



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

TÍTULO

Tesis presentada para optar al título de
Doctor de la Universidad de Buenos Aires en el área Ciencias Físicas
por **Rodrigo Lugones**

Director de Tesis: Pablo Ariel Dmitruk
Consejero de Estudios: Pablo Daniel Mininni
Lugar de Trabajo: Instituto de Física de Buenos Aires (IFIBA)

8 de noviembre de 2019

Resumen: castellano

Palabras Clave:

Abstract: inglés

Keywords:

Agradecimientos

Más allá de mis dificultades para escribir, incluso en abstracto me resulta complicado imaginar cómo se podría plasmar en un papel el sentimiento de gratitud. No se me ocurre una respuesta satisfactoria a la pregunta “¿Cómo se verían unas líneas de agradecimientos que reflejen cabalmente lo que quiero significar?”.

La primera tendencia es a pensar que se firman en esta tesis, además de 5 años de trabajo, 5 años de vida. Pero sería una reflexión cuando menos injusta, cuando en realidad con este trabajo se firma también todo un recorrido anterior incluso a la carrera de grado. Por eso en lo primero en lo que pienso en estos agradecimientos es en mi familia: en mi viejo Marcelo, mi vieja Silvia y mis hermanas. Y no puedo evitar recordar cosas que pueden parecer accesorias, como aprender a leer “Bianchi” en el costado de un camión yendo (casualmente) a Ciudad Universitaria cuando niño. Toda mi vida, desde mi infancia, sentí en mi madre y padre un apoyo incondicional hacia la búsqueda de una vocación, que en mi caso fue la de la ciencia natural. Talvez si tuviera que escarbar y decir qué es lo que más valoro en mis xadres sea la confianza. En todo momento confiaron ambes en mis decisiones, apuntalando, acompañando, ayudando, levantándose al tropezar y caer mil veces, cayendo elles también conmigo o incluso por su cuenta. Y ahora que la relación se emparejó (tanto como se puede emparejar la relación entre xadre e hije) tengo además la voluntad inclaudicable de yo también tratar de ayudarles a elles. Como puedo, a los tropezones, cayendo, a veces empujándoles incluso torpemente. Pero con una retribución del imperturbable amor que me transmitieron en estos 30 años de vida.

El agradecimiento que más me cuesta traducir en palabras es el que siento por mis hermanas. Con nadie me peleé, discutí, me enojé tanto como con mis hermanas. Nadie me peleó, me discutió y a nadie hice enojar tanto como mis hermanas. (La emoción me eriza un poco [bastante] la piel al escribir esto). Son tres relaciones muy distintas, todas de una intensidad y un amor incondicional que me sorprende a cada vez. Con Julieta prácticamente nos criamos juntas. Fuimos a la misma primaria. A la misma secundaria. A la misma facultad. Y somos tan distintas. Con Lucía la diferencia de edad es mucho mayor, y entablar una relación más de paridad y menos de “hermano mayor/hermana menor” llevó tiempo, costó, llegó y es una de las cosas que más aprecio del mundo. Y con Sofía la relación aún más distinta. Más diferencia de edad, nunca convivimos. Pero espero que sepa, siempre, siempre, que sus hermanas están. Para todo: lo bueno, lo malo y lo incorregible.

Y afortunadamente la familia no se queda ahí. Mis abuelas, que siguen aquí y cuyo apoyo es inestimable. Un abuelo que hace tiempo que se fue, con quien siempre me quedarán las ganas de haber compartido las vivencias más típicas de la adultez. Y otro

abuelo que se fue hace mucho menos. Si hubiera tenido que elegir una sola persona a quien dedicarle todo este trabajo, sería a él. Mis tíos y mis primos que están aquí, con cenas y/o almuerzos inagotables para todo tipo de festejo: cumpleaños, años nuevos, navidades, día del padre, etcétera. A mi Madrina, su compañero y sus hijos (mis ahijados), que viven demasiado lejos, pero siempre están cerca mío. Y no existe **demasiado** cerca para eso. La devoción que siento por esos niños es inexplicable, y el mejor título que tengo es ser su padrino.

A lo largo de los años que pasé en la facultad conocí a muchas personas a las que quiero mucho. Por cuestiones principalmente relacionadas a factores externos (amigues que se cambian de carrera, que dejan la facultad, que simplemente empezás a dejar de coincidir en las materias) es inevitable que se forme un grupo más cercano. Eses amigues de la facultad con les que cursaste muchas materias, preparaste finales, hiciste laboratorios, te aventuraste en materias optativas que después dejaste, te dieron una mano para estudiar el día anterior. Pero luego, con muches de ellos también nos acompañamos en esta etapa, la del doctorado, que todés sabemos difícil y que casi inevitablemente llega con tensiones, dudas, desconcierto, desgano y las eventuales ganas de mandar todo al carajo. Y lo que se podría haber quedado en simplemente una relación eventual de espacio compartido se convierte en una relación entrañable, hermana. Indeleble.

Rodrigo, un hermano a quien ya llevo más tiempo de mi vida conociéndolo que sin conocerlo. Quimey, la persona más graciosa que conozco. Hernán, un tipo tranquilo y con una facilidad sorprendente de volverte al eje. Leandro, y esas bicicleteadas bizarras como ir a la Mezzeta a las 2AM para comer fugazzeta. Turiac, que se fue y siempre que vuelve es una fiesta. Y quiero que sepa que mientras lee esto yo estoy haciendo los trámites para ir a visitarlo. Compañeros de toda la carrera de grado, con interminables noches en un quincho de precaria protección de los vientos y el frío estudiando para parciales, preparando finales, tomando mates con un agua que a veces hervía.

Santi, el proveedor de anécdotas tan increíbles como esa noche que quedó encerrado en la terraza y estuvo toda la noche arriba. Vale, la mejor cocinera del mundo, a quién aprovecho para preguntarle cuándo nos juntamos a comer torrejas. Tati, la Doctora Amor, una hermana de la vida, de citas de Lionel Hutz, cromósforos y ese niño que ahí viene. Tute, sus rulos y esa claridad inexplicable para ver el fútbol y la política que siempre me dejan boquiabierto. Dani, el testigo presencial de mi pulsión por acuchillar puertas. Algunas que quedamos en Argentina, otras que se fueron. Pero siempre juntas, y siempre tendermos a nuestros epitafios.

Ese grupo de amigos que se mantiene firme de la secundaria: Gastón, Belo, Pane, Fer. Todos con distintas vidas, distintos trabajos, distintos horarios. Más difícil que terminar

las cuentas de este doctorado es poder acordar un momento para reunirnos todos. Pero esas reuniones siempre... fluyen. Oscilando sana y naturalmente entre distensión y charlas profundas. Y con una mención especial para Fernando, que estoy seguro de que va a ser el mejor padre del mundo <3.

Al fantástico grupo del WTPC: Rodrigo, Cecilia, Graciela, Pablo. Con quienes emprendemos un desafío que muchas veces sentimos que nos queda grande pero enfrentamos igual, con vocación, compromiso, dedicación y muchísimo esfuerzo.

Y esas cosas que un poco surgieron últimamente, como les soldados del Dragón: Dani, Pau, Tute, Charly, Nacho. Ir a ver a Defensores en sus partidos de la B Metropolitana no pudo haber tenido mejor desenlace que esa final del reducido. 1-0 abajo, perdíamos la chance del ascenso, jugando en casa y con un clima de desazón y nerviosismo en todo el estadio. 2do minuto de descuento del segundo tiempo, córner para Defensores. Tiro de esquina de Quiroga, el Tano Anconetani que va, desarmado pero decidido, al área contraria, cabecea y la empuja el Pájaro Miranda para el empate, el delirio de la gente en el Juan Pasquale y el pase a la definición por penales, en la que Albano Anconetani se termina de vestir de héroe atajando dos penales y Defensores campeón del reducido y ascendiendo al Nacional B y dejando atrás la B Metropolitana. Y le sobra aguante para no volver. Gracias a todo el plantel, cuerpo técnico y comisión directiva de Defensores de Belgrano. Con menciones especiales, además de los ya nombrados, para el Topo Aguirre y Luciano Goux.

Obviamente a todos mis compañeros de oficina: Pasqua, Pedro, Juani, Guille, Fernando. Los vecinos: Marcelo, Daniel, Andrés, Sebas, Ignacio. Gracias a todos por el aguante, perdón a todos por ser tan molesto casisiempre.

A todas las composiciones actuales y pretéritas de La Cámpora Exactas. Y a esos amigos que me dio la política. Juan Pablo y la decisión política de instalar el hashtag #BiciAmigos. Santiago, cuadrazo, verborrágico, inteligentísimo. Hernán, una persona cuya ternura muchas veces sorprende, confunde, aprende y, sobre todo, enseña. Pasqua, una mezcla perfecta entre inteligente y humilde, el tipo que mejores preguntas hace. Maicol, que mientras escribo se está yendo al País Vasco, pero se quedó a ver a Defe campeón del reducido.

A mis compañeros de Villa Pueyrredón, sobre todo a aquellas que me acompañaron en gran parte de esta tesis y fueron fundamentales para darme fuerzas muchas veces: Vicky, Dani, Colo, Nico, Marce. Y a aquellas con les que seguimos luchando por una política científica y universitaria inclusiva y popular: mis compañeros de Becaries Empoderades y de FEDUBA. Y vaya un agradecimiento especial en particular para Pablo Perazzi: en un momento en el que estaba perdido (y bastante atacado) terminando la tesis y con todas mis prioridades trastocadas, me lo destrabó diciendo: "No te preocupes por el resto. Estás en

planeta tesis. Se termina en algún momento.”

Y, por supuesto, a la política como concepto. O, mejor dicho, a cierta política específica. Cuando hablo de *cierta política específica* me refiero, sin rodeos, a la política instaurada en este país por Néstor Kirchner y Cristina Fernández. A la política que tomó la decisión de apuntalar una ciencia nacional, un CONICET pujante, con presupuesto, con miras de crecimiento y con un objetivo de poner la Ciencia al servicio del pueblo. No por una postura vanguardista o por la soberbia que da el conocimiento técnico. Sino por una vocación política de que la ciencia debe estar al servicio del pueblo, justamente porque es parte del pueblo. Surge de él y se debe a él. Porque la ciencia no tiene patria, pero le científique sí la tiene. Y debe ser uno de los tantos elementos para garantizar la soberanía. Ojalá así lo vieran todos los dirigentes políticos del país.

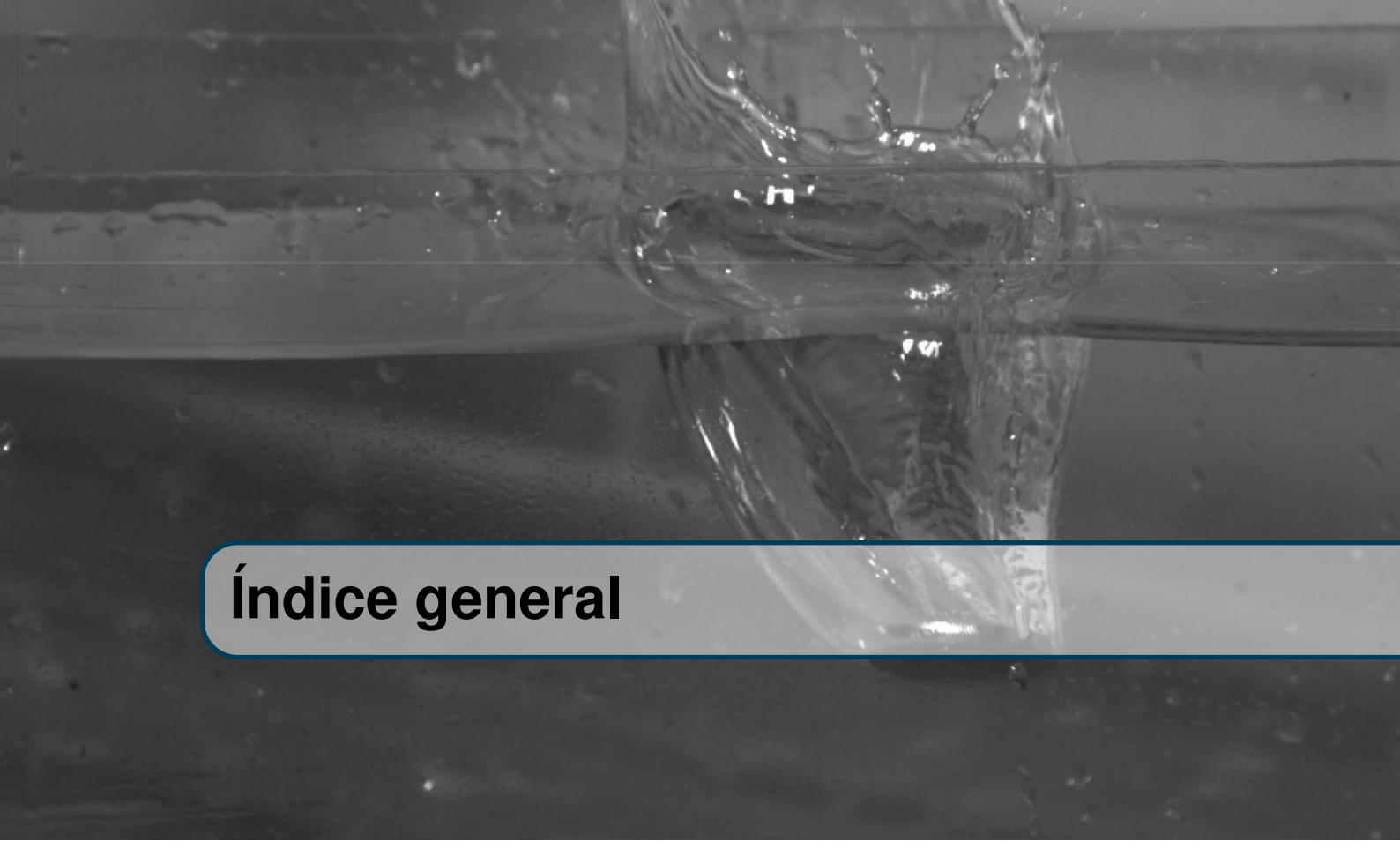
Sin dudas hay dos personas a las que debo resaltar: el primero es mi director, Claudio Dorso. Me resulta imposible imaginar la dificultad que debe ser dirigir una tesis: no sólo el desafío profesional de partir de un estudiante de grado avanzado y tomar a un licenciado más novato, sino además la responsabilidad de dejar a un estudiante de posgrado avanzado y largar al mundo a un más novato de los doctores¹. No debe de haber sido una tarea sencilla ser mi director a lo largo de esta tesis y debo decir que tampoco se me ocurre cómo podría haber hecho mejor su tarea de director. Enseñándome todo lo que yo fui capaz de aprender, pero además permitiéndome aprender otras cosas. Y con una empatía sorprendente para saber cuándo marcar el camino y cuando permitirme rumbar por cosas distintas. Detrás de esa coraza de hombre rudo al que le gustan los cuchillos hay... un rudo al que le gustan los cuchillos. No voy a mentir. Pero también hay una persona comprensiva y profundamente empática con una facilidad que me sorprende (y que agradezco) para manejar esa delgada línea mencionada de marcar el camino y dejar ser. Y, aunque está de más decirlo, brillante como científico y con una claridad conceptual que creo que jamás voy a poder alcanzar. Pero que él me enseñó a tratar de alcanzarlo.

Y la otra persona es Charly, una de esas personas sin las cuales no se me ocurriría cómo podría haber transitado este doctorado. Casi la mitad de mi doctorado lo pasé viviendo con él, en una de las etapas más lindas de mi vida. Algo que creo que demuestra la profundidad es que buscando las palabras, no se me ocurre más que una copia casi textual de lo que escribí cuando él se doctoró, porque es genuinamente lo que siento. Compañero de #EquipoConesa, dos años de Rhapsody, pechugas de pollo, pizzas de dudosa calidad,

¹Si a alguien le parece muy rebuscado esto que estoy diciendo, informo que es algo fundacional que me dijo mi director al terminar de defender mi tesis de grado, hace ya 5 años: “En esta transición, en este instante, perdiste. Dejás de ser el más avanzado de los estudiantes de grado para ser el más inexperimentado de los estudiantes de posgrado”.

discusiones con exponentes de la burocracia inmobiliaria, cervezas en la plaza, tereré en los tejados, whisky, mundiales, discusiones de ciencia y reseñas de Intratables y tantos otros recuerdos que no pongo porque temo por el límite de palabras disponibles en las redes sociales. Un neurótico obsesivo. Una de las personas con la cabeza más abierta de todas, dispuesto a cambiar de opinión y enseñando en el proceso. Que todavía dice: “OK, Rhapsody es medio border. Pero Nightwish tiene calidad... tiene algo”. Que no sé si es perfectamente consciente de lo que significó su soporte para mí, y por el que le voy a estar agradecido por siempre. Básicamente un buen tipo, al que quiero un montón.

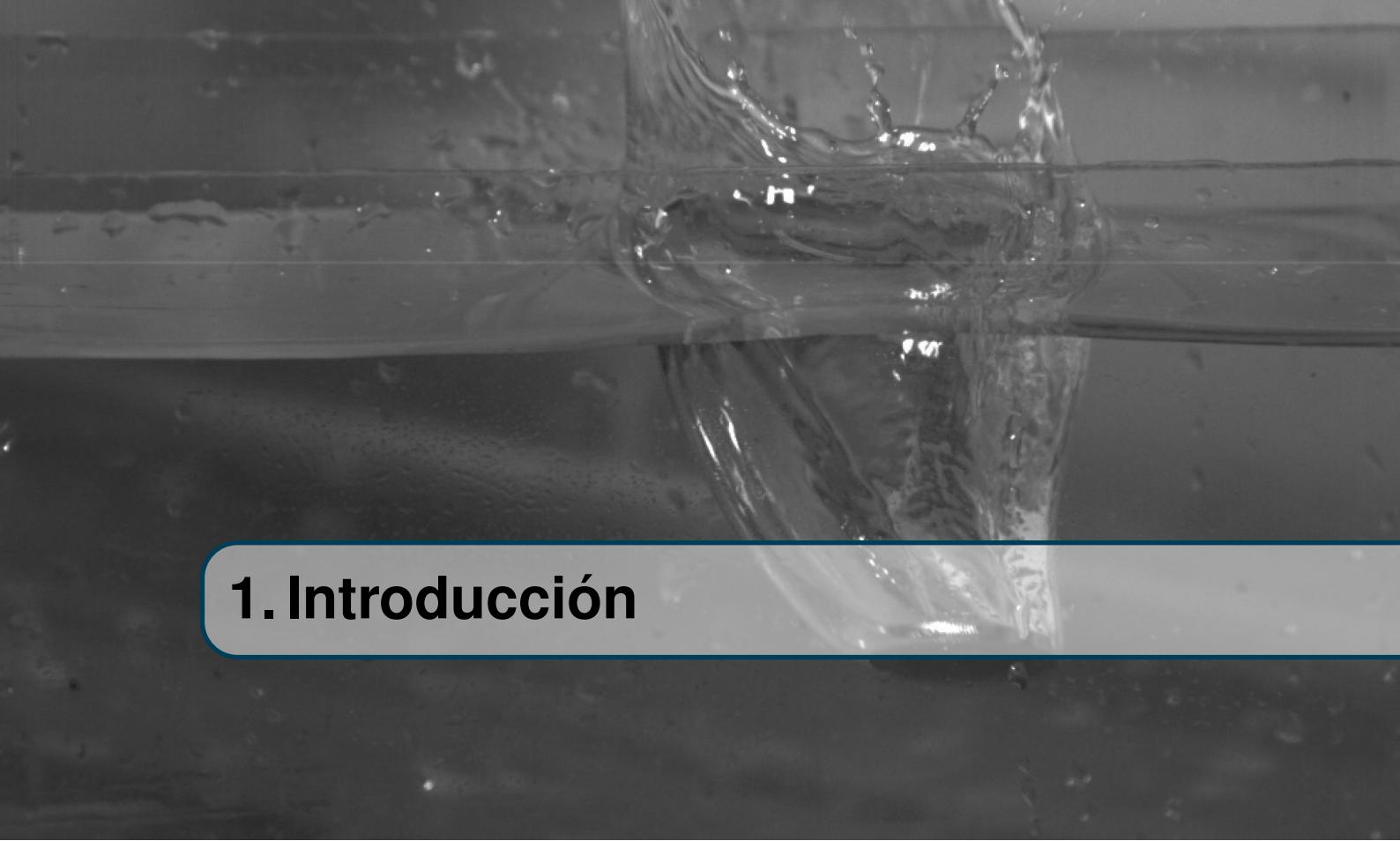
Entiendo que quizás estos agradecimientos para muchos de los que lo leen sean un derroche insoportable de cursilería. Lamentablemente no soy Saramago para poder escribir aquí un texto sentido, conciso y con la dosis justa de sentimientos que generen empatía sin redundancia. Y estoy dejando de lado a muchas personas que, por uno u otro motivo, también fueron importantes y fundamentales para esto. Pero pido que también entiendan: de alguna forma, toda esta tesis, todos estos cinco años, fueron para poder escribir estos agradecimientos. Y para tratar de aprender, por qué no, mientras los escribo. Reforzar que este trabajo es producto de un esfuerzo grande por parte mía, pero que habría sido muchísimo más difícil sin todas estas personas a las que agradezco. Prefiero no interpretar la longitud de estos agradecimientos como lo que evidentemente es (una absoluta falta de síntesis), sino como una demostración de que hay una gran cantidad de factores, que no dependen de la voluntad de uno, que me permitieron, bien o mal, como haya salido, llegar a este momento. Porque nadie se salva solo. El agradecimiento es incommensurable, profundo y eterno.



Índice general

1	Introducción	1
2	Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos	3
2.1	Introducción	3
2.2	Conceptos fundamentales de turbulencia hidrodinámica	4
2.2.1	Decaimiento global de energía	4
2.2.2	Localidad de la transferencia de energía y espectro de Kolmogorov	5
2.2.3	<i>Straining</i> y <i>sweeping</i>	7
2.2.4	Escalas temporales, cascada y clausura	9
2.3	Turbulencia magnetohidrodinámica	12
2.3.1	Ecuaciones MHD y conceptos físicos básicos	12
2.3.2	Fenomenología del decaimiento MHD	17
2.3.3	MHD isótropo	19
2.3.4	MHD anisotrópico	24
2.3.5	Localidad de las interacciones a partir de las transferencias <i>shell-to-shell</i>	27
2.4	Discusión y conclusiones	30

3	Paper1	35
3.1	Introducción	35
3.2	Equations and numerical simulations	37
3.2.1	The MHD equations	37
3.2.2	Wavenumber-frequency spectrum and correlation functions	37
3.2.3	Simulaciones numéricas	39
3.3	Resultados	40
3.3.1	Espectros de energía y escalas temporales dominantes	40
3.3.2	Spatio-temporal spectra	42
3.3.3	Funciones de correlación y tiempos de descorrelación	44
3.4	Conclusions	55
4	Paper2	61
4.1	Introduction	61
4.2	Equations and numerical simulations	63
4.2.1	The MHD equations and the Elsässer fields	63
4.2.2	Wavenumber-frequency spectrum and correlation functions	65
4.2.3	Numerical simulations	68
4.3	Results	71
4.3.1	Wavenumber spectra	71
4.3.2	Wavenumber-frequency spectra	75
4.3.3	Tiempos de descorrelación	83
4.4	Conclusiones	85



1. Introducción



2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

2.1 Introducción

El mayor porcentaje de la materia visible en el espacio y en sistemas astrofísicos se encuentra en estado de plasma, un gas o fluido eléctricamente conductor que evoluciona en respuesta a fuerzas tanto mecánicas como electromagnéticas. Estos plasmas suelen tener movimientos complejos, involucrando estructuras en un amplio rango de escalas, en estado turbulento.

La turbulencia hidrodinámica, largamente estudiada pero todavía no completamente entendida al nivel de procesos físicos fundamentales (*“the most important unsolved problem of classical physics”*, de acuerdo a R. Feynman), sería claramente el primer paso para estudiar esos sistemas; pero el papel fundamental que juegan los campos magnéticos en el plasma astrofísico, nos dirige rápidamente hacia la relacionada, pero más compleja, turbulencia magnetohidrodinámica (MHD).

La turbulencia MHD difiere de su par hidrodinámico, en primer lugar, en el hecho de que los campos magnéticos de gran escala juegan un rol significativo, aun influenciando los procesos turbulentos en escalas más pequeñas. Entre otros procesos, esto da lugar a la presencia de más escalas temporales influenciando la dinámica de la turbulencia MHD. Por esta razón, la “cascada” MHD, que transfiere energía entre estructuras distintas escalas espaciales mediante el acoplamiento dinámico del término no lineal, es un proceso mucho más complejo que en el caso de la cascada hidrodinámica.

El objetivo de la presente monografía, así como del coloquio en el que está basada, es

4 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

el de discutir las distintas formas que puede adoptar la cascada energética MHD, debido a los campos magnéticos de gran escala y a la multiplicidad de escalas temporales que entran en consideración en el problema.

La monografía se divide en varias secciones. En la sección 2.2 repasaremos algunos conceptos básicos de turbulencia hidrodinámica, introduciendo las ideas de *straining* (estiramiento) y *sweeping* (barrido) en este contexto. En la sección 2.3 examinaremos el caso de la turbulencia magnetohidrodinámica, centrándose en la identificación de las escalas temporales relevantes, cómo son influenciadas por la anisotropía asociada con los campos magnéticos de gran escala, y cómo se alcanza un equilibrio entre distorsiones no lineales y dinámicas similares al *sweeping* (barrido), asociadas con la propagación de ondas. En la sección 2.4, finalmente, expondremos las conclusiones.

2.2 Conceptos fundamentales de turbulencia hidrodinámica

Un flujo turbulento satisface la ecuación de Navier-Stokes[8],

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2.1)$$

donde \mathbf{u} es el campo de velocidades (que fluctúa en tiempo t y espacio \mathbf{x}), ∇ es el gradiente respecto de \mathbf{x} , ρ es la densidad, p es la presión y ν es la viscosidad cinemática. Consideraremos un fluido incompresible con densidad constante, de modo que la ecuación de continuidad queda reducida a la condición de divergencia nula $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, por lo que la presión se puede obtener mediante la condición que emerge de tomar la divergencia de la eq. (2.1).

El número de Reynolds macroscópico está definido como $R = uL/\nu$, donde u es la velocidad típica del fluido (la raíz cuadrática media, *rms*, del campo de velocidades) y L , una escala grande típica del problema. Este número es una medida de la importancia que tiene el término convectivo no lineal $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ respecto del término disipativo $\nu \nabla^2 \mathbf{u}$ en la eq. (2.1).

En ausencia de viscosidad, el flujo conserva la energía cinética global (aquí, $u^2 = \langle |\mathbf{u}|^2 \rangle$ es el doble de la energía por unidad de masa, donde $\langle \dots \rangle$ denota promedio volumétrico). Sin embargo, aun con un valor bajo de viscosidad la energía decae, y las propiedades de decaimiento turbulento son particularmente distintivas.

2.2.1 Decaimiento global de energía

El decaimiento global de la turbulencia incompresible, homogénea e isotrópica fue estudiado por Taylor (en 1935 [114] y 1938 [115]) y por von Karman y Howarth en 1938

[55], antes del trabajo revolucionario de Kolmogorov en el rango inercial de pequeñas escalas en 1941 [58, 59]. La energía varía en respuesta a los efectos viscosos de acuerdo a $du^2/dt = -\nu \langle |\nabla \times \mathbf{u}|^2 \rangle$. Basándose en resultados empíricos, Taylor encontró que el decaimiento de la energía se comporta de acuerdo a $du^2/dt \propto u^3$, y von Karman y Howarth [55] proveyeron posteriormente la primera justificación teórica de la ley de decaimiento $du^2/dt = -\alpha u^3/\lambda$, que ha gozado de mucho soporte empírico en hidrodinámica.

Un elemento crucial es λ , la *escala de similaridad* o *energy-containing scale*, que se comporta como $d\lambda/dt = \beta u$. La escala de similaridad se suele asociar con la escala más grande, o con la longitud de correlación de la turbulencia en trabajos observacionales [8]. Por su parte, las constantes α y β son ambas del orden de la unidad, y se pueden adoptar valores específicos basándose en suposiciones físicas, como la permanencia de los *eddies* (remolinos) de gran escala [57], el número de Reynolds turbulento [56], etc [94, 73]. Esta fenomenología de los *energy-containing eddies* da una aproximación razonable a la imagen de decaimiento global de la energía, y clarifica cómo el reservorio de energía de grandes escalas ($\sim \lambda \sim L$) controla el proceso. Usualmente, se define el tiempo de rotación de los remolinos (*eddy turnover time*) o la escala no lineal temporal como $\tau_{edd} = \lambda/u$ [105], de manera que el decaimiento de la energía ocurra a razón de $du^2/dt = -u^2/\tau_{edd}$. La escala temporal del *eddy turnover* es la escala fundamental de tiempo en turbulencia, y su rol en el decaimiento global en hidrodinámica predice el rol de las escalas de tiempo no lineales en las cascadas de energía tanto para hidrodinámica como para MHD.

2.2.2 Localidad de la transferencia de energía y espectro de Kolmogorov

Para un fluido turbulento con alto número de Reynolds, la suposición respecto de la tríada de interacción y el proceso de transferencia de energía conducen hacia la famosa ley de escalas $-5/3$ de Kolmogorov [8, 58]. Brevemente, Kolmogorov asumió que tanto la transferencia de energía como la interacción entre escalas son locales. Para comprender esto, primero hay que definir más o menos formalmente la energía contenida en una escala ℓ . Por ejemplo, la energía por unidad de masa en la escala ℓ puede expresarse como $u_\ell^2 \sim \langle |\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}(\mathbf{x} + \ell)|^2 \rangle$. Alternativamente, en el espacio de momentos k , se puede computar la función de correlación $R_{ij}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{u}_i(\mathbf{x}) - \mathbf{u}_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$, y a partir de ahí, el tensor espectral $S_{ij}(\mathbf{k})$ tomando la transformada de Fourier de R_{ij} . Sumando sobre todas las direcciones de \mathbf{k} se obtiene el espectro omnidireccional para turbulencia isotrópica, $E(k) = 4\pi k^2 S_{ii}(k)$. Finalmente, la energía por unidad de masa asociada a la escala $\ell \sim 1/k$ es $u_k^2 \sim \sqrt{kE(k)}$ [8].

Retomando, el proceso de transferencia de energía puede ser pensado de la siguiente

6 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

manera: una fuerza es aplicada a un fluido a una escala grande L , inyectándole energía. El movimiento del fluido a escala L se vuelve inestable y pierde su energía en favor de sus escalas vecinas más pequeñas, sin disiparse directamente en forma de calor (transferencia local de energía). Este proceso se repite hasta llegar a la escala de disipación l_d (la escala de Kolmogorov), donde la energía transferida se dispersa en forma de calor por acción viscosa. La tasa de ingreso de energía a las escalas grande y la tasa a la que la energía se disipa (denotada ε) en la escala de Kolmogorov son, en promedio, iguales entre sí, y en consecuencia, iguales a la tasa de transferencia de energía a lo largo de las escalas intermedias del espectro. El rango de escalas intermedias es comúnmente denominado *rango inercial*. La anisotropía e inhomogeneidad en las grandes escalas se cree que disminuyen con el decrecimiento de las escalas, de manera que las escalas mucho más pequeñas que L se convierten en estadísticamente isótropas y homogéneas.

La localidad de las interacciones entre escalas indicaría que las propiedades estadísticas de escalas suficientemente pequeñas son independientes de la forma en que se generan las turbulencias y, por lo tanto, tendrían un carácter universal. Experimentos recientes mostraron desviaciones de este comportamiento incluso para flujos hidrodinámicos simples (por ejemplo, una recuperación de la isotropía más lenta de lo esperado o la presencia de correlaciones a largo plazo en las escalas pequeñas [19, 99, 110, 121, 122]). Simulaciones numéricas también dieron evidencia de la presencia de interacciones no locales con el flujo de gran escala, desempeñando un papel en la cascada de energía [4, 33, 127]. En simulaciones numéricas con números de Reynolds tan altos como $R_\lambda \approx 800$, se observó que el 20 % del flujo de energía en las escalas pequeñas resultó de interacciones con el flujo a gran escala [88]. Sin embargo, simulaciones más recientes, con números de Reynolds hasta $R_\lambda \approx 1300$ utilizando resoluciones espaciales de 2048^3 puntos de grilla, mostraron que a medida que aumenta el número de Reynolds, el porcentaje de interacción no local disminuye como una ley de potencia del número de Reynolds, lo que sugiere que el flujo en la turbulencia hidrodinámica puede ser predominantemente local para números muy grandes de Reynolds [87]. Resultados teóricos más recientes lo reafirman [6, 35], en primer lugar mostrando que el flujo de energía en la turbulencia hidrodinámica es local en el límite de número de Reynolds infinito, y en segundo lugar obteniendo límites en la escala de la contribución no local al flujo con el número de Reynolds, que están de acuerdo con los resultados numéricos.

De esta forma, a pesar de que los *energy-containing eddies* ejercen un control dominante sobre la tasa de transferencia energética en el decaimiento turbulento, este control es indirecto, y las excitaciones en el rango de *energy-containing eddies* no afectan directamente a la transferencia de energía dentro del rango inercial. En consecuencia, la tasa promedio

de disipación de energía se identifica con la tasa de transferencia de energía espectral y con la tasa ε con la que se introduce energía al sistema. Para poder inferir la forma del espectro en el rango inercial, es necesario estimar la magnitud de las correlaciones de la función de transferencia (la denominada “triple correlación”, que involucra productos triples de las componentes de la velocidad), que son responsables de inducir transferencia de energía. La escala temporal del decaimiento de las correlaciones de las funciones de transferencia, $\tau_T(k)$, puede depender de cualquier parámetro turbulento relevante, así como también del número de onda k . En términos teóricos, se podría argumentar que el flujo $\Pi(k)$ de transferencia de energía es explícitamente proporcional a $\tau_T(k)$ y depende del número de onda y de la potencia del espectro energético omnidireccional $E(k)$ [8, 89]. En el rango inercial, como la energía es conservada por las interacciones no lineales y se ha asumido una cascada local, el flujo de energía Π se vuelve independiente del número de onda k [126, 127]. Por argumentos dimensionales, se obtiene

$$\varepsilon = \bar{C} \tau_T(k) k^4 E^2(k), \quad (2.2)$$

donde \bar{C} es una constante del orden de la unidad.

