Pregătire pentru examenul de Bacalaureat şi examenul de admitere la Facultatea de Matematică şi Informatică

Probleme propuse pentru sesiunea 2

13 ianuarie 2018

INFORMATICĂ

Tema 2: Algoritmi de prelucrare a datelor simple şi exemple de utilizare a subprogramelor (funcţii şi proceduri)

- Prelucrări asupra cifrelor (extragerea şi analiza cifrelor unui număr natural)
- Prelucrări ale unor secvenţe de valori preluate secvenţial (fără să fie stocate în structuri de tip tablou).
- Prelucrări asupra punctelor date prin coordonate carteziene
- Prelucrări cu numere complexe

1. Se asociază unui număr natural, n, valoarea A(n) ca fiind suma factorialelor cifrelor lui n (de exemplu, pentru n=318, A(n)=3!+1!+8!).
    a. Pentru o valoare n dată să se calculeze A(n). Calculaţi numărul de operaţii de înmulţire efectuate. Propuneţi o variantă care să utilizeze un număr cât mai mic de operaţii de înmulţire.
    b. Pentru o valoare naturală k (k<9999) să se determine cel mai mic număr natural n cu proprietatea că A(n)=k.

2. Determinaţi cel mai mic şi cel mai mare număr constituit din k cifre (k<5) având proprietatea că suma cifrelor este S. *Date de test:* k=3, S=25; k=4, S=33; k=4, S=12.

3. Se pune problema generării unei valori naturale n pornind de la 0 şi folosind doar următoarele două operaţii: (i) dublarea valorii curente; (ii) incrementarea valorii curente. De exemplu 5=(0+1)*2*2+1 se poate obţine aplicând secvenţa de operaţii: incrementare; dublare; incrementare iar 12=(((0+1)*2+1)*2)*2 se obţine aplicând: incrementare, dublare, dublare, incrementare, incrementare, duplicare.
    a. Pentru o valoare naturală n determinaţi o secvenţă de operaţii care permite generarea valorii.
    b. Determinaţi numărul minim de operaţii de incrementare şi dublare care permit generarea valorii n.

4. Se citeşte o secvenţă de n perechi de valori reale (x_1, y_1), (x_2, y_2) ..., (x_n, y_n) care reprezintă coordonatele vârfurilor unui poligon convex $P_1P_2...P_n$ (punctul P_i are coordonatele (x_i, y_i)). Să se determine:
    a. Perimetrul poligonului.
    b. Aria poligonului.
    c. Coordonatele vârfurilor celui mai mic dreptunghi care conţine poligonul.
    d. Numărul efectiv de laturi ale poligonului (se presupune că pot exista mai mult de două puncte consecutive coliniare).

    Date de test: $P_1(2,5)P_2(1,4)P_3(1,2)P_4(2,1)P_5(5,1)P_6(8,1)P_7(9,3)P_8(8,5)P_9(5,5)$

5. Se consideră polinomul de grad n cu coeficienţi reali: $P(z)=c_nz^n + c_{n-1}z^{n-1} + \ldots + c_1z + c_0$ şi se pune problema calculului valorii polinomului pentru un număr complex z=a+bi specificat prin partea sa reală (a) şi coeficientul părţii sale imaginare (b). Valorile coeficienţilor se citesc succesiv începând cu c_n.
    Date de test: z=2+3i, $P(z)=2z^3-3z^2+z-6$.

6. Se citeşte succesiv o secvenţă de n valori reale care conţine cel puţin o valoare pozitivă. Să se determine indicele de început şi indicele de sfârşit ale unei subsecvenţe care satisface:

    a. Este cea mai lungă subsecvenţă crescătoare din secvenţa dată.
    b. Suma elementelor subsecvenţei este maximă (în raport cu sumele altor subsecvenţe din secvenţă).

Date de test: -1,2,1,-1,3,4,5,-3,1,4
2,-3,1,3,4,-2,1,2,3,-5

7. Se consideră un serviciu web la care utilizatorii se conectează/deconectează şi se pune problema determinării numărului maxim de utilizatori conectaţi simultan pornind de la o secvenţă de semnale de forma: 1 (s-a conectat un utilizator), 0 (s-a deconectat un utilizator). De exemplu pentru secvenţa 1,1,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,0,0 numărul maxim de utilizatori conectaţi este 5.

8. O secvenţă de n valori reale preluate succesiv (fără a fi stocate într-un tablou): $x_0,x_2,..., x_{n-1}$ trebuie „netezită" prin mediere folosind o „fereastră" de dimensiune 3: pornind de la valorile din secvenţă se afişează valorile $y_1,y_2,...,y_{n-2}$ care au proprietatea că $y_i=(x_{i-1}+x_i+x_{i+1})/3$.

9. Se consideră relaţia de recurenţă care defineşte o secvenţă de tip Collatz:

$$C(n)=\begin{cases} n/2 & \text{daca } n \text{ este par} \\ 3n+1 & \text{daca } n \text{ este impar} \end{cases}$$

Conjectura Collatz afirmă faptul că pentru orice valoare de pornire *n*, secvenţa va ajunge la *1*. Pentru un număr natural *n* se defineşte *L(n)* ca fiind lungimea secvenţei, adică numărul de elemente din secvenţă până la întâlnirea valorii *1* (inclusiv valoarea 1). Două numere *n1* şi *n2* se consideră Collatz-echivalente dacă *L(n1)=L(n2)*. Pentru două valori naturale *a* şi *b* (*a*<*b*) să se determine toate perechile de numere Collatz-echivalente din *{a, a+1,…,b}*.

10. Se consideră o funcţie integrabilă f:[a,b]->R şi se pune problema aproximării integralei funcţiei f pe intervalul [a,b] folosind o sumă Riemann "la stânga" cu pasul h(n)=(b-a)/n: S(n)=h(n)(f(a)+f(a+h(n))+…+f(b-h(n))). Fiind date limitele intervalului să se calculeze S(n*) (n* este prima valoare pentru care |S(n*)-S(n*-1)|<0.001).