Projekt LaTeX

Rafał Kostun

12 grudnia 2014

Spis treści

Rysunek 1: Ja podczas pisania tego dokumentu

1 Wstęp

W tym projekcie chciałbym przedstawić algorytm Gaussa-Jordana oraz podać przykład rozwiązywania układu równań tą metodą.

2 Algorytm Gaussa-Jordana

W celu rozwiązania układu równań liniowych $Ax = b$ wykonujemy następujące kroki:

1. Tworzymy macierz rozszerzoną $[A|b]$ układu $Ax = b$
2. Macierz $[A|b]$ redukujemy do wierszowo równoważnej macierzy chodkowej $[C|d]$.Jeśli d jest wiodoącą kolumną macierzy $[[C|d]$, układ $Ax = b$ jest sprzeczny. W przeciwnym wypadku przechodzimy do nastepnego kroku.
3. Wypisujemy układ rownań liniowych $Cx = d$.
4. Z ukladu $Cx = d$ metodą cofania (wprost, gdy $[C|d]$ jest normalna macierzą schodkową) wyznaczamy niewiadome odpowiadające wiodącym kolumnom macierzy $[C|d]$.

3 Przykład

(Fragment pochodzi z książki „Algebra liniowa [1]")

Rozwiązemy teraz taki układ równań:

$$\begin{cases} 2x_2 - 8x_3 &= 8, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0, \\ -4x_1 + 5x_2 + 10x_3 &= -6, \end{cases} \tag{1}$$

Macierz rozszerzoną powyższego układu za pomocą operacji elementarnych przekształcimy w macierz schodkową:

$$[A|b] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -8 & 8 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 10 & -6 \end{bmatrix}$$

Przestawiamy pierwszy wiersz z drugim w celu uzyskania wiodącej jedynki w pierwszym wierszu

$$(w_1 \leftrightarrow w_2) \tag{2}$$

$$[A|b] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 8 \\ -4 & 5 & 10 & -6 \end{bmatrix}$$

Pierwszy wiersz mnożymy przez 4 i dodajemy do 3, drugi dzielimy przez 2 aby otrzymać wiodącą jedynkę a następnie przez 3 aby dodać do trzeciego

$$(w_3 + 4w_1) \tag{3}$$

$$(w_2 : 2) \tag{4}$$

$$(w_3 + 3w_2) \tag{5}$$

$$[A|b] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Trzeci wiersz dzielimy przez 2 w celu uzyskania jedynki. Otrzymujemy:

$$[A|b] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Ta macierz odpowiada układowi równań:

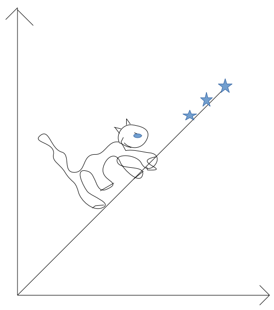
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0, \\ x_2 - 4x_3 &= 4, \\ x_3 &= 3, \end{cases} \tag{6}$$

Teraz łatwo mozemy odczytać wyniki:

x	wartość	A tutaj nic	i tu też nic
1	29		
2	16		
3	3		

A to jest kotek, który wspina się po funkcji

$$x = y \tag{7}$$



Rysunek 2: Matematyczny kotek

Literatura

[1] J. Topp: *Algebra liniowa*, Wydawnictwo Uniwesytetu Gdańskiego, Gdańsk 2013
http://unixlab.iis.pwsz.elblag.pl/~j.topp/wp-content/uploads/2013/03/algebraliniowaUG.jpg