El espectro de Kolmogorov puede recuperarse para turbulencia estadísticamente estacionaria, homogénea e isotrópica. Para este caso, el tiempo dinámico no lineal es

$$\tau_{nl}(k) = \ell/u_k = [k^3 E(k)]^{-1/2}, \quad (2.3)$$

donde $\ell \propto 1/k$ es una escala longitudinal en el rango inercial y $u_k = [kE(k)]^{1/2}$ es la velocidad característica de los *eddies* con número de onda k . Como ésta es la única escala temporal disponible, es razonable que $\tau_T(k) = \tau_{nl}(k)$. En consecuencia, a partir de las eqs. (2.2) and (2.3), se encuentra que

$$E(k) = C_K \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (2.4)$$

que resulta ser el espectro de Kolmogorov. Notar que $\tau_{nl}(k) \sim \varepsilon^{-1/3} k^{-2/3}$. Aquí, C_K es la constante de Kolmogorov [112, 123].

2.2.3 Straining y sweeping

El espectro de Kolmogorov clásico se basa en la representación de la cascada en la cual la energía se transfiere entre escalas en forma similar a una serie de saltos de agua, en las que cada nivel (escala) se llena hasta derramarse en el siguiente nivel, más bajo (escala más pequeña) [117]. Esta cascada ocurre principalmente como consecuencia de interacciones de *eddies* de casi el mismo tamaño (es decir, locales en el espacio de Fourier).

8 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

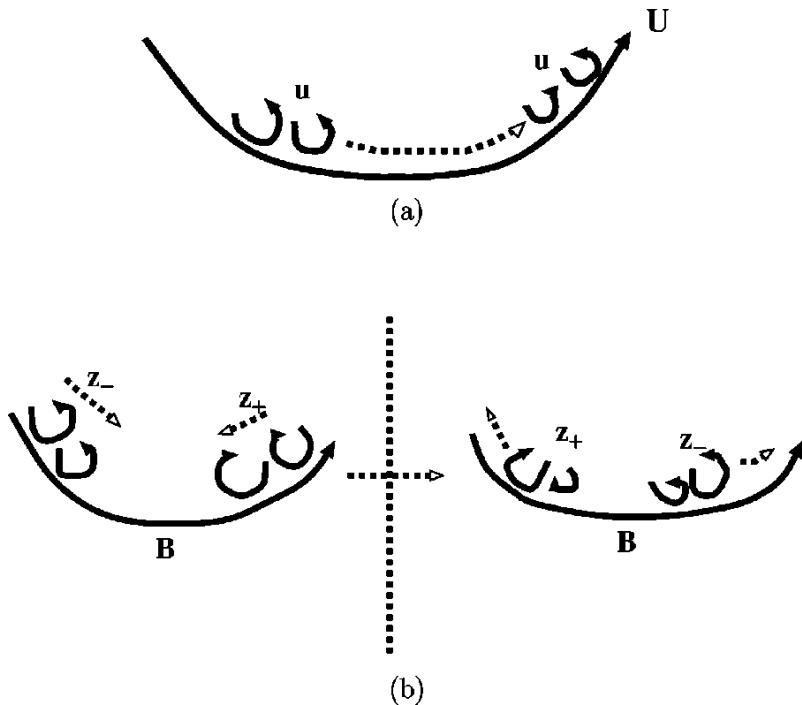


Figura 2.1: Comparación entre hidrodinámica y magnetohidrodinámica: (a) En hidrodinámica, un flujo medio de gran escala barre (*sweeps*) *eddies* de escalas más pequeñas, sin afectar la transferencia de energía entre escalas longitudinales. (b) En magnetohidrodinámica, un campo magnético \mathbf{B} de gran escala barre fluctuaciones \mathbf{z}^- y \mathbf{z}^+ que se propagan en sentidos opuestos, lo cual afecta la transferencia de energía (ilustrado como distorsiones luego de que los dos tipos de fluctuaciones se hayan atravesado).

Estas interacciones consisten en movimientos de *straining* en los cuales un vórtice se “estira”, produciendo un gradiente de velocidades que distorsiona otros vórtices.

Por su parte, el flujo de gran escala arrastra los vórtices de menor escala, pero sin inducir una distorsión apreciable en sus estructuras dinámicas internas. La interacción directa entre las grandes escalas y las pequeñas consiste, entonces, en el movimiento de *sweeping* (o *barrido*), que no involucra transferencia energética significativa en el espacio de Fourier, ni cambia la forma del espectro energético hidrodinámico. Esto se encuentra diagramado en la figura 2.1(a).

En cambio, las correlaciones temporales, o equivalentemente la forma del espectro de frecuencias (obtenida a partir de la serie temporal de la velocidad en un punto fijo), puede encontrarse fuertemente influenciada por el efecto del *sweeping*, dado que cualquier fluctuación en una pequeña escala (que viene dada por movimientos de *straining*), será advectada y pasará a través del punto de prueba, introduciendo así fuertes fluctuaciones en la serie temporal.

La aproximación de Taylor de turbulencia *congelada* (*frozen turbulence*, [115]) asume que el flujo de gran escala, con velocidad \mathbf{U} , barre la turbulencia del punto de observación. Esta aproximación, con una velocidad constante y grande U ($\gg u$, la velocidad de las fluctuaciones), es utilizada en los estudios en túneles de viento y en los estudios de la turbulencia en viento solar de una única nave espacial [54], con el objeto de poder convertir las correlaciones temporales en espaciales. En líneas generales, la idea es que el flujo de gran escala U barre las fluctuaciones locales a través del punto de observación más rápidamente de lo que las no linealidades locales pueden producir distorsiones. Entonces, el espectro de frecuencias tiene la misma forma que el de números de onda, $E(\omega) \sim \varepsilon^{2/3} U^{2/3} \omega^{-5/3}$. El *sweeping* por flujos aleatorios (con un valor grande pero aleatorio de \mathbf{U}) da un resultado similar [118, 21]. En contraste, cuando el barrido es despreciable comparado con los movimientos de *straining*, el espectro puede ser predicho por análisis dimensional, requiriendo que la densidad espectral en frecuencias dependa exclusivamente de la velocidad de la cascada de energía y de la frecuencia [118, 92]. Esto implica que $E(\omega) \sim \varepsilon \omega^{-2}$. De esta forma, la presencia o ausencia de un flujo U en las grandes escalas resulta relevante para el espectro de frecuencias, si se asume la hipótesis de *sweeping*.

Por otra parte, resulta bastante claro que el *sweeping* no entra directamente en consideración en la forma que adopta el espectro energético hidrodinámico en la eq. (2.4) [20]. Sin embargo, hay una relación claramente establecida entre el *sweeping* y los momentos de orden más alto (por ejemplo, función de estructura y espectro de energía cinética) [92]. En particular, la influencia que el *sweeping* aleatorio ejerce en el espectro de frecuencias puede traducirse directamente en una influencia similar en el espectro de densidad de energía cinética (momento de cuarto orden) [21]. Este resultado se condice con resultados experimentales [7, 131], que muestran que los espectros de momentos de orden más alto en el rango inercial tienen los mismos exponentes en la ley de potencias que el espectro energético, en lugar de los valores que tendrían suponiendo sólo argumentos de *straining* puro. Estos experimentos demuestran la importancia del efecto de barrido, la multiplicidad de escalas temporales y el rol de la no localidad.

2.2.4 Escalas temporales, cascada y clausura

¿Cómo pueden agregarse los efectos de las escalas temporales adicionales en una teoría simple de espectros turbulentos? Una posibilidad es mirar con más detenimiento los conceptos físicos de la eq. (2.2). Supongamos que escribimos la tasa de transferencia o el flujo de energía en la forma (mucho más sugestiva)

$$\varepsilon = \Pi(k) = \frac{u_k^2}{\tau_{sp}}. \quad (2.5)$$

10 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

Aquí, u_k^2 es el doble de la energía por unidad de masa asociada a la velocidad a escalas cercanas a $1/k$. Por compatibilidad con las eqs. (2.2) and (2.3), podemos identificar el tiempo de transferencia de energía como $\tau_{sp} = \tau_{nl}^2 / \tau_T(k)$. En consecuencia, desarrollando diferentes aproximaciones para el tiempo τ_T de la triple correlación, es posible obtener una variedad de modelos para los espectros de turbulencia.

El significado más profundo de este procedimiento simbólico puede ser visto examinando cómo relaciones similares a las dadas por las eqs. (2.2) and (2.5) emergen en un tratamiento matemáticamente más formal, y cuánto más precisas se vuelven las definiciones de las escalas temporales que entran en las teorías al asociarlas con términos que aparecen fenomenológicamente.

Una forma particularmente reveladora de la ecuación de evolución para el espectro energético emerge de la clausura conocida como aproximación Markoviana cuasinormal de remolinos amortiguados (*eddy-damped, quasinormal Markovian, o EDQNM* por sus siglas). Como una breve introducción [94, 89, 78, 65], analicemos la parte más estructural de este enfoque. Consideremos la ecuación de Navier-Stokes en el espacio de momentos, $\partial_t \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} - \nu k^2 \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})$ [65], donde $\hat{\mathbf{u}}$ refiere a la representación de Fourier del campo de velocidades y se presuponen los índices cartesianos y la sumatoria sobre índices. La ecuación para el espectro modal $E(k)/4\pi k^2 \sim \langle \hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} \rangle$ tiene la forma

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right) \langle \hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} \rangle = \langle \hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} \rangle. \quad (2.6)$$

Esto involucra momentos de tercer orden (correlaciones triples) $\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}}$, que obedecen una ecuación de la forma

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu (k^2 + p^2 + q^2) \right) \langle \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{p})\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{q}) \rangle = \langle \hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}} \rangle, \quad (2.7)$$

donde \mathbf{k} , \mathbf{p} y \mathbf{q} denotan vectores de onda. El “problema de clausura” se refiere a la ocurrencia de correlaciones de cuarto orden en las ecuaciones para la correlación de tercer orden, correlaciones de quinto orden en las ecuaciones para cuarto orden, y así sucesivamente, no siendo posible clausurar el problema a ningún orden. Los métodos de clausura adoptan aproximaciones para momentos de orden más alto en términos de momentos de órdenes más bajos. La aproximación cuasinormal (QNA, [84]) representa el momento de cuarto orden de la eq. (2.7) como una suma sobre productos de momentos de segundo orden. Esto permite encontrar una solución para los momentos de tercer orden, que se pueden sustituir entonces en la eq. (2.6), dando lugar a un sistema de ecuaciones cerrado para los momentos de segundo orden, y en consecuencia para el espectro de energía. Orszag [94] y otros introdujeron refinamientos adicionales y aproximaciones que

dan lugar a la aproximación *EDQNM*. Este es en muchos aspectos un modelo aceptable para turbulencia, y conduce a una ecuación para el espectro, que puede ser escrita como

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v k^2 \right) E(k, t) = \int \int_{\Delta} dp dq \Theta_{kpq} E(q, t) \times [A(k, p, q) E(q, t) - B(k, p, q) E(k, t)]. \quad (2.8)$$

Aquí, las integrales son sobre todos los vectores de onda con la restricción $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{p}$, y A y B son coeficientes de acoplamiento con unidades de número de onda. El tiempo Θ_{kpq} aparece como un tiempo característico de relajación debido a las transferencias no lineales y a la viscosidad de $\langle \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{q}) \rangle$. El flujo de energía en el rango inercial puede ser calculado a partir de la integral $\Pi(k) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E(k, t) dk$, utilizando la expresión *EDQNM* en el miembro derecho de la eq. (2.8). Finalmente, estimando que las contribuciones dominantes provienen de $p \approx q \approx k$, se llega a $\varepsilon = \Pi(k) = \tau_T(k) k^4 E^2(k)$, previamente obtenido por análisis dimensional en el rango inercial. Cabe notar que el “tiempo de decaimiento triple” $\tau_T(k)$, que anteriormente asumimos que aparecía por argumentos heurísticos, es ahora identificable con *eddy-damping time* Θ_{kkk} (o “tiempo de amortiguación de los remolinos”) que emerge como el tiempo clave en la evaluación del flujo de energía *EDQNM*. Este resultado nos da confianza, porque ahora el resultado dimensional adquiere un contexto dentro de la teoría analítica. Sin embargo, es muy importante tener en cuenta que el rol físico que cumple la tasa de amortiguamiento de los *eddies* en la correlación triple es el de restaurar, de una forma aproximada, el efecto de descorrelación de los cumulantes de tercer orden, que habíamos despreciado en la QNA. En efecto, la elección del *eddy-damping rate* conlleva que la aproximación *EDQNM* tenga una ley espectral particular. De esta forma, a pesar de la elegancia algebraica, la clausura *EDQNM* requiere que entendamos correctamente la física que determina el tiempo de descorrelación. Aún así, la identificación $\tau_T(k) = \Theta_{kkk}$ nos da confianza respecto de cómo tales escalas de tiempo actúan en teorías más formales, mientras que nos da una cadena de razonamiento que conecta el análisis dimensional con la estructura matemática de la turbulencia. Este es un marco útil cuando extendemos el uso de las cascadas fenomenológicas para incluir otras escalas de tiempo (y sus efectos) en MHD.

Otra teoría de clausura, la Aproximación de Interacción Directa de Kraichnan (*DIA*, por sus siglas en inglés, 1957), quizás el arquetipo de teorías de clausura estadísticas de turbulencia, procede a través de una expansión de perturbaciones en las que el orden más bajo de la velocidad obedece exactamente la estadística gaussiana. La *DIA* busca una solución al problema de clausura en turbulencia expandiendo en un parámetro δ , permitiendo que los términos no lineales en la ecuación de evolución sean del orden de δ , que eventualmente se igualará a la unidad. Para facilitar la solución, se define un propagador

12 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

(una función de Green) $\tilde{G}(\mathbf{k}, t, t')$, el cual representa la respuesta del sistema a una función gaussiana de forzado del sistema correlacionada con δ . Un punto clave es obtener las ecuaciones acopladas de renormalización para el propagador promediado $G = \langle \tilde{G} \rangle$ y para la función espectral retrasada $Q(\mathbf{k}, t, t')$, que determina cuán rápidamente las correlaciones decaen en el tiempo. Cabe mencionar que la correlación de dos puntos espacio-temporales puede definirse como $R_{ij}(\mathbf{r}, \tau) = \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle$, mientras que el tensor espectral retrasado en el tiempo $S_{ij}(\mathbf{k}, \tau)$ es la transformada de Fourier espacial, con la componente temporal (el retraso temporal) ahora denotando la descorrelación temporal de ambos elementos del espectro. La función espectral Q de DIA es, esencialmente, la traza de S .

Mientras los detalles no son importantes para el presente trabajo (ver [66, 78]), la solución simultánea para Q y G establece la naturaleza de dos tiempos de descorrelación en cada número de onda. Acordemente, en el formalismo del propagador, la dependencia temporal de las correlaciones de tercer orden se encuentra establecida en términos de las correlaciones de segundo orden.

En general, los modelos de *EDQNM* y *DIA* son bastante distintos, pero McComb [78] argumenta que hay una interesante modificación *ad hoc* a *DIA* que muestra una conexión estructural entre ambos modelos. Supongamos que en lugar de resolver las ecuaciones isotrópicas de *DIA* para Q y G de la forma usual, empezamos con *DIA* y hacemos la simple aproximación, para $t > t'$, $Q(\mathbf{k}, t, t') = S(\mathbf{k}, t') e^{-\gamma(k)(t-t')}$ y $G(\mathbf{k}, t, t') = e^{-\gamma(k)(t-t')}$, donde la tasa de descorrelación es tomada para ser el recíproco del tiempo no lineal, $\gamma(k) = 1/\tau_{nl}(k) \sim \epsilon^{1/3} k^{2/3}$. En este caso, esta ecuación “pseudo - *DIA*” para la evolución espectral se vuelve idéntica a la ecuación espectral de *EDQNM*, la eq. (2.8). Esta identificación no debe ser tomada muy seriamente, ya que *DIA* prescribe el tiempo de descorrelación a su manera. Sin embargo, en la medida en que el límite de McComb es realizable, la aproximación *EDQNM*, el *DIA* modificado y el enfoque fenomenológico concuerdan: la ley espectral de potencias viene determinada por la elección de la escala temporal Θ_{kpq} . Entonces, resulta razonable buscar un tratamiento fenomenológico del espectro MHD para entender la variedad de conclusiones que pueden ser aplicables al espacio y a plasmas astrofísicos.

2.3 Turbulencia magnetohidrodinámica

2.3.1 Ecuaciones MHD y conceptos físicos básicos

Habiendo hecho un análisis básico de cómo las diferentes escalas temporales aparecen en el caso de turbulencia hidrodinámica, veamos ahora el caso magnetohidrodinámico, en el cual, si bien es más complejo, es posible aplicar algunas de las ideas para entender qué

espectro son esperables.

Un plasma, descripto como un fluido eléctricamente conductor, evoluciona en respuesta a fuerzas tanto mecánicas como electromagnéticas. Por simplicidad, nos focalizaremos en el modelo incompresible con densidad constante, que provee un contexto adecuado para muchos de los problemas de turbulencia MHD [13]. El modelo MHD incompresible, en términos de la velocidad \mathbf{u} del fluido y del campo magnético \mathbf{B} , consta de una ecuación de momentos

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2.9)$$

y de una ecuación de inducción magnética

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mu \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (2.10)$$

La densidad del plasma ρ , la viscosidad cinemática ν y la difusividad magnética μ se consideran uniformemente constantes. La velocidad y el campo magnético son solenoidales, $\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, y la presión p está determinada por la divergencia de la eq. (2.9). El número de Reynolds $R = uL/\nu$ (donde u es una velocidad típica y L es una escala espacial típica) y el número de Reynolds magnético $R_m = uL/\mu$ miden el peso relativo entre los términos no lineales y los términos lineales disipativos en las ecuaciones dinámicas. Se tiene MHD altamente turbulento cuando los valores de R y R_m suficientemente altos.

Antes de continuar, recordemos que el modelo MHD es frecuentemente aplicado al espacio y a plasmas astrofísicos. No obstante, en ninguno de estos casos suele ser clara la derivación del modelo. Para plasmas poco colisionales, la estructura básica de MHD emerge por las conservaciones de la masa, el momento y la energía, junto con las leyes de Maxwell-Ampère y Faraday, e ignorando las corrientes de desplazamiento y adoptando una forma adecuada de la ley de Ohm. Aún así, para la mayoría de las aplicaciones no hay un camino claro para cerrar el sistema con un único campo de presiones isótropo, ni hay cálculos convicentes para la viscosidad, la resistividad, y otros coeficientes de transporte como la conductividad térmica.

Un camino posible para trabajos numéricos es adoptar coeficientes disipativos escalares, eligiendo los valores de acuerdo a las limitaciones numéricas de resolución espacial, más que en el realismo físico. Para MHD turbulento esto puede estar justificado asumiendo que la cascada no lineal se da principalmente desde las escalas grandes a las pequeñas, y el papel específico de la disipación mecánica es el de absorber cualquier energía que llegue a escalas pequeñas vía transferencia espectral. Esto es parcialmente satisfactorio, y sería deseable un mayor comprendimiento teórico de la naturaleza de la disipación en las aplicaciones de MHD poco colisional, aunque puede no ser simple ni tener una forma

14 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

universal. Por el lado positivo, cuando se tienen observaciones experimentales disponibles, como es en el caso del viento solar, se puede ver que el rango inercial es amplio, por lo que el rango *energy-containing* se encuentra bien separados en escala del rango disipativo, donde el espectro se vuelve más empinado [62]. Con esta base, es posible inferir un Reynolds efectivo para el viento solar, y por analogía para cualquier plasma turbulento cuyo rango inercial sea conocido. Por ejemplo, ignorando las diferencias entre la disipación viscosa y resistiva, uno podría emplear una estimación hidrodinámica para el número de onda disipativo, $k_d = (\varepsilon/v^3)^{1/4}$. Usando la estimación de Taylor-von Karman de la tasa de decaimiento $\varepsilon = u^3/\lambda$, puede escribirse $k_d\lambda = R^{3/4}$, o $R = (k_d\lambda)^{4/3}$, donde R es el número de Reynolds. La cantidad $k_d\lambda$ es aproximadamente el ancho de banda del rango inercial. De esta forma, para un rango inercial de tres a cuatro décadas (por ejemplo, el viento solar), uno tiene $R \approx 10^5$. Para la corona solar, se estima un rango inercial de cinco a seis décadas, por lo que $R \approx 10^8$. En general, cuando hay un rango inercial de varias décadas, uno puede inferir que el Reynolds efectivo para las grandes escalas es un número grande, aún cuando no se tenga una formulación teórica del mecanismo de disipación.

El campo magnético puede contener una parte uniforme \mathbf{B}_0 (campo magnético DC) o que varía muy suavemente (identificable con el campo magnético medio local), más fluctuaciones de pequeña escala \mathbf{b} , es decir, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}$. El campo magnético de gran escala permite y respalda la propagación de ondas hidromagnéticas (ondas de Alfvén). Estas ondas son fluctuaciones transversales al campo magnético medio, propagándose en la dirección de campo magnético medio a la velocidad de Alfvén $V_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$.

Aún el caso más simple de MHD, asumiendo incompresibilidad, isotropía, estacionariedad y homogeneidad, es más complejo que el caso hidrodinámico. Hay dos campos distintos con los que hay que lidiar, el magnético y el de velocidades, y se agrega complejidad debido al efecto de la propagación de ondas de Alfvén. De esta forma, hay al menos dos clases de escalas temporales involucradas, el tiempo no lineal y el tiempo de Alfvén (el tiempo para que una fluctuación se propague dada una escala espacial). Es más, el campo magnético de gran escala introduce una dirección preferencial, y los efectos anisotrópicos que esto genera se hacen presentes en las fluctuaciones.

Aquí hemos arribado a una gran diferencia entre turbulencias hidrodinámica y magnetohidrodinámica. A diferencia del caso hidrodinámico, el efecto no local de las escalas grandes sobre las pequeñas, el *sweeping*, tiene un papel importante en turbulencia MHD. De hecho, comenzando por Iroshnikov (1964, [52]) y Kraichnan (1965, [61]), hay argumentos para plantear que el *sweeping* juega un papel importante aún en el caso de ausencia de campo magnético DC. Si hay un campo magnético fuerte de gran escala, las fluctuaciones de pequeña escala sufren un efecto similar al *sweeping* debido a la propagación de ondas

de Alfvén. Para discutir esto, es más fácil escribir las ecuaciones MHD en una forma más simétrica, utilizando los denominados campos de Elsässer [34], $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{u} \pm \mathbf{b}/\sqrt{4\pi\rho}$,

$$\frac{\partial \mathbf{z}^\pm}{\partial t} \mp \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm = -\mathbf{z}^\mp \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm - \frac{1}{\rho} \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{z}^\pm, \quad (2.11)$$

donde hemos explícitamente separado el término que involucra el campo magnético de gran escala (escrito en términos de la velocidad de Alfvén \mathbf{V}_A). Por simplicidad, hemos asumido $\nu = \mu$. La presión total $P = p + B^2/8\pi$ actúa de manera de hacer cumplir la condición $\nabla \cdot \mathbf{z}^\pm = 0$.

Eligiendo o bien $\mathbf{z}^+ = 0$ o bien $\mathbf{z}^- = 0$, obtenemos las soluciones exactas de las ecuaciones MHD ideales (sin disipación). El campo no nulo normalmente se dice que corresponde a paquetes de onda que se propagan a lo largo de la dirección de campo medio. Esta descripción puede ser confusa, pues los “paquetes” pueden no estar localizados ni propagándose. Las fluctuaciones no propagantes con vectores de onda perpendiculares a la dirección del campo magnético medio tienen velocidad de fase nula. En cualquier caso, ambos tipos de fluctuaciones \mathbf{z}^\pm son necesarias para que los términos no lineales sean no nulos y haya turbulencia. Este hecho fue apuntado por Kraichnan [61], y discutido en el contexto de aplicaciones en física espacial [32] y en los modelos de calentamiento de la corona solar [29].

Kraichnan [61] señaló que el campo magnético medio barre las estructuras a pequeña escala con las que interactúa, y durante ese momento se produce una transferencia no lineal de energía entre distintas escalas longitudinales (en la representación de Kraichnan, los paquetes de onda sufren breves “colisiones” durante las cuales ocurre transferencia de energía). Esto se ilustra en la figura 2.1(b). De esta manera, las escalas pequeñas interactúan no sólo a través de los *eddies*, sino también a través de los paquetes Alfvén, que reducen el flujo de energía a escalas pequeñas al aumentar su tiempo de transferencia [22]. Esto introduce en la práctica una interacción no local a medida que las ondas se propagan a lo largo del campo a gran escala [43].

Para flujos turbulentos MHD con un número de Reynolds alto, en entornos astrofísicos y espaciales, existe una separación de escala entre distintos procesos físicos a grandes y pequeñas escalas. Específicamente, se divide la dinámica en una parte de pequeña escala, que contiene acoplamientos de escalas “pequeña-pequeña” y “pequeña-grande”, y en otra parte, de gran escala [130]. Cuando los campos de pequeña escala ocupan un amplio ancho del espectro, se tiende a tratar el acoplamiento de escalas “pequeña-pequeña” como turbulento, involucrando acoplamientos que son principalmente locales en el espacio de escalas.

El estudio de turbulencia MHD en los contextos espaciales y astrofísicos a menudo

16 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

se vuelven manejables cuando se introduce alguna forma de separación de escala. En la aproximación más simple, una pequeña parte de un sistema MHD no homogéneo podría tratarse como “localmente homogéneo”. La turbulencia en el viento solar es un ejemplo posible, en el que adicionalmente hay muchas mediciones que hacen posible la corroboración teórica a partir de observaciones [119, 40]. Los primeros estudios observacionales [24] encontraron que las fluctuaciones temporales de la velocidad del plasma, desde el punto de referencia de una nave espacial, admiten una ley de potencias para el espectro de escalas, un reminiscente de la descripción de Kolmogorov de la turbulencia de un fluido. Las observaciones también revelaron una correlación distintiva entre la velocidad y el campo magnético, que sugiere la presencia de ondas de Alfvén *outward-traveling* de gran amplitud [24, 9, 54].

El viento solar, como la mayoría de los sistemas astrofísicos reales en los que se encuentra turbulencia, es compresible e inhomogéneo a grandes escalas. Las inhomogeneidades de gran escala, como cizallas de velocidad o gradientes de temperatura y densidad, pueden suministrar energía a la turbulencia de pequeña escala. En el viento solar, las fluctuaciones observadas se dan en todas las escalas, con escalas de correlación ($\lambda \sim 0,02\text{AU}$ en la órbita terrestre) mucho más pequeñas que la escala del sistema (1AU o más). El rango inercial de la turbulencia MHD se extiende desde λ hasta escalas 1000 veces más chicas, cercanas a la giroescala térmica de los iones. Entonces, la actividad turbulenta de interés está bien separada, en escalas de longitud, de las inhomogeneidades de gran escala del viento solar. Es más, las propiedades de gran escala, tales como el flujo medio y el campo magnético medio, son relativamente coherentes y reproducibles. Entonces, el viento solar suele ser descripto en términos del flujo canónico promedio y de propiedades del campo magnético, tales como viento tranquilo de baja velocidad a bajas latitudes; viento caliente, menos denso y más rápido a altas latitudes; una espiral de Arquímedes, y otras idealizaciones con características de gran escala. Aún cuando están presentes estructuras dinámicas de gran escala, estas características pueden verse con cierto grado de reproducibilidad.

En contraste, las fluctuaciones del campo observables en las pequeñas escalas del viento solar, suelen verse como aleatorias y localmente homogéneas. Estas fluctuaciones fueron tratadas originalmente utilizando MHD linealizado débilmente inhomogéneo (teoría WKB) [96, 47, 48, 49, 53, 77], que describe la propagación de fluctuaciones Alfvénicas de onda corta en un flujo inhomogéneo. La presente perspectiva es que el medio es localmente incompresible [75] y es descripto aceptablemente como turbulencia MHD.

La dicotomía entre la representación de “turbulencia” no lineal y la representación de “ondas” lineales se empapa de 40 años de estudio del viento solar y espeja el tema básico del presente trabajo: las características observables de la turbulencia MHD emergen de

un balance entre la propagación de ondas y el *sweeping*, por un lado, y las distorsiones o *strainings*, por otro.

2.3.2 Fenomenología del decaimiento MHD

Mientras en turbulencia hidrodinámica lidiamos con una única densidad de energía u^2 y un único tensor de correlación de dos puntos asociado, la presencia de dos campos dinámicos en MHD introduce cuatro tipos de correlaciones o energías (por unidad de masa): la energía cinética $E_u = \langle |\mathbf{u}|^2 \rangle / 2$, la energía magnética $E_b = \langle |\mathbf{b}|^2 \rangle / 2$, la helicidad cruzada $H_c = \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} \rangle = \langle |\mathbf{z}^+|^2 - |\mathbf{z}^-|^2 \rangle / 4$ y la diferencia de energías $D = \langle |\mathbf{u}|^2 - |\mathbf{b}|^2 \rangle / 2 = \langle \mathbf{z}^+ \cdot \mathbf{z}^- \rangle / 2$. (Se utilizan unidades de velocidad de Alfvén, en la que el campo magnético $\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{b}/\sqrt{4\pi\rho}$ tiene dimensiones de velocidad.) Notar que la helicidad cruzada es la diferencia de las energías de Elsässer $Z_{\pm}^2 = \langle |\mathbf{z}^{\pm}|^2 \rangle / 4$. La situación más simétrica se da cuando se tiene equipartición, $D = 0$ y $H_c = 0$. Para este caso, ni los campos magnético y de velocidades, ni las variables de Elsässer, se encuentran correlacionadas entre sí. En este tipo de MHD, $Z_+^2 = Z_-^2 = Z^2$, y una simple extensión de la fenomenología del decaimiento hidrodinámico funciona bien para MHD con un número de Reynolds moderado [51]. En particular, $dZ^2/dt = -\alpha Z^3/\lambda$ y $d\lambda/dt = \beta Z$, donde α y β son constantes de orden uno y λ , una similaridad o *energy-containing scale*. La elección de las constantes puede tener una interpretación física como en el caso hidrodinámico [73]. Este enfoque de tipo hidrodinámico para el decaimiento MHD se ha utilizado en el modelado del transporte de la turbulencia en el viento solar; dicho modelo proporciona una explicación razonablemente precisa del perfil radial de la turbulencia del viento solar, desde la órbita terrestre (1AU) hasta más de 60AU [111].

Más generalmente, no se puede asumir helicidad cruzada nula, y la fenomenología del decaimiento debe tener en consideración la asimetría entre Z_+^2 y Z_-^2 . Esto introduce escalas de tiempo adicionales. Las bases de esto se encuentran, por ejemplo, en las discusiones fenomenológicas de Iroshnikov [52], Kraichnan [61] y Dobrowolny [32], y en el tratamiento detallado de clausuras MHD por Pouquet [100] y Grappin [45]. La aproximación fenomenológica propuesta por Hossain [51] plantea que

$$\frac{dZ_{\pm}^2}{dt} = -\alpha_{\pm} \frac{Z_{\pm}^2}{\tau_{sp}^{\pm}} \quad (2.12)$$

en términos de las constantes α_+ y α_- , de forma similar a lo ya expuesto para hidrodinámica. La estimación más simple [100, 45] es que el tiempo de transferencia espectral se identifique con el tiempo de *eddy turnover* (tiempo no lineal), es decir, $\tau_{sp}^{\pm} = \tau_{nl}^{\pm}$; mientras que este último, teniendo en cuenta la naturaleza de las interacciones entre \mathbf{z}^+ y \mathbf{z}^- , puede ser estimado como $\tau_{nl}^{\pm} = \lambda_{\pm}/Z_{\mp}$ para escalas de similaridad λ_{\pm} . Para esta elección, la

18 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

ecuación de decaimiento de la energía se puede escribir como

$$\frac{dZ_{\pm}^2}{dt} = -\alpha_{\pm} \frac{Z_{\pm}^2 Z_{\mp}}{\lambda_{\pm}} \quad (2.13)$$

Para cerrar el sistema de ecuaciones del decaimiento, se debería elegir (y verificar si es posible) una ecuación de evolución para las escalas de similaridad λ_{\pm} . Una posibilidad es $d\lambda_{\pm}/dt = \beta_{\pm}(Z_+ Z_-)^{1/2}$ [51], pero se mantiene cierta dificultad en verificar el comportamiento de las escalas de similaridad, puesto que deben resolverse (en, por ejemplo, las simulaciones), tanto las escalas más pequeñas (de manera de resolver adecuadamente la cascada directa de energía) como las escalas más grandes.

Otra dificultad con el decaimiento MHD fenomenológico es el grado de certeza y generalidad con el que se hace la identificación $\tau_{sp}^{\pm} \rightarrow \tau_{nl}^{\pm}$, utilizada en la eq. (2.13). Efectivamente, cabe preguntarse si hay alguna otra escala temporal que entre en juego en el decaimiento global, por ejemplo, algún otro tipo de escala tipo *sweeping* que pueda descorrelacionar las interacciones de las grandes escalas no lineales, modificando así la tasa global de decaimiento de energía. Dichas cuestiones serán discutidas a continuación, en el contexto del rango inercial de la turbulencia MHD, para los casos tanto isotrópico como anisotrópico de MHD, éste último con la presencia de un campo magnético de gran escala.

Sin embargo, para el rango de escalas de *energy-containing*, ese problema continúa ambiguo. Para turbulencia homogénea periódica, Hossain y otros [50] plantearon que el desarrollo de una anisotropía relativa a un campo magnético de gran escala actúa saturando y minimizando el efecto de descorrelación en el rango de escalas energéticas. Sin embargo, esto presupone que el tiempo de Alfvén de gran escala $\tau_A = \lambda/V_A$ es no demasiado pequeño. Esto puede depender de las condiciones iniciales, tanto como de las condiciones de contorno. Un tema particularmente sensible en las aplicaciones [29] es si las condiciones de contorno permiten la persistencia de estructuras no propagantes, tales como turbulencia 2D, que no son afectadas por el tiempo de barrido debido a ondas de Alfvén, τ_A . Además, las interacciones entre condiciones de contorno, efectos de propagación de ondas, e interacciones no lineales, pueden tener un impacto en el nivel de turbulencia (medido como tasa transferencial de energía) mantenido por el sistema ([31] para aplicación en modelo de calentamiento coronal). Por ahora, sin embargo, notamos que la multiplicidad de escalas temporales en MHD puede afectar también la dinámica del rango de energías. En esos casos, los detalles del problema específico pueden influir en el tiempo de decaimiento energético. Para ciertos problemas estándar, tales como MHD periódica u homogénea con condiciones *band-limited* iniciales (excitación de modos en ciertas escalas limitadas), hay evidencia numérica que apoya la afirmación de que el tiempo de decaimiento global

está asociado mayoritariamente con efectos no lineales, y que los efectos de los tiempos de sweeping y de Alfvén no son significativos. Claramente, esta conclusión necesitaría ponerse a prueba en otros problemas. Por ejemplo, el caso de fluctuaciones de Elsässer espacialmente localizadas, bajo la influencia de un campo magnético DC [97] podría presentar un contraste interesante al caso de turbulencia homogénea. Con este trasfondo, veamos ahora el rol de escalas temporales en las varias posibles cascadas MHD en el rango inercial.

