

Versuch 102

## Drehschwingungen

Richard Leven  
richard.leven@udo.edu

Joell D. Jones  
joell-david.jones@udo.edu

Durchführung: 17.12.2019

Abgabe: 07.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Schubmodul $G$ . . . . .	3
2.2 Poissonsche Querkontraktionszahl $\mu$ & Kompressionsmodul $Q$ . . . . .	6
2.3 Magnetisches Moment . . . . .	6
2.4 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung . . . . .	6
<b>3 Aufbau</b>	<b>7</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>10</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>10</b>
<b>6 Diskussion</b>	<b>11</b>
<b>7 Anhang</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>17</b>

## 1 Ziel

Bestimmung des Schubmoduls  $G$ , der Poissonschen Querkontraktionszahl  $\mu$  und des Kompressionsmoduls  $Q$  eines metallischen Torsionsdrahts. Bestimmung des magnetischen Moments  $m$  eines Permanentmagneten.

## 2 Theorie

### 2.1 Schubmodul $G$

Das Schubmodul oder auch Torsionsmodul  $G$  bezeichnet die Gestaltselastizität eines Körpers.

Wenn ein Körper um einen Winkel  $\alpha$  verbogen wird, so entsteht eine Schubspannung  $\tau$ . Die Beziehung zwischen beiden Größen wird mit  $G$  beschrieben:

$$\tau = G\alpha \quad (1)$$

Um einen zylindrischen Draht zu verdrehen, braucht es zwei tangentielle entgegengesetzte Kräfte  $\vec{K}$  und  $-\vec{K}$ , die das Drehmoment  $M$  des Drahtes mit Radius  $r$  mit

$$dM = r dK \quad (2)$$

beschreiben. Gleichzeitig kann die Schubspannung  $\tau$  durch

$$\tau = \frac{dK}{dF} \quad (3)$$

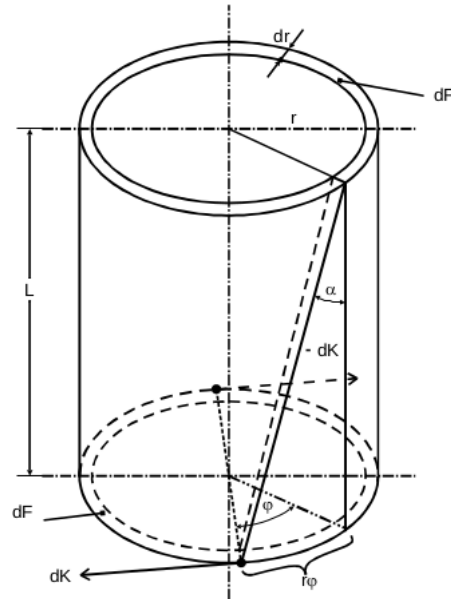
ausgedrückt werden, wobei  $dF$  für eine Flächeneinheit steht.

Aus Gleichung 1, Gleichung 2 und Gleichung 3 ergibt sich die Beziehung:

$$dM = r G\alpha dF \quad (4)$$

Die Abbildung 1 zeigt einen Zusammenhang aller nötigen Größen für die weitere Rechnung.

Wie zu erkennen ist, beschreibt der Torsionswinkel  $\phi$  einen Weg  $r_\phi$  entlang des verdrehten



**Abbildung 1:** Skizze zur Darstellung des Zusammenhangs der Rechnungsgrößen an einem zylindrischen Draht.

Außenrands.

$$\alpha = \frac{r_\phi}{L} \quad (5)$$

Der Flächeninhalt des Kreisringes in Abbildung 1 ergibt sich aus:

$$dF = 2\pi r dr \quad (6)$$

Zusammen ergeben (4), (5) und (6) die Gleichung für das Trägheitsmoment in differentieller Form:

$$dM = 2\pi \frac{G}{L} \phi r^3 dr \quad (7)$$

Über den Proberadius R integriert, lautet die Formel für M dann:

$$M = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{L} \phi \quad (8)$$

Die sogenannte Richtgröße des Zylinders lautet hierbei:

$$D := \frac{\pi G R^4}{2L} \quad (9)$$

Die resultierende Bewegungsgleichung des Systems setzt sich dann aus Gleichung 8 und der *Trägheit der rotierenden Masse* zusammen:

$$D\phi + \theta \frac{d^2\phi}{dt^2} = 0 \quad (10)$$

Die Lösung dazu lautet:

$$\phi(t) = \phi_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \quad \text{mit} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{D}} \quad (11)$$

Da an dem Draht eine Kugel hängt, lässt sich der Winkel  $\theta_{Kugel}$  durch

$$\theta_{Kugel} = \frac{2}{5} m_K R_K^2 \quad (12)$$

beschreiben, wobei  $m_K$  die Kugelmasse ist und  $R_K$  der Radius.

