1.

(a) $(A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$

(i) $(A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A) \longleftrightarrow (A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(B \wedge A)$ is Valid.

ii)

A	B	$A \Rightarrow \neg B$	$\neg(B \wedge A)$	$(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(B \wedge A)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

iii) $\therefore (A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$

(b) $(A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$

(i) $(A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$ iff $(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(B \wedge A)$ is valid.

(ii) $A \Rightarrow \neg B \equiv \neg A \vee \neg B \equiv \neg(A \wedge B)$

(iii) $(\neg(A \wedge B)) \Rightarrow \neg(B \wedge A) \equiv \neg(\neg(A \wedge B)) \vee \neg(A \wedge B)$

$\equiv (A \wedge B) \vee \neg(A \wedge B) \equiv$ True.

(iv) $\therefore (A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$.

(c) $(A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$

(i) KB: $A \Rightarrow \neg B \equiv \neg A \vee \neg B$

(ii) $\neg(\neg(B \wedge A)) \equiv B \wedge A$

iii) KB: $\neg A \vee \neg B$ ... ⓐ

① B

② A

iv) ③ $\neg B$ (ⓐ + ②)

④ ϕ (③ + ①)

$\therefore \phi$ is generated.

$\therefore (A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \wedge A)$

2. (a) $((S \land R) \Rightarrow P) \land (S \Rightarrow \neg R) \land (R \Rightarrow \neg S) \land S$

$\equiv (\neg(S \land R) \lor P) \land (\neg S \lor \neg R) \land (\neg R \land \neg S) \land S$

$\equiv (\neg S \lor \neg R \lor P) \land (\neg S \lor \neg R) \land S$

$\equiv (\neg S \lor \neg R \lor P) \land \{(\neg S \land S) \lor (\neg R \land S)\}$

$\equiv (\neg S \lor \neg R \lor P) \land \neg R \land S \equiv S \land (\neg S \lor \neg R \lor P) \land \neg R$

$\equiv \{(S \land \neg S) \lor (S \land \neg R) \lor (S \land P)\} \land \neg R$

$\equiv \{(S \land \neg R) \lor (S \land P)\} \land \neg R \equiv S \land (\neg R \lor P) \land \neg R$

<Truth Table>

S	$\neg R$	P	$S \land (\neg R \lor P) \land \neg R$
T	T	T	$T \land T \land T \equiv T$
T	T	F	$T \land (T \lor F) \land T \equiv T$
T	F	T	$T \land (F \lor T) \land F \equiv F$
F	T	T	$F \land (T \lor T) \land T \equiv F$
T	F	F	$T \land (F \lor F) \land F \equiv F$
F	T	F	$F \land (T \lor F) \land T \equiv F$
F	F	T	$F \land (F \lor T) \land F \equiv F$
F	F	F	$F \land (F \lor F) \land F \equiv F$

$\therefore$ The sentence is satisfiable.

(neither valid nor unsatisfiable)

(b) $((P \land \neg S) \Rightarrow R) \Rightarrow (\neg P \lor S \lor R)$

$\equiv (\neg(P \land \neg S) \lor R) \Rightarrow (\neg P \lor S \lor R) \equiv \neg(\neg(P \land \neg S) \lor R) \lor (\neg P \lor S \lor R)$

$\equiv (P \land \neg S \land \neg R) \lor (\neg P \lor S \lor R)$

$\equiv (P \lor (\neg P \lor S \lor R)) \land (\neg S \lor (\neg P \lor S \lor R)) \land (\neg R \lor (\neg P \lor S\ R))$

$\equiv (\text{True} \lor S \lor R) \land (\text{True} \lor \neg P \lor R) \land (\text{True} \lor \neg P \lor S)$

$(\because P \lor \neg P \equiv \neg S \lor S \equiv \neg R \lor R \equiv \text{True (Valid)})$

$\equiv \text{True} \land \text{True} \land \text{True} \equiv \text{True (Valid)}$

$\therefore$ The sentence is valid.

3.

$S1: P \Rightarrow \neg(Q \lor R) \equiv \neg P \lor \neg(Q \lor R) \equiv \neg P \lor (\neg Q \land \neg R)$

$\equiv (\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R)$

$\therefore S1 \equiv (\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R)$

$S2: (P \land Q) \Leftrightarrow S \equiv ((P \land Q) \Rightarrow S) \land (S \Rightarrow (P \land Q))$

$\equiv (\neg(P \land Q) \lor S) \land (\neg S \lor (P \land Q))$

$\equiv (\neg P \lor \neg Q \lor S) \land (\neg S \lor (P \land Q))$

$\equiv (\neg P \lor \neg Q \lor S) \land (\neg S \lor P) \land (\neg S \lor Q)$

$\therefore S2 \equiv (\neg P \lor \neg Q \lor S) \land (\neg S \lor P) \land (\neg S \lor Q)$

4.

(a) $KB \models \neg D$?

1. $A \vee B$
2. $\neg B \vee \neg C$
3. $\neg C \vee D$
4. $B \vee \neg E$
5. $\neg D \vee E$
6. D
7. E (5+6)
8. $\neg C \vee E$ (3+5)
9. $A \vee \neg C$ (1+2)
10. $\neg C \vee \neg E$ (2+4)
11. $\neg C \vee \neg D$ (5+10)
12. $\neg C$ (7+10)
13. $B \vee \neg D$ (4+5)
14. B (6+13)
15. $\neg C \vee \neg D$ (13+2)

∴ No new pairs generated.

∴ KB does not entail $\neg D$.

(b) $KB \models (B \vee \neg D)$?

i) $\neg(B \vee \neg D) \equiv \neg B \wedge D$

1. $A \vee B$
2. $\neg B \vee \neg C$
3. $\neg C \vee D$
4. $B \vee \neg E$
5. $\neg D \vee E$

---

6. $\neg B$
7. D

---

8. $B \vee \neg D$ (4+5)
9. B (7+8)
10. ϕ (6+9)

Since ϕ is generated, $KB \models (B \vee \neg D)$

∴ KB entails $B \vee \neg D$.