2.3.3 MHD isótropo

Cuando el *straining* local es dominante: escaleo de Kolmogorov

Montgomery y Fyfe [36] han sugerido que el razonamiento original de Kolmogorov y el espectro $k^{-5/3}$ asociado son aplicables a MHD. La suposición implícita es que el tiempo no lineal de distorsión de *eddies* es más rápido que el asociado a propagación de ondas. Esto implica que la escala de tiempo relevante es τ_{nl} y que el *straining* domina sobre el *sweeping* aleatorio y la propagación de ondas. Este enfoque parece razonable cuando la helicidad cruzada es pequeña, los campos magnético y de velocidades se encuentran cercanos a equipartición, y el campo magnético de grandes escalas no es demasiado grande.

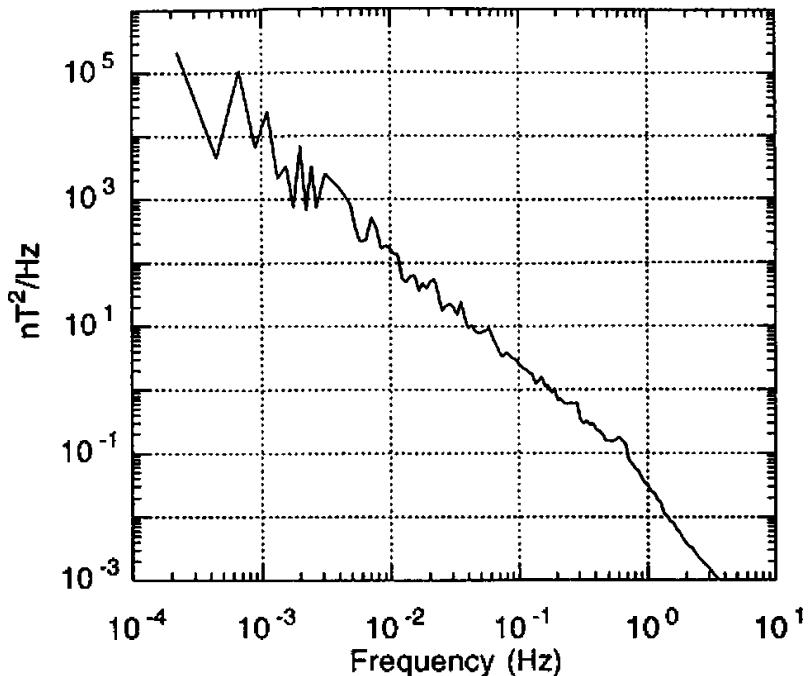


Figura 2.2: Traza de la matriz espectral de potencias del campo magnético, medido por el magnetómetro Mariner 10 en 1974. Los resultados muestran que el espectro del viento solar escala con la pendiente $-5/3$ de Kolmogorov. Adaptado de [40].

Una de las fuentes más importantes de apoyo para el escaleo $k^{-5/3}$ en MHD proviene

20 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

de las observaciones *in situ* del viento solar hechas por naves espaciales, en las que ese escaleo suele ser estadísticamente distingible de otras leyes de potencia propuestas. Un ejemplo se observa en la figura 2.2. Típicamente, el espectro energético magnético $E_b(k)$ muestra una ley de potencias similar a $k^{-5/3}$ a lo largo de tres décadas en número de onda. Matthaeus y Goldstein [74] reportaron dicha ley de potencias entre $10^{-11}/cm^{-1}$ y $3 \times 10^{-9}/cm^{-1}$, con un índice espectral de $-1,73 \pm 0,08$. La descomposición espectral de la energía total, $E(k) = E_b(k) + E_u(k)$, también muestra típicamente una ley de potencias, y hay casi equipartición entre la energía cinética y magnética en el rango inercial. Para el total de la energía, Matthaeus y Goldstein [74] (1982) reportaron una dependencia de la forma $E(k) \sim k^{-1,69 \pm 0,08}$ en todo el rango, salvo en los números de onda más bajos. La expectación de equipartición en las escalas del rango inercial es conocida con *efecto de Alfvén* [61]. La ocurrencia frecuente de fluctuaciones Alfvénicas en la heliosfera interna es indicativo no sólo de una quasi equipartición energética, sino también de la presencia de helicidad cruzada (figura 2.3) [24, 32, 44, 45, 101]. Generalizando, el viento solar evoluciona en la heliosfera externa hacia estados menos Alfvénicos, pero permanece casi equiparticionado entre las energías cinética y magnética [103, 102], y generalmente $1 < E_u(k)/E_b(k) < 2$.

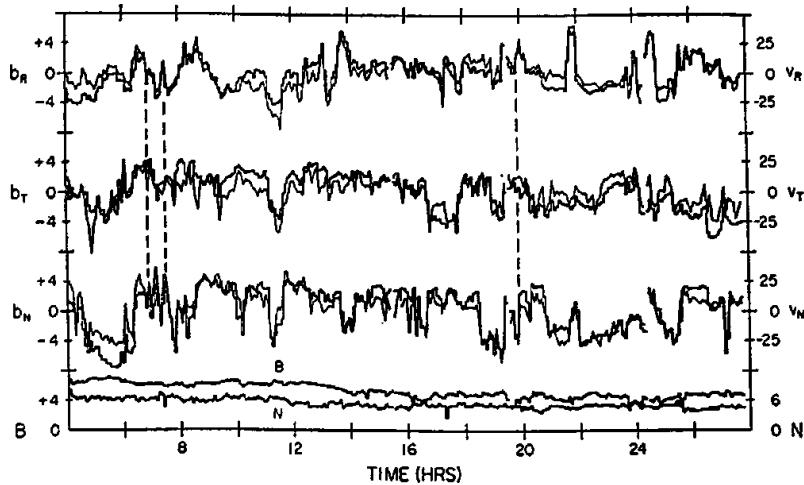


Figura 2.3: Veintiocho horas de datos de plasma y de campo magnético, demostrando la presencia de ondas de Alfvén casi puras. Las seis curvas superiores corresponden a las componentes de las velocidades y del campo magnético, promediadas sobre el periodo de muestreo de la sonda. Los ejes verticales a la derecha corresponden a las componentes de la velocidad en km/seg (R = radial, T = tangencial, N = normal, relativas al plano eclíptico); los ejes verticales a la izquierda corresponden a las componentes del campo magnético en nT. Las dos curvas inferiores corresponden a la fuerza del campo magnético y a la densidad numérica de protones (en cm^{-3}). Image extraída de [9].

Las simulaciones también tratan la cuestión del índice espectral en MHD. Los espectros de energías obtenido por viejas simulaciones computacionales de turbulencia MHD resultaron poco concluyentes. Por ejemplo, simulaciones con resolución numérica de 180^3 puntos de grilla [98] no pudieron generar un rango inercial extendido. Simulaciones más recientes y con mayor resolución [15] proveyeron resultados que apoyan la ley de Kolmogorov de los $-5/3$ (figura 2.4). El espectro mostrado ha sido multiplicado por $k^{5/3}$, resultando así en una región plana que indica un claramente discernible, aunque pequeño, rango inercial $\tilde{E}(\tilde{k})\tilde{k}^{5/3} = \tilde{k}^{5/3}E_K / (\varepsilon\eta^5)^{1/5} = \tilde{C}_K F(\tilde{k})$, donde \tilde{C}_K es una constante y $\tilde{k} = kl_d$, con $l_d = (\mu^3/\varepsilon)^{1/4}$ la escala de disipación de Kolmogorov (asumiendo $\mu = v$).

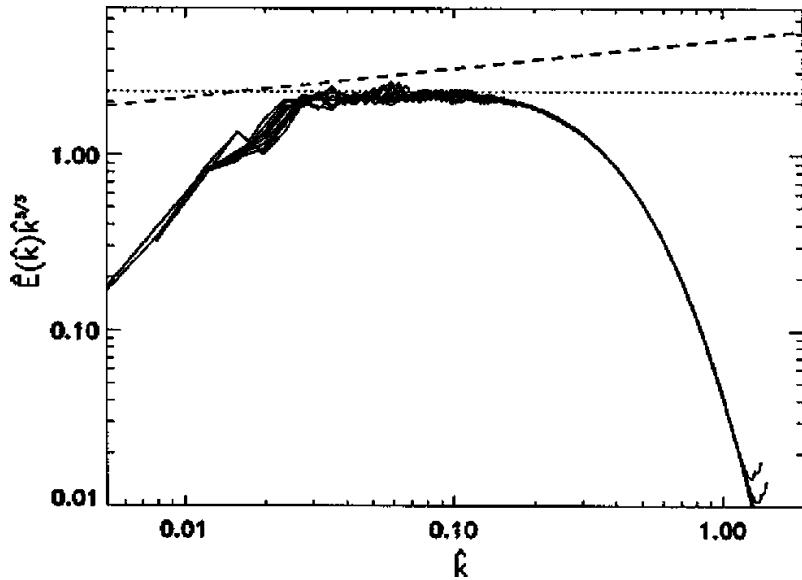


Figura 2.4: Imagen del espectro normalizado, integrado en angularmente, en turbulencia MHD versus $\hat{k} = k\ell_d$ (donde ℓ_d es la escala de disipación de Kolmogorov). Todas las curvas dse encuentran multiplicadas por $k^{5/3}$. El escaleo de Kolmogorov se encuentra fuertemente sugerido por esta simulación numérica directa (curva sólida), con helicidad magnética nula. La línea discontinua indica el espectro $k^{-3/2}$ de Iroshnikov-Kraichnan (ver sección 2.3.3), mientras que la línea punteada muestra el espectro de Kolmogorov, con $C_K = 2,3$. Imagen extraída de [15].

Las hojas de corriente de pequeña escala son la característica disipativa dominante en escalas pequeñas para turbulencia MHD, tanto en tres dimensiones [15] como en dos [69]. El rol crucial de la formación de hojas de corriente y de reconexión debida a la turbulencia puede verse [30] en modelos reducidos *wave-driven* de MHD que conceptualmente está entre el caso puramente 2D y el puramente 3D. En 3D, las hojas de corriente están mucho más distorsionadas, y encontrar los sitios de reconexión es más difícil que en el caso 2D [98]. La formación de hojas de corriente asociadas con reconexión de estructuras magnéti-

22 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

cas cercanas es un aspecto fundamental de la turbulencia MHD, que está relacionado con movimientos del tipo *strain*.

La dinámica de las ondas de Alfvén, paralela al campo medio, no controla la turbulencia, que en su lugar es gobernada por el movimiento tipo *eddies* perpendiculares al campo. Biskamp y Müller argumentan que en tres dimensiones el movimiento arremolinado puede dominar fácilmente la dinámica por sobre las ondas de Alfvén; en consecuencia, el *sweeping* aleatorio es más débil que el *straining* en turbulencia MHD 3D en ausencia de un campo magnético DC. Esto a su vez indica que la transferencia de energía local y las interacciones locales son dominantes.

Cuando el *sweeping* aleatorio es dominante: escaleo de Iroshnikov-Kraichnan

La forma más simple de incorporar efectos de *sweeping* es asumir isotropía estadística, pero con la escala de tiempos de descorrelación controlada por el periodo de una onda de Alfvén característica. De esta forma, Iroshnikov [52] y Kraichnan [61] retuvieron las suposiciones básicas de Kolmogorov de isotropía y localidad en el número de onda de las interacciones no lineales. Las fluctuaciones de pequeña escala son vistas como paquetes de onda de Alfvén viajando junto al campo magnético y sufriendo breves “colisiones” con los paquetes de onda propagándose en sentido opuesto. Específicamente, Iroshnikov y Kraichnan sugirieron que las correlaciones triples de velocidades en turbulencia MHD decaen en un tiempo del orden del periodo de una onda de Alfvén. Entonces, $\tau_T = \tau_A$, $\tau_A = (V_A k)^{-1}$, y $\epsilon = \tilde{C}^2 \tau_T(k) k^4 E^2(k)$. Como resultado, se obtiene el conocido espectro $k^{-3/2}$ de Iroshnikov-Kraichnan.

Grappin [44] examinó las propiedades de la cascada de Iroshnikov-Kraichnan utilizando la aproximación 3D de *EDQNM*. Encontró, luego de varios *eddy turnover times*, un estado cuasiestacionario que exhibe un rango inercial que escala como $-3/2$, con correlación nula entre el campo magnético y el de velocidades. Simulaciones numéricas directas de 2D ofrecen soporte a dicho escaleo [14, 12, 39]. Biskamp y Müller [15] señalaron que en 2D, los movimientos arremolinados son débiles, tal como manifiesta el espectro energético empinado en turbulencia hidrodinámica 2D. Por lo tanto, el *straining* aparece debilitado, y el *sweeping* inducido por ondas de Alfvén domina los efectos de descorrelación.

Fenomenología extendida

Matthaeus y Zhou [76, 129] desarrollaron un marco en el cual ambas escalas temporales, τ_{nl} y τ_A , coexisten, de una forma análoga a la composición del tiempo de correlación triple en la clausura *EDQNM* [100]. El punto es que el tiempo de vida de las correlaciones

de las transferencias $\tau_T(k)$ se calcula más precisamente teniendo en cuenta las influencias de ambos agentes externos y de las interacciones no lineales turbulentas. Componiendo las tasas asociadas, obtenemos

$$\frac{1}{\tau_T(\mathbf{k})} = \frac{1}{\tau_{nl}(\mathbf{k})} + \frac{1}{\tau_A(\mathbf{k})}. \quad (2.14)$$

Notar que en general, pero dentro de la aproximación de transferencias locales no lineales, el tiempo no lineal puede ser una función del vector de onda \mathbf{k} . Esto se reduce a los casos límite esperados cuando la fuerza del campo magnético efectivo tiende o bien a cero o bien a infinito, por lo que τ_T se acerca a τ_{nl} o a τ_A , respectivamente. Acordemente, para el caso clásico de turbulencia isotrópica, los espectros de energía, $E(k) \sim k^{-m}$, tal como se muestra en la figura 2.5, tienen un exponente de escaleo $3/2 \leq m \leq 5/3$, y se reduce a o bien la forma de Iroshnikov-Kraichnan o bien la forma de Kolmogorov en el límite apropiado.

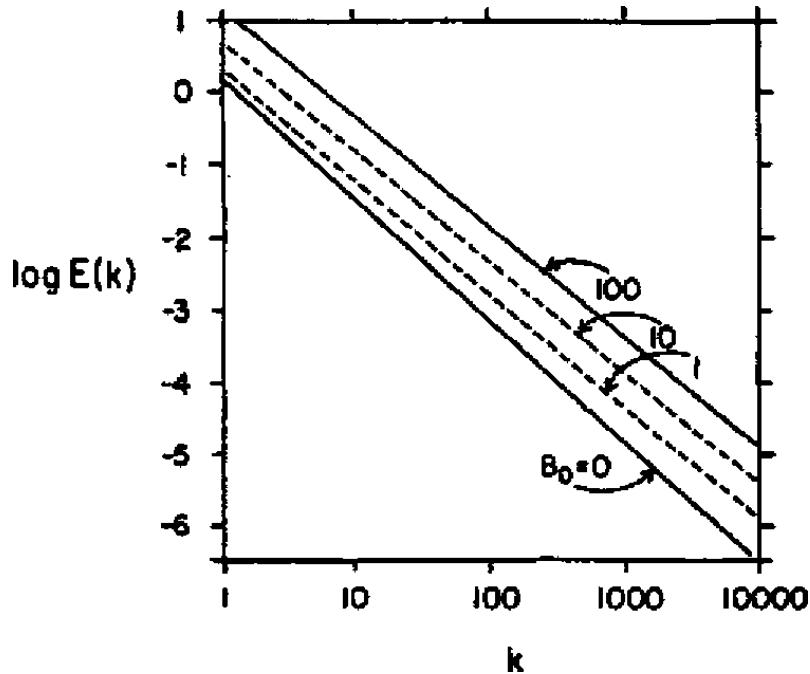


Figura 2.5: Espectro energético onmidireccional versus número de onda, computado a partir de un espectro de energía generalizado [76]. Se muestran cuatro valores de intensidad del campo magnético: $B_0 = 0, 1, 10$ y 100 . La pendiente se aplana y el nivel espectral se incrementa medida que la fuerza del campo aumenta, indicando una transición suave del escaleo $-5/3$ de Kolmogorov ($B_0 = 0$) a un escaleo a $B_0 = 100$ que se acerca al $-3/2$ de Iroshnikov-Kraichnan. Extraída de [76].

2.3.4 MHD anisotrópico

Kraichnan era consciente de que la presencia de un campo magnético de gran escala que respalde la propagación de ondas de Alfvén puede inducir una anisotropía [38]. En el caso de Iroshnikov-Kraichnan, el *sweeping* de Alfvén disminuye las interacciones no lineales entre las fluctuaciones de Elsässer z^\pm , que aparecen simétricamente en la eq. (2.11). Un campo magnético de gran escala suprime el crecimiento de gradientes paralelos al campo magnético, pero como los gradientes perpendiculares no se ven afectados, los efectos no lineales (*strain*) continúan bombeando energía hacia las escalas más pequeñas, sólo que anisotrópicamente. Bajo ciertas circunstancias, esto lleva a estados cuasi-bidimensionales.

Cuando la turbulencia es suficientemente bidimensional, la escala temporal de *sweeping* debido a propagaciones paralelas al campo B_0 deja de ser pequeña en comparación con los tiempos de interacción de *strainings* intrínsecos de las fluctuaciones, y la dinámica de z^+ y z^- se vuelve similar a la turbulencia MHD bidimensional, por lo que resulta casi independiente de B_0 [22, 51]. Esto explica por qué las conclusiones principales de las simulaciones MHD 3D con un campo magnético externo impuesto [95], son consistentes con los estudios bidimensionales [109].

Entonces, es esperable que la estructura del espectro sea altamente anisotrópica en la presencia de un campo DC, como fue originalmente sugerido basándose en mediciones experimentales en el Culham Zeta Device [104]. El caso MHD bidimensional, el cual no se ve afectado por la presencia de un campo DC perpendicular fuerte, fue intensamente estudiado en la década del 70, y se sugirió [36, 37] que el análisis de Kolmogorov y su consiguiente escaleo de $-5/3$ sería aplicable al rango inercial 2D asociado con una cascada de energía directa hacia las escalas pequeñas. Este resultado estimuló el debate teórico, que continuó durante más de 20 años.

A diferencia de caso 2D considerado por Fyfe [37], en el cual el campo DC define un plano perpendicular, Shebalin [109] estudió MHD 2D en un plano que contiene al campo DC. Esto define una dirección preferencial adicional, y la anisotropía puede desarrollarse en el plano 2D. Las simulaciones 2D incompresibles de Shebalin [109] revelaron el desarrollo de una anisotropía fuerte y distintiva: la energía se acumula preferencialmente en los vectores de onda \mathbf{k} perpendiculares a \mathbf{B}_0 . Oughton [95] confirmó los resultados de Shebalin en tres dimensiones encontrando que, con un campo magnético DC, la transferencia de energía a modos perpendiculares aumenta, comparativamente a los paralelos. Oughton encontró que la anisotropía tiende a incrementarse con (i) la fuerza del B_0 (con saturación a partir de $B_0 \geq 3b$); (ii) número de onda k ; (iii) número de Reynolds mecánico y magnético; (iv) tiempo (con saturación dependiendo el número de Reynolds), y (v) decrecimiento de

la correlación cruzada.

La manifestación de anisotropía espectral en el espacio real es la aparición de gradientes perpendiculares a la dirección media del campo magnético, más intensos que los gradientes a lo largo del campo. Como resultado, las longitudes de correlación son más largas a lo largo del campo, y es esperable que las estructuras aparezcan elongadas en la dirección de campo medio. Esta característica se encuentra ilustrada en los resultados de las simulaciones numéricas de la figura 2.6.

La anisotropía también es encontrada en la turbulencia del viento solar. La evidencia para la anisotropía espectral del viento solar es, hoy en día, indirecta; pero no obstante ha ganado un peso considerable por las indicaciones consistentes de anisotropía provenientes de diferentes tipos de estudios [72]. Las observaciones directas sugieren que las fluctuaciones del viento solar son anisótropas [18] y que contienen una mezcla de excitaciones en vectores de onda casi perpendiculares [11]. Adicionalmente, el rango inercial del viento solar admite una distintiva varianza anisotrópica, con una varianza paralela inhibida. En las simulaciones, la aparición de esta característica requiere baja compresibilidad [73].

Para ofrecer una interpretación simple y físicamente atractiva del desarrollo de la anisotropía en la dirección perpendicular al campo magnético DC aplicado, Shebalin [109] apela a un argumento de interacción resonante de tres ondas. Esta interpretación se basa en una teoría de turbulencia débil [124], que sólo computa correcciones de primer orden a las soluciones de la ecuación lineal de MHD. En este marco, los términos no lineales de las ecuaciones MHD cancelan exactamente las soluciones de ondas, por lo que ondas propagándose en la misma dirección no generan modos adicionales. Dos modos de Fourier excitados pueden intercambiar energía eficientemente con un tercer modo sólo si la tríada obedece la condición estándar de resonancia [91]: $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$, y $\omega(\mathbf{k}_1) - \omega(\mathbf{k}_2) = \pm\omega(\mathbf{k}_3)$. Aquí, \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 son vectores de onda asociados a dos modos excitados de Fourier que están excitando mediante resonancia un tercer vector de onda \mathbf{k}_3 . En el límite lineal, se asume que los tres modos tienen asociada una dependencia temporal del tipo $\exp(-i\omega t)$, y satisfacen la relación $\omega(\mathbf{k}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A$, donde $\mathbf{V}_A = \mathbf{B}_0/(4\pi\rho)^{1/2}$ es el vector de velocidad de Alfvén asociado al campo magnético medio. Las ondas interactuantes deben propagarse en direcciones opuestas, que dan cuenta por el signo de diferencia en el lado izquierdo de la condición para las frecuencias. Las tríadas de ondas que satisfagan $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{V}_A - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{V}_A = \pm\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{V}_A$ tendrán acoplamiento no nulo sólo si $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{V}_A = 0$ ó $\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{V}_A = 0$. En consecuencia, \mathbf{k}_1 ó \mathbf{k}_2 tendrán componente nula a lo largo de \mathbf{B}_0 .

Las consecuencias físicas de los acoplamientos de tres ondas puede resumirse de la siguiente manera: al orden principal, no hay transferencia para un campo magnético DC

26 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

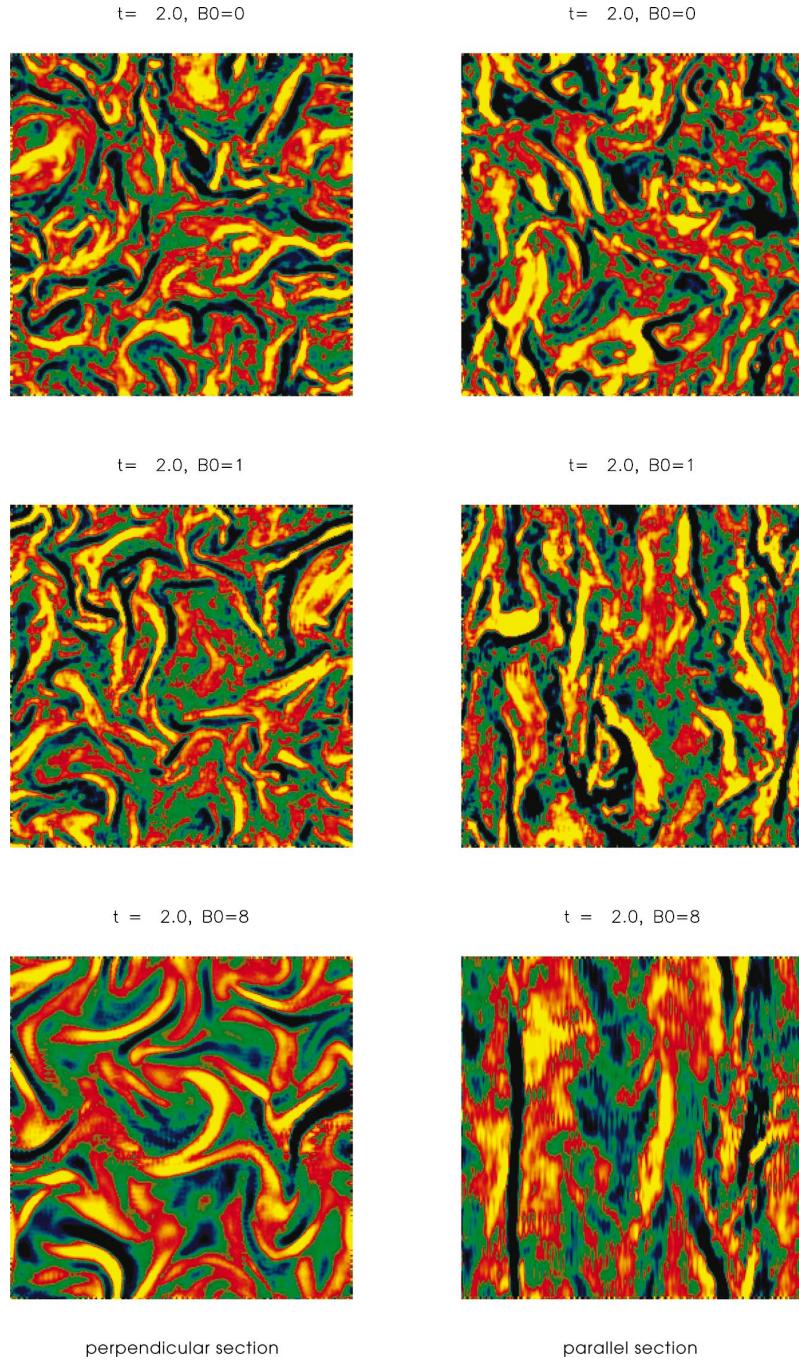


Figura 2.6: Mapas de color de la densidad de corriente j_z en secciones transversales $x - y$ y $x - z$ de una simulación de turbulencia MHD 3D, con un campo magnético DC $B_0\hat{z}$: arriba, $B_0 = 0$; al medio, $B_0/\delta B = 1$; abajo, $B_0/\delta B = 8$. Imagen extraída de [128]

impuesto; la transferencia en la dirección perpendicular no es impedida por el acoplamiento de ondas de Alfvén que suprime la transferencia paralela; consecuentemente, la transferencia MHD perpendicular se realiza de manera muy similar al caso MHD 2D [37]. De esta manera, es esperable un espectro $k_{\perp}^{-5/3}$ para los vectores de onda perpendicular.

En la dirección paralela, se produce una transferencia débil, pero por cada paso en k_{\parallel} , mucha energía es desviada a k_{\perp} más grandes. En consecuencia, es esperable que el espectro paralelo sea una exponencial $\sim \exp(-k_{\parallel})$. La primera sugerencia de esto la planteó Montgomery [90].

Aunque la justificación física para la ocurrencia de la anisotropía espectral haya sido dada en el espacio de números de onda, es esperable que este fenómeno tenga una manifestación en el espacio real con algún grado de localidad. Un campo magnético de escala suficientemente grande debería inducir efectos locales que sean indistinguibles de un campo DC estrictamente uniforme. En consecuencia, sería esperable poder entender la ocurrencia de anisotropías enteramente en el contexto de un sistema teniendo corrientes eléctricas localizadas y campos magnéticos con escala estrictamente finita. Hay mucho estudios numéricos [23, 82] que se encargan de este problema, y concluyen que la anisotropía descripta posee efectivamente un análogo puramente local. El punto básico vuelve a las mediciones en el Culham Zeta Device de Robinson y Rusbridge [104], que encontraron que la correlación de las fluctuaciones magnéticas caen mucho más rápidamente en las direcciones perpendiculares a un campo aplicado de gran escala, que respecto de la dirección paralela. Aplicaciones de estas ideas a datos simulados indican que la anisotropía efectivamente ocurre en forma local. Las correlaciones caen más rápidamente en las direcciones transversales al campo magnético medio calculado localmente. La anisotropía resulta ser más grande a escalas pequeñas [23] y mayor donde la fuerza del campo medio local es mayor.

2.3.5 Localidad de las interacciones a partir de las transferencias *shell-to-shell*

En los últimos años, el aumento de la potencia de las computadoras ha permitido la exploración numérica de turbulencia MHD en diferentes regímenes. Además, los estudios de transferencia energética *shell-to-shell* [5, 26, 27] han permitido el cálculo explícito de las interacciones de escala en la turbulencia de MHD utilizando el resultado derivado de las simulaciones y sin la necesidad de calcular las interacciones triádicas más complejas.

En líneas generales, las transferencias *shell-to-shell* $T_{uw}(Q, K)$ permiten analizar la transferencia energética entre dos campos \mathbf{v} y \mathbf{w} (que pueden ser \mathbf{u} , \mathbf{b} , \mathbf{z}^+ o \mathbf{z}^-), entre dos cascarones Q y K [86].

Los resultados obtenidos indican, en todos los casos, que las transferencias T_{uu} y T_{bb} tienen un comportamiento local: la energía es transferida a escalas vecinas más pequeñas, de una forma similar a la turbulencia hidrodinámica [4, 88]. En cambio, T_{ub} y T_{bu} , que expresan el intercambio de energía entre los campos magnético y de velocidades, han tenido comportamientos variados, dependiendo del problema estudiado.

28 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

En el caso de turbulencia homogénea e isotrópica, con forzado sólo mecánico, Alexakis, Mininni y Pouquet [4] encontraron una pequeña pero no despreciable transferencia no local. Los resultados pueden observarse en la fig. 2.7. En dicha figura se puede observar las funciones de transferencia típicas del caso. Se puede ver que tanto T_{uu} como T_{bb} son locales, con un pico negativo para $K < Q$ y uno positivo para $K > Q$, que indica que la energía es removida de las escalas con números de onda vecinos más chicos y transferida hacia los estados con números de onda vecinos más grandes. También se puede observar que para T_{ub} (transferencia de energía mecánica a magnética) el comportamiento es distinto. En este caso, el flujo a gran escala inyecta energía (a través del *straining*) directamente en el campo magnético a todas las escalas. Esto se manifiesta como un pico en la escala de fuerza mecánica para todos los valores de Q , y como una meseta positiva que se extiende hasta $K \approx Q$. En otras palabras, en una capa K dada, el campo magnético recibe energía del campo de velocidad en todas las capas con $Q < K$, y da energía al campo de velocidad en las capas con $Q > K$. Este resultado se puede interpretar como sustento del campo magnético contra la disipación Ohmica por acción de un dínamo: para mantener el campo magnético cuando sólo se excita el campo de velocidad, es necesario un flujo no nulo de energía desde el campo de velocidad hacia el campo magnético, en todo momento. No obstante, cabe señalar que a pesar de la importancia que cumple este efecto, en el estado estacionario esta transferencia no local es pequeña en comparación con las transferencias locales, representando alrededor de un 10 % ó 20 % en las resoluciones estudiadas [88]. Al considerar las variables de Elsässer, se observó que las funciones de transferencia se volvían más locales aún.

Otro caso estudiado corresponde al decaimiento turbulento libre, donde los efectos no locales son despreciables [27]. En este caso, tanto T_{uu} y T_{bb} , como T_{ub} y T_{bu} , resultan locales y de transferencia de grandes escalas a pequeñas. Se obtuvieron resultados similares en observaciones del viento solar [16]. Las diferencias entre los casos de decaimiento forzado y libre pueden entenderse al notar que, en los recorridos forzados mecánicamente, el campo de velocidad debe suministrar energía continuamente al campo magnético para sostenerlo contra la disipación Ohmica. Este no es necesariamente el caso de las corridas en decaimiento libre, en las que ambos campos se disipan en el tiempo.

Por último, el caso anisotrópico resulta más complejo. Por lo pronto, no resulta tan evidente cómo tomar las distintas capas. Una posibilidad es introducir funciones de transferencia *shell-to-shell* tomando como capas secciones cilíndricas (asociados con el número de onda k_\perp perpendicular al campo magnético medio) y secciones planas (asociadas a los k_\parallel). Las funciones de transferencia para las energías de Elsässer fueron locales en las dos direcciones, independientemente de la amplitud del campo magnético externo. Sin

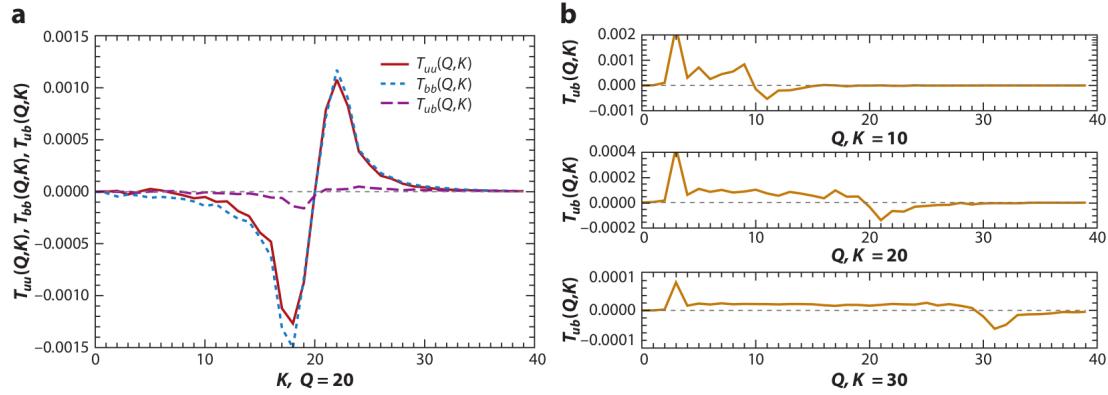


Figura 2.7: (a) Funciones de transferencia para turbulencia MHD forzada mecánicamente, para el cascarón $Q = 20$. Las funciones T_{uu} y T_{bb} son locales, con un pico negativo para $K < Q$ y uno positivo para $K > Q$, que indica que la energía es removida de los números de onda vecinos más chicos y transferida hacia los números de onda vecinos más grandes. La transferencia energética desde el campo magnético al cinético es mucho más pequeña en amplitud, y también resulta local. (b) Función de transferencia T_{ub} (mecánica a magnética), para distintos valores de K . Esta función es no local, con un pico alto en la escala del forzado y con un *plateau* constante y positivo que se extiende hasta $K \approx Q$. Figura adaptada de [4].

embargo, las interacciones entre las ondas de Alfvén contrapropagantes resultaron ser no locales. Para campos magnéticos fuertes, la mayor parte del flujo de energía en la dirección perpendicular fue resultado de interacciones con modos con $k_{\parallel} = 0$ (fig. 2.8). Sin embargo, en la dirección paralela, los modos $k_{\parallel} = 0$ no pueden transferir energía, y se observó que la mayoría de las interacciones tienen lugar con modos cercanos a $k \approx 0$. Los resultados están en acuerdo cualitativo con las predicciones de la teoría de la turbulencia débil [38] y con algunos modelos fenomenológicos no locales [1].

