

Operációkutatási módszerek - Házi feladat 1

Részvényátváltási opció árazása

Szerző: Reizinger Kristóf

Dátum: 2020. április 5.

Megoldás menete

A programkód alapgondolata az volt, hogy a részvényátváltási opciót lépésenként árazom, azaz először az első, majd a második, végül a harmadik időszakra. Ugyanis abból indultam ki, hogy az opció *amerikai típusú*, vagyis minden világállapotban lehívható, nemcsak az utolsó időszakban, így viszont kellenek az opció lehíváskori kifizetései (az önfinanszírozási korlátok jobb oldalai) és a kifizetéseket rekurzívan tudtam átvinni az egyik időszakról a másikra.

Mivel 3 részvény és 1 készpénz (ármérce) van minden időszakban, így nem normalizáltam az eszközöket, mert csak a skála módosulna tőle, de a végeredmény nem.

A feladataot R-ben oldottam meg függvények segítségével oldottam meg, amik a *main_code.R* fájlból futtathatók le.¹⁾ Innen minden kód lefut, kivéve a 3 napos árazás, amikor nem tudtam memória hiányában beárazni, mert nem tudtam elegendő scenáriót generálni. Kevés scenárió esetében pedig nem volt korlátos a célfüggvény. Próbálkoztam determinisztikussá tenni a 3. nap árfolyamalakulásait²⁾, ekkor a 3. napon konstans szorzókkal történik a részvények árazása, de ez sem adott megoldást, nem lett tőle korlátos a célfüggvény, sőt, ha csak konstans értékeket adok hozzá az utolsó időszakban az sem teszi korlátossá. Próbáltam ki-menteni a célfüggvényt és lefuttatni a kódot gusekban, de ahhoz is kevés volt a memória.

Több helyen is beáraztam az opciókat a kockázatsemleges valószínűséggel, úgy hogy a duálváltozókat kiszedtem az LP-ből és összeszoroztam a kifizetésekkel.

¹⁾Ha a függvényt nyitja meg a Tanár Úr, akkor betölti working directory-t is az R-be, akkor nem kell beállítani a mappát.

²⁾Ez kipróbálható a *third_day_pricing()* függvény utolsó argumentumának *TRUE*-ra állításával.

Szenárió	Opció ára	Megjegyzés
Egy periódus, 100 Szenárió	10.97991	-
Egy periódus, 1000 Szenárió	11.72638	-
Egy periódus, 6500 Szenárió	11.96869	A Szenáriók növekedésével nő az opció ára. Nő a bizonytalanság (volatilitás), ami kis mértékben növeli az opció árát.
Egy periódus, 10000 Szenárió	Nem korlátos a célfüggvény	Nincs elég memória, hogy lefusson.
Egy periódus, 100000 Szenárió	Nem korlátos a célfüggvény	Nincs elég memória, hogy lefusson.
Két periódus, 70 * 70 Szenárió	24.39118	Az ár nőtt az egy periódushoz képest, mert nőtt a döntési pontok és a Szenáriók (lehetséges kifizetések száma).
Három periódus, 17 * 17 * 17 Szenárió	Nem korlátos a célfüggvény	Nem elég a Szenáriók száma, hogy be tudjam árazni.
Három periódus, 3 * 5 * 10 Szenárió	Nem korlátos a célfüggvény	Nem elég a Szenáriók száma, hogy be tudjam árazni.
Három periódus, 12 * 16 * 20 Szenárió	Nem korlátos a célfüggvény	Nem elég a Szenáriók száma, hogy be tudjam árazni.
Három periódus, sem elsőben, sem a másodikban nem lehet átrendezni a portfóliót, 15 * 17 * 20 ¹ Szenárió	19.42329	Az egy naphoz képest nőtt az opció ára, mert ugyanannyi a döntési pont, de sokkal több a lehetséges kimenetel, így nagyobb lehet a kifizetés, mert nőtt a kifizetés mértékének bizonytalansága (Szenáriók száma). A két periódusos esetnél olcsóbb, mert kevesebb a döntési napok száma, de a Szenáriók száma nagyságrendileg azonos.
Három periódus, az elsőben igen, de a másodikban nem lehet átrendezni a portfóliót, 15 * 17 * 20 ¹ Szenárió.	28.03204	Az ár nőtt az egy és a két időszakos esethez képest is, mert ugyanannyi a döntési pont, mint a kétidőszakosban, de több a lehetséges Szenárió. Sőt az előző esethez képest is drágább, mert azt a forgatókönyvet tartalmazza, csak bővebb nála, több döntési lehetőséggel.

