Universität Salzburg — Florian Graf

Machine Learning

Übungsblatt **1** — 0 Punkte

Aufgabe 1. *Beispiel: Würfel*

(a) Gegeben sind zwei 6-seitige Würfel die gleichzeitig geworfen werden. Bestimmen Sie den Erwartungswert der gewürfelten Augenzahl unter der Annahme, dass jede Seite gleich wahrscheinlich gewürfelt wird.

(b) Bestimmen Sie nun den Erwartungswert in folgender Situation. Es wird zuerst ein Würfel geworfen. Ist seine Augenzahl < 6, so ist diese das Endergebnis. Ist sie jedoch $= 6$, wird der zweite Würfel geworfen. Das Endergebnis ist dann die Summe beider Würfel.

Aufgabe 2. *Beispiel: Stetige Verteilung*

Gegeben sei eine Zufallsvariable X mit Dichtefunktion

$$f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [0, \infty), \quad x \mapsto \frac{\cos(x)}{2} \quad .$$

(a) Geben sie die kumulative Verteilungsfunktion von X an.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}[X \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})]$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}[X]$.

Aufgabe 3. *Eigenschaften von Erwartungswert und Varianz*

Der Erwartungswerts einer diskreten Zufallsvariable X mit Wertemenge $\mathcal{X}$ ist definiert als $\mathbb{E}[X] = \sum_{x \in \mathcal{X}} x\mathbb{P}[X = x]$.

(a) Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $Y = aX + b$. Folgern Sie aus obiger Definition des Erwartungswerts dass $a\mathbb{E}[X] + b = \mathbb{E}[Y]$.

(b) Es seien X und Y diskrete Zufallsvariablen mit (endlichen) Wertemengen $\mathcal{X}$ bzw. $\mathcal{Y}$. Bestimmen Sie erneut direkt aus obiger Definition den Erwartungswert von $Z = X + Y$.

(c) Die Varianz von X ist definiert als $\mathbb{V}[x] = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2]$. Zeigen Sie mithilfe von Teil (a) dass $\mathbb{V}[aX + b] = a^2\mathbb{V}[X]$.

(d) Zeigen Sie dass $\mathbb{V}[X] = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$.