Las consideraciones anteriores llevaron a varios autores a considerar si algunos de los supuestos habituales en la turbulencia hidrodinámica se mantenían efectivamente en el caso de MHD. A partir de análisis de la transferencia de capa a capa, el escenario más realista para la energía está representado en la fig. 2.9: las interacciones entre los mismos campos son en su mayoría locales, y las interacciones entre la velocidad y el campo magnético pueden tener diferentes grados de no localidad dependiendo de si la turbulencia es forzada o decae libremente, dependiendo de cómo se mantengan la velocidad y los campos magnéticos contra la disipación en el caso forzado, y dependiendo de la presencia de un campo magnético externo. Actualmente no está claro si el grado variable de no localidad con la configuración convergerá en una solución universal para números

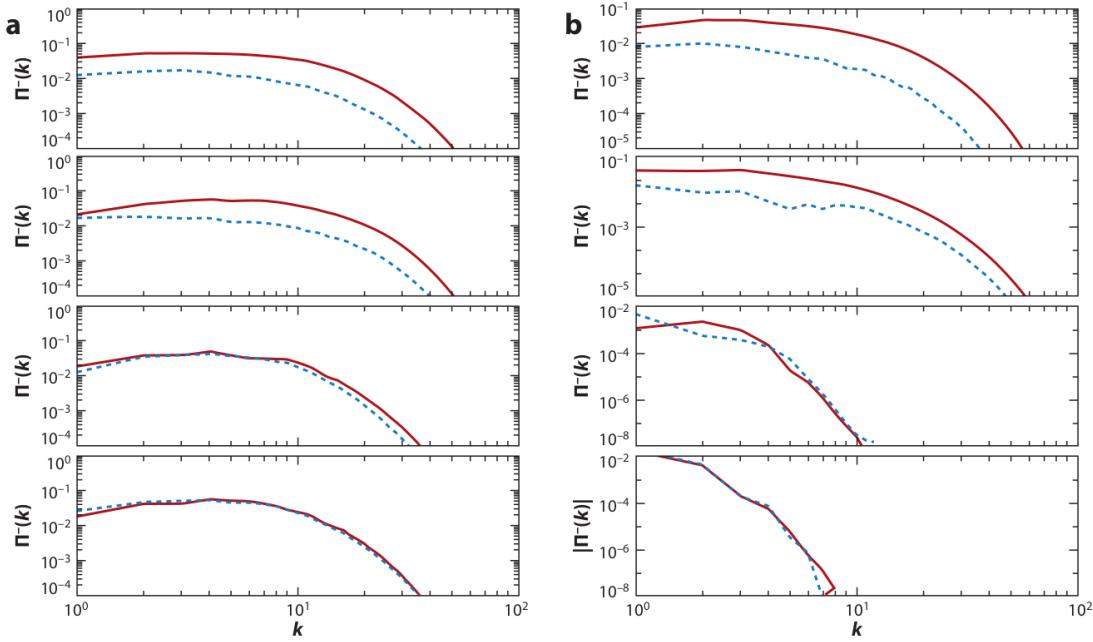


Figura 2.8: (a) Flujo de energía total (líneas rojas continuas) a través de cilindros y flujo parcial asociado con interacciones con modos con $k_{\parallel} = 0$ (líneas azules discontinuas), con cuatro valores diferentes del campo magnético externo B_0 , desde 0 hasta 15 (desde arriba hacia abajo). (b) Igual que en el panel *a*, pero con el flujo total y el flujo parcial asociados con interacciones con modos con $k_{\parallel} = 1$ a través de planos. Figura adaptada de [2].

de Reynolds muy grandes.

En cualquier caso, existe un consenso cada vez mayor de que la turbulencia de MHD es menos local que la turbulencia hidrodinámica, aunque no es claro en qué medida. Por el momento, no está claro si estos efectos desaparecerán para un mayor número de Reynolds; tampoco está claro, en caso de permanecer, qué impacto tendrán en la dinámica del flujo y en qué condiciones. Sin embargo, los diferentes grados de no localidad observados en las resoluciones actuales, y la existencia de procesos no locales en MHD (como, por ejemplo, el dínamo a pequeña escala), requieren una discusión sobre la validez de la hipótesis de localidad de interacciones, y si existe un solo tipo de turbulencia MHD o muchos. Estos son puntos a tener en cuenta al realizar un análisis fenomenológico o teórico.

2.4 Discusión y conclusiones

Con la base de las propiedades físicas discutidas, es posible desarrollar una metodología para estimar los espectros de energía y las funciones de correlación en varios regímenes de turbulencia MHD. La idea es la siguiente: se estima una escala de tiempo del espectro de transferencia, incorporando efectos debidos tanto a los movimientos no lineales de

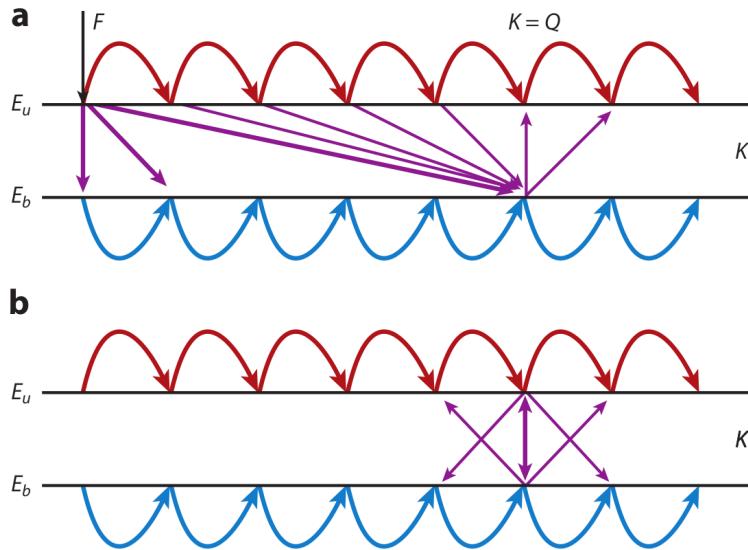


Figura 2.9: Diagrama de las diversas transferencias de energía *shell-to-shell* identificadas en simulaciones de turbulencia MHD isotrópica y homogénea. Las transferencias de T_{uu} se muestran en rojo, las transferencias de T_{bb} en azul y las de T_{ub} y T_{bu} en violeta. El grosor de las flechas indica aproximadamente la fuerza de las transferencias. (a) Simulaciones forzadas mecánicamente. En la capa K , el campo magnético recibe energía del campo de velocidad en todas las escalas más grandes y le da energía al campo de velocidad en escalas ligeramente más pequeñas. (b) Turbulencia en decaimiento libre. T_{ub} y T_{bu} transfieren energía sólo localmente. En ambos casos, las transferencias T_{uu} y T_{bb} son locales y dan la mayor contribución al flujo.

straining como a la influencia tipo *sweeping* de la propagación de ondas. La influencia relativa de estos efectos será relacionada con grado y tipo de anisotropía esperada; por ejemplo, si la anisotropía se debe a un campo magnético DC externo fuerte o si se debe a campo magnético local. Acordemente, la transferencia espectral es o bien isotrópica, cuando se toman en consideración grandes muestras de plasma, o bien es anisótropa, cuando hay un campo magnético fuerte en las escalas grandes. Con esta base, podemos examinar la tasa estacionaria de transferencia de energía fenomenológicamente, haciendo uso de la afirmación

$$\varepsilon = \Pi(k) = \tau_T(k) \frac{kE(k)}{\tau_{nl}^2}, \quad (2.15)$$

que es no es más que la eq. (2.5). En esta ecuación se relacionan varios elementos físicos de la MHD:

- La transferencia de energía debe ser proporcional al tiempo de vida de la correlación triple, como en la eq. (2.2).

32 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

- La fuerza de las interacciones no lineales es medida por el *eddy turnover* o la escala temporal no lineal, como en la eq. (2.3).
- Finalmente, el flujo espectral de energía debe ser definido de una forma (eq. (2.5)) que sea compatible con los ítems anteriores. Esta es más que una relación formal, y de hecho puede ser utilizada para hacer estimaciones de la forma del espectro en una variedad de casos físicos interesantes.

Este procedimiento nos permite fácilmente entender la física de las teorías de Kolmogorov y de Iroshnikov-Kraichnan, así como sus diferencias. Además, no se requieren teorías de clausura complejas o esquemas de perturbaciones. Si, en adición, queremos desarrollar aproximaciones para las funciones de correlación tiempo-dependientes, como las funciones de correlación Eulerianas (un punto espacial, dos temporales), o las descorrelaciones de dos tiempos que aparecen en las teorías de clausura, deberíamos proceder de una manera análoga: adoptamos una forma funcional razonable para la función de correlación temporal, dependiente de una única escala temporal, digamos, del mismo tiempo de transferencia espectral.

En este trabajo hemos intentado dar un panorama del rol influente de distintas escalas temporales para establecer la transferencia de energía, las cascadas, la no localidad y la anisotropía, en turbulencia MHD. Como en el caso hidrodinámico, la escala temporal “nativa” puede dividirse en movimientos de *straining* debidos a la propia distorsión de los *eddies*, y a movimientos de *sweeping* que desplazan estructuras de pequeña escala bajo la influencia de los campos de gran escala. En MHD, como en hidrodinámica, los movimientos de *straining* son dominante mente locales en escala, en la que las distorsiones no lineales son más efectivas para interacciones entre *eddies* de aproximadamente el mismo tamaño. En MHD, no obstante, los movimientos tipo *sweeping* son más complejos que en hidrodinámica debido al efecto de propagación de Alfvén. El *sweeping* Alfvénico introduce un nuevo nivel de no-localidad en MHD y una fuerte tendencia a que la transferencia espectral ocurra anisotrópicamente respecto de la dirección del campo magnético.

En el pasado se han hecho muchas diferencia entre los espectros de Kolmogorov y de Iroshnikov-Kraichnan, y ambas posibilidades suelen ser comparadas en simulaciones y en observaciones interplanetarias, con el aparente objetivo de plantear una distinción firme entre estas posibilidades. En esta propuesta, en la que el principal efecto que variamos es la escala temporal para el decaimiento de las funciones de correlación de transferencia, enfatizamos que en turbulencia MHD hay una variación suave entre esos límites. La observación de varios índices espectrales en varios casos es un indicativo del aumento de los efectos de *sweeping* respecto de los efectos de *straining*, o de los efectos locales respecto de los no locales, de acuerdo a cómo las condiciones prevalecientes impacten en la

relevancia de las escalas temporales. La anisotropía es controlada por variación del tiempo de descorrelación Alfvénico en comparación a la escala temporal local no-lineal. Esto abre a un amplio rango de posibilidades para el espectro anisotrópico y para los índices espectrales que puede aparecer en MHD.

Como discutimos, se espera un empalme suave entre Kolmogorov e Iroshnikov-Kraichnan en el caso de turbulencia MHD isotrópico, al cambiar el cociente entre el tiempo de Alfvén y el tiempo no-lineal. La proporción es también dependiente del número de onda, y la descorrelación más tipo ondular suele ocurrir a escalas más pequeñas. Con un campo magnético uniforme fuerte, el espectro energético anisotrópico resultante puede reducirse a $k_{\perp}^{-5/3}$ cuando las interacciones resonantes y el *strain* cuasi-bidimensional es el efecto de descorrelación dominante, o a $k_{\perp}^{-3/2}$ cuando la descorrelación Alfvénica cuasi-2D de gran escala es fuerte. Cuando los efectos cuasi-2D son débiles, el espectro puede convertirse tanto en k_{\perp}^{-2} (turbulencia “débil”), cuando las interacciones locales son dominantes, o en k_{\perp}^{-3} , cuando las interacciones no locales son dominantes. Cuando tanto las interacciones locales como las no locales están presentes, el espectro varía suavemente entre estos límites.

Consideraciones similares de las escalas temporales nos permiten acercarnos a un modelado de las funciones de correlación Eulerianas que aparecen en MHD.

Debe hacerse notar que la evidencia tanto observacional como de simulaciones sólo ha identificado y analizado algunos de los regímenes MHD que se han discutido, y es necesario estudiar más exhaustivamente los regímenes de los parámetros MHD, incluyendo un amplio rango del número de Reynolds, helicidad cruzada, anisotropía muy fuerte, transición entre transferencia espectral local y no local, MHD que se aleja considerablemente de equipartición entre energías cinética y magnética, y la influencia de varios posibles efectos de disipación cinética. La disponibilidad de varias escalas temporales hace que la turbulencia MHD sea más compleja y multifacética que su contraparte hidrodinámica, haciendo que probablemente permanezca como un área de estudio activa.

3. Paper1

Using direct numerical simulations of three-dimensional magnetohydrodynamic (MHD) turbulence the spatio-temporal behavior of magnetic field fluctuations is analyzed. Cases with relatively small, medium and large values of a mean background magnetic field are considered. The (wavenumber) scale dependent time correlation function is directly computed for different simulations, varying the mean magnetic field value. From this correlation function the time decorrelation is computed and compared with different theoretical times, namely, the local non-linear time, the random sweeping time, and the Alfvénic time, the latter being a wave effect. It is observed that time decorrelations are dominated by sweeping effects, and only at large values of the mean magnetic field and for wave vectors mainly aligned with this field time decorrelations are controlled by Alfvénic effects.

3.1 Introducción

La aproximación lineal las ecuaciones magnetohidrodinámicas (MHD) pueden sostener ondas Alfvén. El caso más simple corresponde a MHD incompresible con un campo magnético de fondo uniforme \mathbf{B}_0 , para el cual la relación de dispersión lineal (en el caso ideal no disipativo) describe ondas con frecuencia $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A$, para wavevector \mathbf{k} , velocidad de Alfvén $\mathbf{v}_A = \mathbf{B}_0 / \sqrt{4\pi\rho}$, y densidad ρ . Además, los componentes de Fourier complejos de la velocidad $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ y de las fluctuaciones del campo magnético $\mathbf{b}(\mathbf{k})$ son transversales al vector de onda, es decir, $\mathbf{v}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k} = \mathbf{b}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k} = 0$. Curiosamente, estas ondas cuando se consideran de forma aislada son soluciones no lineales exactas de las ecuaciones MHD.

Sin embargo, cuando se tienen en cuenta los términos no lineales, el sistema también puede desarrollarse lejos de la dinámica de equilibrio, con las ondas coexistiendo con remolinos en un flujo turbulento completamente desarrollado [28]. En este régimen turbulento, no es necesariamente esperable una relación directa o explícita entre la frecuencia y el número de onda, tal como una relación de dispersión de las ondas. Este régimen está caracterizado por interacciones de distintos tipos, tales como distorsiones no lineales, locales en escala, de los *eddies* [89, 58, 79], y efectos no locales [3, 2, 116, 86], donde el más extenso es el *sweeping* de las pequeñas escalas por los grandes *eddies* [60, 118, 21, 92]. Es más, para turbulencia MHD [100, 125], adicionalmente al tiempo no lineal global τ_{nl} , hay también otras escalas temporales asociadas a efectos no lineales dependientes de escala (local), *sweeping* no local, y propagación de ondas.

Al comienzo de la década de 1970, La investigación de la turbulencia hidrodinámica se dirigió al estudio del tiempo de decorrelación del campo de velocidad [93, 94, 118, 46, 25]. La conclusión principal fue que el *sweeping* domina la decorrelación temporal en el rango inercial [131, 106]. Recientemente, se realizó un estudio similar para magnetohidrodinámica [108, 68, 17]. Una diferencia con el caso hidrodinámico es la presencia de otros fenómenos no locales (además del barrido), como la propagación Alfvénica o la distorsión Alfvénica, a saber, el “barrido magnético”. El resultado principal de Servidio *et al.* [108] respecto de la decorrelación temporal para turbulencia isotrópica fue que, como en hidrodinámica, la decorrelación temporal en MHD es gobernada por interacciones no locales (en este caso, *sweeping* y decorrelación de Alfvén). Sin embargo, no pudieron distinguir entre los efectos del *sweeping* y de la distorsión Alfvénica. En este capítulo, nuestro objetivo principal será extender este análisis y generalizarlo a plasmas magnetizados a grandes escalas, donde la aproximación MHD resulta válida.

In this work we study the different decorrelation times through the various scales in the inertial range for MHD turbulence with a guide field. The main objective is to understand the temporal decorrelation of the fluctuations, by studying the relative value of decorrelation times for the different scales. Thus, we will be able to relate the scaling laws of the decorrelation times with the different contributing physical effects: non-linear distortion, random sweeping and Alfvén wave propagation. In other words, we will study the characteristic memory timescale for each spatial scale, in order to identify the mechanisms of temporal decorrelation and to see whether they are local or non-local. For this purpose, we will consider the fluctuations at more than one length scale, to discern between the different phenomena that are associated with temporal decorrelation, in particular Alfvén wave propagation and random sweeping. This method, based on the computation of spatio-temporal spectra and on correlation functions, was proposed and

implemented in rotating fluids by Clark di Leoni *et al.* [64] (see also [63] for a general description of the method). Meyrand and Galtier recently used the spatio-temporal spectrum to study the transition from weak to strong turbulence in MHD [80], and intermittency in weak MHD turbulence [81]. Here we consider the strong turbulent regime, and compute both spectra as well as decorrelation times.

3.2 Equations and numerical simulations

3.2.1 The MHD equations

Las ecuaciones MHD incompresibles (ecuaciones de momento y de inducción magnética) adimensionales son

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{R} \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{R_m} \nabla^2 \mathbf{b}, \quad (3.2)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del plasma; $\mathbf{B} = \mathbf{b} + \mathbf{B}_0$ el campo magnético, con una parte fluctuante \mathbf{b} y un campo medio DC $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{x}}$; $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{b}$ la densidad de corriente; p la presión, y ρ la densidad del plasma. Las unidades se basan en la velocidad característica v_0 , que para MHD se toma como la velocidad de Alfvén típica de las fluctuaciones del campo magnético, $v_0 = \sqrt{\langle b^2 \rangle / (4\pi\rho)}$, con $\langle \cdot \rangle$ el promedio espacial. Los parámetros adimensionales que aparecen en las ecuaciones son los números de Reynolds cinético y magnético, es decir $R = v_0 L / \nu$ y $R_m = v_0 L / \mu$, respectivamente, con ν la viscosidad cinemática, μ la difusividad magnética y L una escala de longitudes característica (la caja de la simulación tiene un tamaño dado de $2\pi L$). La unidad temporal es $t_0 = L/v_0$, que para MHD se convierte en el **Alfvén crossing time** basado en las fluctuaciones del campo magnético.

3.2.2 Wavenumber-frequency spectrum and correlation functions

A partir de las ecuaciones eq. (4.1) and ?? y argumentos de escala, es posible estimar los diferentes tiempos característicos. El tiempo de los *eddy turnover* locales puede ser definido como $\tau_{nl} \sim [kv(k)]^{-1}$, donde k es el número de onda y $v(k)$, la amplitud de la velocidad debido a las fluctuaciones a escala $\sim 1/k$. Para una predicción del escaleo de velocidades tipo Kolmogorov, $v \sim v_{rms} (kL)^{-1/3}$, las escalas de tiempo no lineal en el rango inercial pueden ser escritas aproximadamente como $\tau_{nl} = C_{nl} \left[v_{rms} L^{-1/3} \left(\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} \right)^{2/3} \right]^{-1}$, donde C_{nl} es una constante adimensional del orden de la unidad.

En lo que sigue, $v_{rms} = \langle |\mathbf{v}|^2 \rangle^{1/2}$ es una cantidad global, típicamente dominada por las contribuciones de las grandes escalas. For discussion of nonlinear time scale estimates, see [125]; for more detailed discussion of anisotropic cases, see [70].

La física de la descorrelación temporal depende de otros efectos y, por lo tanto, de otras escalas de tiempo MHD disponibles. Un ejemplo es el tiempo característico de barrido a escala $\sim 1/k$, que puede expresarse como $\tau_{sw} = C_{sw} \left(v_{rms} \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} \right)^{-1}$. Este tiempo corresponde a la advección de estructuras a pequeña escala por el flujo a gran escala. Análogamente, se puede definir un tiempo de Alfvén característico como $\tau_A = C_A (B_0 k_\parallel)^{-1}$. Aquí, C_{sw} y C_A son otras constantes adimensionales del orden de la unidad. Todas estas escalas de tiempo dependen del vector de onda, y suponiendo que la escala de tiempo más corta domina la dinámica, se pueden definir diferentes regiones en el espacio \mathbf{k} en el espectro de energía.

Las estadísticas de, por ejemplo, el campo magnético, puede ser caracterizado por la función de correlación a dos puntos espacio-temporal

$$R(\mathbf{r}, \tau) = \langle \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{b}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle / \langle \mathbf{b}^2 \rangle. \quad (3.3)$$

Tener en cuenta que esta expresión contiene tanto el espectro de energía como el espectro de frecuencia de Eulerian (teorema de Wiener-Khinchin); sin embargo, contiene mucha más información que nos permite hacer un análisis más sutil de las relaciones espacio-temporales. Transformando Fourier en r , obtenemos una densidad espectral retrasada temporalmente, que puede a su vez factorizarse como $S(\mathbf{k}, \tau) = S(\mathbf{k})\Gamma(\mathbf{k}, t)$, donde \mathbf{k} es el vector de onda. La función $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$, la función de correlación dependiente de la escala [46, 25, 93], representa los efectos dinámicos de decorrelación que describen la decorrelación de tiempo de cada modo espacial \mathbf{k} .

La función $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$ es entonces la función de correlación temporal del modo de Fourier \mathbf{k} . Usando esto, seremos capaces de identificar el tiempo de descorrelación característico para cada modo \mathbf{k} , y en consecuencia la pérdida de memoria de las fluctuaciones 3D cuyas longitudes características sean de orden k_x^{-1} , k_y^{-1} y k_z^{-1} . Cuando no hay campo guía, es esperable que el flujo sea isotrópico tanto en el espacio real como en el de Fourier, y en consecuencia es suficiente con estudiar la función $\Gamma(k, \tau)$, que depende sólo de $k = |\mathbf{k}|$. Por otra parte, en presencia de un campo guía, la turbulencia se vuelve anisotrópica; entonces, es razonable usar $\Gamma = \Gamma(k_\perp, k_\parallel, \tau)$, con k_\perp y k_\parallel los números de onda de Fourier perpendiculares y paralelos al campo magnético medio.

La función $\Gamma(k_\perp, k_\parallel, \tau)$ puede ayudarnos a entender la dinámica en las diferentes regiones del espacio de Fourier. Por ejemplo, la función $\Gamma(k_\perp = 0, k_\parallel, \tau)$ nos da información acerca de las fluctuaciones que varían sólo en la dirección paralela. De la misma manera,

$\Gamma(k_\perp, k_\parallel = 0, \tau)$ nos da información acerca de las fluctuaciones que sólo varían en la dirección perpendicular. También es interesante la información obtenida de $\Gamma(k_\perp = k_0, k_\parallel, \tau)$ y de $\Gamma(k_\perp, k_\parallel = k_0, \tau)$, donde uno de los números de onda (el paralelo o el perpendicular) se deja igual a un valor fijo k_0 . Por ejemplo, estudiando el tiempo de descorrelación para $\Gamma(k_\perp = k_0, k_\parallel, \tau)$ en función de k_\parallel podría ser útil para ver la pérdida de memoria a lo largo del tiempo de las fluctuaciones cuya longitud característica perpendicular es $\sim k_0^{-1}$ (a una longitud fija seleccionada), en función de su escala paralela $\sim k_\parallel^{-1}$. Esto nos da información de dos cuestiones importantes: cómo la memoria en una dirección afecta la otra, y más importante, cómo distinguir entre *sweeping* aleatorio y propagación de Alfvén.

3.2.3 Simulaciones numéricas

Utilizamos un código pseudoespectral estándar para resolver numéricamente las ecuaciones MHD 3D incompresibles con un campo guía [42, 41]. Todos los resultados reportados aquí corresponden a simulaciones con resoluciones de $N^3 = 512^3$ puntos de grilla. Para la integración temporal, se utilizó un esquema de Runge-Kutta de segundo orden. Se utilizaron campos magnéticos guía débiles, moderados y fuertes, $B_0 = 0,25, 1$ y 8 (en unidades del valor *r.m.s* inicial de las fluctuaciones magnéticas). También consideramos el caso $B_0 = 0$ como referencia con estudios previos [108]. Se tomaron condiciones de contorno periódicas en todas las direcciones de un cubo de lado $2\pi L$ (donde $L = 1$ es the la longitud de correlación inicial de las fluctuaciones, definida como la unidad de longitud). Se removió el *aliasing* mediante el método de truncamiento de la regla de los dos-tercios. El estado inicial consiste en amplitudes no nulas para los campos $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ y $\mathbf{b}(\mathbf{k})$, equiparticionados en los números de onda entre las capas $1,1 \leq k \leq 4$, con $k = |\mathbf{k}|$ (en unidades de $2\pi L/\ell$ con ℓ la longitud de onda). Se eligieron fases aleatorias para ambos campos. Para conseguir un estado estadísticamente estacionario, consideramos términos de forzado para las eq. (4.1) and ?? en un conjunto fijo de modos de Fourier en la banda $0,9 \leq k \leq 1,8$. El forzado tiene una componente aleatoria y otra coherente temporalmente, de manera que el tiempo de correlación del forzado sea $\tau_f \approx 1$, del orden de la unidad de tiempo t_0 .

El rango temporal utilizado para analizar los resultados es de más de 20 unidades de tiempo para $B_0 = 0$ y $B_0 = 0,25$, más de 25 unidades temporales para $B_0 = 1$, y más de 10 unidades temporales para $B_0 = 8$. Todos estos períodos de tiempo se consideran después de que el sistema alcanzó un estado estacionario turbulento, y verificamos que eran suficientes para garantizar la convergencia de los espectros y las funciones de correlación.

3.3 Resultados

3.3.1 Espectros de energía y escalas temporales dominantes

El espectro axysimétrico de energía $e(|\mathbf{k}_\perp| = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}, k_\parallel = k_x, t)$, definido como

$$\begin{aligned} e(k_\perp, k_\parallel, t) &= \sum_{\substack{k_\perp \leq |\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{x}}| < k_\perp + 1 \\ k_\parallel \leq k_x < k_\parallel + 1}} |\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, t)|^2 + |\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k}, t)|^2 = \\ &= \int (|\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, t)|^2 + |\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k}, t)|^2) |\mathbf{k}| \sin \theta_k d\phi_k, \end{aligned} \quad (3.4)$$

provee información acerca de la anisotropía de la turbulencia, relativa al campo guía [85]. En este estudio, un campo guía es elegido a lo largo del eje x , por lo que las componentes del vector de onda k_\parallel y k_\perp , y los ángulos polares en el espacio de Fourier θ_k y ϕ_k , se toman relativos a este eje. En otras palabras, en la eq. (3.4), $\theta_k = \arctan(k_\perp/k_\parallel)$ es la co-latitud en el espacio de Fourier con respecto al eje x (es decir, en la dirección del campo guía), y ϕ_k es la longitud con respecto al eje y . La primera expresión que involucra la sumatoria en la eq. (3.4) es la definición del espectro de energía axisimétrico para un espacio de Fourier discreto (i.e., como se usa en las simulaciones), mientras que la segunda expresión con la integral corresponde al límite del continuo. En lo que sigue, trataremos ambas expresiones como equivalentes, reemplazando las integrales por sumatorias cuando sea requerido por el análisis numérico.

A partir del espectro axisimétrico de arriba, uno puede definir el espectro energético perpendicular reducido y promediado temporalmente $E(k_\perp)$ [85] como

$$E(k_\perp) = \frac{1}{T} \int \int e(|\mathbf{k}_\perp|, k_\parallel, t) dk_\parallel dt, \quad (3.5)$$

donde hemos integrado a lo largo de los números de onda paralelos para obtener un espectro que depende sólo de k_\perp . Equivalentemente, el espectro energético isotrópico puede ser obtenido de la eq. (3.4) integrando sobre θ_k en el espacio de Fourier. La fig. 4.1 muestra el espectro isotrópico de energía $E(k)$ para la corrida con $B_0 = 0$, y el espectro energético perpendicular reducido $E(k_\perp)$ para las corridas con campo guía no nulo.

La fig. 4.2 muestra los contornos de $e(k_\perp, k_\parallel)/\sin(\theta_k)$, es decir, el espectro axisimétrico (promediado temporalmente) para las corridas con $B_0 = 0, B_0 = 1, B_0 = 4$ y $B_0 = 8$. Para el flujo isotrópico ($B_0 = 0$, ver fig. 4.2a), los contornos de $e(k_\perp, k_\parallel)/\sin(\theta_k)$ son círculos, tal como se esperaba [85]. A medida que la intensidad del campo guía aumenta, la energía se comienza a concentrar cerca del eje con $k_\parallel = 0$, evidenciando la formación de estructuras elongadas en la dirección del campo guía (o, en otras palabras, del relativo decrecimiento de los gradientes paralelos del campo con respecto a los gradientes perpendiculares).

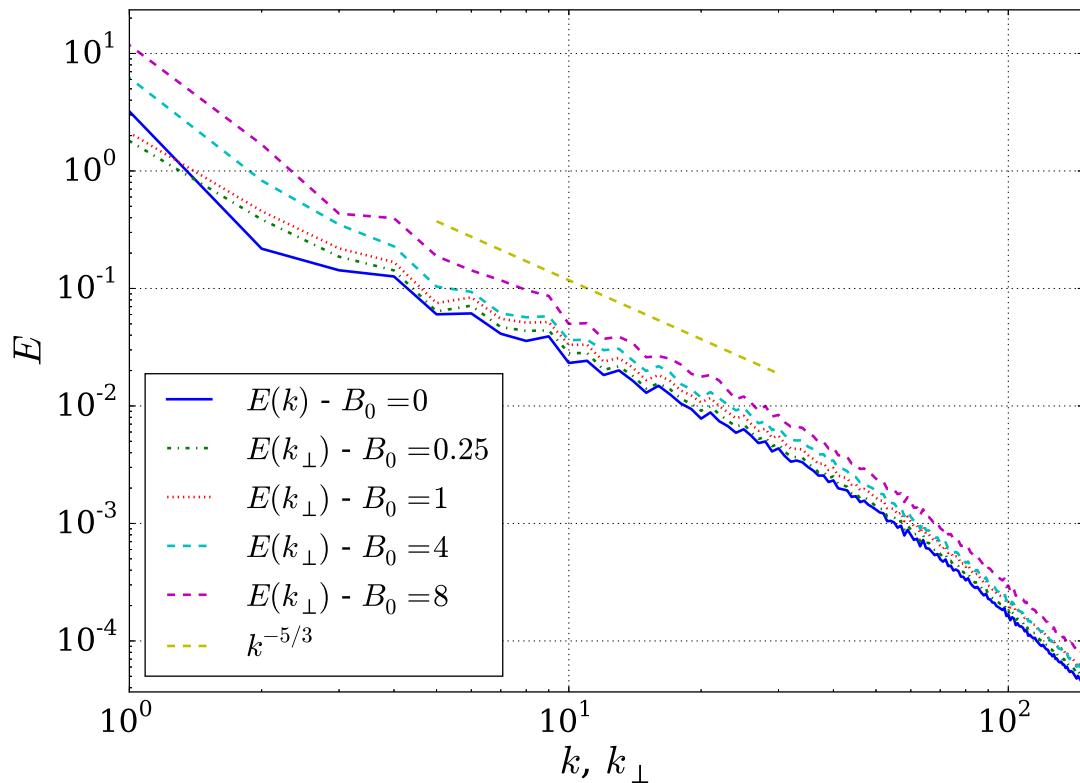


Figura 3.1: Reduced perpendicular energy spectra $E(k_{\perp})$ for the simulations with $B_0 = 0, 25, 1, 4$, and 8 , and isotropic energy spectrum $E(k)$ for the simulation with $B_0 = 0$. Kolmogorov scaling, $\sim k_{\perp}^{-5/3}$, is shown as reference.

Los tiempos característicos definidos en la sección 4.2.2, τ_A , τ_{sw} , y τ_{nl} , dividen el espacio de Fourier en la fig. 4.2 en regiones dependiendo de cómo se ordenan las escalas temporales:

$$\tau_A < \tau_{sw} \Rightarrow k_{\perp} < \left(\sqrt{\left(\frac{B_0}{v_{rms}} \right)^2 \cdot \left(\frac{C_{sw}}{C_A} \right)^2 - 1} \right) k_{\parallel}, \quad (3.6)$$

$$\tau_A < \tau_{nl} \Rightarrow k_{\perp} < \left(\sqrt{\left(\frac{B_0}{v_{rms}} \right)^3 \left(\frac{C_{nl}}{C_A} \right)^3 L k_{\parallel} - 1} \right) k_{\parallel}, \quad (3.7)$$

$$\tau_{nl} < \tau_{sw} \Rightarrow \left(k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 \right)^{1/6} < \frac{C_{sw}}{C_{nl} L^{1/3}}. \quad (3.8)$$

En la fig. 4.2 también se indican las curvas correspondientes a los modos que satisfacen las relaciones $\tau_A \lesssim \tau_{sw}$ y $\tau_A \lesssim \tau_{nl}$, para $B_0 = 1, 4$ y 8 (asumimiento, para dibujar las curvas, que $C_{sw} \approx C_{nl} \approx C_A \approx 1$; esta elección fue posteriormente confirmada por el análisis de las funciones de correlación). Debe mencionarse que la curva $\tau_A \approx \tau_{nl}$ también cumple un rol muy importante en la teoría de balances críticos [113].

Como puede verse de la eq. (3.8), la región donde $\tau_{nl} \leq \tau_{sw}$ es un círculo pequeño alrededor del origen, donde $k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 \leq (C_{sw}/L^{1/3}C_{nl})^6 \approx 1$, y no se puede ver en la figura. Los modos fuera de la región con $\tau_{nl} < \tau_{sw}$ deberían descorrelacionarse con el tiempo de *sweeping* o con el tiempo de Alfvén, dependiendo de cuál sea más rápido. La eq. (3.6) nos dice que en el área a la izquierda de la curva $\tau_A \sim \tau_{sw}$ tenemos $\tau_A < \tau_{sw}$, mientras que la eq. (3.7) nos dice que en el área a la izquierda de la curva $\tau_A \sim \tau_{nl}$ tenemos $\tau_A < \tau_{nl}$ (ver fig. 4.2b). Para el valor más grande de B_0 considerado (i.e., la simulación con $B_0 = 8$), la mayoría de los modos tienen al periodo de Alfvén como el tiempo más rápido (i.e., la mayor área en el gráfico se encuentre arriba y a la izquierda de la curva $\tau_A \sim \tau_{sw}$), a pesar de que una fracción significativa de la energía en el sistema no esté en estos modos, sino que se concentran cerca del eje con $k_{\parallel} = 0$.