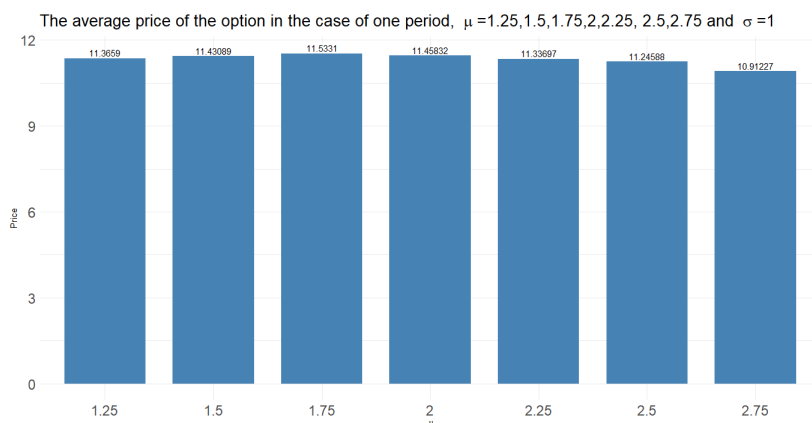
¹ Azért kell ennyi Szenárió, mert kevesebbre nem korlátos a célfüggvény, így azzal az esettel nem tudtam összevetni.

Ábrák

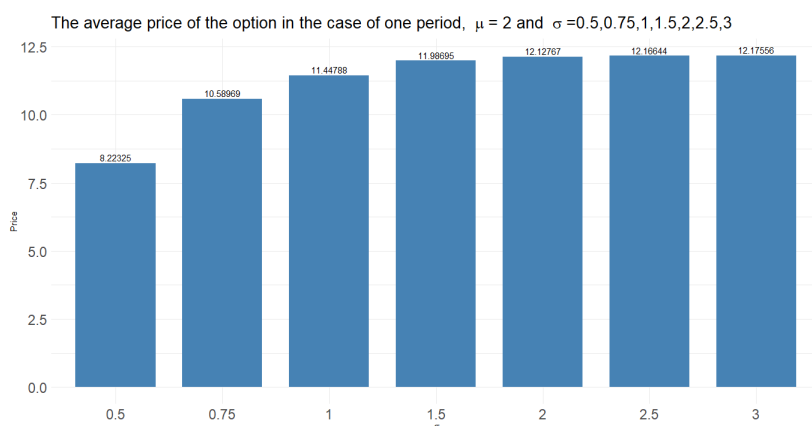
Megvizsgáltam az opció árának érzékenységet a lognormális eloszlás várható értékére (ábra 1), és szórására (ábra 2). Az ábrákat egy időszakos modell esetén készítettem, 200 szcenárió mellett, minden árazást 25-ször ismételt meg és az árakat kiátlagoltam a véletlen hatás csökkentése érdekében.

A várható érték változtatása esetén, kezdetben $\mu = 1.75$ értékig nő az opció ára (ceteris paribus), utána pedig csökken az opció ára. Ugyanis a szórás változatlan, így a relatív szórás csökken (szórás / átlag), aminek a hatása $\mu = 1.75$ után érvényesül, vagyis mérséklődik a bizonytalanság, ami kevésbé teszi értékesé az opciót.

Míg a szórás növelése egyértelműen növeli a bizonytalanságot, így értékesebb lesz az opció.



1. ábra. Opció ára $\mu = 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.25, 2.5, 2.75$ és $\sigma = 1$ mellett



2. ábra. Opció ára $\mu = 2$ és $\sigma = 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2, 2.5, 3$ esetén