

## Lecture 5 - Intermediate Value Theorem

**Teorema 1** (Valor medio). Si  $f(x)$  es una función continua en un intervalo cerrado  $[a, b]$ , entonces para cada  $d$  tal que  $f(a) \leq d \leq f(b)$  o  $f(b) \leq d \leq f(a)$ , existe  $c \in [a, b]$  tal que  $f(c) = d$ .

**Ejemplo 1.** Sea  $f$  una función continua en el intervalo cerrado  $[-3, 6]$ . Si  $f(-3) = -1$  y  $f(6) = 3$ , entonces el teorema del valor medio garantiza que:

1.  $f(0) = 0$
2.  $f'(c) = \frac{4}{9}$  para algún  $c$  tal que  $-3 \leq c \leq 6$
3.  $-1 \leq f(x) \leq 3$  para todo  $x$  tal que  $-3 \leq x \leq 6$
4.  $f(c) = 1$  para algún  $c$  tal que  $-3 \leq c \leq 6$ .
5.  $f(c) = 0$  para algún  $c$  tal que  $-1 \leq c \leq 3$ .

**Ejemplo 2.** Sea  $f$  una función diferenciable en el intervalo abierto  $(1, 10)$ . Si  $f(2) = -5$ ,  $f(5) = 5$  y  $f(9) = -5$ , determine la veracidad de las expresiones:

1.  $f$  tiene por lo menos 2 raíces.
2. El gráfico de  $f$  tiene por lo menos una asíntota horizontal.
3. Para algún  $c$ ,  $2 < c < 5$ ,  $f(c) = 3$ .

**Ejemplo 3.** Un carro viaja en línea recta. En el intervalo  $0 \leq t \leq 60$  segundos, la velocidad  $v$  y aceleración  $a$  del carro son funciones continuas. La tabla siguiente muestra los valores de estas funciones. Para  $0 < t < 60$ , determine si existe  $t$  tal que  $v(t) = -5$  o  $a(t) = 0$ .

$t$ (s)	0	15	25	30	35	50	60
$v(t)$ (ft/s)	-20	-30	-20	-14	-10	0	10
$a(t)$ (ft/s <sup>2</sup> )	1	5	2	1	2	4	2

**Ejemplo 4.**Cuál de las siguientes rectas es una asíntota horizontal para  $f(x) = \frac{3x^3 - x^2 + x - 7}{2x^3 + 4x - 5}$

1.  $y = \frac{3}{2}x$
2.  $y = 0$
3.  $y = 2/3$
4.  $y = 7/5$
5.  $y = 3/2$