

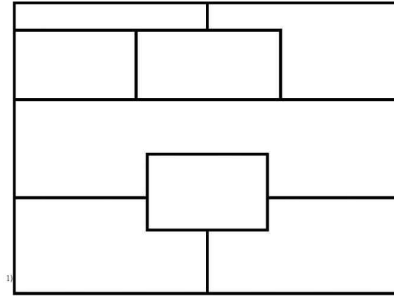
17. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가  $A+B=2E$ ,  $AB=O$ 를 만족시킬 때,  $A^2+B^2$ 을 간단히 한것은?

- ①  $E$                       ②  $2E$                       ③  $4E$   
 ④  $6E$                       ⑤  $8E$

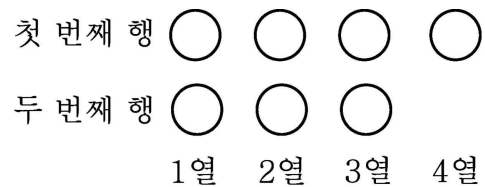
### 서술형

18. 이차부등식  $x^2+ax+4 \geq -x^2+6x+a-k$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하게 하는 정수  $a$ 의 개수가 19일 때, 가능한 모든 정수  $k$ 의 값의 합을 구하시오. [5점]

19. 그림과 같이 8개의 영역으로 나뉜 그림을 서로 다른 5가지 색을 이용하여 칠하려고 한다. 8개의 영역에 같은 색을 중복하여 이용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 색을 칠하는 경우의 수는  $n \times 5!$ 이다.  $n$ 의 값을 구하시오. [4점]

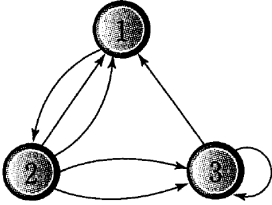


20. 그림과 같은 7개의 좌석에 3쌍의 커플이 모두 앉으려고 한다. 커플끼리는 같은 행의 이웃한 자리에 앉거나 같은 열에 앉아야 한다고 할 때, 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [5점]



NGE

21. 그림은 각 지점사이의 일방 통행로를 화살표로 나타낸 것이다. 행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$ 를  $i$ 지점에서  $j$ 지점으로 가는 길의 개수로 정의할 때, 행렬  $A = (a_{ij})$ 를 구하여라. (단,  $i, j = 1, 2, 3$ )



22.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때,  $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

## 빠른정답

- |        |           |   |
|--------|-----------|---|
| 1) ⑤   | 2) ②      | 3) ④  |
| 4) ③   | 5) ①      | 6) ①  |
| 7) ②   | 8) ④      | 9) ②  |
| 10) ③  | 11) ③     | 12) ②   |
| 13) ①  | 14) ④     | 15) ④   |
| 16) ③  | 17) ③     | 18) 23  |
| 19) 84 | 20) 336가지 | 21) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 22) -2 |           |   |

## 정답 및 풀이

1) ⑤

$$1) 3x+2 \leq x+6$$

$$x \leq 2$$

$$2) x+6 \leq 2x+10$$

$$x \geq -4$$

$$-4 \leq x \leq 2$$

$$\alpha + \beta = -4 + 2 = -2$$

2) ②

$$1) x^2 + 3x - 1 < 9$$

$$(x+5)(x-2) < 0, -5 < x < 2$$

$$2) x^2 - ax < 0$$

$$x(x-a) < 0$$

①  $a < 0$ 일 때

$$a < x < 0$$

$\beta - \alpha$ 의 값이 최대일 때,

$$\beta - \alpha = 0 - (-5) = 5$$

$a$ 의 최댓값은 -5

②  $a = 0$ 일 때 해가 없다

③  $a > 0$

$$0 < x < a$$

$\beta - \alpha$ 의 값이 최대일 때,

$$\beta - \alpha = 1 - 0 = 1$$

3) ④

세 변의 길이가 각각 4,  $x$ ,  $y$

$$\text{둘레의 길이가 } 10 = 4 + x + y$$

$$y = 6 - x$$

1) 모든 변의 길이는 0보다 크므로

$$x > 0, 6 - x > 0$$

$$0 < x < 6$$

2) 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크다

$$4 < x + 6 - x$$

$$x < 6 - x + 4$$

$$6 - x < x + 4$$

$$1 < x < 5$$

$$3) ① 4^2 < x^2 + (6-x)^2$$

$$x^2 - 6x + 10 > 0 \text{ 모든 실수}$$

$$② x^2 < (6-x)^2 + 4^2$$

$$x < \frac{13}{3}$$

③  $(6-x)^2 < x^2 + 4^2$

$x > \frac{5}{3}$

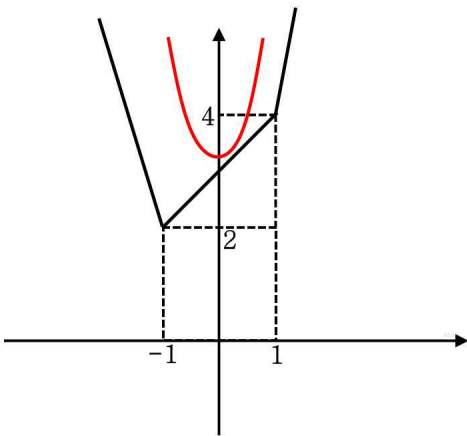
공통 범위는  $\frac{5}{3} < x < \frac{13}{3}$