Aus Gleichung 9, Gleichung 11 und Gleichung 12 setzt sich G zusammen:

$$G = \frac{16}{5} \pi \frac{m_K R_K^2 L}{T^2 R^4} \quad (13)$$

## 2.2 Poissonsche Querkontraktionszahl $\mu$ & Kompressionsmodul $Q$

Sowohl  $\mu$  als auch  $Q$  hängen von  $G$  und dem Elastizitätsmodul  $E$  ab. Ihre Beziehung lässt sich durch

$$E = 2G(\mu + 1) \text{ und } E = 3(1 - 2\mu)Q \quad (14)$$

darstellen.

Die Querkontraktionszahl  $\mu$  ist eine elastische Konstante, die angibt, wie groß die Längenänderung eines gedehnten Körpers ist. Das Kompressionsmodul  $Q$ , ebenfalls eine elastische Konstante, gibt die Volumenänderung an.

## 2.3 Magnetisches Moment

Um ein magnetisches Moment mittels Torsion zu berechnen, verwendet man eine ähnliche Formel wie Gleichung 10, die  $m$  enthält. Nach  $m$  aufgelöst, lässt es sich dann durch

$$m = \frac{4\pi^2\theta}{T_B^2 B} - \frac{D}{B} \quad (15)$$

berechnen.

## 2.4 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Die bei der Auswertung verwendeten Größen wurden gemäß der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet. Die Formel dafür lautet:

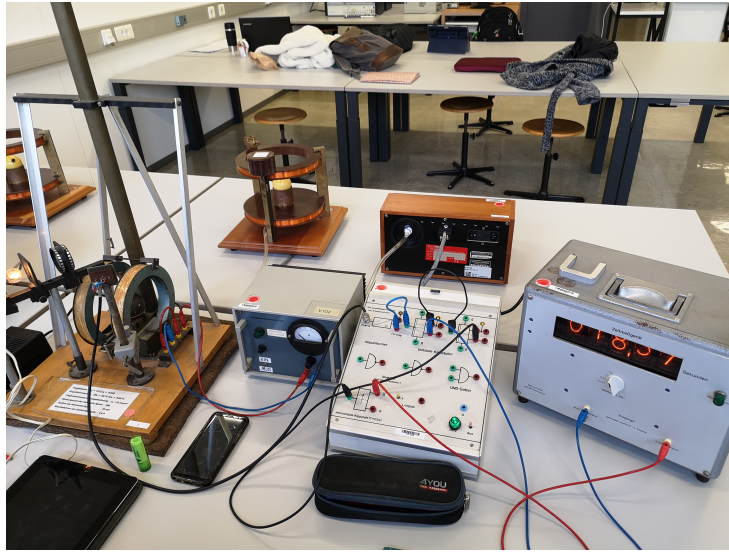
$$\overline{v_x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_j \quad (16)$$

für den Mittelwert der Messung, und

$$u_x = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{j=1}^N (v_j - \overline{v_x})^2} \quad (17)$$

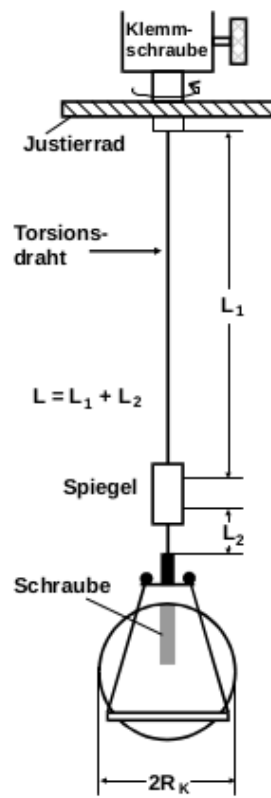
für die Unsicherheiten der Messwerte  $v_x$ .

### 3 Aufbau



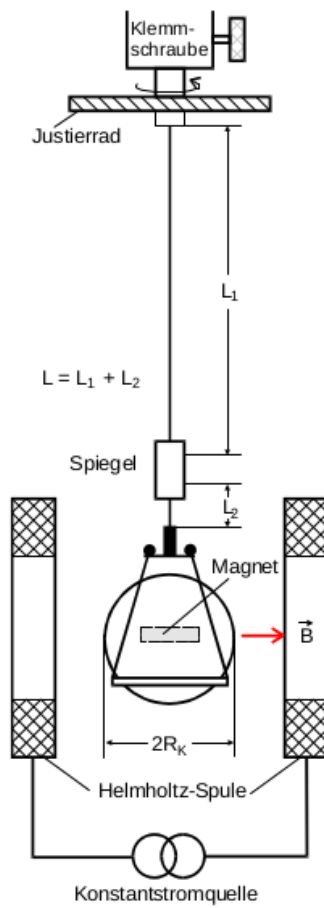
**Abbildung 2:** Aufbau der Schaltung und des Versuchsaapparats.