3.3.2 Spatio-temporal spectra

La figura fig. 3.3 (para la simulación con $B_0 = 0,25$), la fig. 3.4 ($B_0 = 1$) y la fig. 3.5 ($B_0 = 8$) muestran el espectro en función del vector de onda y la frecuencia, $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$, para modos \mathbf{k} con $k_{\perp} = 0$, donde

$$E(\mathbf{k}) = \int E(\mathbf{k}, \omega) d\omega \quad (3.9)$$

es el espectro de la energía total. Con esta elección para la normalización, resultan más claramente visibles las frecuencias que concentran la mayor cantidad de energía para cada \mathbf{k} . Para $B_0 = 0,25$ (fig. 3.3) observamos una clara dispersión de la energía por debajo

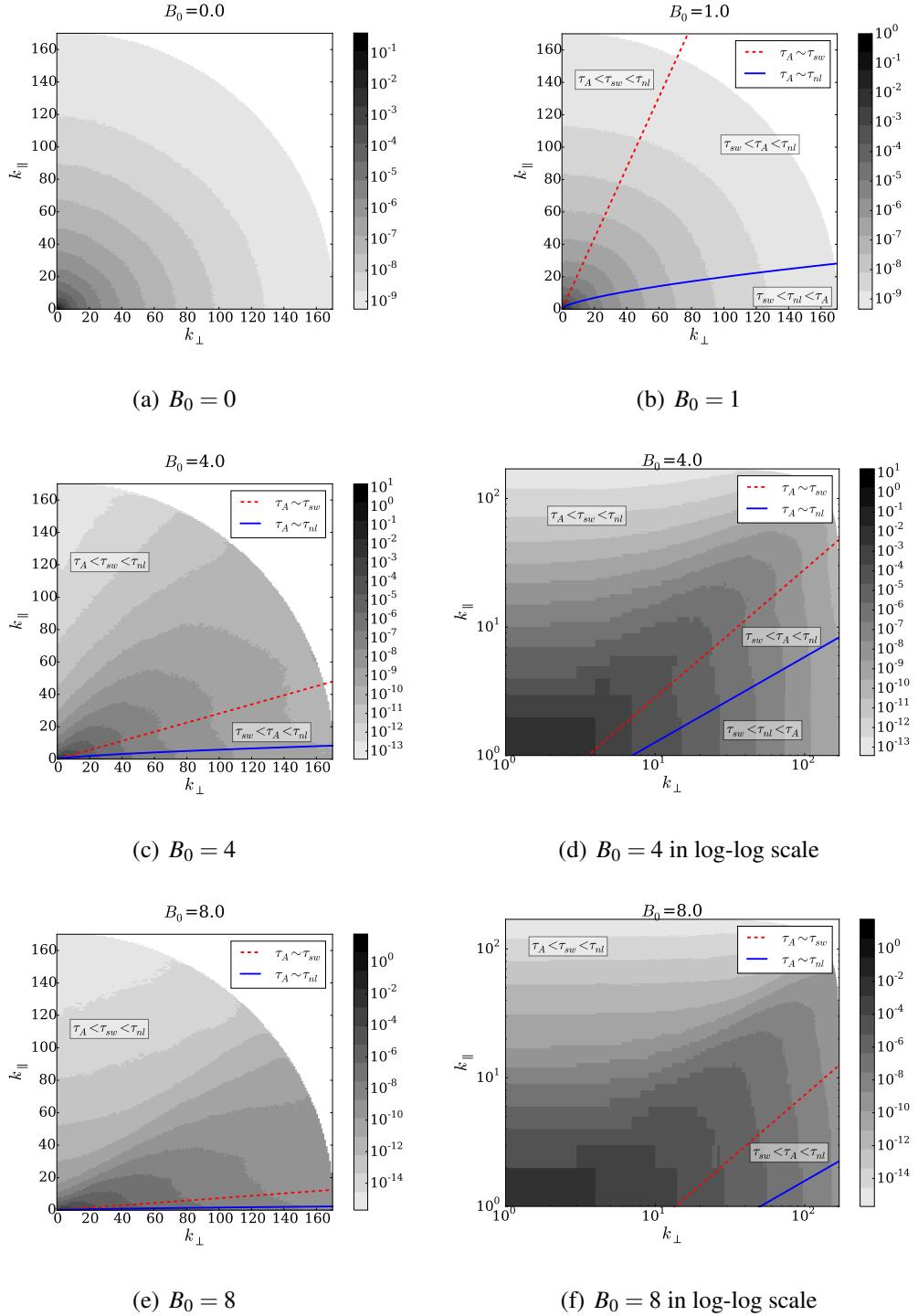


Figura 3.2: Isocontours of the axisymmetric energy spectrum $e(k_{\perp}, k_{\parallel})$ for $B_0 = 0, 1, 4$ and 8 . The cases with $B_0 = 4$ and 8 are also plotted in a log-log scale to show with more detail the inertial range. In all cases, dark means larger energy density (in logarithmic scale). The lines indicate the modes for which sweeping time or local non-linear time become equal to the Alfvén time. For large B_0 the isocontours change shape as they cross each of these lines. Note also the stronger anisotropy of the spectrum as B_0 increases, as well as the increase in the surface covered by modes which have the Alfvén period as the fastest time.

de la línea de la relación de *sweeping* (i.e., vemos excitaciones en todos los modos con frecuencias iguales o menores que $\omega = v_{rms}k_{\parallel}$, indicando que las estructuras de escalas pequeñas están siendo advectadas por todas las velocidades iguales o menores a v_{rms}). También es observable para valores pequeños de k_{\parallel} una acumulación débil cerca de la relación de dispersión de Alfvén $\omega = B_0k_{\parallel}$, aunque el amplio espectro en el dominio de las frecuencias sugiere que el *sweeping* es dominante en este caso.

Al incremental el campo medio a $B_0 = 1$ (fig. 3.4), parte de la energía se concentra por encima de la línea de *sweeping*, y comienza a seguir la relación de dispersión de Alfvén, aunque el espectro continúa siendo muy amplio en las frecuencias, con la mayor parte de la energía por debajo de la relación de *sweeping*. Este comportamiento cambia drásticamente para valores más altos de B_0 . En la fig. 3.5 ($B_0 = 8$), podemos ver que la energía claramente se concentra alrededor de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, con un pico de concentración para modos con hasta $k_{\parallel} \approx 10$, para posteriormente dispersarse hacia la relación de *sweeping* para números de onda más grandes. Notar que este comportamiento indica una competición entre el tiempo magnetohidrodinámico de *sweeping* y el tiempo de Alfvén, con este último resultando dominante a grandes escalas para valores de B_0 grandes. Estos resultados respaldan y mejoran los obtenidos por Dmitruk and Matthaeus [28], y son compatibles para números de onda pequeños y B_0 grande con los obtenidos recientemente en [80, 81]. En particular, Meyrand [80] también reporta una transición de un espectro ondular estrecho a un espectro más amplio, aunque la escala y el mecanismo responsable para esta transición no fue estudiado. Como confirmaremos en la próxima sección a partir de las funciones de descorrelación, la competición entre los tiempos de *sweeping* y de Alfvén como el tiempo de descorrelación dominante, es responsable del cambio observado en el comportamiento del espectro.

3.3.3 Funciones de correlación y tiempos de descorrelación

Con el fin de discernir entre los diferentes fenómenos (y escalas de tiempo relevantes) que actúan en la turbulencia magnetohidrodinámica, estudiamos las funciones de correlación $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$, como se explicó en detalle previamente en la sección 4.2.2. Dado que nos enfocamos en la turbulencia con un campo magnético guía, utilizamos $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$ y consideramos varios valores de $(k_{\perp}, k_{\parallel})$ para estudiar la descorrelación como función del tiempo de retraso τ a diferentes escalas. En la fig. 3.6, se muestran las funciones de correlación $\Gamma(k_{\perp} = 0, k_{\parallel} = k_0, \tau)$ y $\Gamma(k_{\perp} = k_0, k_{\parallel} = 0, \tau)$ para diferentes valores de k_0 para el caso del campo magnético externo moderado $B_0 = 1$. Aquí podemos ver el comportamiento típico de las funciones de correlación, con las escalas más grandes (k más pequeños) tomándose un mayor tiempo para descorrelacionarse. Se encontraron resultados similares para los

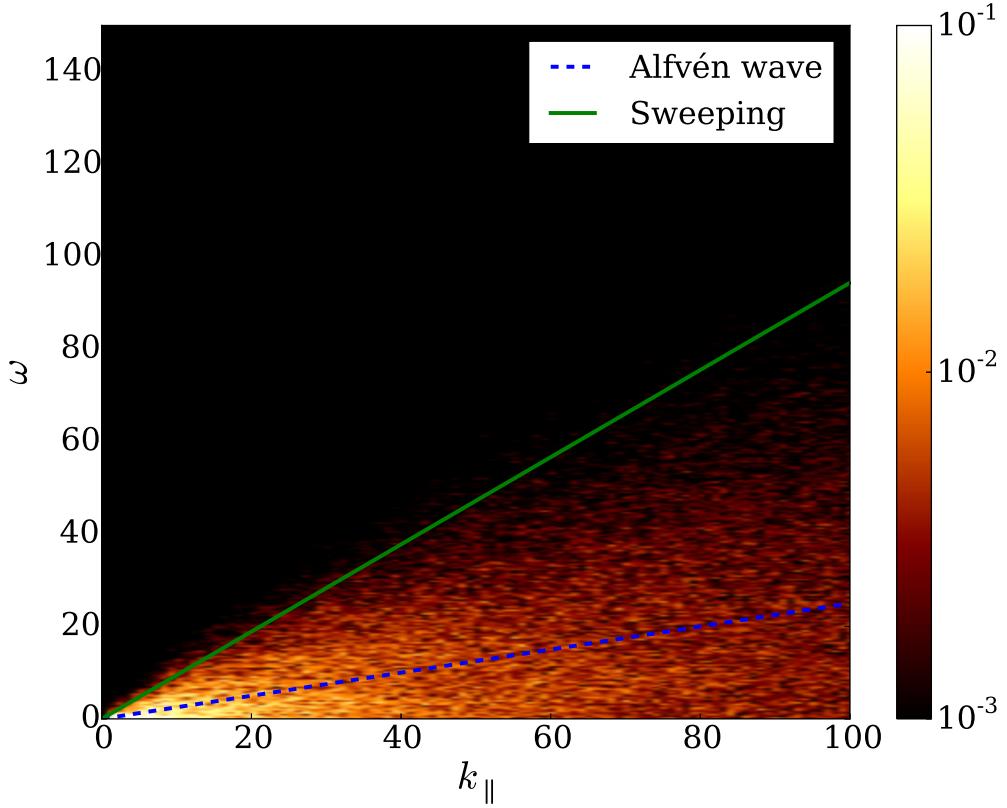


Figura 3.3: Normalized wave vector and frequency spectrum $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$ for the run with $\mathbf{B}_0 = 0.25$, for modes with $k_{\perp} = 0$, and thus as a function of k_{\parallel} . Lighter regions indicate larger energy density. The spectrum corresponds to the power in the time and space Fourier transform of the fields, such that accumulation of energy in modes near the dispersion relation (or in all modes below the sweeping curve) indicates dominance of a physical effect (i.e., of its associated frequency) in the dynamics of a given scale $\sim 1/k_{\parallel}$. The dashed (blue) line indicates the dispersion relation for Alfvén waves, and the continuous (green) line indicates the sweeping relation. A broad excitation of modes is observed for all modes with $\omega \leq v_{rms}k_{\parallel}$ (sweeping), while only a very weak accumulation at small k_{\parallel} can be seen for $\omega = B_0k_{\parallel}$ (Alfvén).

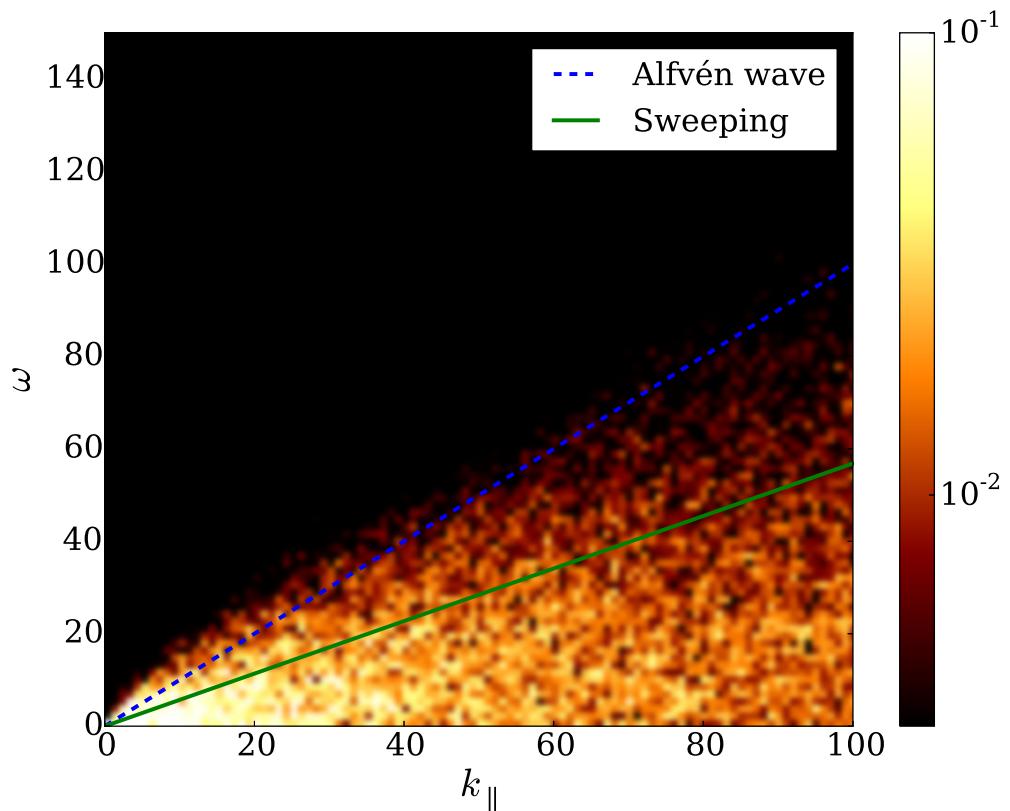


Figura 3.4: Normalized wave vector and frequency spectrum $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$ for the run with $B_0 = 1$, for modes with $k_{\perp} = 0$, and thus as a function of k_{\parallel} and ω . Lighter regions indicate larger energy density. The dashed (blue) line indicates the dispersion relation for Alfvén waves and the continuous (green) line indicates the sweeping relation.

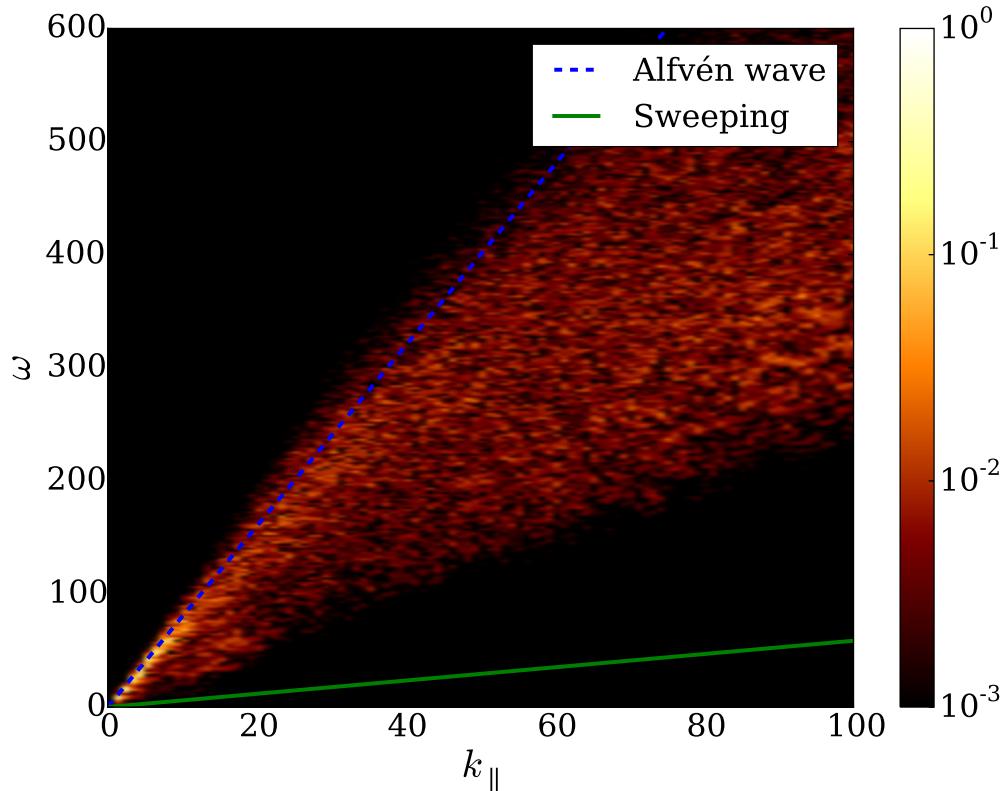


Figura 3.5: Normalized wave vector and frequency spectrum $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$ for the run with $B_0 = 8$, for modes with $k_\perp = 0$, and thus as a function of k_\parallel and ω . Lighter regions indicate larger energy density. The dashed (blue) line indicates the dispersion relation for Alfvén waves and the continuous (green) line indicates the sweeping relation. Note in this case power is concentrated in a narrow region near the wave dispersion relation up to $k_\parallel \approx 10$, corresponding to Alfvénic excitations.

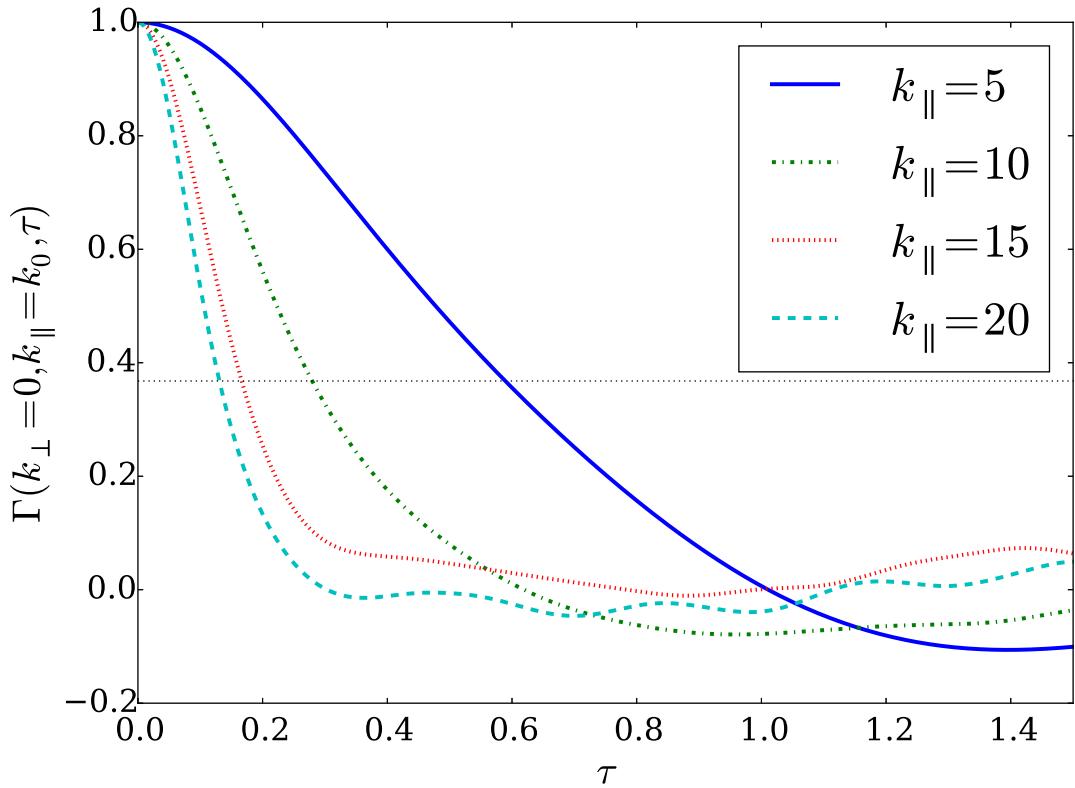
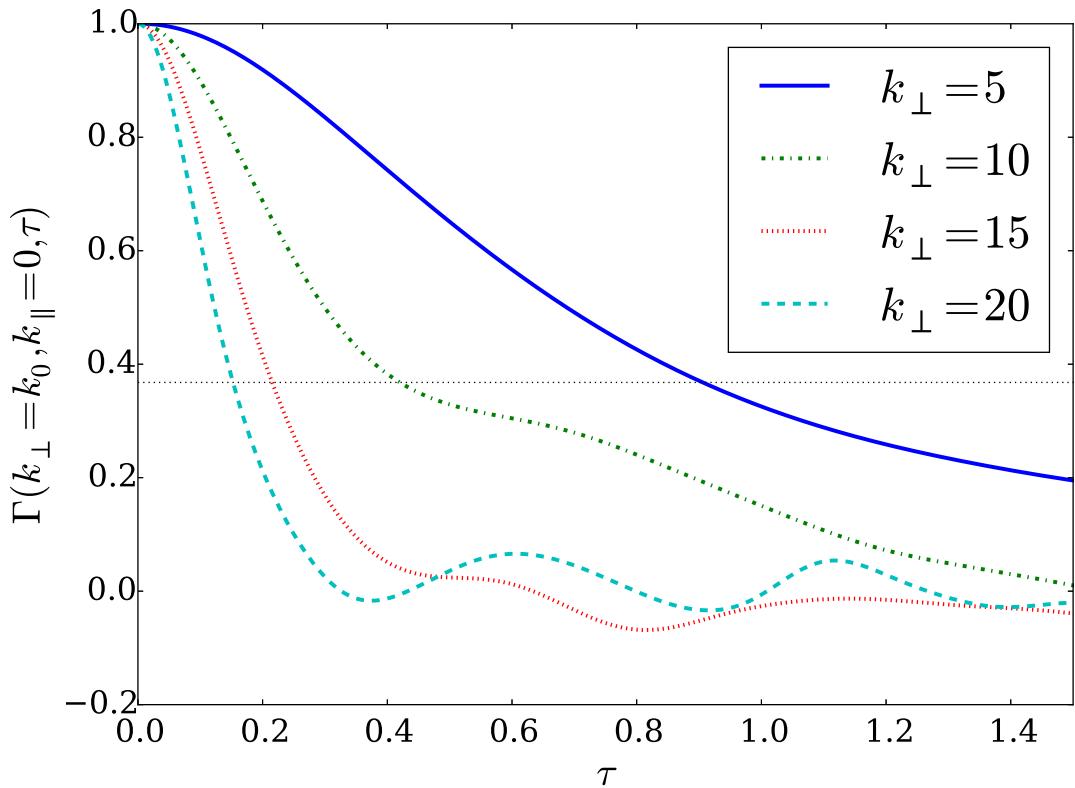
(a) $\Gamma(k_{\perp}=0, k_{\parallel}=k_0, \tau)$ (b) $\Gamma(k_{\perp}=k_0, k_{\parallel}=0, \tau)$

Figura 3.6: Correlation functions $\Gamma(k_{\perp}=0, k_{\parallel}=k_0, \tau)$ and $\Gamma(k_{\perp}=k_0, k_{\parallel}=0, \tau)$ as a function of the lag time τ , for $k_0 = 5, 10, 15$, and 20, in the simulation with $B_0 = 1$. The value of τ for which $\Gamma = 1/\sqrt{2}$ (horizontal dotted line) corresponds to the decorrelation time.

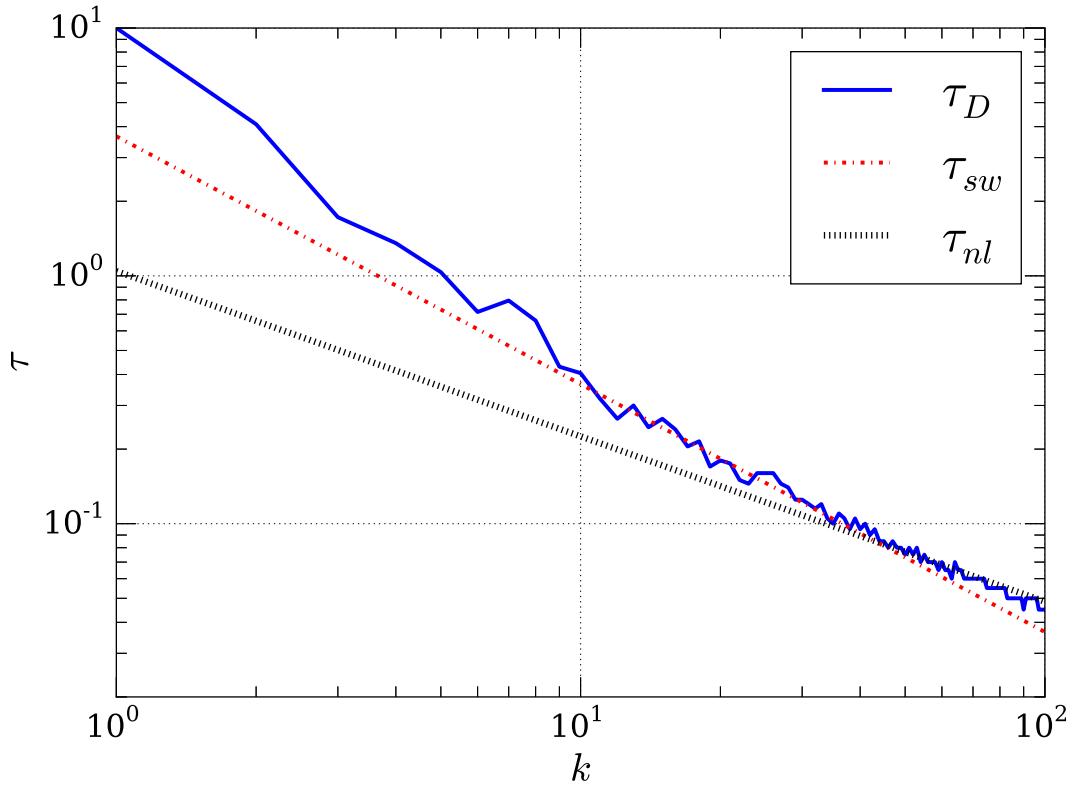


Figura 3.7: Decorrelation times as a function of $k = |\mathbf{k}|$ for the isotropic case $B_0 = 0$. The straight lines indicate the theoretical predictions corresponding to the sweeping time and the nonlinear time. Except at the largest wavenumbers, the decorrelation time seems to be dominated by sweeping.

otros campos magnéticos externos considerados, $B_0 = 0, 0,25, 4$, y 8 .

Para entender cuál de los diferentes tiempos (tiempo no lineal, *sweeping* aleatorio, y propagación de Alfvén) está controlando la descorrelación temporal, necesitamos comparar la escala del tiempo de descorrelación con la dependencia de escala teórica esperada para cada proceso físico. Para hacer esto, usamos el hecho de que el modo con el vector de onda \mathbf{k} debe estar descorrelacionada después de un tiempo $\tau_D(\mathbf{k})$, siguiendo aproximadamente un decaimiento exponencial

$$\Gamma(\mathbf{k}, \tau) \sim e^{-\tau/\tau_D(\mathbf{k})}. \quad (3.10)$$

Por simplicidad, evaluamos $\tau_D(\mathbf{k})$ como el tiempo al cual la función Γ decaía a $1/e$ de su valor inicial..

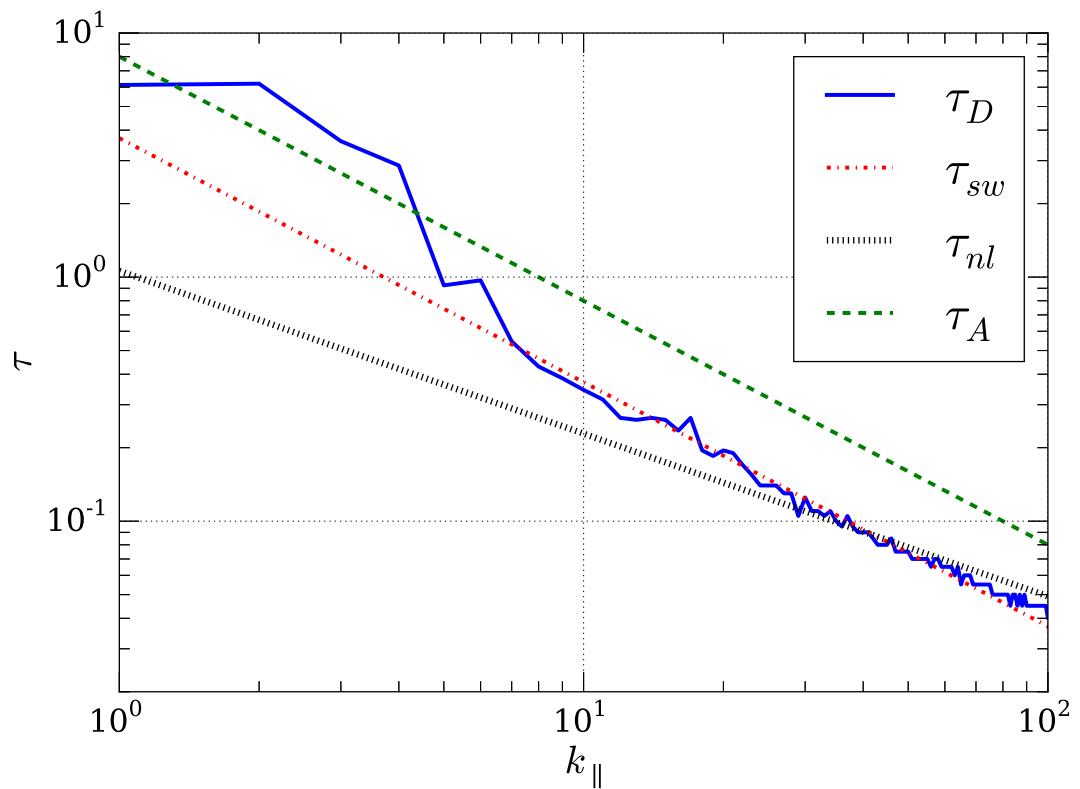
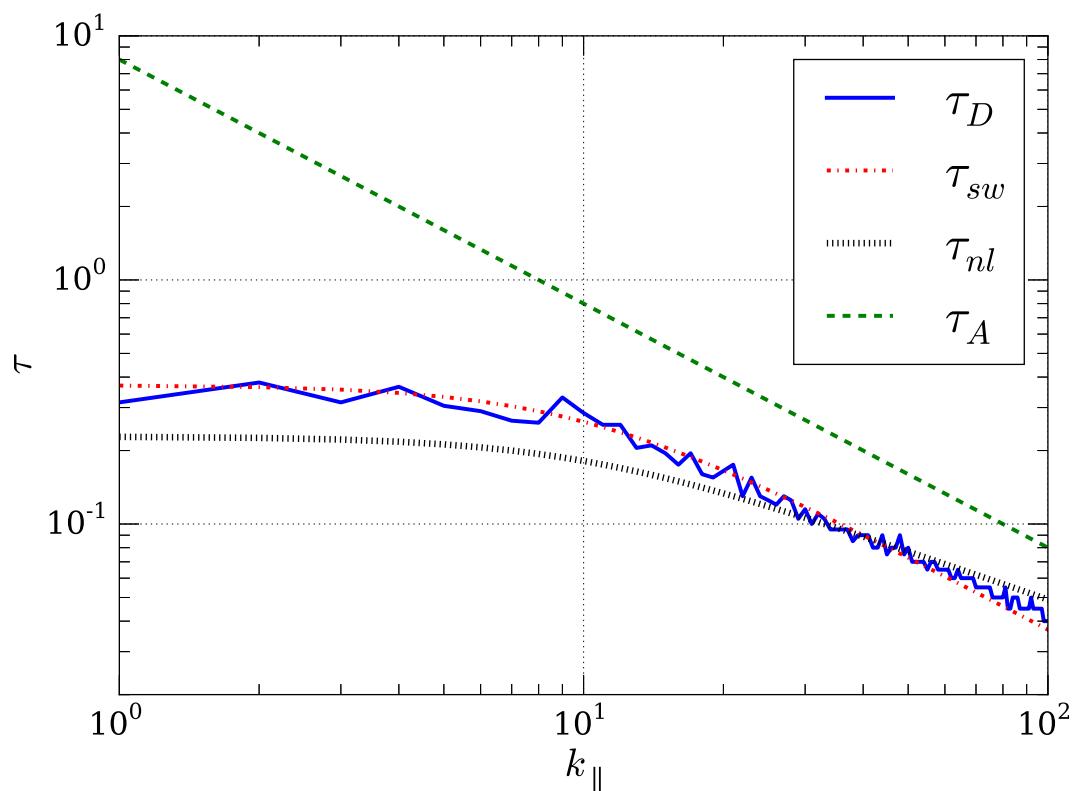
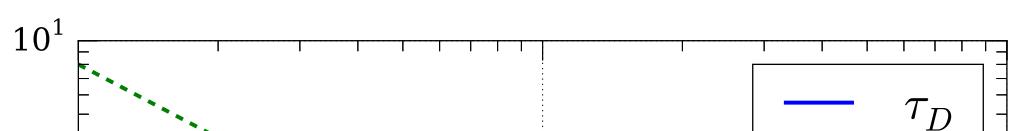
Como primer ejemplo, la fig. 3.7 muestra el tiempo de descorrelación τ_D obtenido de $\Gamma(k, \tau)$ en el caso isotrópico con $B_0 = 0$. Podemos ver que la escala del tiempo de descorrelación se encuentra en buen acuerdo con el tiempo de *sweeping*, excepto quizás

