摘要

我自学使用的教材为《概率论基础》，在此笔记中主要记录书中的核心内容，配以心得体会。

目录

1 公理化结构

1.1 事件域

定义 1.1.1 (样本空间). *对于(随机)试验,可能出现的结果称为***样本点**ω,*样本点全体构成***样本空间**Ω.

在概率论中一般假定样本空间是给定的,这是必要的抽象,是我们能更好地把我住随机变量的本质,类比于线性空间.

定义 1.1.2. **事件***定义为样本空间Ω的一个子集,称事件发生当且仅当它所包含的某一个样本点出现.*

在此定义下,集合的包含关系诱导了事件的包含关系,补集对应于逆事件,或称对立事件,两个集合的交意味着两个事件的交意味着两个事件同时发生,并集意味着至少发生一个.

一般不把样本空间Ω的一切子集作为事件,这会带来困难,譬如在几何概率中把不可测集也作为事件将会带来不可克服的麻烦. 另一方面,又必须把感兴趣的事件都包括进来,所以要求事件全体$\mathscr{F}$组成一个σ代数.

定义 1.1.3 (事件域). *若$\mathscr{F}$是由样本空间Ω的一些子集构成的一个σ***代数**,*则称它为***事件域**, *$\mathscr{F}$中的元素称为***事件**,*Ω称为必然事件,$\varnothing$称为不可能事件.*

需要特别注意的是由给定的Ω的一个非空集族$\mathscr{G}$,必定存在由$\mathscr{G}$生成的σ代数.这种方法可以定义Borel集.

1.2 概率

定义 1.2.1 (概率). *定义在事件域$\mathscr{F}$上的一个集合函数P称为***概率**,*如果它满足如下三个要求:*

(i) $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathscr{F}$

(ii) $P(\Omega) = 1$

(iii) $\forall A_i \in \mathscr{F}, i = 1, 2, \cdots$,若$A_i$两两互不相容,则

$$P(\sum_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

定义 1.2.2. *把概率 $p(n)$ 看作未知参数n的函数,称为***似然函数**,*在通过求其最大值而得到n的估计,这就是数理统计中的***最大似然估计法**

2 条件概率与统计独立性

2.1

2.2

3 随机变量与分布函数

3.1

3.2