명덕고 (여름) -

l. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 2(x+2) \ge 3x+1 \end{cases}$ 을 만족시키는 x의 값 중

가장 큰 정수는? [3.5점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- **4**
- ⑤ 5

- **2.** 원 $x^2 + y^2 + 6x 8y = 0$ 의 중심의 좌표는 (a, b)이고 반지 름의 길이는 r이다. 이때 a-b+r의 값은? [3.6점]
- ① -4 ② -2

- **4** 2
- (5) 4

- 5 점 (2, 3)을 점 (1, 4)로 옮기는 평행이동에 의하여 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 옮겨지는 도형의 방정식은? [3.7점]
- ① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 1$
- $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$
- $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$
- $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$
- $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

- **4.** 직선 (3k+2)x-y+2=0과 점 (2, 0)을 지나는 직선이 y축에서 수직으로 만날 때, 실수 k의 값은? [3.8점]
- $\bigcirc -\frac{1}{3}$ $\bigcirc -\frac{1}{2}$ $\bigcirc \frac{1}{3}$
- $4 \frac{1}{2}$ 5 1

5. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 + 3xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 를 만족시키는 x, y에

대하여 x+y의 최댓값은? [4.0점]

- \bigcirc 1
- ② 2
- ③ 3
- 45

- **6.** 원 $x^2 + y^2 + 8x = 9$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 다음 직선 y=x에 대하여 대칭이동한 원은 x축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 이때 선분 AB의 길이는? [4.1점]
- \bigcirc 2
- 2 4
- 3 6
- **4** 8
- ⑤ 10

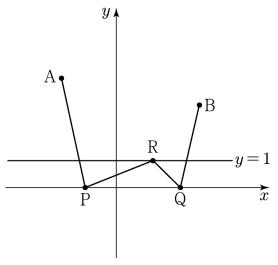
- **7.** 원점에서 직선 2x + y + 4 k(x + y) = 0까지의 거리의 최댓 값은?(단, k는 실수이다.) [4.2점]
- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

- **8.** 일차부등식 $|x-1|+|x+1| \le 4$ 를 만족하는 정수 x의 개 수는? [4.3점]
- ① 1
- ② 2 ③ 3

- 45

- **?.** 다음 〈보기〉 중 옳은 것만을 모두 고른 것은? [4.5점]
 - ㄱ. 점 $(1,\ 1)$ 을 지나는 직선 ax+by+2=0이 원점까지의 거리가 $\frac{1}{2}$ 일 때, 두 실수 a, b에 대하여 ab=-6이다.
 - ㄴ. 두 점 A(3, 7), B(4, 9)에 대하여 선분 AB를 1:2로 외분하는 점을 지나고, 직선 AB에 수직인 직선의 방정 식을 ax+2y+b=0이라 할 때, 실수 a의 값은 1이다.
 - ㄷ. 두 점 $P(2, \sqrt{5})$, Q(3, -4)에 대하여 $\angle POQ$ 의 이동 분선과 선분 PQ의 교점의 y좌표는 $\frac{5\sqrt{5}-12}{8}$ 이다.
 - \mathbf{a} . 점 (2, 3)에서 두 직선 x+y-1=0, x-2y+a=0에 이르는 거리가 같을 때, 모든 실수 a의 값의 곱은 24이 다.
- ① 7, L, ⊏
- ② 7, L, 2
- ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ
- ④ L, C, 2
- ⑤ 7, 6, 6, 2

10. 좌표평면 위에 두 점 A(-2, 4), B(3, 3)이 있다. x축위의 두 점 P, Q와 직선 y=1 위의 점 R에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PR}+\overline{RQ}+\overline{QB}$ 의 최솟값을 m이라 할 때, m^2 의 값은? [4.6점]