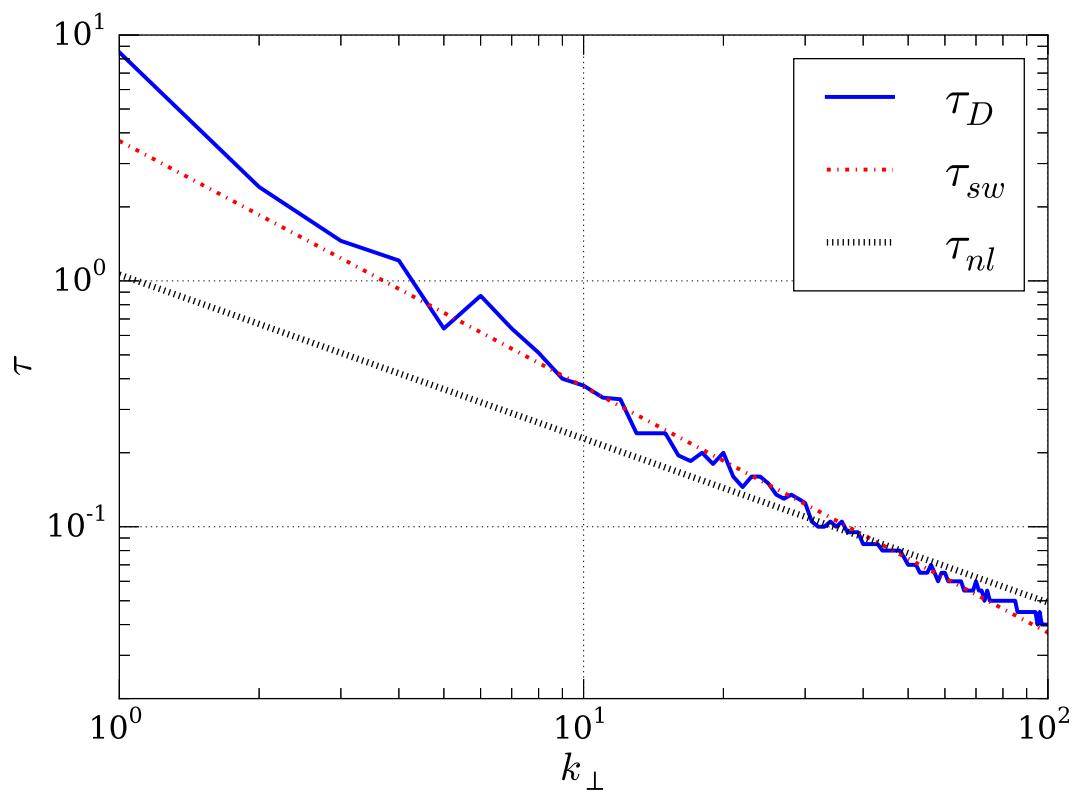
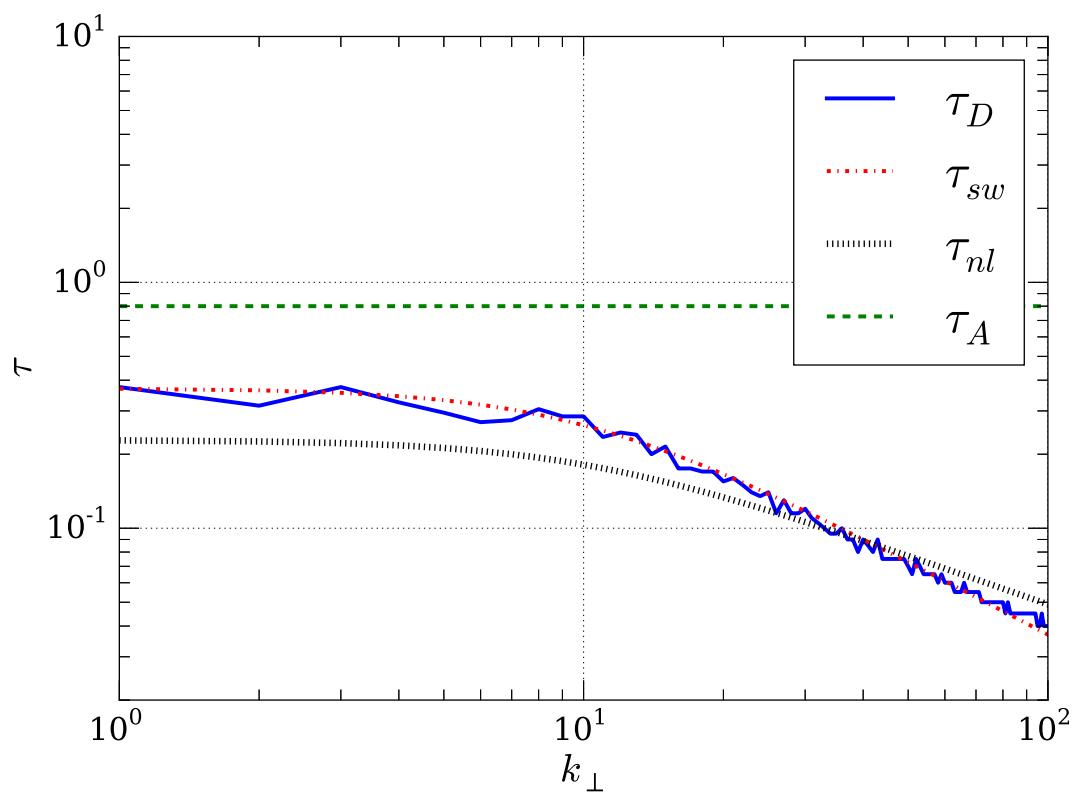
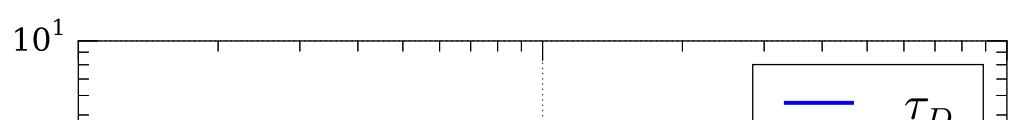
para los números de onda más grandes (menor escala). Estos resultados son consistentes con los obtenidos por Servidio *et al* [108] en el caso isotrópico.

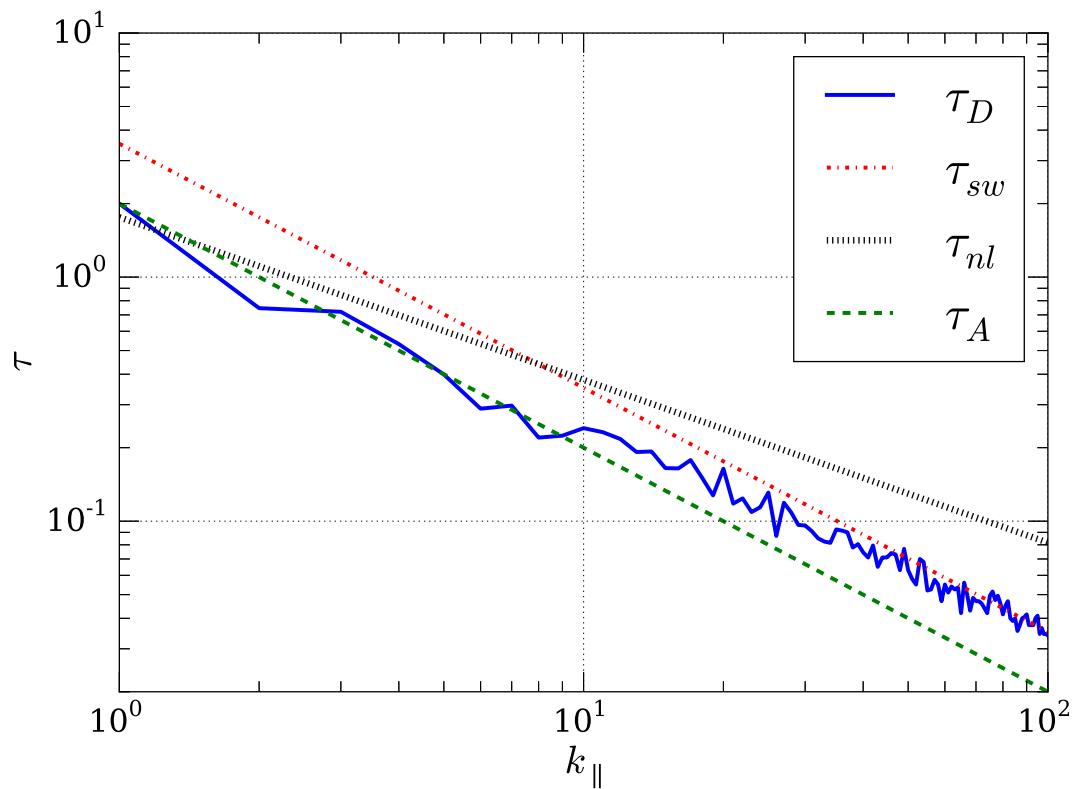
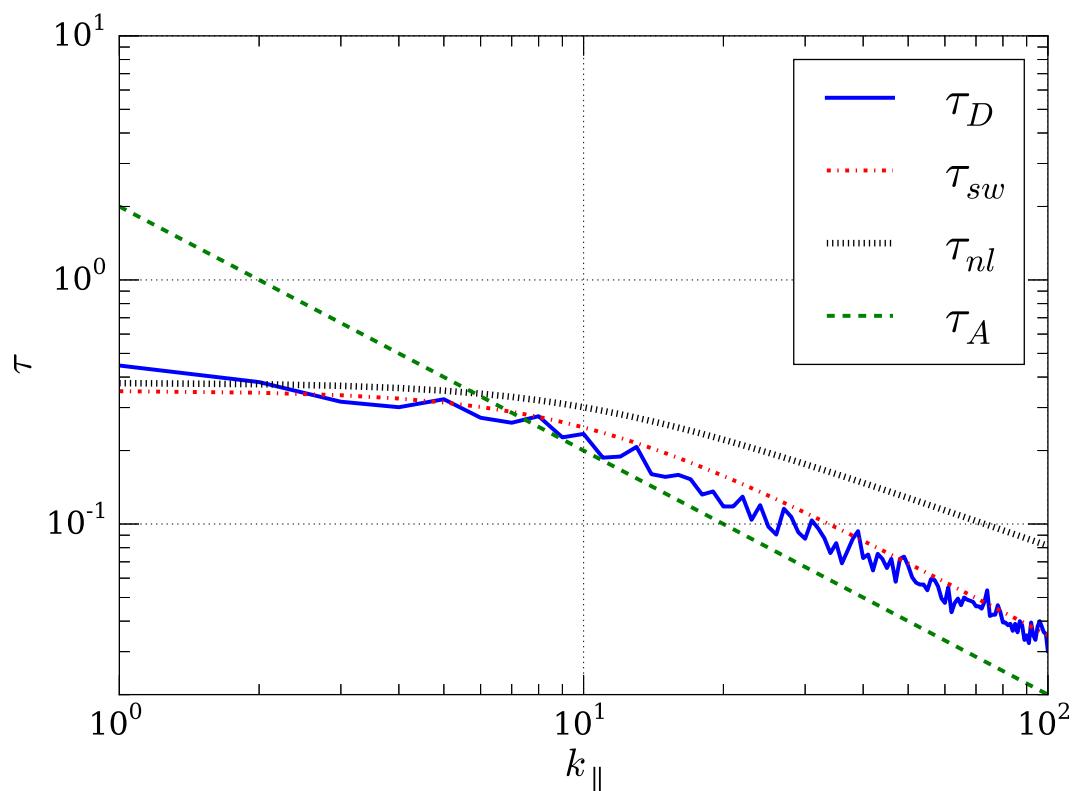
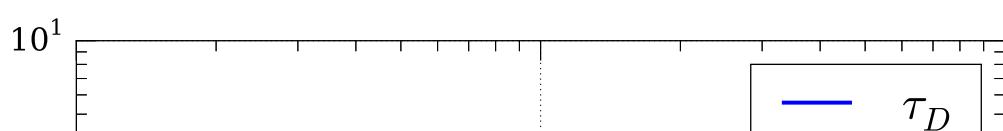
Como se mencionó anteriormente, en el caso general puede ser difícil diferenciar entre los efectos de *sweepingy* de la propagación de Alfvén, pues ambas escalas temporales varían como k^{-1} . Sin embargo, en el caso anisotrópico (i.e., en presencia de un campo guía), podemos hacer uso del escaleo observado respecto de los números de onda paralelos y perpendiculares, para así hacer posible la distinción. En la fig. 3.8 utilizamos resultados de la simulación con $B_0 = 0,25$ para computar los tiempos de descorrelación para los modos de Fourier en función de k_{\parallel} , para varios valores fijos de k_{\perp} . Incluso para este caso con un valor de B_0 relativamente pequeño, puede observarse que los tiempos de descorrelación se encuentran más cerca del valor teórico esperado del tiempo de *sweeping* que de todos los otros tiempos (tiempo local no lineal y tiempo Alfvénico). Esto es consistente con el resultado obtenido a partir del espectro energético respecto del número de onda y la frecuencia, mostrado previamente en la fig. 3.3. En la fig. 3.9 se puede ver una vista complementaria para la misma corrida con $B_0 = 0,25$, donde se muestra el tiempo de descorrelación τ en función de k_{\perp} para varios valores fijados de k_{\parallel} . La conclusión es nuevamente que el tiempo de *sweeping* controla τ_D a todas las escalas, salvo las más grandes, ya que sólo para $k_{\perp} = 0$ y para k_{\parallel} entre ≈ 1 y ≈ 4 τ_D se encuentra más cercano al tiempo de Alfvén.

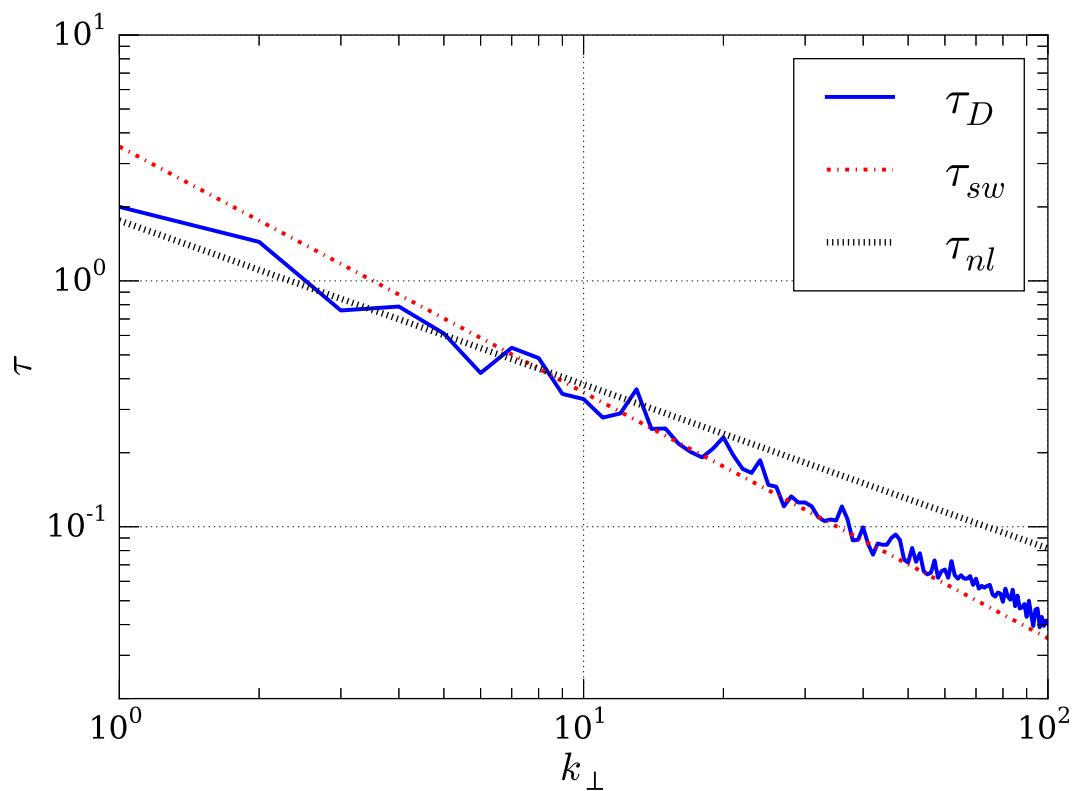
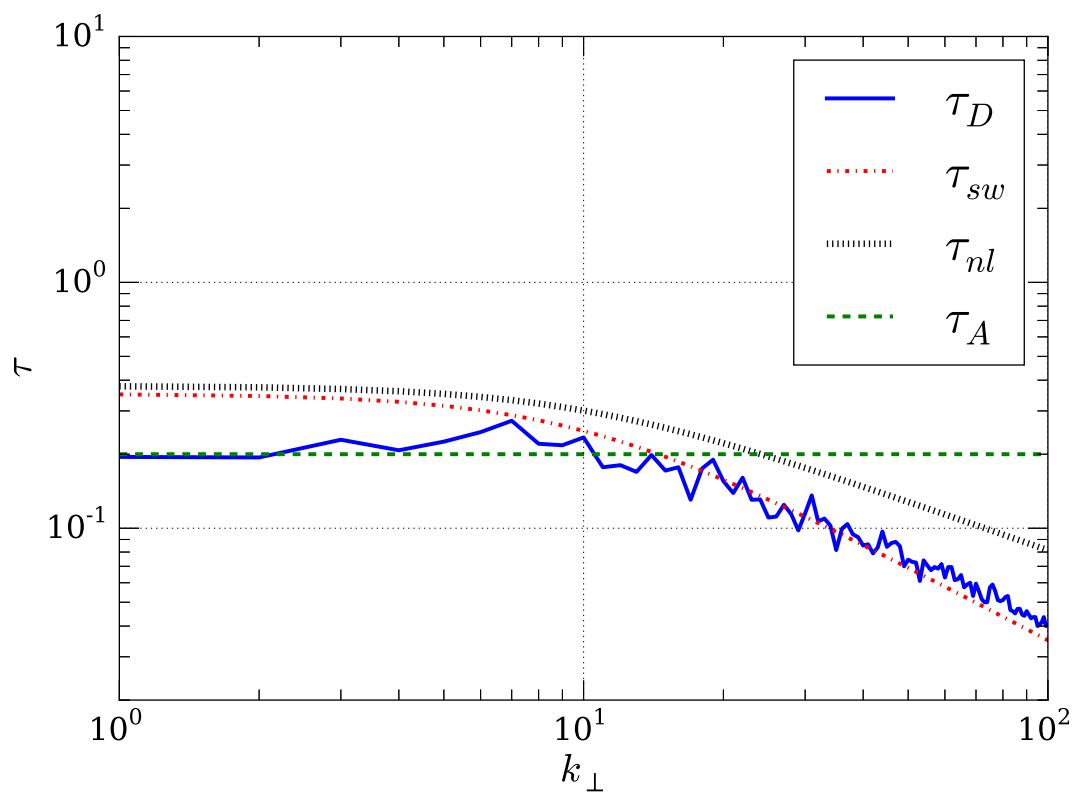
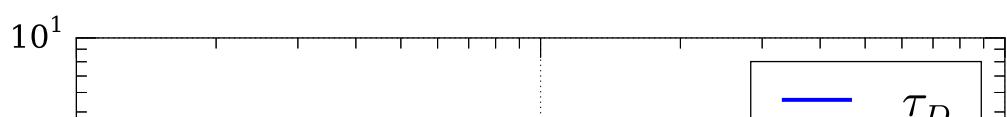
La tendencia de que el tiempo de descorrelación sea controlado por el *sweeping* se puede ver nuevamente en la corrida con el campo medio moderado $B_0 = 1$. Estos resultados para el tiempo de descorrelación se muestran en las fig. 3.10 and ???. Nuevamente, sólo para valores pequeños de k_{\parallel} y de $k_{\perp} = 0$ el tiempo de descorrelación se encuentra más cerca del tiempo de Alfvén. Esta tendencia pudo observarse también en el espectro de la fig. 3.4.

Finalmente, analicemos el comportamiento del tiempo de descorrelación τ para las corridas con el mayor campo magnético medio considerado, $B_0 = 8$. Los resultados se pueden ver en las fig. 3.12 and ???. Para valores pequeños de k_{\perp} , se encuentra que el tiempo de Alfvén resulta dominante de las descorrelaciones (hasta, aproximadamente, $k_{\parallel} = 10$; ver fig. 3.13). Para valores mayores de k_{\perp} , sin embargo, el tiempo de descorrelación se aleja del tiempo de Alfvén y se acerca lentamente a la escala del tiempo de *sweeping*. Esto es consistente con los espectros espacio-temporales de la fig. 3.5, donde se observa que la energía se concentra cerca de la relación de dispersión de Alfvén para valores pequeños del número de onda, pero se difumina hacia las frecuencias de *sweeping* para valores grandes del número de onda. Como resultado, es la competencia entre estas dos escalas temporales la que parece ser responsable del ensanchamiento del espectro espacio-temporal para

(a) $k_{\perp} = 0$ (b) $k_{\perp} = 10$ 

(a) $k_{\parallel} = 0$ (b) $k_{\parallel} = 10$ 

(a) $k_{\perp} = 0$ (b) $k_{\perp} = 10$ 

(a) $k_{\parallel} = 0$ (b) $k_{\parallel} = 10$ 

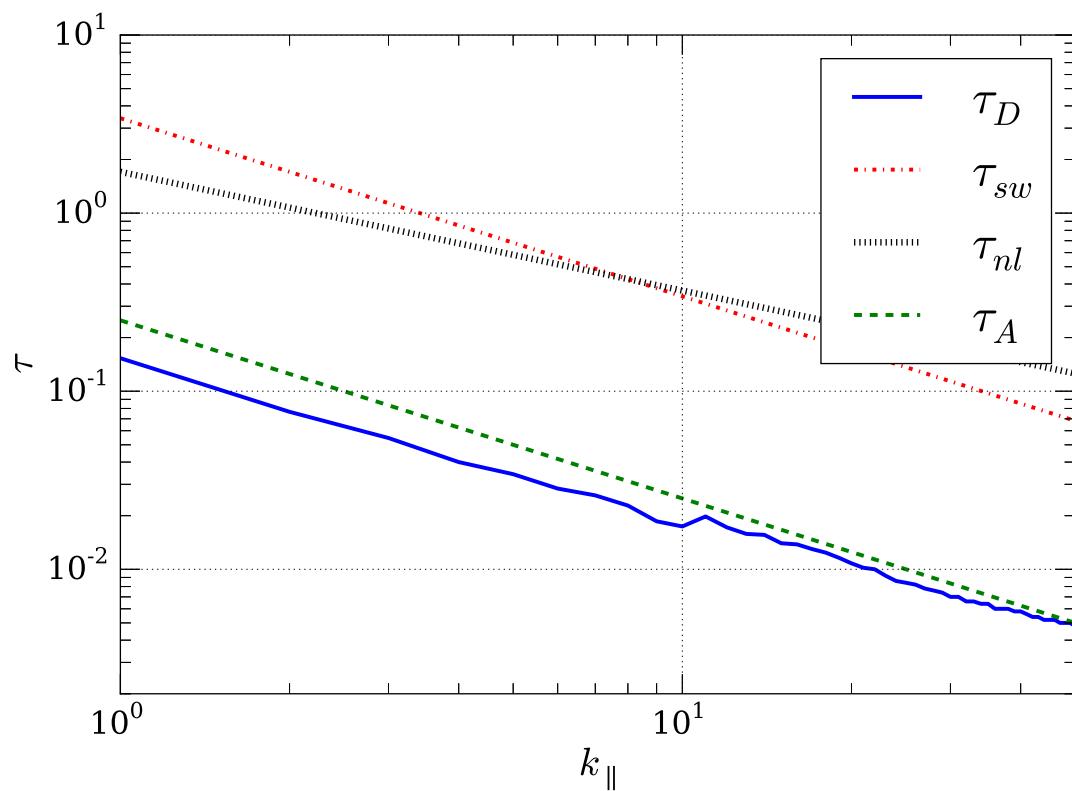
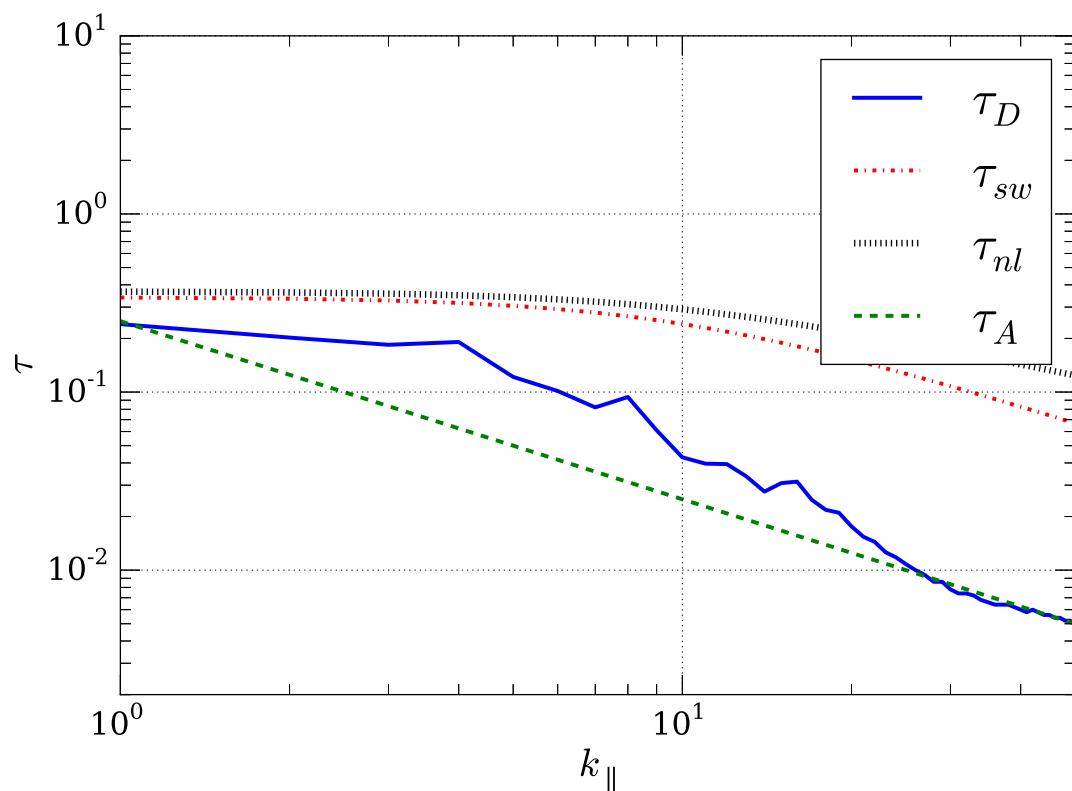
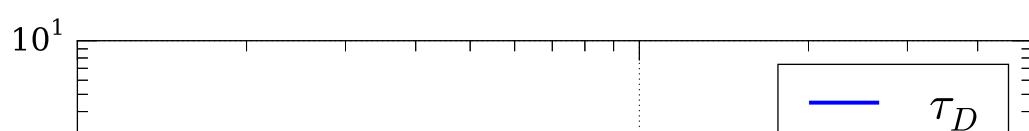
valores grandes de B_0 . En tanto el tiempo de Alfvén sea mucho más rápido que las otras escalas temporales del sistema, el flujo excita ondas de Alfvén, que dominan los modos de descorrelación. Pero cuando las otras escalas se acercan a la escala temporal de las ondas (o hasta se vuelven más rápidas, como sucede para valores pequeños de B_0), el sistema cambia la escala temporal dominante en la descorrelación.

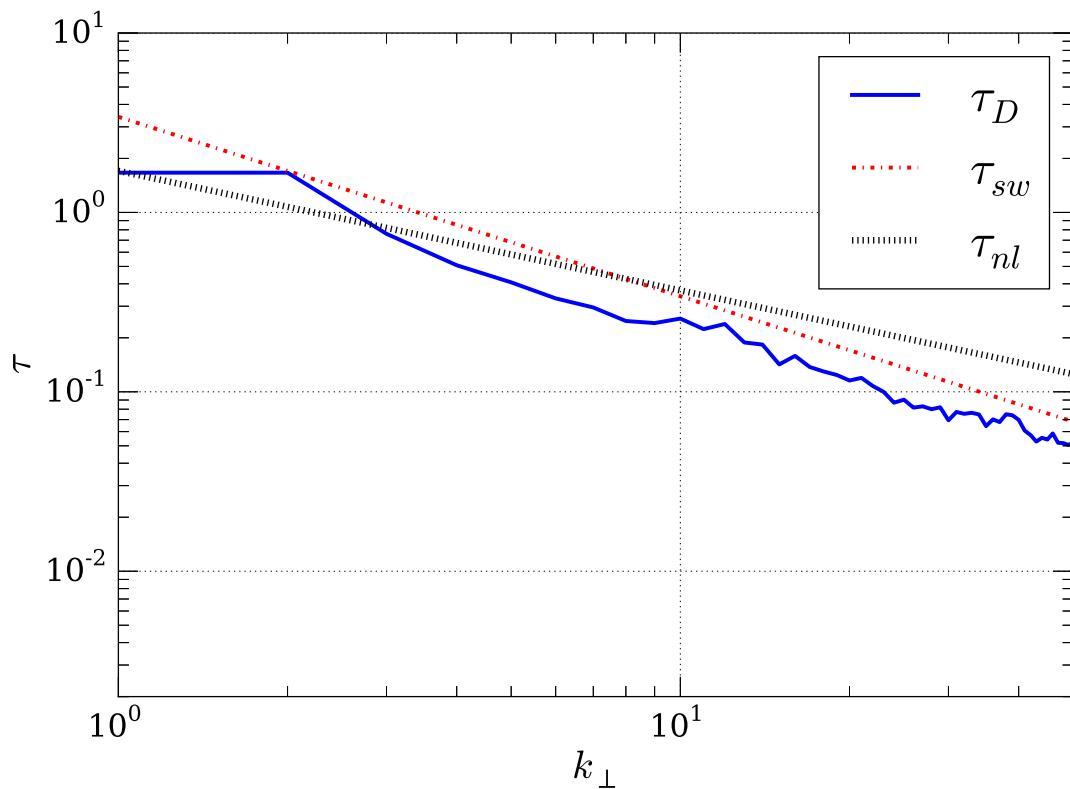
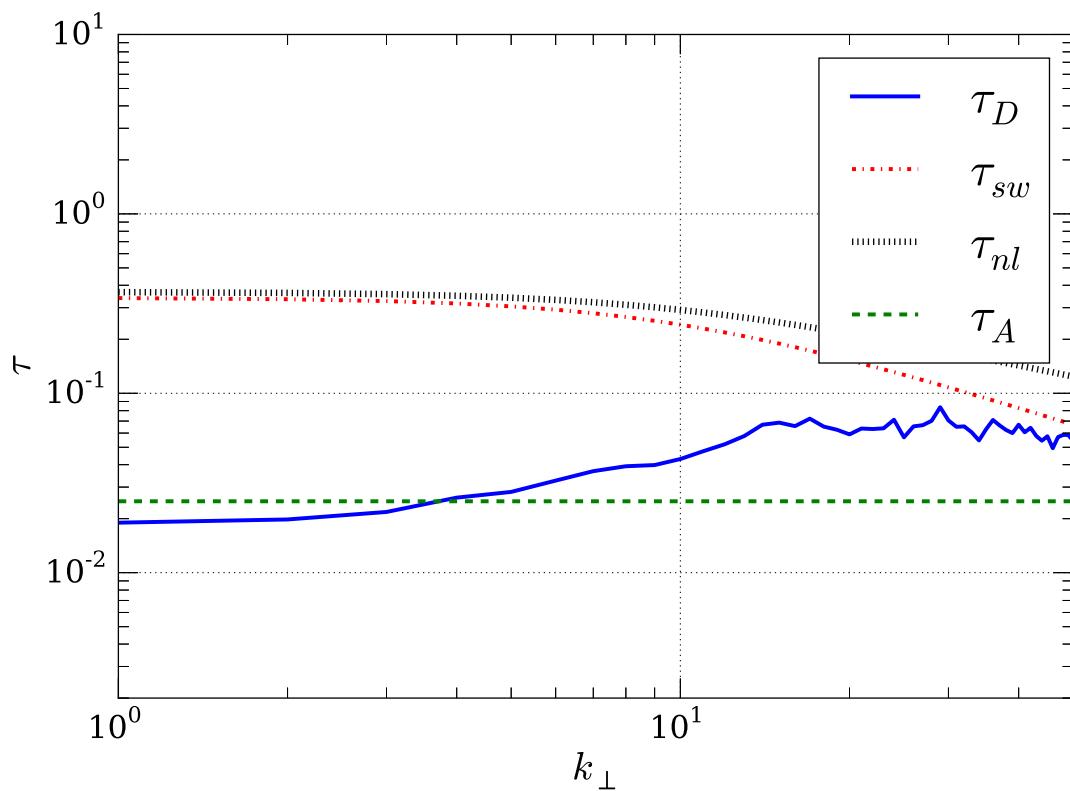
3.4 Conclusions

En este trabajo, hemos estudiado los tiempos de correlación que entran en juego en magnetohidrodinámica, en la aproximación incompresible. Aún en el caso (más simple) hidrodinámico, uno espera que tanto las correaciones espaciales como las temporales sean relevantes en la física de la turbulencia, ya que estas propiedades independientes puede encarnarse en el tensor de correlación de dos puntos y dos tiempos, $R_{ij}(\mathbf{r}, t)$, una generalización directa de la eq. (3.3). Correlaciones análogas pueden ser escritas para las componentes de la velocidad del fluido \mathbf{u} y para otras cantidades. La transformada espacial de la correlación (o, equivalentemente, las funciones de estructura espacial de segundo orden) a tiempo de retraso τ nulo, proveen información acerca de la distribución espacial de la energía a lo largo de las distintas escalas. Acordemente, **the zero spatial lag correlation, evaluated at varying time and transformed to frequency**, provee información análoga acerca de la distribución energética a lo largo de las distintas escalas temporales. Aquí, estudiamos las correlaciones en tiempo para un dado número de onda o una escala espacial para el modelo magnetohidrodinámico.

El caso MHD es más complejo que el hidrodinámico porque hay dos campos involucrados: el magnético y el de velocidades. Además, el campo magnético no puede ser removido por una transformada de Galileo, mientras que el de velocidades, sí. En consecuencia, el campo magnético medio, impone una dirección preferencial. Adicionalmente, el caso MHD tiene un nuevo y anisotrópico modo de ondas, las ondas de Alfvén, que introducen la posibilidad de anisotropías en el espectro y en las correlaciones, así como también una nueva escala temporal, el tiempo de Alfvén. Debido a estos efectos, el análisis de la descorrelación temporal se vuelve también más complejo, con al menos tres escalas temporales para examinar (Alfvén, *sweeping* y no lineal), así como también la posibilidad de una anisotropía en la tasa de descorrelación.

Tanto el *sweeping* aleatorio como la correlación Alfvénica son efectos no locales, en el sentido de que acoplan las grandes escalas con otras más pequeñas. Los resultados mostrados aquí respaldan la conclusión de que los efectos no locales (en el espacio espectral) juegan un rol importante en turbulencia MHD (en acuerdo con los estudios de

(a) $k_{\perp} = 0$ (b) $k_{\perp} = 10$ 

(a) $k_{\parallel} = 0$ (b) $k_{\parallel} = 10$

transferencia *shell-to-shell* [3, 2, 116, 86]), y que las descorrelaciones están principalmente dominadas por el *sweeping* y las interacciones Alfvénicas, confirmado los estudios previos de MHD isotrópico [108].

