid);
  critical++;
  inCS[ pid] = true;
  printf("Process #%d enter CS.\n", _pid);
  printf("Process #%d leave CS.\n", _pid);
  inCS[_pid] = false;
  critical--;
  release( pid);
od;
```

Алгоритм Питерсона для п процессов (алгоритм фильтра):

```
Файл n-processes-peterson-filter.pml
#define PROC NUM 4
// ==== LTL ==== //
int critical = 0;
bool inCS[PROC NUM];
#define MUTEX (critical <= 1)</pre>
#define NO_STARVATION(i) (inCS[i] == true)
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no starvation { ([] <> NO STARVATION(0)) && ([] <> NO STARVATION(1)) && ([] <>
NO STARVATION(2)) && ([] <> NO STARVATION(3)) };
// ==== Algorithm ==== //
int level[PROC NUM];
int turn[PROC NUM];
inline acquire(i)
    int l = 1;
    do
    :: (1 >= PROC NUM) -> break;
    :: else ->
       level[i] = 1;
      turn[1] = i;
       do
       :: (turn[l] != i) -> break;
       :: else ->
          int k = 0;
          :: (k \ge PROC NUM) \rightarrow goto NL;
          :: (k < PROC_NUM && k != i && level[k] >= 1) -> break;
          :: else -> k++;
          od;
       od;
NL: 1++;
    od;
inline release(i)
{
   level[i] = 0;
// ==== Processes ==== //
proctype P(int i)
    do
    :: acquire(i);
      critical++;
      inCS[i] = true;
      printf("Process %d enter CS.\n", i);
       printf("Process %d leave CS.\n", i);
       inCS[i] = false;
```

```
critical--;
       release(i);
    od;
init
    atomic
        int i = 0;
        do
        :: (i >= PROC NUM) -> break;
        :: else ->
           level[i] = 0;
           turn[i] = 0;
           inCS[i] = false;
           run P(i);
           i++;
        od;
    }
```

Алгоритм Дейкстры для п процессов:

```
Файл n-processes-deijkstra.pml
#define PROC NUM 4
// ==== LTL ==== //
int critical = 0;
bool inCS[PROC NUM];
#define MUTEX (critical <= 1)</pre>
#define NO STARVATION(i) (inCS[i] == true)
ltl mutex { [] MUTEX };
ltl no starvation { ([] <> NO STARVATION(0)) && ([] <> NO STARVATION(1)) && ([] <>
NO STARVATION(2)) && ([]<> NO STARVATION(3)) };
// ==== Algorithm ==== //
bool b[PROC NUM];
bool c[PROC NUM];
int k = 0;
inline acquire(i)
   b[i] = true;
L0: do
    :: (k == i) -> break;
    :: else ->
       c[i] = true;
       if
       :: (b[k]) \rightarrow k = i;
       :: else -> skip;
       fi;
    od;
    c[i] = false;
    int j = 0;
```

```
:: (j >= PROC_NUM) -> break;
    :: (j < PROC_NUM && i != j && !c[j]) -> goto L0;
    :: else -> j++;
    od;
inline release(i)
    c[i] = true;
   b[i] = true;
// ==== Processes ==== //
proctype P(int i)
do
:: acquire(i);
  critical++;
  inCS[i] = true;
  printf("Process #%d enter CS.\n", i);
  printf("Process #%d leave CS.\n", i);
  inCS[i] = false;
  critical--;
  release(i);
od;
init
    atomic
        int i = 0;
        do
        :: (i >= PROC NUM) -> break;
        :: else ->
           b[i] = true;
c[i] = true;
           inCS[i] = false;
           run P(i);
           i++;
        od;
    }
```