

Formelsammlung zur Vorlesung Grundlagen der Testtheorie im WS 2020/21

Klassische Testtheorie		
Grundgleichung $y_{ij} = \tau_{ij} + \varepsilon_{ij}$	Additive Varianzzerlegung $Var(Y_j) = Var(\tau_j) + Var(\varepsilon_j)$	Reliabilität $Rel(Y_j) = \frac{var(\tau_j)}{var(Y_j)}$
KTT Schwierigkeitsindex bei Speedtests $P_i = \frac{n_r}{n_b} \cdot 100$	KTT Schwierigkeitsindex bei Powertests ohne Ratekorrektur $P_i = \frac{n_r}{n} \cdot 100$	KTT Schwierigkeitsindex bei Powertests mit Ratekorrektur $P_i = \frac{n_r - \frac{n_F}{k-1}}{n} \cdot 100$
Item Response Theorie		
Modellgleichung Rasch-Modell $P(u_{ij} = 1 \theta_i, \beta_j) = \frac{e^{\theta_i - \beta_j}}{1 + e^{\theta_i - \beta_j}}$	Allgemeine Formulierung Rasch-Modell $P(U_{ij} = u_{ij} \theta_i, \beta_j) = \frac{e^{u_{ij} \cdot (\theta_i - \beta_j)}}{1 + e^{\theta_i - \beta_j}}$	
Lokale stochastische Unabhängigkeit $P(U_1 = u_1, ..., U_m = u_m \theta_i) = \prod_{j=1}^m P(U_j = u_j \theta_i)$	Standardmessfehler IRT $s_e(\theta) = \frac{1}{\sqrt{I(\theta)}}$	
Iteminformation $I_j(\theta_i) = p(u_{ij} = 1) \cdot (1 - p(u_{ij} = 1))$ Testinformation $I(\theta_i) = \sum_{j=1}^m I_j(\theta_i)$	Wald-Test Prüfgröße $W_j = \frac{(\hat{\beta}_{j,1} - \hat{\beta}_{j,2})^2}{\hat{\sigma}_{j,1}^2 + \hat{\sigma}_{j,2}^2}$ $T = sign(\hat{\beta}_{j,1} - \hat{\beta}_{j,2}) \sqrt{W_j}$	
Faktorenanalyse		
Fundamentaltheorem $z_{y_{ij}} = \lambda_{j1} \cdot F_{i1} + \lambda_{j2} \cdot F_{i2} + ... + \lambda_{jq} \cdot F_{iq} + \varepsilon_{ij}$	Hauptkomponentenanalyse $z_{y_{ij}} = \lambda_{j1} \cdot H_{i1} + \lambda_{j2} \cdot H_{i2} + ... + \lambda_{jq} \cdot H_{iq}$	
Kommunalität $h_j^2 = \lambda_{j1}^2 + \lambda_{j2}^2 + \dots + \lambda_{jq}^2$	Eigenwert $Eigenwert = \lambda_{1q}^2 + \lambda_{2q}^2 + \dots + \lambda_{jq}^2 + \dots + \lambda_{mq}^2$	Einzigartigkeit $u^2 = 1 - h^2$
Kaiser-Meyer-Olkin Koeffizient $KMO = \frac{\sum \sum r_{ij}^2}{\sum \sum r_{ij}^2 + \sum \sum r_{ij \cdot z}^2}, i \neq j$		
Objektivität		
Cohens Kappa $\kappa = \frac{p_0 - p_e}{1 - p_e}$ oder $\kappa = \frac{f_0 - f_e}{N - f_e}$		Maximalwert Cohens Kappa $\kappa_{max} = \frac{p_{0,r} - p_e}{1 - p_e}$

Intraklassenkorrelation			
$ICC(1,k) = \frac{\hat{\sigma}_{zw}^2 - \hat{\sigma}_{inn}^2}{\hat{\sigma}_{zw}^2}$ $\hat{\sigma}_{zw}^2 = \frac{QS_{zw}}{J-1}$ $\hat{\sigma}_{inn}^2 = \frac{QS_{inn}}{n-J}$			
Reliabilität			
Spearman-Brown-Formel bei Testhalbierungen		Cronbachs alpha	
$Rel(x_{vollständig}) = \frac{2 \cdot Corr(x_p, x_q)}{1 + Corr(x_p, x_q)} = \frac{2 \cdot Rel(x_{halb})}{1 + Rel(x_{halb})}$		$Rel(x) = \alpha = \frac{m}{m-1} \cdot \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^m Var(x_j)}{Var(x)} \right)$	
Allgemeine Spearman-Brown-Formeln		Konfidenzintervall	
$Rel_k^* = \frac{k \cdot Rel}{1 + (k-1) \cdot Rel}$ $k = \frac{Rel^* \cdot (1 - Rel)}{Rel \cdot (1 - Rel^*)}$		$KI = X \pm z_{\alpha/2} \cdot s_e$ $s_e = s_x \cdot \sqrt{1 - Rel(x)}$	
Normierung			
Prozentrangnorm	T-Werte	IQ-Werte	Stanine
$PR_v = 100 \cdot \frac{freq_{cum}(X_v)}{N}$	$T_v = 50 + 10 \cdot z_v$	$IQ_v = 100 + 15 \cdot z_v$	$S_v \approx 5 + 2 \cdot z_v$