

ARGES Olimpiada judeteana 2000

Clasa a IX-a

PROBLEMA 1

Se considera sirul 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, ... in care incepand cu al saselea termenii sirului se determina astfel $a_n = 2 \cdot a_{n-1}$.

Pentru un p din \mathbb{Z} dat sa se determine o descompunere a lui p ca suma de termeni distincti ai sirului dat.

Exemplu: Pentru $p=55$ o descompunere este $1+4+10+40$

Problema 2

Fie sirurile $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ si $b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$, $m > n$.

Sa se maximizeze valoarea expresiei $E = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n$, unde x_i

sunt elemente ale sirului b .

Exemplu:

$a = 3, 7, -10, 5, -1, 2$

$b = 10, 5, 20, -20, -2, 7, 9, -10$

In aceasta situatie valoarea maxima a lui E este 441

Problema 3

Fie sirul 1, 3, 5, 7, 9, ... ai carui termeni sunt asezati astfel:

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19

a) Cu ce termen incepe si se termina linia n , cu n dat.

b) Sa se verifice ca suma termenilor de pe orice linie este un cub perfect, iar pentru o linie data k sa se afiseze numarul al carui cub este egal cu

suma elementelor de pe linia k .

Exemplu:

a) Pentru $n=5$ se vor afisa valorile 31, respectiv 41

b) Pentru $k=4$ se va afisa valoarea 4

c) Pentru $m=37$ se va afisa linia 5, pozitia 4.

Nota: timp de lucru 3 ore.

TESTE: Problema 1) $n=3$ (5p) $n=20420$ (10p) $n=5691$ (10p)
 $n=20481$ (10p) $n=32767$ (10p) Din Oficiu (5p)

Problema 2)

- $n=7$; $a=9, 512, 308, 85, 397, 45, 1000$
 $m=9$; $b=100, 2500, 325, 713, 24, 10000, 3, 0, 200$
 $E=11\ 684\ 877$
- $n=5$; $a=-50, -20, -300, -501, -1000$
 $m=6$; $b=-1, -60, -35, -100, -80, -1002$
 $E=-1\ 079\ 800$

3. $n=1$; $a=800\ 003$
 $m=2$; $b=-2.34, -3.09$
 $E=-1\ 872.070$

4. $n=4$; $a=-15000\ -2000, -4507, -893$
 $m=6$; $b=852, 20000, 9000, 55000, 3, 10$
 $E=-9\ 831\ 070$

5. $n=8$; $a=75, -20, 34, -500, 846, -2500, 2001, -50$
 $m=10$; $b=-1000, 654, 123, -7896, -3500, -30, -87, 123,$
 $987, 963$
 $E=24\ 384\ 657$

PROBLEMA 3

- a) $n=4$ 13, 19
 $n=6$ 31, 41
 $n=25$ 601, 649
 $n=39$ 1483, 1559
 $n=100$ 9901, 10099
- b) $n=4$ cub 4 sum 64
 $n=6$ cub 6 sum 216
 $n=25$ cub 25 sum 15625
 $n=39$ cub 39 sum 59319
 $n=100$ cub 100 sum 1000000
- c) $M=17, l=4, c=3$
 $M=609, l=25, c=5$
 $M=9909, l=100, c=5$

Clasa a X-a

PROBLEMA 1

Cinci elevi A,B,C,D,E au participat la un concurs. S-a incercat sa se prevada dinainte clasificare la acest concurs. Cineva din ppiblic a presupus ca aceasta va fi ABCDE, nu a prevazut bine pentru nici un elev, locul sau si nici nu a indicat nici o succesiune a doi concurenti sonsecutivi.

Alta persoana din public care a presupus ca ordinea va fi DAECB a prevazut jumst locurile a doi concurenti si de asemenea a gasit bine succesiunea a doua perechi de concurenti consecutivi.

Sa se scrie un program care determina clasamentul final descris de juriu.

