

### Lecture 3 - Limits involving infinity

Hoy trabajaremos con límites que involucran al infinito. A diferencia de límites definidos, los límites hacia el infinito no se pueden evaluar dado que infinito no es un número.

**Ejemplo 1.** Evalúe

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 5}$
2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 5}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 5}$
4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 5}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 5}{x^2 + 3x + 2}$
6.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 5}{x^2 + 3x + 2}$

Por otro lado, también es posible obtener límites indefinidos.

**Ejemplo 2.** Evalúe

1.  $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{1}{x - 7}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{1}{x - 7}$

Si  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$ , entonces  $y = b$  es una asíntota horizontal de  $f$ .

Si  $\lim_{x \rightarrow a^\pm} f(x) = \pm\infty$ , entonces  $x = a$  es una asíntota horizontal de  $f$ .

**Ejemplo 3.** Encuentre las asíntotas horizontales de  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

**Ejemplo 4.** Encuentre las asíntotas verticales de  $f(x) = \frac{3x + 2}{x - 5}$  y determine el comportamiento a la izquierda y derecha de cada asíntota.

Tarea: Encuentre  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y cualquier asíntota horizontal de  $f(x)$  en la Sección 2.2, ejercicios 1-6.

**Ejemplo 5.** Evalúe

1.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

2.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sin 2x}{x}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{e^{-x}}{x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3 - x + 1}{x + 3}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x + 1}{|x| + 2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{e^x - 1}{e^x + 3}$