Der Aufbau des Experiments zur Bestimmung des Torsionsmoduls  $G$  ist in Abbildung 3 dargestellt. Eine erweiterte Form davon beinhaltet ein Helmholtz-Spulenpaar, wie in Abbildung 4 zu sehen ist:



**Abbildung 3:** Aufbau der Drehschwingung [1].





**Abbildung 4:** Aufbau der Drehschwingung mit Helmholtz-Spulen [1].

## 4 Durchführung

Zuerst werden die Uhr und der Schaltkreis, nach der Vorlage aufgebaut, sodass der Schaltkreis die Stoppuhr aktiviert sobald ein Lichtimpuls den Empfänger streift und erst stoppt, sobald der Empfänger das dritte mal gestreift wurde. Daraus ergibt sich die Dauer einer Periode.

Zuerst wird die Messung mit B-Feld vorgenommen. Es werden für 10 verschiedene Stromstärken je 10 Messungen vorgenommen und in einer Tabelle festgehalten (Tabelle 1). Mithilfe Gleichung 15 wird daraus das magnetische Moment  $m$  berechnet. Anschließend wird der Strom für die Spulen ausgeschaltet und es wird eine Messung mit je 10 Messwerten vorgenommen, um das Torsionsmodul  $G$  zu bestimmen. Zuletzt wird aus den Werten von  $G$  und  $E$  die Poisson'sche Querkontraktionszahl  $\mu$  und das Kompressionsmodul  $Q$  berechnet.

## 5 Auswertung

Die einzelnen magnetischen Momente unter Einwirkung verschiedener Stromstärken (dementsprechend ein variierendes, stärker werdendes Magnetfeld, dessen Formel legitimerweise dem Versuch 308 entnommen wurde [2]) lassen sich mithilfe der Gleichung 15 und Gleichung 12 berechnen.

Nun die Periodendauer der Schwingungen einmal unter Einfluss eines variierenden Magnetfeldes und einmal komplett ohne:

**Tabelle 1:** Tabelle der Messwerte (mit Magnetfeld)

$n$	$t$ [s] (0.1A)	$t$ [s] (0.2A)	$t$ [s] (0.3A)	$t$ [s] (0.4A)	$t$ [s] (0.5A)	$t$ [s] (0.6A)	$t$ [s] (0.7A)	$t$ [s] (0.8A)	$t$ [s] (0.9A)	$t$ [s] (1A)
1	12.34	9.86	8.31	7.23	6.47	5.92	5.48	5.12	4.88	4.80
2	12.31	9.84	8.30	7.23	6.47	5.91	5.48	5.12	4.89	4.78
3	12.28	9.83	8.29	7.22	6.46	5.91	5.47	5.11	4.89	4.77
4	12.30	9.81	8.28	7.21	6.47	5.91	5.48	5.12	4.88	4.76
5	12.26	9.80	8.27	7.21	6.46	5.91	5.47	5.11	4.84	4.74
6	12.24	9.77	8.25	7.20	6.45	5.90	5.48	5.11	4.84	4.74
7	12.22	9.76	8.26	7.20	6.45	5.89	5.48	5.11	4.86	4.72
8	12.21	9.75	8.25	7.18	6.45	5.89	5.49	5.12	4.88	4.71
9	12.20	9.73	8.23	7.20	6.44	5.90	5.47	5.11	4.85	4.70
10	12.18	9.73	8.23	7.18	6.45	5.88	5.48	5.10	4.85	4.70

$mB + D$  ist eine lineare Funktion. Durch eine lineare Regression und Gleichung 15 lässt sich das magnetische Moment berechnen:

$$m = 0.067 \pm 1.6 \cdot 10^{-5} Am^2 \quad (18)$$

Hier soll übrigens noch angemerkt sein, dass das Pendel vor dem Messen der Schwingungen bei 1 A, aufgrund der zu kleinen Veränderungen, noch einmal eingeschungen wurde.