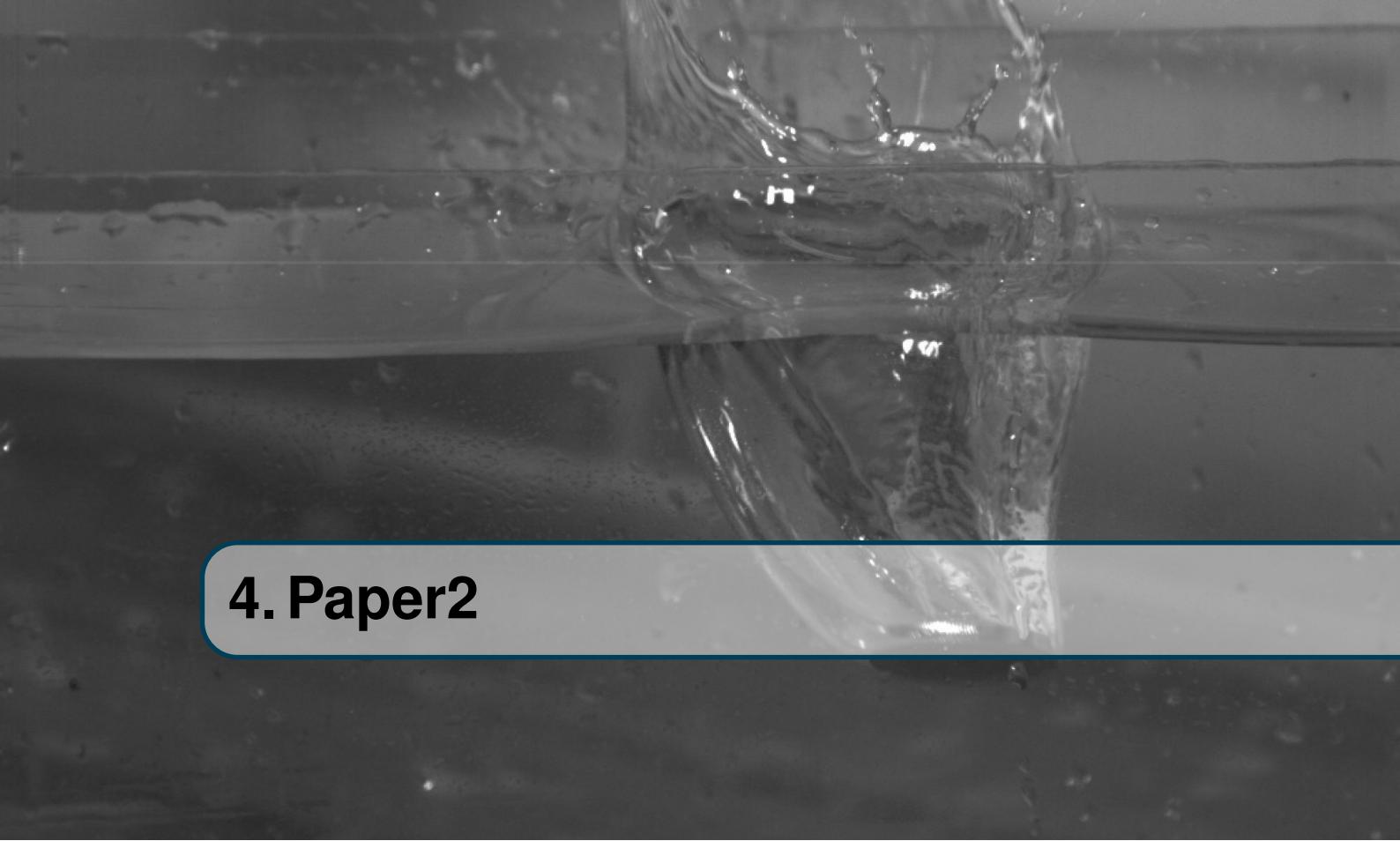
Además, en comparación con los estudios previos, el análisis aquí presentado permite distinguir entre los efectos de *sweeping* y Alfvénicos, y los resultados apoyan la conclusión de que la interacción de *sweeping* domina la decorrelación para valores moderados de B_0 , mientras que para grandes valores del campo medio B_0 y a grandes escalas (números de onda perpendiculares pequeños) las descorrelaciones están más controladas por las interacciones Alfvénicas. Las interacciones relevantes son las ondas de Alfvén, y como tales se puede concluir que las ondas se encuentran todavía presentes en turbulencia MHD y dominan las descorrelaciones esencialmente para números de onda paralelos (alineados con el campo medio; ver también [80, 81]). Nuestros resultados también indican que el sistema elige, en efecto, el tiempo de descorrelación más bajo disponible. Un constructo simple y relevante es que la tasa de descorrelación es la suma de las tasas asociadas con cada escala de tiempo relevante (ver, por ejemplo, [100, 125]). Como resultado, aún para grandes valores del campo guía B_0 , para escalas suficientemente pequeñas en las que el tiempo de *sweeping* resulte más rápido que el de Alfvén, luego de un gran rango de escalas en las que dominen las ondas de Alfvén, el sistema transiciona a un comportamiento donde domina el *sweeping*.

Una conclusión convincente del presente trabajo es que la influencia de la descorrelación de *sweeping* se extiende a lo largo de un amplio rango de los parámetros globales. Aún si el *sweeping* no es el tiempo dominante de los mecanismos de descorrelación a lo largo de todo el sistema, su importancia relativa a la descorrelación vía propagación Alfvénica persiste en ciertas subregiones del espacio de Fourier. Este es el caso para valores moderados del campo magnético medio aplicado B_0 , como puede observarse en las fig. 3.10 and ???. Esta influencia del *sweeping* se encuentra aún en los casos con campo magnético medio fuerte ($B_0 = 8$), como se ve en las fig. 3.12 and ???. Acordeamente, también se podría concluir que los efectos de descorrelación Alfvénica son muy importantes, por lo menos para valores altos de B_0 y en ciertas regiones del espacio de ondas. A pesar de que resulta difícil extrapolar tales conclusiones en una forma precisa para aplicaciones espaciales y astrofísicas, podemos aplicar los presentes resultados en una forma cualitativa. Por ejemplo, el viento solar típicamente admite $\delta B/B_0 \sim 1$ en la escala más externa. Aún si el cociente es menor, por ejemplo a escalas menores en el rango inercial, el presente resultado sugiere que el efecto de *sweeping* se mantendría importante en establecer la tasa del tiempo de descorrelación en el ambiente interplanetario. Esto podría conllevar diversas implicaciones, por ejemplo en la predicción cuantitativa, en la dispersión de partículas y en

la comprensión del ámbito de aplicación de la teoría de la turbulencia débil. En este sentido, las técnicas de observación han comenzado a extraer medidas aproximadas del viento solar y la descorrelación del tiempo magnetosférico en el marco del plasma [71, 120], pero aún no han alcanzado la precisión para distinguir los efectos de barrido y Alfvénicos como lo ha hecho el presente estudio utilizando la simulación MHD.

Es interesante recordar que la descorrelación de tiempo relevante asociada con la transferencia de energía en turbulencia no es la correlación de tiempo euleriana que hemos considerado (punto espacial fijo, tiempo variable), sino más bien la descorrelación de tiempo lagrangiana, calculada siguiendo un elemento fluido material. A este respecto, es bien sabido que ni el barrido ni la propagación de ondas alfvénicas pueden producir directamente la transferencia espectral en modelos homogéneos idealizados. En parte debido a estas complicaciones, actualmente no existe una teoría completa que vincule la correlación espacial y las correlaciones de tiempo en MHD o turbulencia hidrodinámica. Por otro lado, está claro que en MHD, tanto la propagación de la onda de Alfvén como el *sweeping* contribuyen a la variación de tiempo total en un punto (espectro de frecuencia euleriano) y, por lo tanto, influyen en una predicción limitante. Estas escalas de tiempo también son características importantes para comprender la dispersión de partículas de prueba cargadas, como los rayos cósmicos de baja energía [10], así como para tener en cuenta la distribución de las aceleraciones, que está relacionada con la intermitencia [92].

El comportamiento observado del tiempo de descorrelación para MHD, ejemplificado por los nuevos resultados presentados aquí, tiene aplicaciones en una serie de temas, incluyendo la teoría de dispersión de partículas cargadas [107, 92], la dinámica del campo magnético interplanetario y de la magnetosfera [83], y la interpretación de datos de naves espaciales de misiones históricas y futuras [71]. Mirando hacia las perspectivas futuras, notamos que ha habido cierto éxito en el establecimiento de conexiones empíricas entre la escala de tiempo de *sweeping* y la descorrelación del tiempo euleriano observado en hidrodinámica [21]. Se podrían aprovechar ideas similares para MHD (por ejemplo, [67]) para comprender mejor, o al menos modelar empíricamente, la relación en MHD entre la estructura espacial y la decorrelación del tiempo, un esfuerzo que se beneficiaría directamente de los resultados novedosos presentados aquí.



4. Paper2

We study the spatio-temporal behavior of the Elsässer variables describing magnetic and velocity field fluctuations, using direct numerical simulations of three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. We consider cases with relatively small, intermediate, and large values of a mean background magnetic field, and with null, small, and high cross-helicity (correlations between the velocity and the magnetic field). Wavenumber-dependent time correlation functions are computed for the different simulations. From these correlation functions, the decorrelation time is computed and compared with different theoretical characteristic times: the local non-linear time, the random-sweeping time, and the Alfvénic time. It is found that decorrelation times are dominated by sweeping effects for low values of the mean magnetic field and for low values of the cross-helicity, while for large values of the background field or of the cross-helicity and for wave vectors sufficiently aligned with the guide field, decorrelation times are controlled by Alfvénic effects. Finally, we observe counter-propagation of Alfvénic fluctuations due to reflections produced by inhomogeneities in the total magnetic field. This effect becomes more prominent in flows with large cross-helicity, strongly modifying the propagation of waves in turbulent magnetohydrodynamic flows.

4.1 Introduction

Las fluctuaciones turbulentas están presentes en un amplio rango de escalas, tanto espaciales como temporales. En MHD incompresible, los acoplamientos no lineales se

basan en interacciones de tríadas de modos [131, 3, 116? , 86], que pueden ser de distintos tipos, tales como distorsiones no lineales de *eddies*(locales en el espacio de ondas) o de tipo barrido de escalas pequeñas por escalas grandes (no locales en el espacio de Fourier) [60, 118, 21, 92, 68, 108, 17]. Por supuesto, estos acoplamientos no lineales también involucran interacciones con ondas en el flujo, que son ubicuas tanto en los flujos MHD como en plasma turbulento.

Las ecuaciones de MHD incompresible sustentan ondas de Alfvén, que en la presencia de un campo magnético de fondo \mathbf{B}'_0 son descriptas por una relación de dispersión lineal de frecuencia $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A$ para el vector de onda \mathbf{k} , con velocidad de Alfvén $\mathbf{V}_A = \mathbf{B}'_0 / \sqrt{4\pi\rho}$ y con densidad de masa ρ .

Es sabido que estas ondas, cuando se consideran aisladamente, son también soluciones exactas de las ecuaciones no lineales de MHD ideal. La presencia simultánea de fluctuaciones contrapropagantes, sin embargo, activa las interacciones no lineales a lo largo de los modos, produciendo dispersión, y en consecuencia las ondas dejan de ser soluciones exactas del sistema [?]. Como el campo magnético de fondo controla la velocidad de propagación (es decir, la velocidad de Alfvén), la interacción no lineal está influenciada por el **Alfvén crossing time** de los paquetes de onda contrapropagantes. Por lo tanto, existe una competencia entre las interacciones no lineales (es decir, la turbulencia) y la propagación de ondas [28].

La fuerza de las fluctuaciones contrapropagantes puede ser medida por la helicidad cruzada, una cantidad que es un invariante cuadrático de las ecuaciones de MHD ideal (ver Sec. 4.2). Esta cantidad es, además, de relevancia para el viento solar y para los plasmas espaciales, dado que los flujos de gran escala con helicidad cruzada (en presencia de un campo guía) se encuentran usualmente en el medio interplanetario. Entonces, se puede realizar un análisis espacio-temporal del campo de fluctuaciones [108, 63] para estudiar cuantitativamente la importancia de estos diversos efectos, y poder así distinguir cual es la escala de tiempo dominante entre las diversas posibilidades, dependiendo de los distintos parámetros del sistema. Este tipo de análisis ya fue realizado para flujos MHD sin helicidad cruzada [81? , 80], observando diferentes comportamientos dependientes de si la turbulencia es débil o fuerte. La conclusión prevaleciente, para turbulencia fuerte, es que el tiempo de decorrelación de los modos de Fourier en el rango inercial es típicamente dominado por el *sweeping* debido al flujo de gran escala [108, 21?]. No obstante, el efecto de cambiar la fuerza de las fluctuaciones contrapropagantes en el comportamiento espacio-temporal del flujo, y su tiempo de decorrelación, no fue considerado previamente.

En el presente trabajo, realizamos un análisis espacio-temporal de la turbulencia MHD, controlando simultánea y separadamente la intensidad de campo magnético de

fondo y la cantidad de helicidad cruzada en el flujo, extendiendo así nuestro estudio previo [?] de MHD incompresible con un campo magnético de fondo y sin helicidad cruzada. Presentamos varias soluciones numéricas de las ecuaciones MHD incompresibles en un estado turbulento estacionario, y analizamos cada escala temporal en el sistema usando funciones de correlación dependientes del número de onda y del tiempo, y espectros espacio-temporales de las variables de Elsässer. El estudio espacio-temporal de las variables de Elsässer nos permite separar las dos posibles polarizaciones de las ondas de Alfvén, así como también las direcciones de propagación, y cuantizar cualquier desbalance entre las dos polarizaciones. Encontramos que los tiempos de descorrelación son dominados por los efectos de *sweeping* para valores pequeños del campo magnético medio y para valores bajos de la helicidad cruzada; mientras que para valores grandes del campo de fondo o de la helicidad cruzada, los tiempos de descorrelación son controlados por los tiempos de Alfvén. Más aún, para valores altos de la helicidad cruzada, también observamos contrapropagación de las fluctuaciones de Alfvén (i.e., una inversión en la dirección de propagación de una de las polarizaciones de las ondas de Alfvén), causado por reflexiones en inhomogeneidades del campo magnético total producidas por la turbulencia. Bajo ciertas condiciones, esto puede resultar en la propagación de ambas polarizaciones de las ondas de Alfvén en la misma dirección. Este efecto afecta fuertemente las interacciones no lineales.

The structure of the paper is as follows. In Sec. 4.2 we introduce the equations and the numerical methods employed, as well as a description of the spatio-temporal spectrum and of the correlation functions. Results are presented in Sec. 4.3. Finally, discussions and conclusions are presented in Sec. 4.4.

4.2 Equations and numerical simulations

4.2.1 The MHD equations and the Elsässer fields

Las ecuaciones de MHD incompresible adimensionales (ecuaciones de momento e inducción) son

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{R} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_v, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{R_m} \nabla^2 \mathbf{b} + \mathbf{F}_b, \quad (4.2)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del plasma, $\mathbf{B} = \mathbf{b} + \mathbf{B}_0$ el campo magnético total (en unidades de la velocidad de Alfvén, y obtenidas del campo magnético total \mathbf{B}' en unidades gaussianas luego de dividir por $\sqrt{4\pi\rho}$, donde ρ es la densidad del plasma), y \mathbf{F}_v y \mathbf{F}_b son términos de forzado que luego serán discutidos con más detalles. El campo magnético total tiene una parte fluctuante \mathbf{b} , y un campo medio DC $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{x}}$. Finalmente, $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{b}$ es la densidad

de corriente y p , la presión. Las unidades se basan en la velocidad característica v_0 , que para MHD es elegida como la velocidad de Alfvén típica de las fluctuaciones del campo magnético, $v_0 = \sqrt{\langle b^2 \rangle / (4\pi\rho)}$, donde $\langle \cdot \rangle$ denota promedio espacial. Los parámetros adimensionales que aparecen en la ecuación son los números de Reynolds cinético y magnético, $R = v_0 L / v$ y $R_m = v_0 L / \mu$, respectivamente, con v la viscosidad cinemática, μ la difusividad magnética, y L la escala longitudinal característica (el tamaño de la caja de la simulación está definido como $2\pi L$). La unidad temporal es $t_0 = L/v_0$, que para MHD resulta ser el **Alfvén crossing time** basado en las fluctuaciones de campo magnético. Los campos de Elsässer vienen definidos como

$$\mathbf{z}^\pm = \mathbf{v} \pm \mathbf{b}. \quad (4.3)$$

En términos de los campos de Elsässer, las ecuaciones MHD pueden ser escritas [108] como

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm = \pm \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm - \mathbf{z}^\mp \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm - \nabla P + \frac{1}{R} \nabla^2 \mathbf{z}^\pm, \quad (4.4)$$

con $P = p/\rho$, y asumiendo que $R = R_m$. En el miembro derecho de la eq. (4.4), escribimos explícitamente separado el término convectivo en una parte lineal descripta por propagación Alfvénica con $\mathbf{V}_A = \mathbf{B}_0$ la velocidad de Alfvén basada en el campo magnético de fondo (con \mathbf{B}_0 el campo en unidades de velocidad), y una parte no lineal describiendo la interacción entre las fluctuaciones contrapropagantes tipo ondas. Es evidente a partir de estas ecuaciones que ambos campos de Elsässer deben estar presentes para activar las interacciones no lineales.

Los invariantes ideales (i.e., con viscosidad y resistividad nula) de la teoría MHD incompresible pueden ser escritos en términos de los campos de Elsässer. La energía total E (cinética más magnética) en términos de estas variables es

$$E = \frac{1}{2} \int \left(|\mathbf{v}|^2 + |\mathbf{b}|^2 \right) dV = \frac{1}{4} \int \left(|\mathbf{z}^+|^2 + |\mathbf{z}^-|^2 \right) dV, \quad (4.5)$$

mientras que la helicidad cruzada H_c es

$$H_c = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{b} dV = \frac{1}{4} \int \left(|\mathbf{z}^+|^2 - |\mathbf{z}^-|^2 \right) dV. \quad (4.6)$$

El cociente $\sigma_c = H_c/E$ mide la cantidad de fluctuaciones contrapropagantes en el sistema. Un valor de $\sigma_c = \pm 1$ corresponde al caso con un único tipo de fluctuaciones \mathbf{z}^\pm , mientras $\sigma_c = 0$ representa equipartición entre ambos campos.

Siguiendo los trabajos de Matthaeus *et al.* [?] y Zhou *et al.* [?], las ecuaciones de MHD ideal pueden ser linealizadas considerando la presencia de un campo magnético o inhomogéneo de fondo y/o un flujo de fondo inhomogéneo, como

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm + (L_x^\pm + L^\pm) \mathbf{z}^\pm + M_{ik}^\pm \mathbf{z}_k^\mp = 0, \quad (4.7)$$

Los operadores lineales L_x^\pm , L^\pm , y M_{ik}^\pm involucran gradientes actuando tanto en los campos a grandes escalas como en pequeñas, y están dados por

$$L_x^\pm = (\mathbf{U} \mp \mathbf{V}_A) \cdot \nabla, \quad (4.8)$$

$$L^\pm = \frac{1}{2} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{U}}{2} \pm \mathbf{V}_A \right), \quad (4.9)$$

y

$$M_{ik}^\pm = \nabla_k U_i \pm \frac{1}{\sqrt{4\pi\rho}} \nabla_k B'_i - \frac{1}{2} \delta_{ik} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{U}}{2} \pm \mathbf{V}_A \right), \quad (4.10)$$

donde \mathbf{U} es el flujo de fondo. Aquí, tanto \mathbf{U} como \mathbf{V}_A puede incluir inhomogeneidades de gran escala (incluyendo, para \mathbf{V}_A , inhomogeneidades asociadas a fluctuaciones de densidad). Los términos de mezcla (aquellos que involucran los operadores M_{ik}^\pm) permiten la posibilidad de crear fluctuaciones contrapropagantes a partir de una fluctuación propagante de un único signo, por medio de reflexiones debidas a inhomogeneidades en cualquiera de los campos de fondo [?]. En este sentido, aun si el sistema tiene condiciones iniciales con fluctuaciones propagantes de un único signo, las reflexiones por las inhomogeneidades de los campos de fondo crearán una cantidad de fluctuaciones contrapropagantes que generarán interacciones no lineales, produciendo dispersión y turbulencia [? ?]. Pero este efecto también puede resultar, en flujos con ambas polarizaciones de excitaciones Alfvénicas, en contrapropagaciones de una de las excitaciones, como mostraremos a partir de datos numéricos en la sección 4.3.

4.2.2 Wavenumber-frequency spectrum and correlation functions

Usando argumentos de escala, es posible estimar diferentes tiempos característicos en el sistema. El tiempo del *eddy turnover* local (o la escala temporal isotrópica no lineal) puede definirse como $\tau_{nl} \sim 1 / [kv(k)]$, donde $v(k)$ es la amplitud de las fluctuaciones de velocidad en la escala $\sim 1/k$. Considerando un escaleo de tipo Kolmogorov, $v(k) \sim v_{rms} (kL)^{-1/3}$, el tiempo no lineal puede ser escrito, en el rango inercial, como

$$\tau_{nl} = C_{nl} \left[v_{rms} L^{-1/3} \left(\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} \right)^{2/3} \right]^{-1}, \quad (4.11)$$

donde C_{nl} es una constante adimensional de orden 1, y k_\parallel y k_\perp denotan los números de onda paralelo y perpendicular al campo magnético de fondo. Aquí, $v_{rms} = \langle |\mathbf{v}|^2 \rangle^{1/2}$ es una cantidad global, dominada por las contribuciones de las grandes escalas [125, 70].

Another time decorrelation effect is governed by the sweeping characteristic time, que a escala $\sim 1/k$ puede ser expresado como

$$\tau_{sw} = C_{sw} \left(v_{rms} \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} \right)^{-1}. \quad (4.12)$$

Este tiempo corresponde a la advección de estructuras de pequeña escala por el flujo de gran escala. Finalmente, el tiempo de Alfvén característico puede ser definido como

$$\tau_A = C_A (v_A k_{\parallel})^{-1}. \quad (4.13)$$

En las últimas dos expresiones, C_{sw} y C_A son también constantes adimensionales de orden 1.

Estas no son todas las escalas temporales que podrían estar presentes en turbulencia MHD, pero son las más relevantes para las discusiones en las próximas secciones. Como ejemplo, otra escala temporal que amerita mención es el tiempo de descorrelación de los momentos triples cuando no hay equipartición entre las energías cinética y magnética, por ejemplo en el contexto de dínamo [?].

Para separar estas escalas temporales en el flujo, y para identificar cuál es la escala temporal más relevante a una dada escala espacial, se pueden utilizar dos herramientas: las propiedades estadísticas de la función de correlación en tiempo y espacio, y el espectro en números de onda y frecuencias. Empezaremos introduciendo este último. Las estadísticas de los campos de Elsässer pueden ser caracterizadas por la función de autocorrelación espacio-temporal a dos puntos [108],

$$R^{\pm}(\mathbf{r}, \tau) = \langle \mathbf{z}^{\pm}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{z}^{\pm}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle / \langle |\mathbf{z}^{\pm}|^2 \rangle. \quad (4.14)$$

La transformada de Fourier en \mathbf{r} desemboca en una densidad espectral retrasada en el tiempo, que puede ser a su vez factorizada como $S(\mathbf{k}, \tau) = S(\mathbf{k})\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$. La función $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$ es la función de correlación dependiente de la escala [46, 25, 93], la cual describe el tiempo de descorrelación de cada modo espacial \mathbf{k} , es decir, la memoria de las fluctuaciones con longitudes características de orden k_x^{-1} , k_y^{-1} , y k_z^{-1} .

Cuando hay una dirección preferencial en el flujo (como en el presente caso de turbulencia MHD con un campo magnético guía), es útil asumir simetría axial en el espacio de Fourier y escribir $\Gamma(\mathbf{k}, \tau) = \Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$. Como esta función es tridimensional, también es útil estudiar $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$ con uno de los argumentos fijos; por ejemplo, fijando el valor de k_{\perp} y analizando $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$ en función de k_{\parallel} y τ , obtenemos información de las fluctuaciones que varían sólo en la dirección paralela, lo que nos permite distinguir entre descorrelaciones que surgen de las interacciones no lineales de Alfvén o del *sweeping*.

La transformada de Fourier respecto del tiempo de la función de correlación dependiente de la escala, da como resultado el espectro en números de onda y frecuencias $E^{\pm}(\mathbf{k}, \omega)$ [64, 63], para cada uno de los campos de Elsässer. Estos espectros permiten la identificación de modos que satisfacen una relación de dispersión generalizada del sistema, y proveen una medida directa de cuánta energía hay en dichos modos, y de cuánta energía

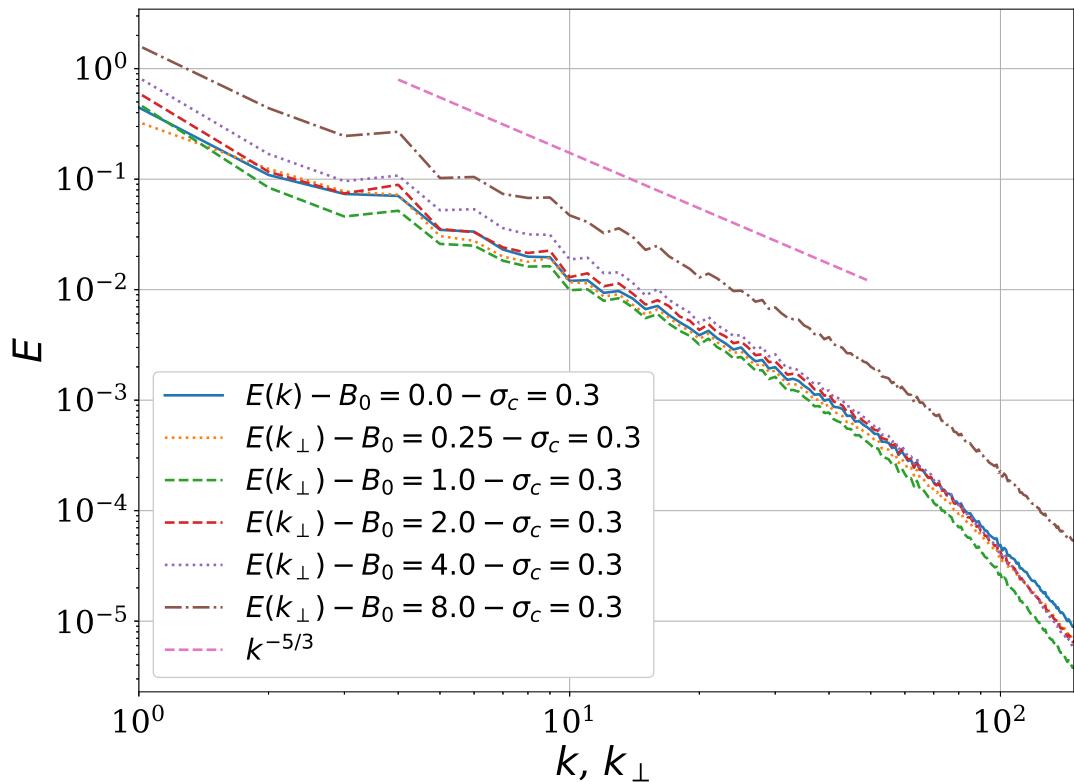


Figura 4.1: Reduced perpendicular energy spectra $E(k_{\perp})$ for simulations with $B_0 = 0, 0.25, 1, 2, 4$, and 8 . All curves correspond to the case $\sigma_c = 0.3$, but the cases with $\sigma_c = 0$ and 0.9 show the same behavior. Kolmogorov scaling, $\sim k_{\perp}^{-5/3}$, is shown as reference.

hay en otros modos. Para los dos campos de Elsässer, a partir de las eq. (4.5) and ?? es fácil de ver que

$$E = E^+ + E^-, \quad H_c = E^+ - E^-, \quad (4.15)$$

donde $E^\pm = \int |\mathbf{z}^\pm|^2 / 4 dV$. Entonces, para el espectro en números de onda y frecuencias de los campos de Elsässer, valen las siguientes dos relaciones

$$E^+(\mathbf{k}, \omega) = [E(\mathbf{k}, \omega) + H_c(\mathbf{k}, \omega)]/2, \quad (4.16)$$

$$E^-(\mathbf{k}, \omega) = [E(\mathbf{k}, \omega) - H_c(\mathbf{k}, \omega)]/2. \quad (4.17)$$

En consecuencia, computar los espectros en números de onda y frecuencias de la energía y de la helicidad cruzada, permite la determinación unívoca de los espectros para los campos de Elsässer fields, y viceversa.

4.2.3 Numerical simulations

Para resolver numéricamente las ecuaciones de MHD incompresible, empleamos un código pseudoespectral estándar [42, 41?]. Consideramos una resolución espacial de $N^3 = 512^3$ puntos de grilla, con un esquema de integración temporal de Runge-Kutta de segundo orden. La resolución espacial es moderada, dado que necesitamos guardar una gran cantidad de datos en el espacio y el tiempo para poder calcular las funciones de correlación y los espectros definidos en la sección 4.2.2. Los valores considerados para la intensidad del campo magnético externo son $B_0 = 0, 0,25, 1, 2, 4$ y 8 (en unidades del valor inicial r.m.s. de las fluctuaciones magnéticas). Asumimos condiciones periódicas de contorno en un cubo de lado $2\pi L$ (con L la longitud de correlación inicial de las fluctuaciones, definida como la unidad de longitud). Se removió el *aliasing* utilizando el método de truncamiento de la regla de los dos-tercios.

La condición inicial en todas las simulaciones consistió en amplitudes no nulas para los campos $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ y $\mathbf{b}(\mathbf{k})$, equiparticionados en todos los números de onda dentro de los cascarones con $1,1 \leq k \leq 4$ (en unidades de $2\pi L/\lambda$, con λ la longitud de onda). Se eligieron fases aleatorias para todos los modos de Fourier en ambos campos. Para mantener al sistema en un estado turbulento estacionario, aplicamos forzados \mathbf{F}_b y \mathbf{F}_v para \mathbf{b} y \mathbf{v} , respectivamente, en las eq. (4.1) and ??). Los forzados \mathbf{F}_b y \mathbf{F}_v se encuentran limitados a una banda fija de modos de Fourier, $0,9 \leq k \leq 1,8$. El forzado tiene una componente aleatoria y una coherente temporalmente, con un tiempo de correlación del forzado de $\tau_f \approx 1$ (del orden de la unidad de tiempo t_0), que es mayor que todos los tiempos característicos definidos en la sección anterior. Para cambiar el nivel de helicidad cruzada en el flujo, se introdujeron correlaciones entre los forzados mecánico y magnético,

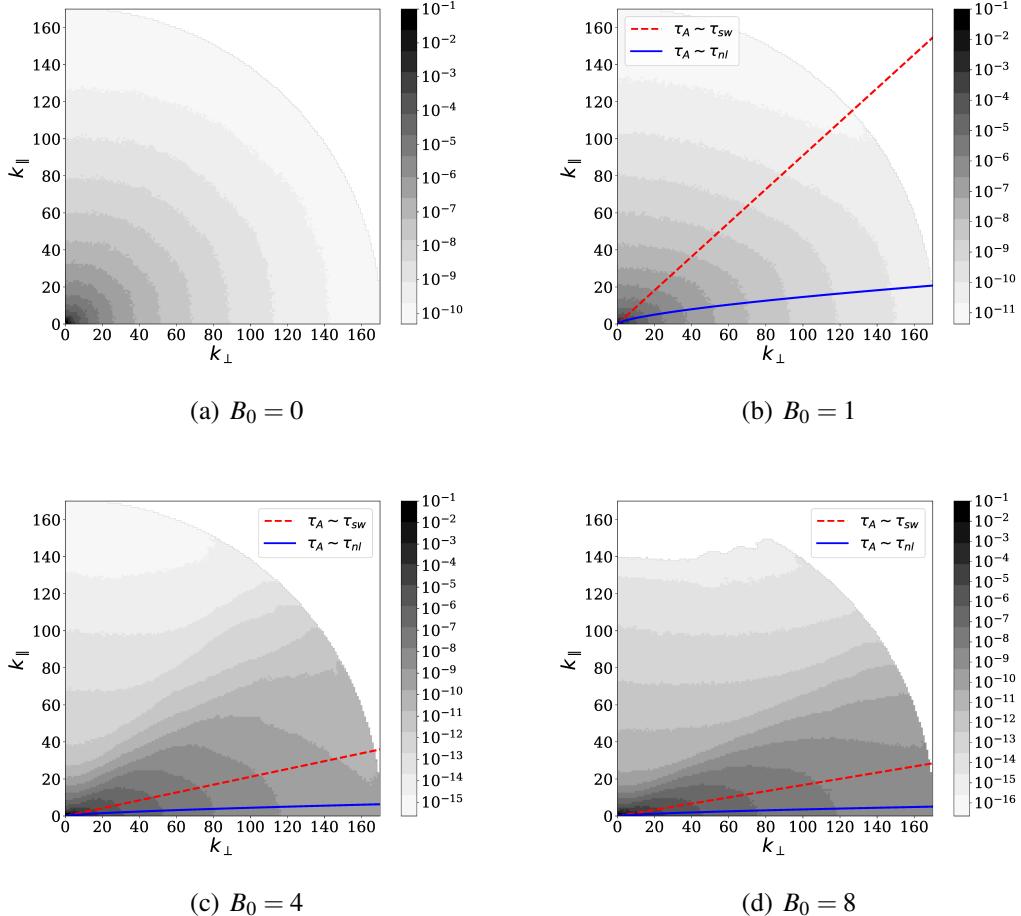


Figura 4.2: Isocontours of the axisymmetric energy spectrum $e(k_\perp, k_\parallel)$ for $B_0 = 0, 1, 4$ and 8 , and for $\sigma_c = 0.3$. In all cases, dark means larger energy density (in logarithmic scale). The lines indicate the modes for which the sweeping time (red dashed line) or the local non-linear time (solid blue line) become equal to the Alfvén time. For large B_0 the flow becomes more anisotropic, and isocontours change shape as they cross these lines. Note also the increase in the energy in modes that have the Alfvén time as the fastest time (i.e., of modes below the solid blue curve) as B_0 increases.

