

Lecture 28 - Mean Value Theorem

Teorema 1. Si $f(x)$ es continua sobre $[a, b]$ y diferenciable en (a, b) , entonces existe algún $c \in (a, b)$ donde

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Es decir, para algún valor en (a, b) la derivada de f es igual a la razón de cambio promedio sobre $[a, b]$.

Ejemplo 1. Determine si la función satisface la hipótesis del teorema anterior y, de ser así, encuentre c .

1. $f(x) = x^2$ en $[0, 2]$.
2. $f(x) = \frac{1}{x}$ en $[-1, 1]$.
3. $f(x) = \frac{1}{x}$ en $[1, 2]$.

Ejemplo 2. Una función continua y diferenciable tiene ceros en $x = 2, 4$ y es positiva en $(2, 4)$. Pruebe que tal función tiene por lo menos un máximo.

Ejemplo 3. Mientras manejaba la bicicleta, usted viajó 42 millas a lo largo de 3 horas. Pruebe que en algún momento usted estaba viajando exactamente a 14 millas por hora.