Instituto Tecnológico de Costa Rica

MC 6102 Análisis y diseño del Algoritmos

Examen I
Segunda Parte

Ricardo Alfaro Villalobos

Profesor:
Jose Araya Monge

30 de setiembre del 2019

Apareamiento máximo de aristas

1 Descripción del problema

Dado un grafo G un pareo (matching) de aristas es un subconjunto de las aristas de dicho grafo que cumplen con la condición de ser independientes, es decir, que no tiene un vértice en común[1].

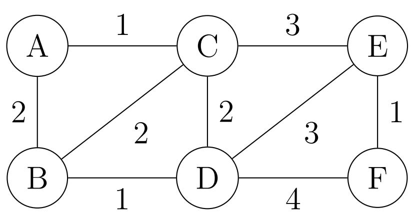
Mas formalmente [2] define un pareo como un conjunto M cuyos elementos son las aristas independientes de un grafo $G = (V, E)$. El problema de *apareamiento maximo de aristas* consisten en encontrar un pareo con la mayor cardinalidad posible.

1.1 Cobertura mínima de vértices

Una *cobertura de vertices* V' es un subconjunto de V tal que cada arista $(i, j) \in E$ tiene al menos un vértice en V'. El problema de cobertura mínima de vértices consiste en encontrar una cobertura de vértices con la mínima cardinalidad[2].

1.2 Relación entre estos problemas

El teorema de König relaciona estos dos problemas ya que en el se establece que la cardinalidad un apareamiento máximo de aristas en un grafo bipartito es igual a la cardinalidad de la cobertura mínima de vértices[3].



2 Algoritmos

A continuación se presentan algunos algoritmos para resolver el problema de apareamiento máximo de aristas.

2.1 Algoritmos voraz

```
i ← 10
if i ≥ 5 then
  i ← i − 1
else
  if i ≤ 3 then
    i ← i + 2
  end if
end if
```

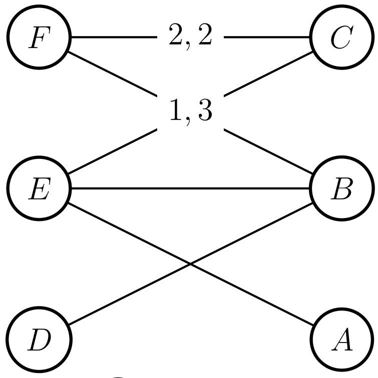
2.2 Algoritmo Hopcroft–Karp

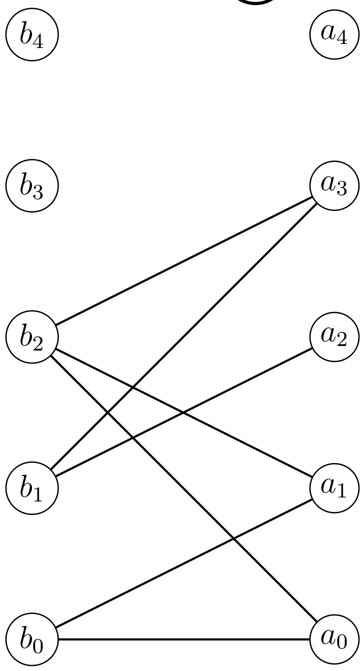
```
Result: Write here the result
initialization;
while While condition do
|  instructions;
|  if condition then
|  |  instructions1;
|  |  instructions2;
|  else
|  |  instructions3;
|  end
end
```

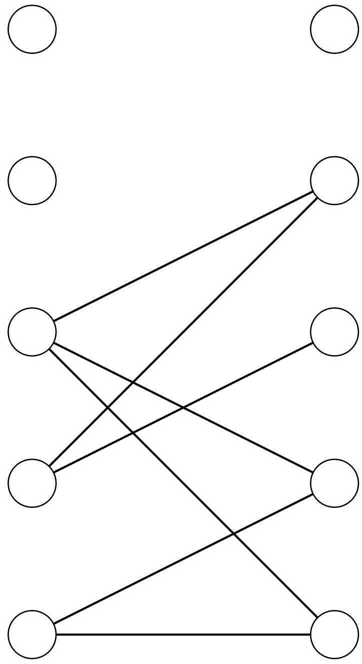
Algorithm 1: How to write algorithms

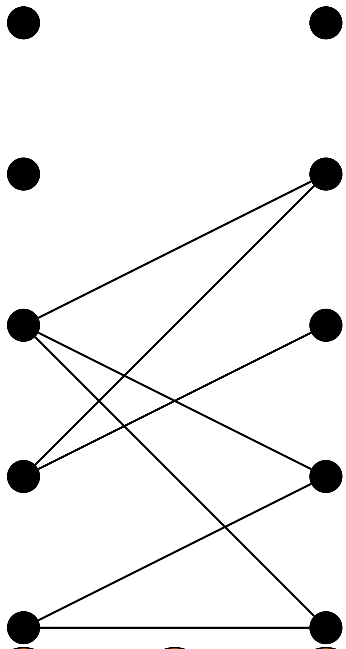
3 Aplicaciones

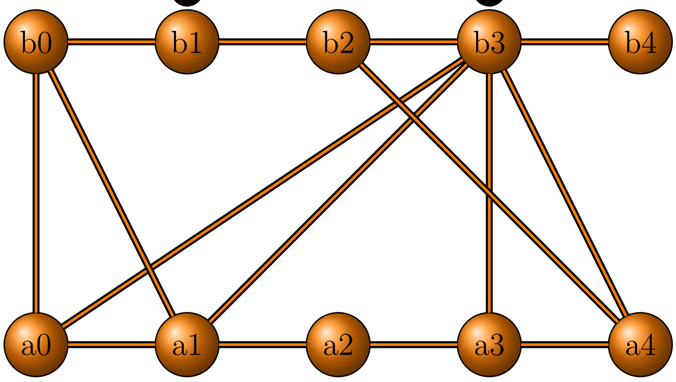
4 Resolver caso


F
C
2, 2
1, 3
E
B
D
A


b_4
a_4
b_3
a_3
b_2
a_2
b_1
a_1
b_0
a_0







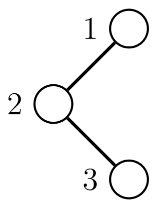


Figure 1

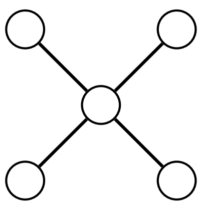


Figure 2

References

[1] N. C. Lê, "Algorithms for the maximum independent set problem," 2014.

[2] S. Butenko and P. M. Pardalos, *Maximum independent set and related problems, with applications.* PhD thesis, University of Florida, 2003.

[3] R. Rizzi, "A short proof of könig's matching theorem," *Journal of Graph Theory*, vol. 33, no. 3, pp. 138–139, 2000.

[4] D. Peleg, *Distributed Computing: A Locality-sensitive Approach.* Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.

[5] P. Erdős and T. Gallai, "On maximal paths and circuits of graphs," *Acta Mathematica Hungarica*, vol. 10, no. 3-4, pp. 337–356, 1959.

[6] A. Korshunov, "Coefficient of internal stability of graphs," *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 10, no. 1, pp. 19–33, 1974.

[7] P. Borowiecki and F. Göring, "Greedymax-type algorithms for the maximum independent set problem," in *International Conference on Current Trends in Theory and Practice of Computer Science*, pp. 146–156, Springer, 2011.