1.

(a) $(A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \land A)$ $\Rightarrow$ $(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(B \land A)$

A	B	$A \Rightarrow \neg B$	$\neg(B \land A)$	$(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(B \land A)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

$\therefore (A \Rightarrow \neg B) \models \neg(B \land A)$

(b) $(A \Rightarrow \neg B) \vDash \neg(B \land A)$

i) $(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(B \land A) \equiv \neg(A \Rightarrow \neg B) \lor \neg(B \land A)$

$\equiv \neg(\neg A \lor \neg B) \lor \neg(B \land A)$

ii) $\neg(\neg A \lor \neg B) \equiv A \land B$

iii) $(A \land B) \lor \neg(B \land A) \equiv$ True. (Valid)

$\therefore (A \Rightarrow \neg B) \vDash \neg(B \land A)$

(c) $(A \Rightarrow \neg B) \vDash \neg(B \land A)$

KB: $A \Rightarrow \neg B \equiv \neg A \lor \neg B$ ---- 1

f $\neg(\neg(B \land A)) \equiv B \land A$ ---- 2

ϕ generated by 1 + 2

$\therefore (A \Rightarrow \neg B) \vDash \neg(B \land A)$

2. (a) $((S \wedge R) \Rightarrow P) \wedge (S \Rightarrow \neg R) \wedge (R \Rightarrow \neg S) \wedge S$

$\equiv (\neg(S \wedge R) \vee P) \wedge (\neg S \vee \neg R) \wedge (\neg R \wedge \neg S) \wedge S$

$\equiv (\neg S \vee \neg R \vee P) \wedge (\neg S \vee \neg R) \wedge S$

$\equiv (\neg S \vee \neg R \vee P) \wedge \{(\neg S \wedge S) \vee (\neg R \wedge S)\}$

$\equiv (\neg S \vee \neg R \vee P) \wedge \neg R \wedge S \equiv S \wedge (\neg S \vee \neg R \vee P) \wedge \neg R$

$\equiv \{(S \wedge \neg S) \vee (S \wedge \neg R) \vee (S \wedge P)\} \wedge \neg R$

$\equiv \{(S \wedge \neg R) \vee (S \wedge P)\} \wedge \neg R \equiv S \wedge (\neg R \vee P) \wedge \neg R$

<Truth Table>

S	$\neg R$	P	$S \wedge (\neg R \vee P) \wedge \neg R$
T	T	T	$T \wedge T \wedge T \equiv T$
T	T	F	$T \wedge (T \vee F) \wedge T \equiv T$
T	F	T	$T \wedge (F \vee T) \wedge F \equiv F$
F	T	T	$F \wedge (T \vee T) \wedge T \equiv F$
T	F	F	$T \wedge (F \vee F) \wedge F \equiv F$
F	T	F	$F \wedge (T \vee F) \wedge T \equiv F$
F	F	T	$F \wedge (F \vee T) \wedge F \equiv F$
F	F	F	$F \wedge (F \vee F) \wedge F \equiv F$

$\therefore$ The sentence is satisfiable.

(neither valid nor unsatisfiable)

(b) $((P \land \neg S) \Rightarrow R) \Rightarrow (\neg P \lor S \lor R)$

$\equiv (\neg(P \land \neg S) \lor R) \Rightarrow (\neg P \lor S \lor R) \equiv \neg(\neg(P \land \neg S) \lor R) \lor (\neg P \lor S \lor R)$

$\equiv (P \land \neg S \land \neg R) \lor (\neg P \lor S \lor R)$

$\equiv (P \lor (\neg P \lor S \lor R)) \land (\neg S \lor (\neg P \lor S \lor R)) \land (\neg R \lor (\neg P \lor S\ R))$

$\equiv (\text{True} \lor S \lor R) \land (\text{True} \lor \neg P \lor R) \land (\text{True} \lor \neg P \lor S)$

$(\because P \lor \neg P \equiv \neg S \lor S \equiv \neg R \lor R \equiv \text{True (Valid)})$

$\equiv \text{True} \land \text{True} \land \text{True} \equiv \text{True (Valid)}$

$\therefore$ The sentence is valid.

3.

$S1: P \Rightarrow \neg(Q \lor R) \equiv \neg P \lor \neg(Q \lor R) \equiv \neg P \lor (\neg Q \land \neg R)$

$\equiv (\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R)$

$\therefore S1 \equiv (\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R)$

$S2: (P \land Q) \Leftrightarrow S \equiv ((P \land Q) \Rightarrow S) \land (S \Rightarrow (P \land Q))$

$\equiv (\neg(P \land Q) \lor S) \land (\neg S \lor (P \land Q))$

$\equiv (\neg P \lor \neg Q \lor S) \land (\neg S \lor (P \land Q))$

$\equiv (\neg P \lor \neg Q \lor S) \land (\neg S \lor P) \land (\neg S \lor Q)$

$\therefore S2 \equiv (\neg P \lor \neg Q \lor S) \land (\neg S \lor P) \land (\neg S \lor Q)$

4.

<KB>

1. $A \lor B$
2. $\neg B \lor \neg C$
3. $\neg C \lor D$
4. $B \lor \neg E$
5. $\neg D \lor E$

(a) $KB \models \neg D$?

6. D $(\neg(\neg D))$
7. E $(5+6)$
8. B $(4+7)$
9. $\neg C$ $(2+8)$
10. $\neg C \lor E$ $(3+5)$
11. $B \lor \neg C$ $(4+10)$
12. $\neg C \lor \neg E$ $(2+4)$
13. $\neg C$ $(8+12)$
14. $A \lor \neg C$ $(1+2)$
15. $B \lor \neg D$ $(4+5)$

$\vdots$

$\therefore$ ϕ is not generated.

$\therefore$ $KB \not\models \neg D$. (KB does not entail $\neg D$.)

(b) $KB \models (B \lor \neg D)$

6. $\neg B \land D$ $(\neg (B \lor \neg D))$
7. $B \lor \neg D$ $(4+5)$
8. $\phi = \{\ \}$. $(6+7)$

Since ϕ is generated, $KB \models (B \lor \neg D)$.

$\therefore KB \models (B \lor \neg D)$. (KB entails $(B \lor \neg D)$)