- ① 100
- ② 102
- ③ 104

- **4** 106
- ⑤ 108

- ** 좌표평면에서 삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 직선 *l*이 다음 조건을 만족한다.
 - (가) 직선 l과 선분 BC는 한 점에서 만난다.
 - (나) 두 점 B, C에서 직선 l에 이르는 거리는 각각 24, 9이 다
- 이때, 삼각형 ABC의 무게중심에서 직선 l에 이르는 거리는? [4.7점]
- \bigcirc 3
- ② 5
- ③ 7

- **4** 9
- ⑤ 11

- $\mathbf{12}$ 직선 y=2x가 이차함수 $y=x^2+ax+1-a$ 의 그래프와 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 원점 O에 대하여 점 B가 선분 OA를 4:3으로 외분하는 점이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4.8점]

- $4 \frac{11}{4}$ $5 \frac{9}{4}$

 $oxed{13}$. 자연수 k에 대하여 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - 2(k+2) - 2k - 5 \le 0 \\ x^2 - (k+5)x + 2k + 6 \ge 0 \end{cases}$$

- 을 만족시키는 정수 x의 개수를 f(k)라 하자. 이때, $f(k^2)$ = 128을 만족시키는 k의 값은? [5.0점]
- ① 11 ② 12

- (4) 14
- ⑤ 15

- ■4. 좌표평면 우귀에 세 점 A(7, 0), B(7, 7), C(0, 7)이 있 다. 워 $x^2 - 2ax + y^2 - 4ay + 5a^2 - 1 = 0$ 이 삼각형 ABC의 내 부에 존재하도록 하는 실수 a의 값의 범위는 p < a < q이다. 이때, 3p-2q의 값은? [5.2점]
- ① $\sqrt{2}-1$
- ② $\sqrt{2} + 1$
- $3\sqrt{2}+2$
- $4 2\sqrt{2}-1$
- ⑤ $2\sqrt{2}+1$

2023년 여름 : 수학상 명덕고

[서답형 1]

15. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2 - 2kx \ge -3k - 4$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오. [7점]

[서답형 2]

나 무 점 A(-1, 2), B(4, 3)에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 중점 좌표를 구하시오. [7점]

[서답형 3]

■ 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 세 점 A(0, 6), B(-2, -3), C(2, 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [8점]

[서답형 4]

8. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ 의 넓이를 이등분하는 두 직 선이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접할 때, 두 직선과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [8점]

[서답형 5]

19. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 원

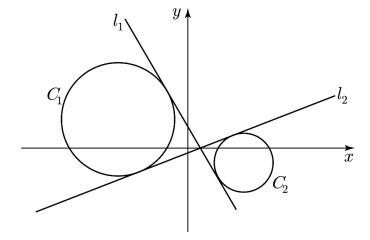
$$C_1: (x+5)^2 + (y-2)^2 = 16$$
,

$$C_2:(x-4)^2+(y-a)^2=4$$

에 대하여 두 직선 $l_{\mathrm{1}},\ l_{\mathrm{2}}$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) 두 직선 $l_{\mathrm{1}},\ l_{\mathrm{2}}$ 의 교점의 좌표는 $(b,\ 0)$ 이다.
- (나) 두 직선 l_1 , l_2 는 두 원 C_1 , C_2 에 모두 접한다.

두 직선 l_1 , l_2 의 기울기를 각각 m_1 , m_2 라 할 때, $\frac{ab}{m_1m_2}$ 의 값을 구하시오. (단, a<0) [10점]



- 6 -

- 1. 정답 ③
- 2. 정답 ②
- 3. 정답 ④
- 4. 정답 ①
- 5. 정답 ③
- 6. 정답 ③
- 7. 정답 ④
- 8. 정답 ⑤
- 9. 정답 ①
- 10. 정답 ④
- 11. 정답 ②
- 12. 정답 ⑤
- 13. 정답 ①
- 14. 정답 ②
- 15. 정답 -1 ≤ k ≤ 4
- 16. 정답 (1, 5)
- **17**. 정답 15
- 18. 정답 $\frac{27}{8}$
- 19. 정답 $\frac{5}{3}$