

제 2 교시

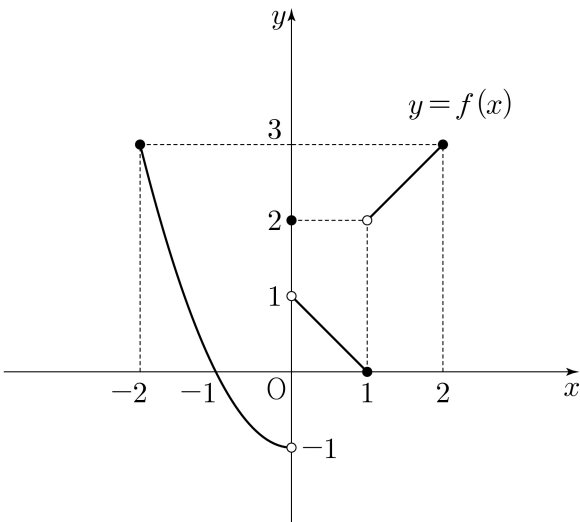
수학 영역

5지선다형

1. $5^{\sqrt{2}+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1 ④ 5 ⑤ 25
2. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^6 (2a_k - 1) = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [3점]
- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 2)(x^2 + x - 3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선이
점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\cos(\theta - \pi) = \frac{3}{5}$ 이고 $\tan \theta < 0$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

8. 두 양수 a, b 가

$$\log_{\sqrt{2}} a + \log_2 b = 2, \quad \log_2 a + \log_2 b^2 = 7$$

을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

9. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고,
함수 $2f(x)+1$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 하자.

$G(3) = 2F(3)$ 일 때, $G(5) - 2F(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터
제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 1, \quad \sum_{k=1}^6 (-1)^k S_k = 21$$

일 때, $S_2 + S_7$ 의 값은? [4점]

- ① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 69

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 10t + 7$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
 ㄴ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 3이다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 상수 $a(a > 1)$ 과 양수 t 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 과 두 직선 $x = t$, $x = 2t$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 삼각형 ACB의 넓이가 8일 때, $a \times t$ 의 값은? [4점]

- ① $2^{\frac{9}{4}}$ ② $2^{\frac{23}{8}}$ ③ $2^{\frac{7}{2}}$
 ④ $2^{\frac{33}{8}}$ ⑤ $2^{\frac{19}{4}}$

13. 함수 $f(x) = x^2 + 6x + 12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$ 의 값이 존재한다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 양수 k 에 대하여 집합 $\left\{x \mid 0 \leq x < \frac{3k\pi}{2}, x \neq \frac{k\pi}{2}\right\}$ 에서

정의된 함수 $f(x) = \tan \frac{x}{k}$ 가 있다. 점 $P(0, p)$ ($p > 0$)을 지나며

x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는

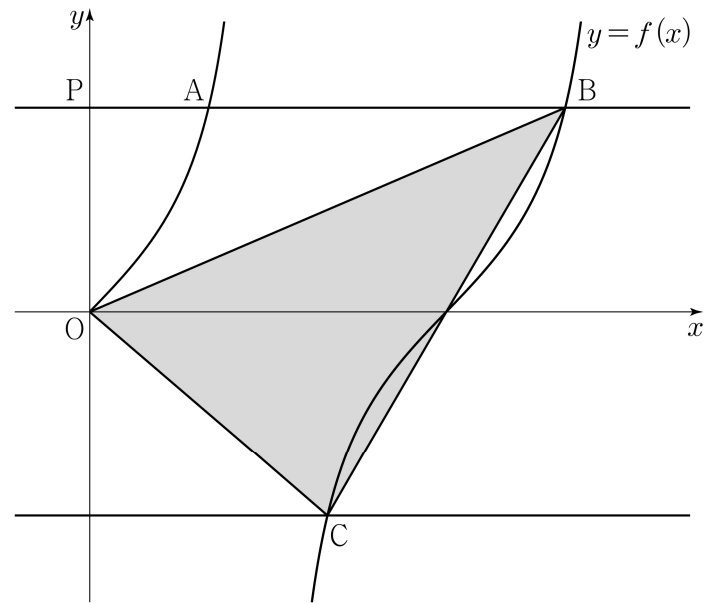
두 점을 A, B ($\overline{PA} < \overline{PB}$)라 하고,

직선 $y = -p$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C 라

하자. $\overline{AB} = 3\overline{PA}$ 이고 삼각형 OCB 의 넓이가 $\frac{5\pi}{3}$ 일 때,

$k+p$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{13\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$
④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{3}}{9}$



