

대일고 (봄) - 이차함수까지

1. 세 다항식 A, B, C 가 다음과 같을 때,

$2(A-B)-(A-3C)$ 를 계산한 값은? [3.0점]

$$A = x^3 - x^2 - 3x + 1$$

$$B = 2x^3 + x^2 + 4x - 5$$

$$C = -x^2 + 9$$

- ① $-x^3 + 6x^2 - 11x + 36$
 ② $-2x^3 - 6x^2 + 12x + 36$
 ③ $-3x^3 + 6x^2 - 10x + 37$
 ④ $-3x^3 - 6x^2 - 11x + 37$
 ⑤ $-3x^3 - 6x^2 - 11x + 38$

2. $\frac{3+i}{3-i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은? (단,

$i = \sqrt{-1}$ 이고, a, b 는 실수이다.) [3.1점]

- ① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{9}{5}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{11}{5}$

3. 이차방정식 $x^2 + x - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질

때, a 의 값으로 가능한 것은? [3.2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2
 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 등식

$$ax(x+1) + b(x+1)(x-2) + cx(x-2) = x^2 + 3x - 4가$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $2a+b-c$ 의 값은? [3.3점]

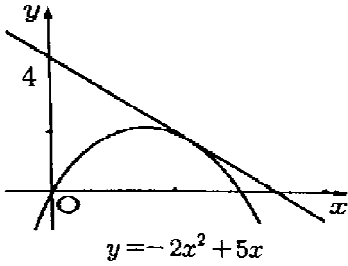
- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

5. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + k^2 - 2k$ 의 그래프와 직선

$y = px + q$ 가 k 의 값에 관계없이 항상 접할 때, 실수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은? (단, $p \neq 0$ 이다.) [3.4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

6. 아래 그림과 같이 이차함수 $y = -2x^2 + 5x$ 의 그래프와 접하고 기울기가 음수인 직선이 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, 이 직선의 기울기는? [3.5점]



- ① $4 - 4\sqrt{2}$ ② $4 - 3\sqrt{2}$ ③ $5 - 4\sqrt{2}$
 ④ $5 - 3\sqrt{2}$ ⑤ $6 - 4\sqrt{2}$

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 양수인 근을 α 라 하자.

$\alpha(\alpha^2 - 3\alpha - 6)(\alpha^2 - \alpha - 5)$ 의 값을 $a + b\sqrt{5}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 정수이다.) [3.6점]

- ① -30 ② -28 ③ -26
 ④ -24 ⑤ -22

8. 복소수 $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 [보기]에서 옳은 것의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [3.7점]

- ㄱ. $z^3 = -1$
 ㄴ. $z^5 + z^{22} = -1$
 ㄷ. 임의의 자연수 a, b 에 대하여 a, b 의 차가 3이면 $z^a + z^b = 0$ 이다.
 ㄹ. $\bar{z} = z^n$ 을 만족하는 100 이하의 자연수 n 의 개수는 16개이다.

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
 ④ 3개 ⑤ 4개

9. 두 다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 에 대하여

$P(x) = ax^2 - x - 2$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때 나머지와 $x-3$ 으로 나누었을 때 나머지가 서로 같다. 그리고 $Q(x)$ 를 $P(x)$ 로 나누었을 때 나머지가 $2x-1$ 이고, $x-a$ 로 나누었을 때 나머지가 4이다. $Q(x)$ 를 $x^2 - a^2$ 으로 나누었을 때 나머지는? (단, $a \neq 0$ 인 실수이다.) [3.8점]

- ① $\frac{7}{2}x - \frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}x + \frac{1}{2}$
 ③ $\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

단계별 해석과 상황판단

10. 최고차항의 계수가 -2인 삼차다항식 $P(x)$ 에 대하여

$P(2) = 5$, $P(3) = 10$, $P(4) = 17$ 을 만족한다. 다음 등식

$$P(x) = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$$

가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 를 정할 때, $a+2b+3c+4d$ 의 값은? [3.9점]

- ① 28 ② 29 ③ 30
 ④ 31 ⑤ 32

11. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - 8$ 의 그래프와 직선

$y = -8x - n$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수 n 의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.) [4.0점]

- ① 20 ② 21 ③ 22
 ④ 23 ⑤ 24

12. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 4ax + a$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 다음 [보기]중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a < -\frac{1}{4}$ 또는 $a > 0$ 이다.) [4.1점]

- ㄱ. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 교점의 x 좌표는 $2a \pm \sqrt{4a^2 + a}$ 이다.
- ㄴ. 등식 $f(x) - f(a^2 - 1 - x) = 0$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 하는 a 의 개수는 2이다.
- ㄷ. $0 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $y = f(x)$ 의 최솟값이 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은 $\frac{13}{9}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 이차방정식 $x^2 - kx - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 두 근의 차는 $2\sqrt{2}$ 이고, $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 두 점 $(\alpha^2 - \alpha - 1, \alpha), (\beta^2 - \beta - 1, \beta)$ 를 지난다. 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? (단, $k > 0$ 인 실수이다.) [4.2점]

① 2 ② 1 ③ 0
 ④ -1 ⑤ -2

14. 이차방정식 $x^2 - (2k-1)x + 3k = 0$ 이 허근 z 를 가질 때, z^4 이 실수가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [4.3점]

① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

15. $\left\{ \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^a + \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \right)^b \right\} = k$ 라 할 때, 4 이하의

자연수 a, b, c 에 대하여 k 가 음의 정수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4.4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

16. 다항식 $x^{13} + x^7 + 3$ 을

$$x^2 + x + 1, x^2 - x + 1, (x^3 + 1)(x^3 - 1)$$

로 나눈 나머지를 각각 $r_1(x), r_2(x), r_3(x)$ 라 할 때, $r_1(x) + r_2(x) + r_3(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는? [4.5점]

- ① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

[서답형1]

17. 다항식 A 를 $x^2 - 3x + 1$ 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 1$ 이고 나머지가 $-x + 3$ 이라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [10점, 부분점수 있음]

(1) 다항식 A 를 풀이과정과 함께 구하고, x 에 대하여 내림차순으로 쓰시오. [2점]

(2) 다항식 A 를 다항식 $x^2 + x - 1$ 로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 하자.
 $Q(x)$, $R(x)$, $Q(0)$, $R(0)$ 을 각각 풀이과정과 함께 구하시오. [8점]

[서답형2]

18. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수

$f(x) = -x^2 + 2ax - 2a + 1$ 의 최댓값을 $g(a)$ 라 할 때, $g(a)$ 의 최솟값을 풀이과정과 함께 구하시오. [10점, 부분점수 있음]

[서답형3]

19. $y = -(-x^2 + 4x - 3)^2 + 4(-x^2 + 4x - 3) - 3$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 5$ 에서의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 하고, $-3 \leq x \leq 1$ 에서 최댓값을 c , 최솟값을 d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오. [10점, 부분점수 있음]

[서답형4]

20. 다항식 $P(x)$ 를 $x^2 - 2x$ 로 나눈 몫은 $Q(x)$, 나머지는 $5x + k$ 이고, $P(x)$ 를 $x^4 + x^3 - 8x^2 + 5x - 2$ 로 나누었을 때 나머지는 $x^3 + 2x^2 - 1$ 이다. $Q(x)$ 를 $x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ 로 나눈 나머지 $R(x)$ 에 대하여 $R(1) + k$ 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [10점, 부분점수 있음]