$\beta - \alpha = \frac{13}{3} - \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$

4) ③

$y = 2|x+1| + |x-1|$

$y = \begin{cases} -3x-1 & (x < -1) \\ x+3 & (-1 \leq x < 1) \\ 3x+1 & (x \geq 1) \end{cases}$



그림과 같이  $y = x^2 + k$ 가  $y = x + 3$ 보다 위에 있거나 접하면 된다

$x^2 + k = x + 3$

$x^2 - x + k - 3 = 0$

$D = (-1)^2 - 4(k-3) \leq 0$

$k \geq \frac{13}{4}$

최솟값은  $\frac{13}{4}$

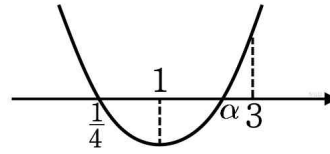
5) ①

1) 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ bx^2 - ax + 1 \geq 0 \end{cases}$ 의 해가

$x > 3$  또는  $x \leq \frac{1}{4}$ 이므로

$(x-1)(x-3) > 0$ ,  $x < 1$  또는  $x > 3$

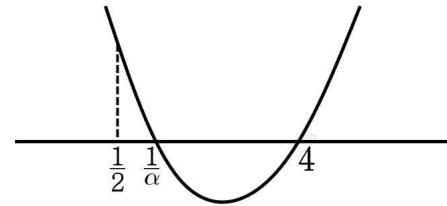
$bx^2 - ax + 1 = 0$ 의 두 근을  $\frac{1}{4}$ ,  $\alpha$ 라 하자.



2) 연립부등식  $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \\ x^2 - ax + b < 0 \end{cases}$ 의 해가 없으므로

$(2x-1)(x+3) \leq 0$ ,  $-3 \leq x \leq \frac{1}{2}$

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이  $\frac{1}{\alpha}$ , 4이다.



$\frac{1}{\alpha} + 4 = a$ ,  $\frac{1}{\alpha} \times 4 = b$ 이므로

$a+b$ 가 최소인 경우는  $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2}$

$a = \frac{9}{2}$ ,  $b = 2$ ,  $a+b = \frac{13}{2}$

6) ①

A와 B가 서로 이웃하도록 줄을 서는 경우의 수는  $3! \times 2 = 12$

7) ②

두 과목의 참고서 7권 중에서 각 과목별로 적어도 한 권씩 총 3권을 구매하는 경우의 수는 전체 7권 중 3권을 고른 후 국어 참고서만 3권 고르는 경우, 수학 참고서만 3권 고르는 경우를 빼면 된다.

${}_7C_3 - {}_4C_3 - {}_3C_3 = 35 - 4 - 1 = 30$ 가지이다.

8) ④

$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8$ 중 어느 두 수의 합은 모두 다르므로 구하는 경우의 수는 8개의 수를 2개, 2개, 2개, 2개의 네 조로 나눈 다음 크기순대로 1열, 2열, 3열, 4열에 배치 후 2개의 수의 자리를 바꾼 경우의 수와 같다.

${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} \times 2^4 = 1680$ 가지

9) ②

16. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $E + A^3 + A^5 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때,

$a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 11                      ② 30                      ③ 33  
④ 44                      ⑤ 55

17. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A^4 + 2A^3 + 4A - E$ 는?

- ①  $\begin{pmatrix} -11 & 8 \\ 25 & 1 \end{pmatrix}$               ②  $\begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -15 & 4 \end{pmatrix}$               ③  $\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 8 & -20 \end{pmatrix}$   
④  $\begin{pmatrix} 25 & 11 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$               ⑤  $\begin{pmatrix} 25 & 11 \\ -11 & -8 \end{pmatrix}$

## 서술형

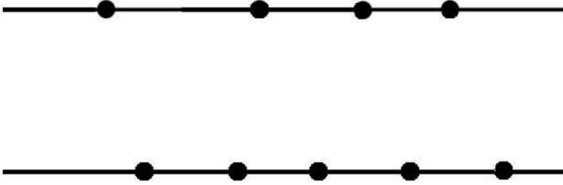
18.  $x$ 에 대한 연립일차부등식  $7 \leq ax - 4 \leq 6x + 2$ 를

만족시키는 정수  $x$ 의 개수가 1 이상 4 이하가 되도록 하는 모든 정수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [5.0점]

19.  $x$ 에 대한 이차부등식  $(2a^2 - 3a - 35)x^2 - 17x - 2 > 0$ 을

만족시키는  $|x| \leq 30$ 인 서로 다른 정수  $x$ 의 개수가 60이 되도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수를 구하시오. (단,  $-300 \leq a \leq 300$ 이다.) [5.1점]

20. 다음 그림과 같이 평행한 두 직선 위에 점 9개가 있다.  
이 중에 점 4개를 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수를 구하시오.