**Tabelle 2:** Tabelle der Messwerte (ohne Magnetfeld)

$n$	$t$ [s]
1	18.615
2	18.613
3	18.609
4	18.609
5	18.616
6	18.638
7	18.629
8	18.606
9	18.597
10	18.617

Durch die Gleichung 13 und die beiden Gleichungen in der Gleichung 14 ergibt sich für  $G$ ,  $\mu$  und  $Q$  die gemittelten Werte:

$$G = (7.6 \pm 0.15) \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2} \quad (19)$$

$$\mu = 0.75 \pm 0.28 \quad (20)$$

$$Q = (-2.5 \mp 0.5) \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2} \quad (21)$$

## 6 Diskussion

Der Anstieg des magnetischen Moments ist in etwa linear, was zu erwarten ist, da der magnetische Moment proportional zur magnetischen Flussdichte ist. Es wirkt eine größere Kraft, was zu Folge hat, dass sich ein magnetisches Pol schneller und stabiler richtet, als davor. Es fällt zusätzlich auf, dass die Unsicherheit ebenfalls betragsmäßig linear ansteigt. Das bedeutet, dass die Unsicherheit größer wird je höher die Auslenkung ist.

Betrachtet man nun ein Pendel, welches in einem Magnetfeld schwingt, so wird ersichtlich, dass die Periodendauer geringer wird, je stärker das Magnetfeld, in das es sich befindet, ist. Dieses Verhalten stützt das Ergebnis der Theorie für die Schwingung in einem Magnetfeld. Laut Theorie wird die Periodendauer kleiner je größer die magnetische Flussdichte ist. Falls das Pendel jedoch in einer Feldfreien Zone schwingt, ist kaum eine Kraft, welche das Pendel irgendwie bremsen oder beschleunigen könnte (abgesehen von der Gravitation), vorhanden. Deshalb verändert sich die Periodendauer kaum bis gar nicht.

## **7 Anhang**

## V102 - Drehschwingungen

17. 12. 19

- 0) ~~1) 12,34 s~~ ~~12,34 s~~ 12,34 s  
2) 12,31 s  
3) 12,28 s  
4) 12,30 s x  
5) 12,26 s  
6) 12,24 s  
7) 12,22 s  
8) 12,21 s  
9) 12,20 s  
10) 12,18 s