15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x = 2$, $x = 6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n + 2$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 이고
 $f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

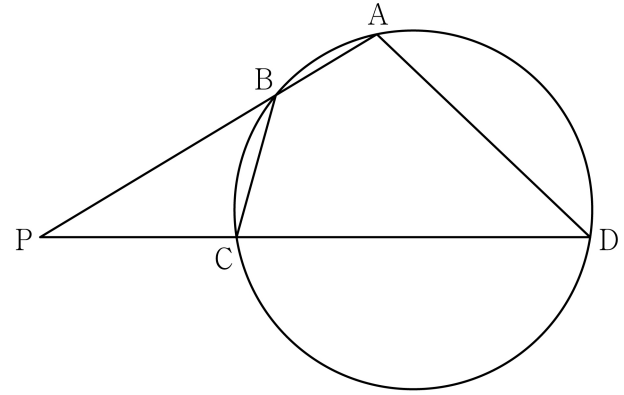
18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 6, \quad 2a_5 - a_4 = 15$$

일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 5a$ 의 극솟값이 a 일 때,
함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

20. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고
 $\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 3$, $\overline{BC} < \overline{AD}$ 일 때, 직선 AB와 직선 CD가
만나는 점을 P라 하자.



다음은 $\overline{PB} : \overline{PC} : \overline{BC} = 7 : 5 : \sqrt{14}$ 이고 $\overline{AD} = 4\sqrt{13}$ 일 때,
삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다.

$\angle BPC = \theta$ 라 할 때, $\overline{PB} : \overline{PC} : \overline{BC} = 7 : 5 : \sqrt{14}$ 이므로
삼각형 BPC에서 코사인법칙에 의하여 $\cos \theta = \frac{6}{7}$ 이다.
 $\overline{PB} : \overline{PC} = 7 : 5$ 에서 $\overline{PB} = 7k$, $\overline{PC} = 5k$,
 $\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 3$ 에서 $\overline{AB} = l$, $\overline{CD} = 3l$ 이라 하자.
원의 성질에 의하여
삼각형 BPC와 삼각형 DPA가 서로 닮음이므로
 $\overline{PB} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$ 이고, $l = \boxed{\text{(가)}} \times k$ 이다.
삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가 1 : $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로
 $\overline{BC} = \frac{1}{\boxed{\text{(나)}}} \times \overline{AD}$ 이다.
따라서 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 할 때,
삼각형 BPC에서 사인법칙에 의하여 $R = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 이라 할 때,
 $p + q + r$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

이다.

22. 곡선 $y = \log_2 x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다.

점 A에서 직선 $y = x$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고,
점 B를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때,
네 점 A, B, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \text{ (직선 AP의 } y \text{ 절편)} - \text{(직선 BQ의 } y \text{ 절편)} = \frac{13}{2}$$

$$(나) \text{ 직선 AB의 기울기는 } \frac{6}{7} \text{ 이다.}$$

사각형 APQB의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① e ② $2e$ ③ $3e$ ④ $4e$ ⑤ $5e$

24. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e - 2$ ② $\frac{e - 1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
④ $e - 1$ ⑤ $\frac{e + 1}{2}$

25. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+n}} = 6$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은? [3점]
- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

26. 곡선 $y = \frac{3}{x-1} (x > 1)$ 이 두 직선 $y = 1, y = 3$ 과 만나는 점을
 각각 A, B라 하자. 곡선 $y = \frac{3}{x-1} (x > 1)$ 과 직선 AB로
 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]
- ① $4 - 3\ln 3$ ② $3 - 3\ln 2$ ③ $4 - 2\ln 3$
 ④ $3 + 3\ln 2$ ⑤ $3 + 3\ln 3$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.
 함수 $f(x^3 + x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 $f(2) = 1$, $f'(2) = 8g'(1) - 1$ 이다. $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

28. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수
 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = g(x) - \tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0) \times (g(0))^2$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 0$, $f''(\pi) = 0$

(나) $\sin g(\pi) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{3\pi}{2}$

- ① -12 ② -6 ③ -1 ④ 3 ⑤ 9

단답형

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 < 10$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3이고,
이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 는

모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{1 + x f'(x)} \right)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 4 \ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x) dx = 34, \quad \int_1^2 x g(x) dx = 53$$

일 때, $\int_1^2 x e^{f(x)} dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.