PROBLEMA 2

Fie $X=\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ o multime finita de n elemente si $Erond=(E_i)$ cu $1 \leq i \leq m \leq 100$ o familie de submultimi nevide ale lui X cu proprietatea ca reunuiunea celor m submultimi este X . Presupunem ca oricare ar fi i, j , E_i, E_j cu E_i neinclus in E_j . O acoperire minimala a multimii X cu elemente ale familiei $Erond$ este o subfamilie de multimi din $Erond$ pe care o notam cu (E_{ik})

$1 \leq k \leq r$ cu E_{ik} din

Erond ce contine un numar minim de multimi E_{ik} care au proprietatea ca-l acopera

pe X , adica X este reuniunea celor r Submultimi E_{ik} .

Sa se scrie un program care, pentru o mutime data X si cele m submultimi

date sa determine o singura acoperire minimala.

Datele de intrare se vor citi din fisierul text DATE.IN din care de pe

prima linie se citesc valorile pentru n si m , iar de pe urmtoarele m linii se vor

citi elementele submultimilor. Afisarea se va face pe ecran.

Exemplu:

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ si Erond e formata din $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4\}$
 $C = \{1, 3, 4\}$

$D = \{1, 3, 5\}$ $E = \{1, 4, 5\}$

Acoperirile lui X sunt: (A, E) , (B, D) , (A, C, D) , (B, C, E)
dintre care

primele doua sunt minime.

PROBLEMA 3

Sa se scrie un program care de termina o progresie aritmetica formata din

k ($3 \leq k \leq 10$) termeni toti numere prime.

EXEMPLU:

Pentru $k=3$ se obtine 5, 11, 17

Clasa a I-a a XII-a

PROBLEMA 1

In multe aplicatii, o problema ce trebuie rezolvata depinde de rezolvarea

altor probleme (care pot fi de exemplu subprobleme ale sale), fiecare dintre

acestea putand depinde la randul ei de alte subprobleme etc.

Dependenta unei probleme P de problemele $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ se exprima

in general astfel: Exista $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_k \leq n$ astfel incat pentru ca problema

P sa poata fi rezolvata trebuie sa poata fi rezolvate toate problemele din unul

din grupurile $\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_{i_1}\}$, $\{P_{i_1+1}, \dots, P_{i_2}\}$, $\{P_{i_{k-1}+1}, \dots, P_{i_k}\}$.

Reprezentarea grafica a acestei dependente o avem in figura de mai jos, unde,

la randul lor problemele P_1, P_2, \dots, P_n se pot descompune in acelasi mod.

...

la randul lor problemele P_1, P_2, \dots, P_n se pot descompune in acelasi mod.

Cunoscand daca problemele corespunzatoare nodurilor nodurilor terminale se

pot rezolva sau nu, sa se determine daca problema atasata radacinii

este sau nu
rezolvabila.

Exemplu: Problema reprezentata mai jos poate fi rezolvata daca si
numai daca toate

subproblemele dintr-unul din grupurile:

{7, 8, 3, 11, 12}; {7, 8, 3, 13}; {9, 10, 3, 11, 12}; {9, 10, 3, 13};

{5, 6} pot fi

rezolvate.

Indicatie: In rezolvarea problemei propuse toate subproblemele sunt
numerotate prin numere/ indici consecutive pe nivele (vezi exemplul
dat), iar un

grup care rezolva o problema se formeaza numai din subprobleme cu
numere

de ordine consecutive.

Problema 2

Avand n tipuri de panouri bidimensionale, se cere
realizarea unui panou

de inaltime maxima prin suprapunerea celor n panouri date.

Pentru fiecare panou se cunosc cele 2 dimensiuni; doua
panouri se pot

suprapune daca panoul de deasupra are latura mai mica strict decat
latura

panoului de dedesubt.

Se va afisa inaltimea maxima, numarul de panouri si in
final panourile

pe linii separate in ordinea de la varf la baza.

Nota: Datele vor fi citite si afisate din fisiere text la ambele
probleme

Timp de lucru 3 ore.