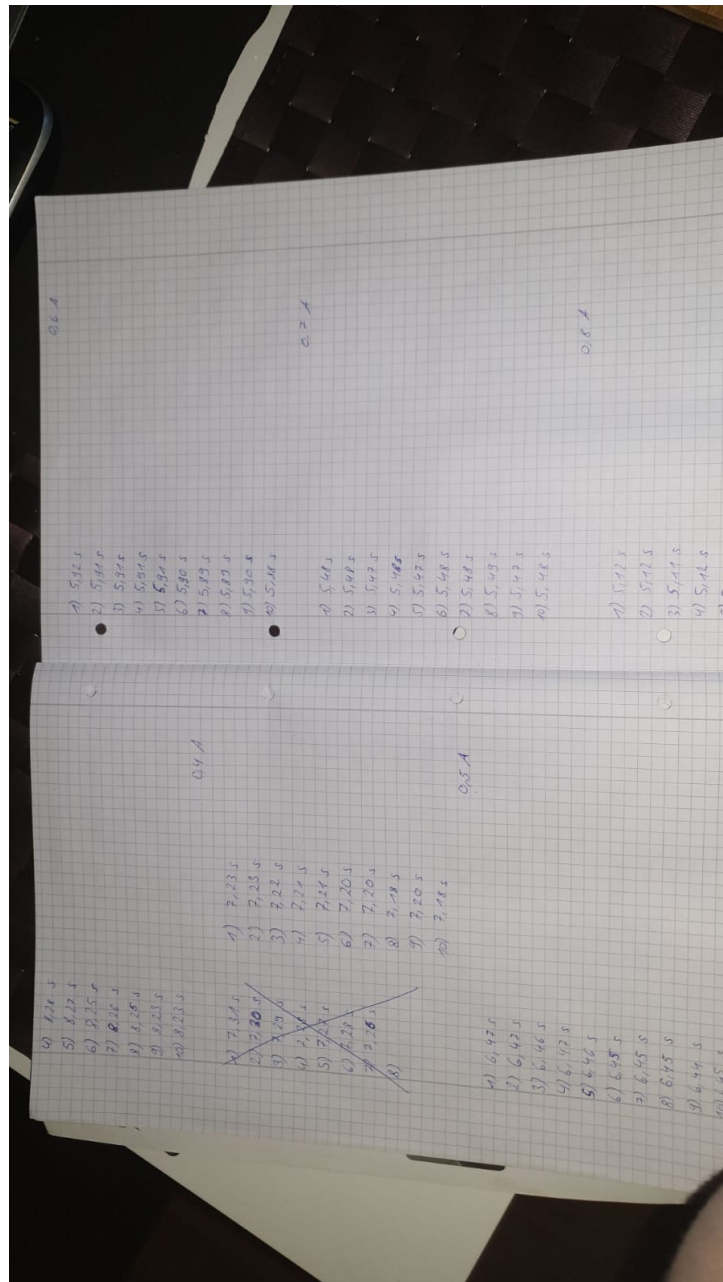
0,1 A  
im Stromkondensator

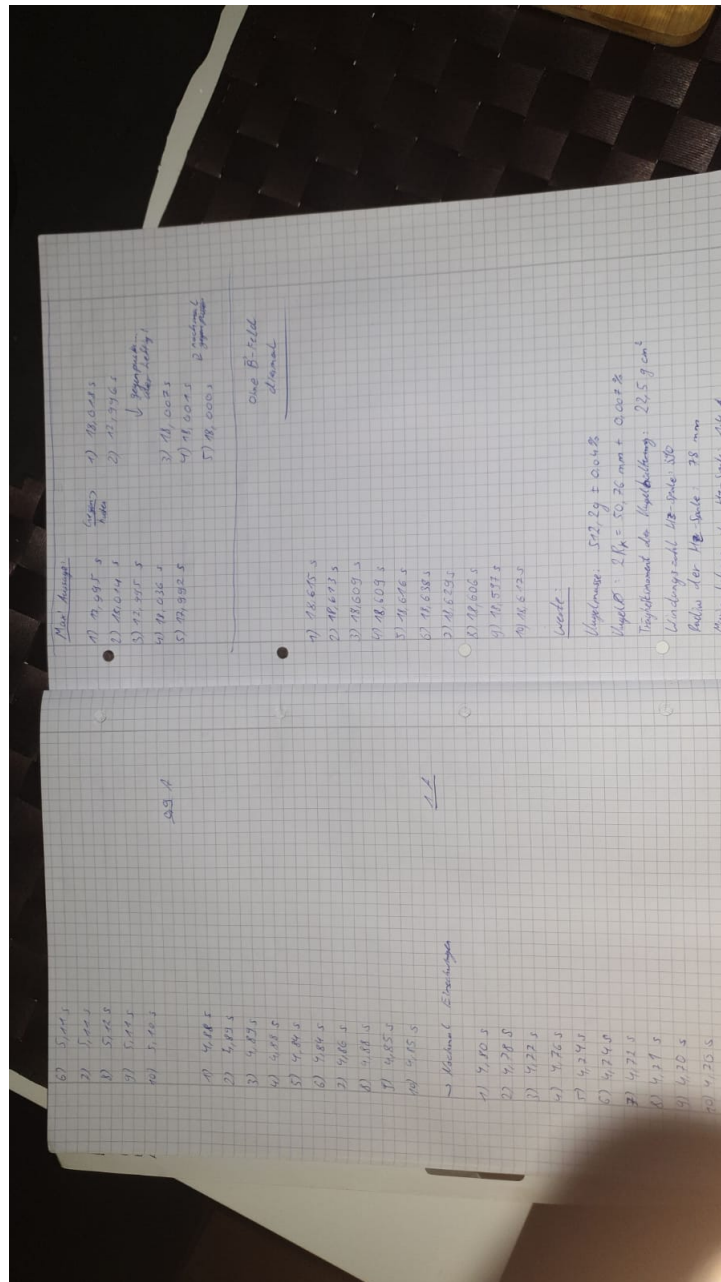
- 1) 9,86 s  
2) 9,84 s  
3) 9,83 s  
4) 9,81 s  
5) 9,80 s  
6) 9,77 s  
7) 9,76 s  
8) 9,75 s  
9) 9,73 s  
10) 9,73 s

0,2 A  
im Stromkondensator

0,3 A

- 1) 8,31 s  
2) 8,30 s  
3) 8,29 s





Dicke des Seils:  $0,2 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$

Länge des Seils:  $61 \text{ cm}$  (bis Spiegel)

Danach Länge von Spiegel bis Ende:  $5,1 \text{ cm}$

$\Rightarrow$  Länge Seil:  $66,1 \text{ cm}$

Gegefene Werte (Martin):

$\rightarrow$  Elastizitätsmodul:  $(21,00 \pm 0,05) \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

Für Theorie:

$\rightarrow$  Formel der Fehlerfortpflanzung sein

$\rightarrow$  Welche Herleitungen



## Literatur

- [1] W. Walcher. *Praktikum der Physik*. 1994.
- [2] W. Walcher. *Praktikum der Physik*. 1994.