

Lecture 12 - Higher Order Derivatives and Three Slope Equations

Definición 1. Al tomar la derivada de la derivada, se obtiene la segunda derivada, etc. Para $y = f(x)$,

primera derivada	$\frac{d}{dx}y = y'$
segunda derivada	$\frac{d^2}{dx^2}y = y''$
tercera derivada	$\frac{d^3}{dx^3}y = y'''$
cuarta derivada	$\frac{d^4}{dx^4}y = y^{(4)}$

Ejemplo 1. Encuentre las primeras cuatro derivadas de

1. $y = x^3 + 2x - 1$

2. $y = x^4 - x^{-4}$

3. $y = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x}}$

Nota 1. Una calculadora estima la derivada de f en $x = a$ utilizando un error de $\pm h$. Es decir,

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{(a+h) - (a-h)} = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$$

Ejemplo 2. Qué obtendría su calculadora si le pidiera la derivada de $f(x) = |x|$ en $x = 0$ con $h = 0.001$. Recuerde que la derivada está indefinida.

Ejemplo 3. Utilizando $h = 0.001$, encuentre la derivada de

1. $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en $x = 0$

2. $f(x) = x^3 - x$ en $x = 0$

Definición 2. 1. Razón de cambio promedio = $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

2. Definición de derivada

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

3. Pendiente de una curva f en $x = a$

$$f'(a) = m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

4. Derivada de f en $x = a$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Ejemplo 4. Calcule $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(e + h) - 1}{h}$.

Ejemplo 5. Determine la veracidad de las siguientes expresiones para f y

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2 + h) - f(2)}{h} = 5$$

1. f es continua en $x = 2$.
2. f es diferenciable en $x = 2$.
3. La derivada de f es continua en $x = 2$.