21. 8개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4를 아래의 그림과 같이 8칸으로 나누어진 직사각형의 각 칸에 한 개씩 써넣으려고 한다. 각 행에 있는 네 수의 합이 서로 같은 경우의 수를 구하시오. [6점]

	1열	2열	3열	4열
	↓	↓	↓	↓
1행 ⇒				
2행 ⇒				

22. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $2B - X = X - (A + B)$ 를 만족시키는 행렬  $X$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.



6) ②

$$5 = 4 + 1$$

$$= 3 + 2 = 3 + 1 + 1$$

$$= 2 + 2 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

이므로 총 7가지

7) ①

청소 반장을 뽑는 경우의 수는  ${}_6C_1$

나머지 당번을 뽑는 경우의 수는  ${}_5C_2$

$$\therefore 6 \times 10 = 60$$

8) ③

가영이와 나영이를 양 끝에 세우는 방법의 수는  $2!$

가운데 나머지 3명의 학생을 세우는 방법의 수는  $3!$

$$\therefore 2! \times 3! = 12$$

9) ④

빈 의자를 4개 먼저 깔아두면 사이사이에 5자리의 빈 공간이 생긴다.

학생 4명 중 2명을 골라 이웃하게 만들어 주고  ${}_4C_2$

5자리의 사이사이 중 3곳에 사람을 앉히고  ${}_5P_3$

이웃하는 학생끼리 위치를 바꿀 수 있으므로 2

$$\text{총 경우의 수는 } {}_4C_2 \times {}_5P_3 \times 2 = 720$$

10) ③

(i) 남학생 3명 여학생 7명이 선수가 되는 경우

여학생 중 선수가 되지 않는 학생을 고르고 8

남학생 3명의 여학생 짝을 고르고  ${}_7P_3$

나머지 4명의 학생이 짝이 되는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$$

$$\text{따라서 } 8 \times {}_7P_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2} = 5040$$

(ii) 남학생 2명 여학생 8명이 선수가 되는 경우

남학생 중 선수가 되지 않는 학생을 고르고 3

남학생 2명의 여학생 짝을 고르고  ${}_8P_2$

나머지 6명의 학생이 짝이 되는 경우의 수는

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!}$$

$$\text{따라서 } 3 \times {}_8P_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = 2520$$

(i), (ii)에 의해 모든 경우의 수는

$$5040 + 2520 = 7560$$

11) ①

주어진 경우의 수는 6개의 공을 보관함에 넣는 경우의

수에서 주어진 조건을 만족하는 경우의 수를 빼주면 된다.

6개의 공을 보관함에 넣는 경우의 수는 숫자가 들어간

공만 배열하면 되면 나머지 흰 공은 자동으로 배열되므로

$${}_6P_3 = 120$$

(나) 조건에서 흰 공을 ABD, ADE, BCF, CEF에 배치하고

나머지 숫자 공을 배열하는 경우의 수를 빼주면 되므로

$$4 \times 3!$$

$$120 - 4 \times 3 = 120 - 24 = 96$$

12) ③

5명의 학생을 A, B, C, D, E라 놓으면 주어진 조건을

만족하는 경우의 일부는 다음과 같다.

A	B	C	D	E
B	D	A	E	C
B	E	A	C	D
B	C	E	A	D
B	E	D	A	C
B	C	D	E	A
B	D	E	C	A

A의 위치에 B가 오는 경우의 수가 4이고 나머지 C, D,

E가 오는 경우의 수도 같은 정도로 배열되므로

$$\text{모든 경우의 수는 } 6 \times 4 = 24$$

13) ⑤

모든 공의 총 점수의 합은

$$1 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 2 = 21$$

따라서 무승부가 나오는 경우는 다음과 같다.

(i) 동점인 점수가 9점인 경우

나머지 한 명은 3점이어야 하고 3점인 사람을 정하는 수 3

9점인 경우 검은 공 2개, 흰 공 1개를 갖거나 빨간 공

3개를 가지면 된다. 따라서 두 경우 중 한 가지를 정하는

수 2

$$\text{따라서 동점인 점수가 9점인 경우의 수는 } 3 \times 2 = 6$$

(ii) 동점인 점수가 8점인 경우

나머지 한 명은 5점이어야 하고 5점인 사람을 정하는 수 3

8점인 경우 검은 공 1개, 빨간 공 1개, 흰 공 1개를 가져야

하므로 8점인 사람의 경우의 수는 같다.

따라서 동점인 점수가 8점인 경우의 수는 3

(iii) 동점인 점수가 7점인 경우

세 명 모두 7점인 경우는 존재하지 않는다.

(iv) 동점인 점수가 6점인 경우

나머지 한 명은 9점이어야 하고 9점인 사람을 정하는 수 3

6점인 경우 검은 공 1개, 흰 공 2개를 가져야 하므로

6점인 사람의 경우의 수는 같다.

따라서 동점인 점수가 6점인 경우의 수는 3

(v) 동점인 점수가 5점인 경우

나머지 한 명은 11점이어야 하고 11점인 사람을 정하는 수

3