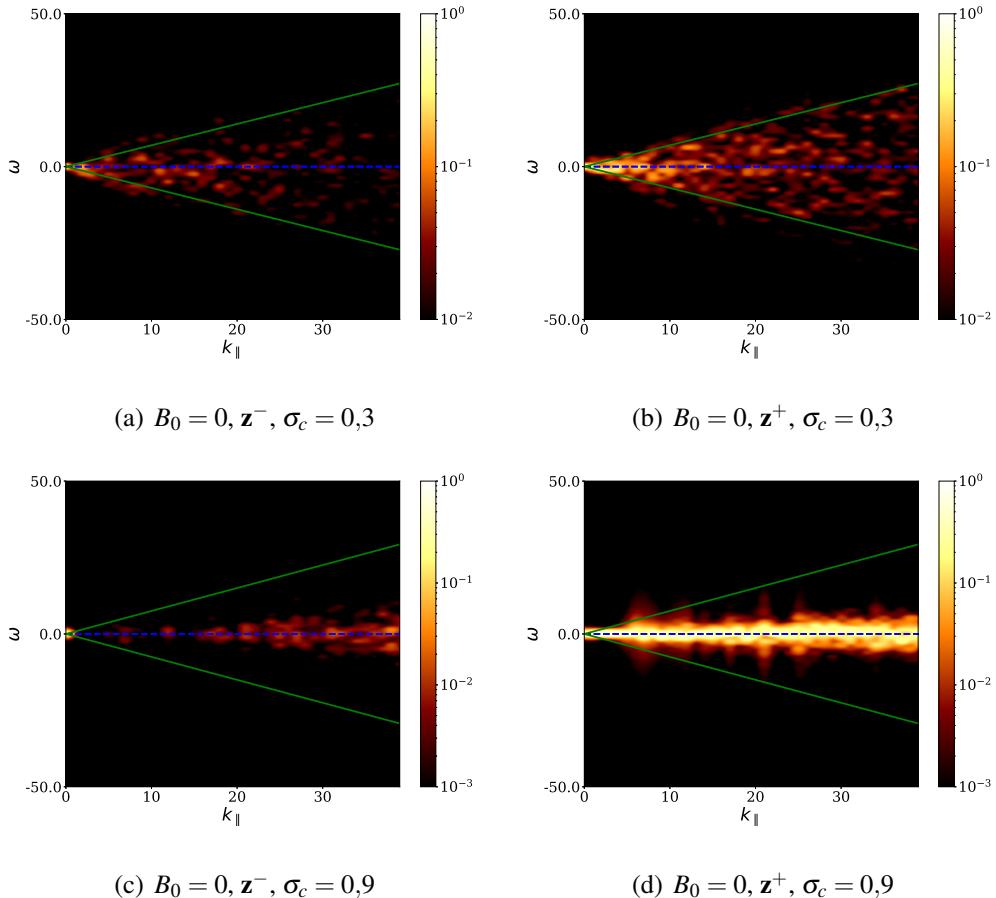


Figura 4.3: Normalized wave vector and frequency spectra $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ of \mathbf{z}^- (left) and \mathbf{z}^+ (right), for the isotropic simulations ($B_0 = 0$) with $\sigma_c = 0,3$ [top, panels (a) and (b)] and $\sigma_c = 0,9$ [bottom, panels (c) and (d)], as a function of k_\parallel and for fixed $k_\perp = 0$. Lighter regions indicate larger energy density. The spectra correspond to the power in the time and space Fourier transform of the fields, such that accumulation of energy in modes near the dispersion relation (or in all modes below the sweeping curve) points to a dominance of a physical effect (i.e., of its associated frequency) in the dynamics of a given scale $\sim 1/k_\parallel$. As a reference, the sweeping time relation giving by Eq. (4.12) is indicated by solid (green) lines. A broad excitation of modes is observed for all modes with $\omega \leq 1/\tau_{sw}$ (sweeping) in panels (a) and (b), and for $\omega \approx 0$ in panels (c) and (d).

resultando a tiempos altos (dependiendo del nivel de correlación cruzada entre los forzados) en una correlación cruzada normalizada de $\sigma_c = 0, 0,3$, o $0,9$. Estos valores corresponden al promedio temporal en el estado turbulento estacionario; en la práctica, cada simulación tiene una helicidad cruzada instantánea que fluctúa en el tiempo alrededor de los valores medios reportados.

Notar los diferentes valores de B_0 y de σ_c explorados, resultando en un total de 18 simulaciones. Todas las simulaciones fueron realizadas hasta que el sistema alcanzase un estado turbulento estacionario, y luego fueron continuadas para realizar el análisis espacio-temporal de la evolución de los campos de Elsässer presentados en la próxima sección. No obstante, primero caracterizamos el comportamiento espacial de los flujos (considerando especialmente el grado de anisotropía a medida que se aumentaba la intensidad del campo de fondo), para luego estudiar el comportamiento de las fluctuaciones de Elsässer utilizando la información espacio-temporal.

4.3 Results

4.3.1 Wavenumber spectra

Luego de que el sistema alcanzase un estado turbulento estacionario, analizamos todos los resultados durante al menos 10 unidades temporales de gran escala, luego de verificar que esta cantidad de tiempo era suficiente para que convergieran los espectros espacio-temporales y las funciones de correlación.

Comenzamos la discusión con el espectro espacial, para caracterizar la turbulencia y para cuantificar su anisotropía a medida que se varía la intensidad del campo guía, para diferentes valores de la helicidad cruzada. Los espectros energéticos perpendiculares reducidos $E(k_\perp)$ se muestran en la fig. 4.1 para las simulaciones con $B_0 = 0, 0,25, 1, 2, 4$, y 8 con helicidad cruzada normalizada $\sigma_c = 0,3$. Las simulaciones con $\sigma_c = 0$ y $\sigma_c = 0,9$ muestran un comportamiento similar. También se muestra una ley de potencias tipo Kolmogorov como referencia. Como se puede ver, a pesar de la resolución espacial moderada de las corridas, los espectros espaciales observados son compatibles con el escaleo de Kolmogorov $\sim k_\perp^{-5/3}$, y las simulaciones están bien resueltas, mostrando el rango disipativo para los números de onda más grandes (por ejemplo, las escalas de disipación de Kolmogorov k_V son $k_V \approx 91, 152$, y 122 para las simulaciones con $B_0 = 1$ y $\sigma_c = 0, 0,3$, y $0,9$ respectivamente).

Se puede ver una ilustración más detallada del comportamiento espectral (y de la anisotropía de los flujos) en la fig. 4.2. Ahí, mostramos los isocontornos del espectro energético axisimétrico $e(k_\perp, k_\parallel)$ (i.e., la densidad energética en función de los números

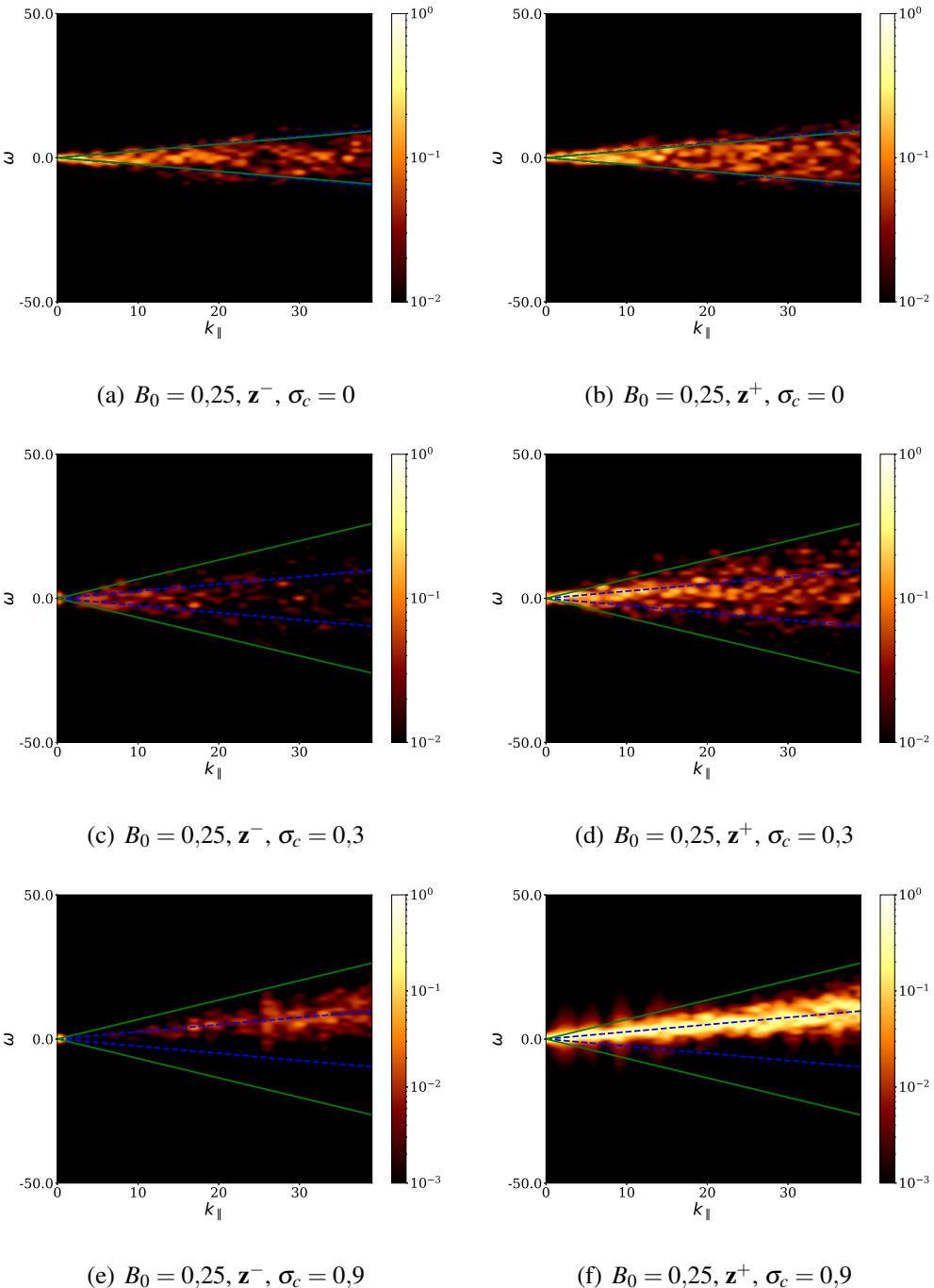


Figura 4.4: Normalized spectra $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ of \mathbf{z}^- (left) and \mathbf{z}^+ (right), for the runs with $B_0 = 0,25$, for modes with $k_\perp = 0$, and thus as a function of k_\parallel and ω . Panels (a) and (b) correspond to $\sigma_c = 0$, (c) and (d) to $\sigma_c = 0,3$, and (e) and (f) to $\sigma_c = 0,9$. The sweeping time relation, given by Eq. (4.12), is indicated by solid (green) lines, and the dashed (blue) lines indicate the dispersion relation of Alfvén waves. Lighter regions indicate larger energy density, and the accumulation of energy in modes near the dispersion relation (or in all modes below the sweeping curve) points to a dominance of a physical effect (i.e., of its associated frequency) in the dynamics of a given scale $\sim 1/k_\parallel$. For low normalized cross-helicity σ_c sweeping is the dominant effect, while for large σ_c energy accumulates near the dispersion relation of the waves, albeit for both \mathbf{z}^+ and \mathbf{z}^- with the same sign of the frequency ω .

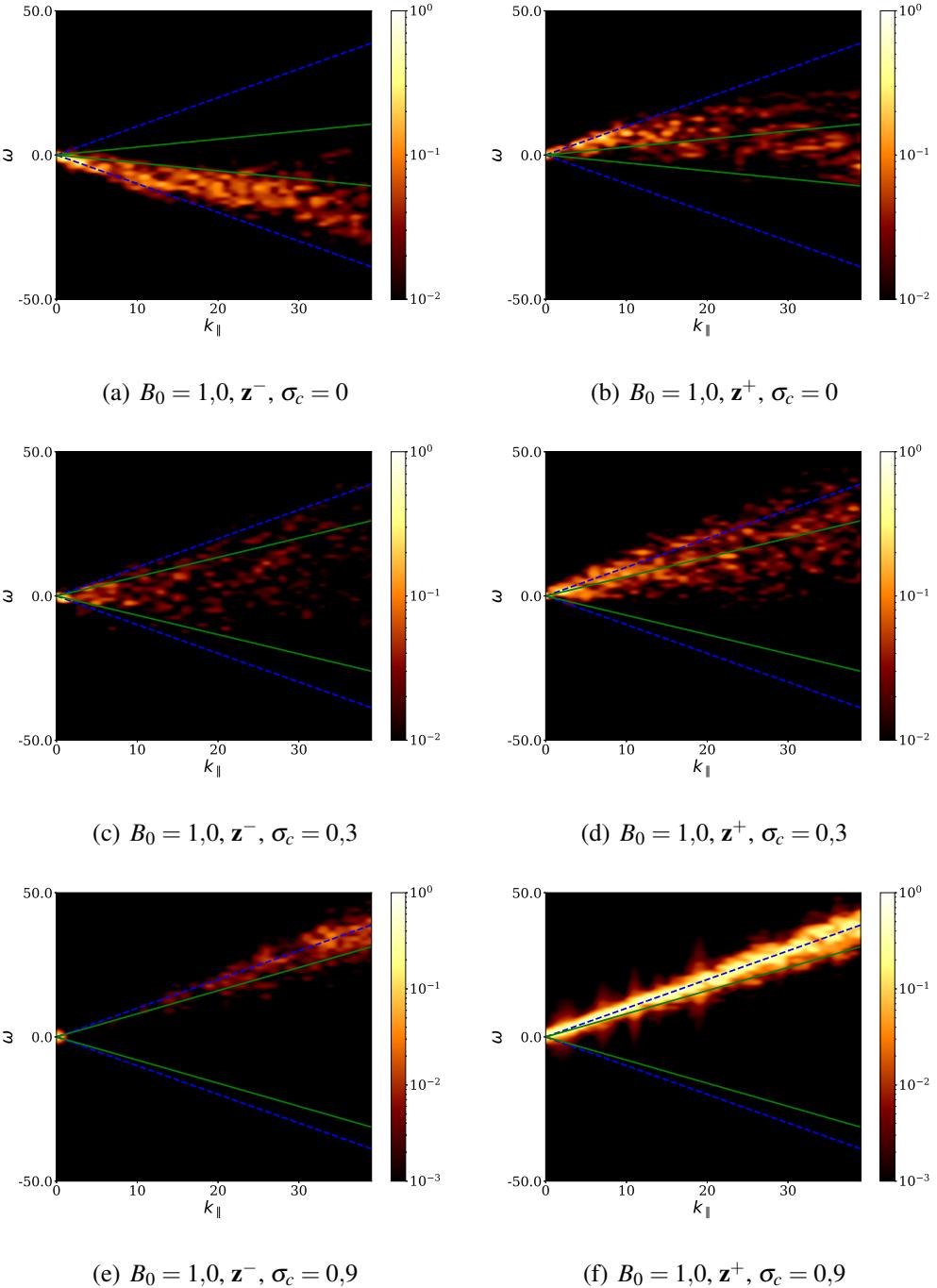


Figura 4.5: Normalized spectra $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ of \mathbf{z}^- (left) and \mathbf{z}^+ (right), for the runs with $B_0 = 1$, for modes with $k_\perp = 0$, and thus as a function of k_\parallel and ω . Panels (a) and (b) correspond to $\sigma_c = 0$, (c) and (d) to $\sigma_c = 0.3$, and (e) and (f) to $\sigma_c = 0.9$. The sweeping time relation, given by Eq. (4.12), is indicated by solid (green) lines, and the dashed (blue) lines indicate the dispersion relation of Alfvén waves. Lighter regions indicate larger energy density. In this case power for $\sigma_c = 0$ is concentrated in a region near the wave dispersion relations $\omega^\pm \approx \pm \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$ up to $k_\parallel \approx 10$. For $\sigma_c = 0.9$, both fields \mathbf{z}^+ and \mathbf{z}^- follow the same dispersion relation $\omega \approx +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$, and Alfvénic excitations dominate over all scales.

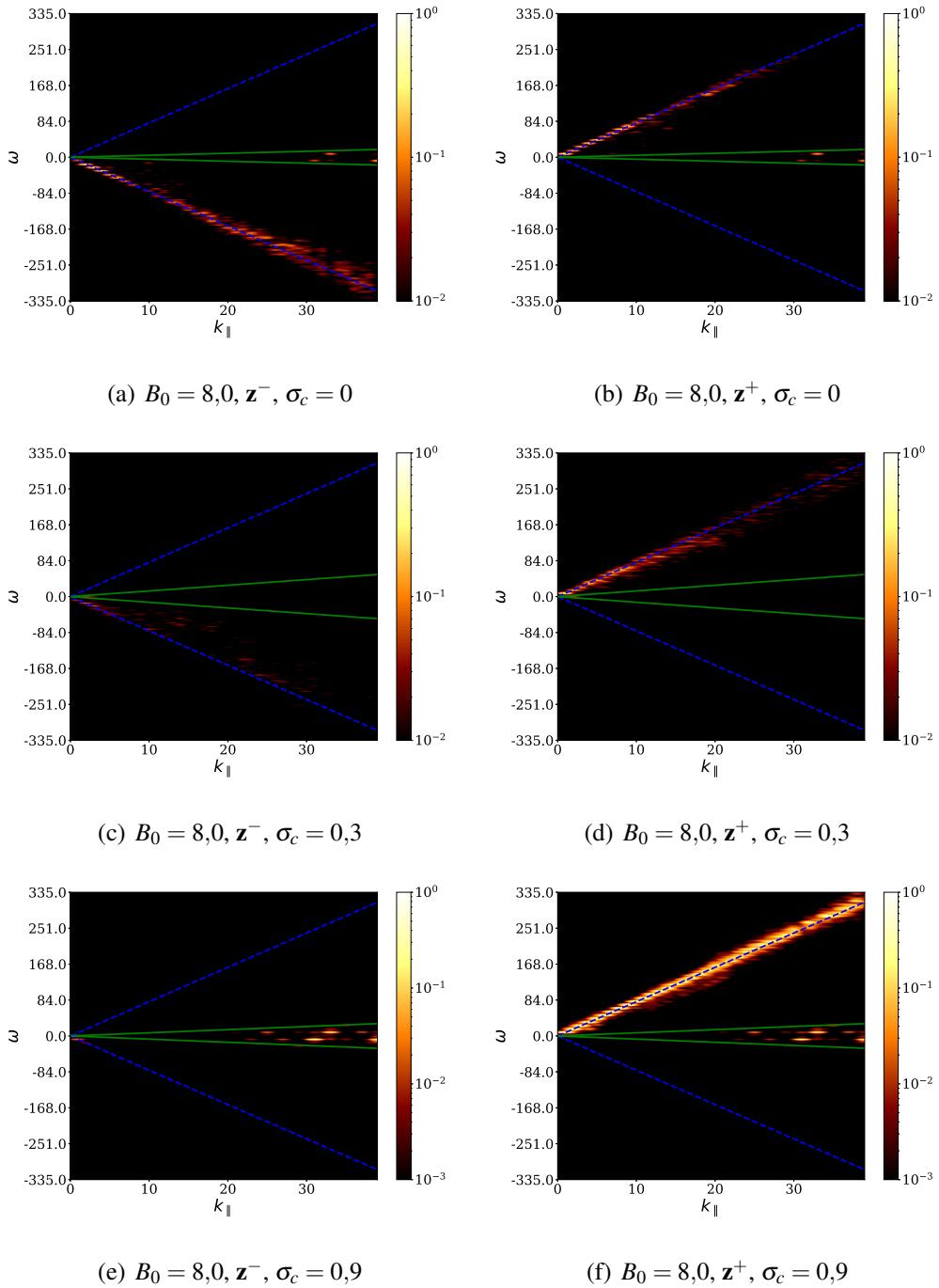


Figura 4.6: Normalized spectra $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ of \mathbf{z}^- (left) and \mathbf{z}^+ (right), for the runs with $B_0 = 8$, for modes with $k_\perp = 0$, and thus as a function of k_\parallel and ω . Panels (a) and (b) correspond to $\sigma_c = 0$, (c) and (d) to $\sigma_c = 0,3$, and (e) and (f) to $\sigma_c = 0,9$. The sweeping time relation, given by Eq. (4.12), is indicated by solid (green) lines, and the dashed (blue) lines indicate the dispersion relation of Alfvén waves. Lighter regions indicate larger energy density. In all cases power is concentrated in a narrow region near the wave dispersion relations $\omega^\pm \approx \pm \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$ or near $\omega \approx 0$, for all the wavenumbers studied, and there is no evidence of counter-propagation of waves.

de onda perpendicular y paralelo) para $B_0 = 0, 1, 4$, y 8 , y en todos los casos para flujos con $\sigma_c = 0,3$. Como referencia, también se indican las curvas (en el espacio de Fourier) donde el tiempo de Alfvén es igual a o bien el tiempo de *sweeping*, o bien al tiempo no lineal. En otras palabras, estas curvas separan regiones en las que (a partir de argumentos teóricos) la escala temporal más rápida puede esperarse que sea o bien τ_A (sobre la línea rayada roja) o bien τ_{nl} (debajo de la línea sólida azul). El tiempo de *sweeping* puede ser relevante para todos los modos debajo de la línea rayada roja.

Notar que para los casos con $B_0 \neq 0$, la energía no está distribuida isotrópicamente en los espectros axisimétricos en la fig. 4.2. La energía tiende a acumularse en modos con valores pequeños de k_{\parallel} a medida que se incrementa B_0 , y para $B_0 = 4$ y 8 , una fracción sustancial de la energía se acumula en las vecindades de las curvas que satisfacen $\tau_A \approx \tau_{sw}$ y $\tau_A \approx \tau_{nl}$.

4.3.2 Wavenumber-frequency spectra

Los principales resultados del presente estudio se encuentran resumidos en las fig. 4.3 and ????, que cuantifican el comportamiento espacio-temporal de los campos de Elsässer separadamente. Estas figuras muestran el espectro normalizado en función de los vectores de onda y la frecuencia, para las variables \mathbf{z}^+ y \mathbf{z}^- , para simulaciones con diferentes valores del campo medio de fondo B_0 y helicidad cruzada normalizada σ_c . Como los espectros son multidimensionales, en todos los casos mostamos fetas del espectro con $k_{\perp} = 0$ y en función de k_{\parallel} y ω .

La fig. 4.3 muestra estos espectros espacio-temporales para las simulaciones con $B_0 = 0$. En este caso, la relación de dispersión para las fluctuaciones Alfvénicas pasa a ser $\omega = 0$, y las ondas de Alfvén resultan indistinguibles (en este espectro) de los modos lentos tales como los *eddies* turbulentos. La relación de *sweeping*, para *eddies* con velocidad v_{rms} , se convierte en $\omega = \pm v_{rms}k$, y en la práctica, como todos los *eddies* turbulentos con esta velocidad (o más baja) pueden barrer aleatoriamente estructuras de pequeña escala en el flujo, la relación para *sweeping* aleatorio pasa a ser $|\omega| \leq v_{rms}k$. Ambas relaciones se indican respectivamente con líneas rayada y sólida en la fig. 4.3.

La acumulación de la energía en los espectros de la fig. 4.3 pueden verse para todos los modos en la región encerrada por la relación de *sweeping*, evidenciando la presencia de turbulencia fuerte en todas las escalas, más que turbulencia de ondas o propagación lineal de ondas. Para valores grandes de la helicidad cruzada normalizada ($\sigma_c = 0,9$), la energía se acumula en modos con $\omega \approx 0$, y se observa más energía en los modos de \mathbf{z}^+ que en \mathbf{z}^- . De estos espectros, podemos concluir que para $B_0 = 0$ y $\sigma_c = 0$, la escala de tiempo dominante es la del *sweeping*, mientras que para grandes valores de σ_c , se vuelven

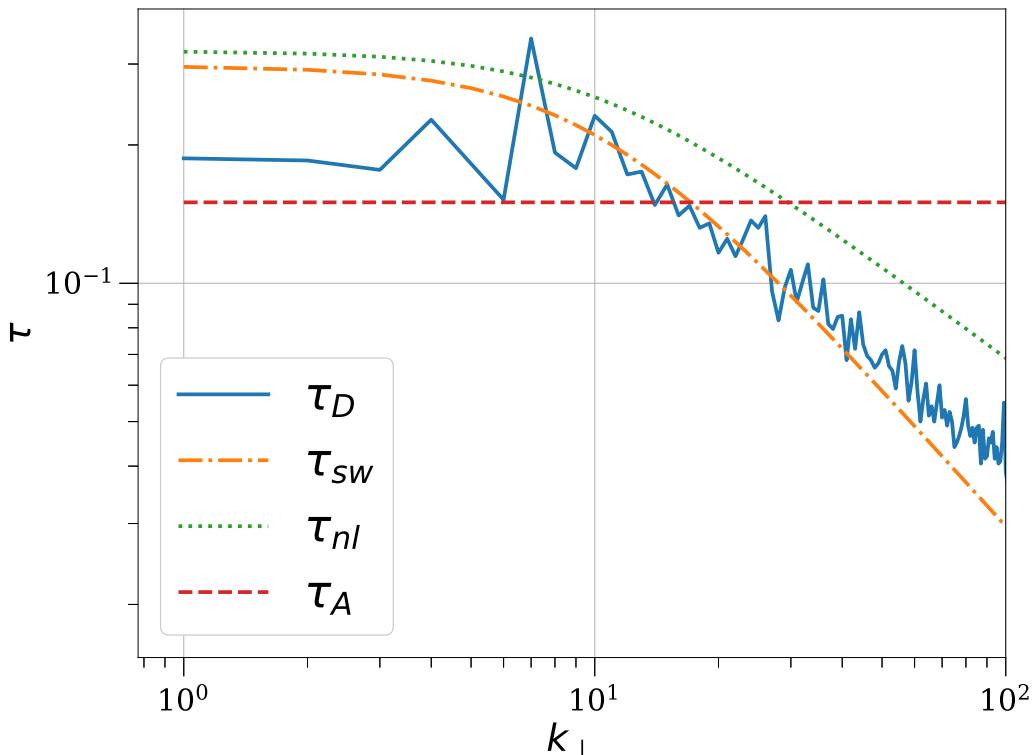
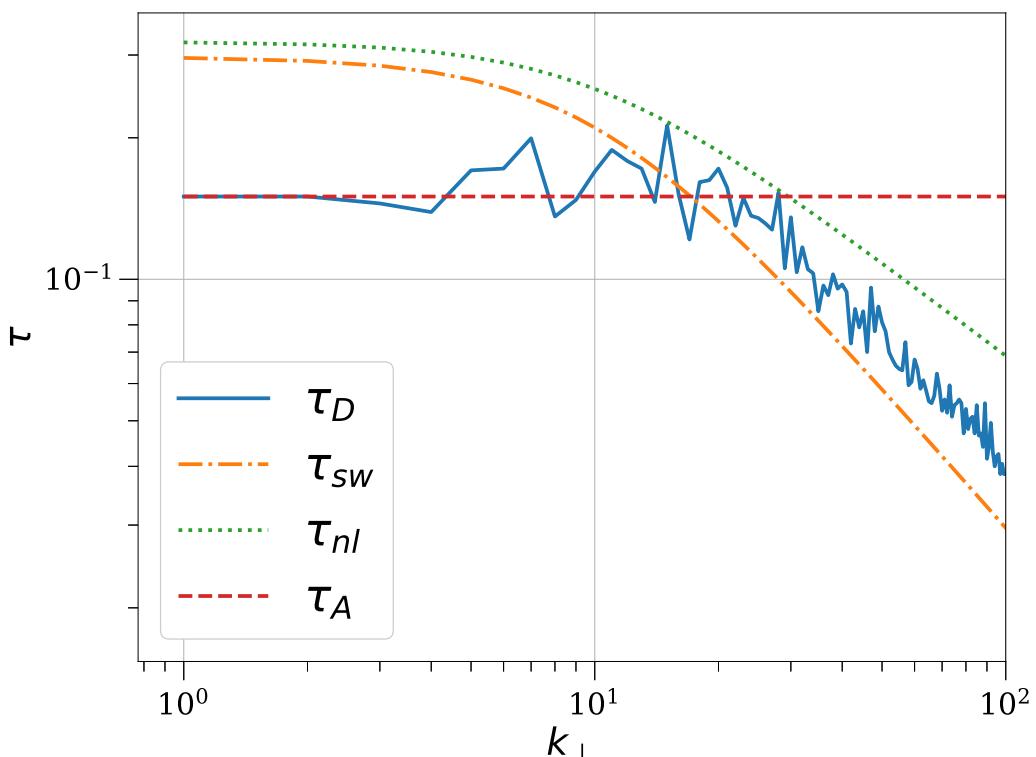
(a) $\mathbf{z}^-, B_0 = 1, \sigma_c = 0,3, k_{\parallel} = 10$ (b) $\mathbf{z}^+, B_0 = 1, \sigma_c = 0,3, k_{\parallel} = 10$

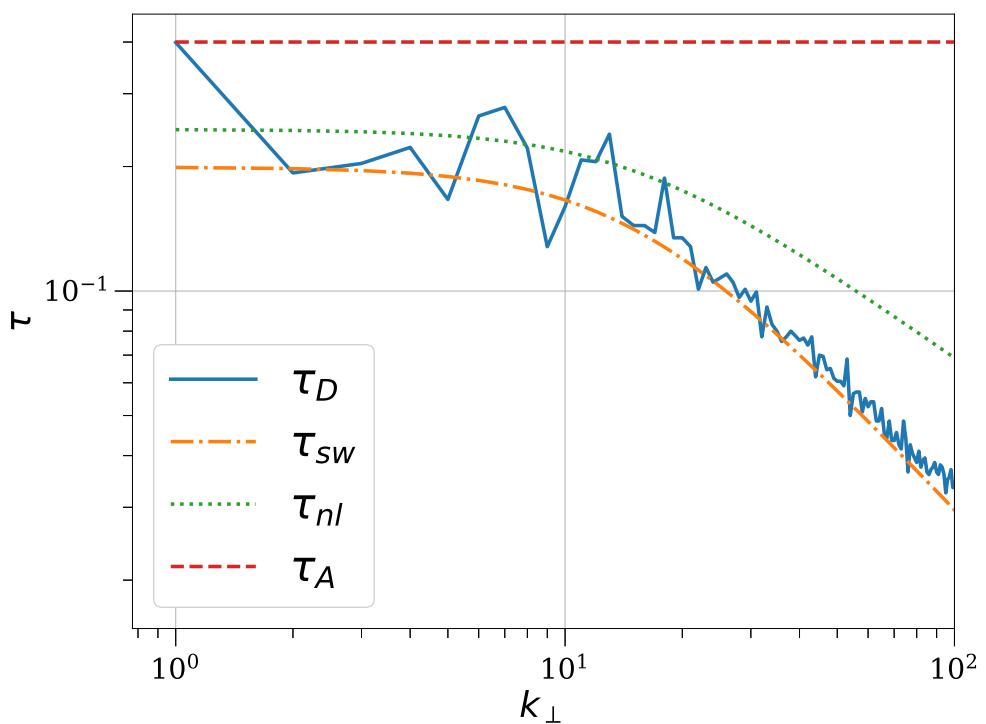
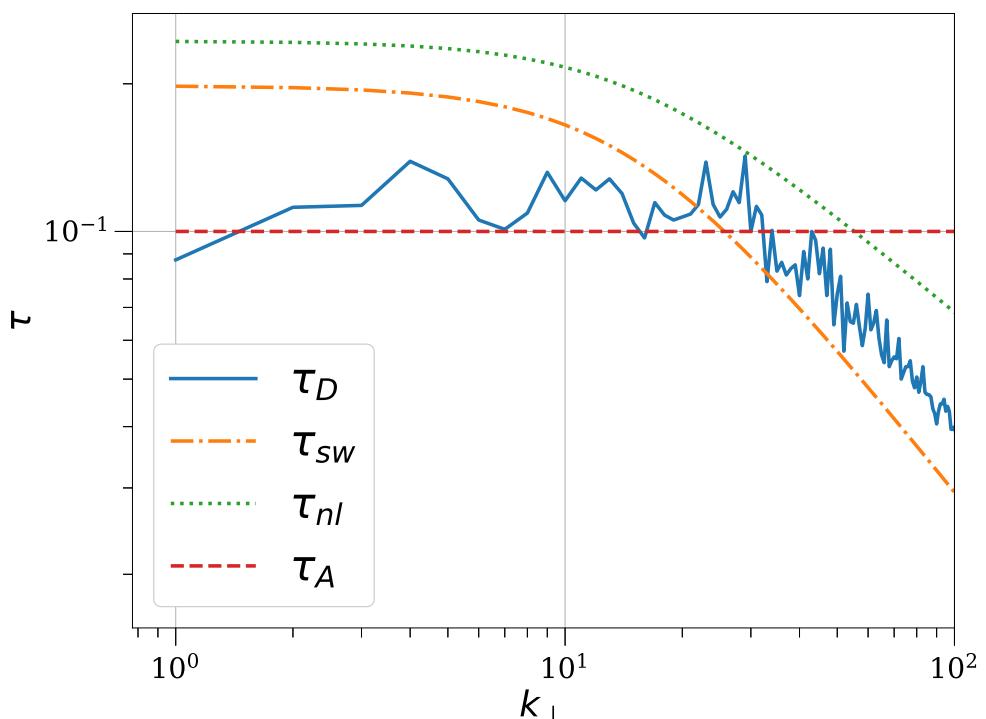
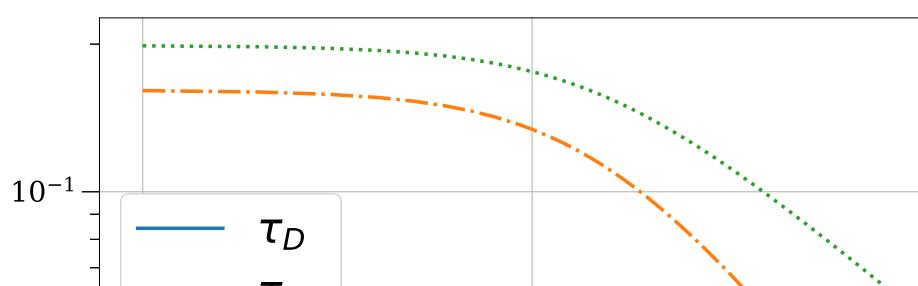
Figura 4.7: Decorrelation times τ_D for the run with $B_0 = 1$ and $\sigma_c = 0,3$, for $k_{\parallel} = 10$ constant and as a function of k_{\perp} . Panel (a) corresponds to \mathbf{z}^- and panel (b) to \mathbf{z}^+ . The theoretical prediction for the sweeping time τ_{sw} , the non-linear time τ_{nl} , and the Alfvén time τ_A are indicated as references.

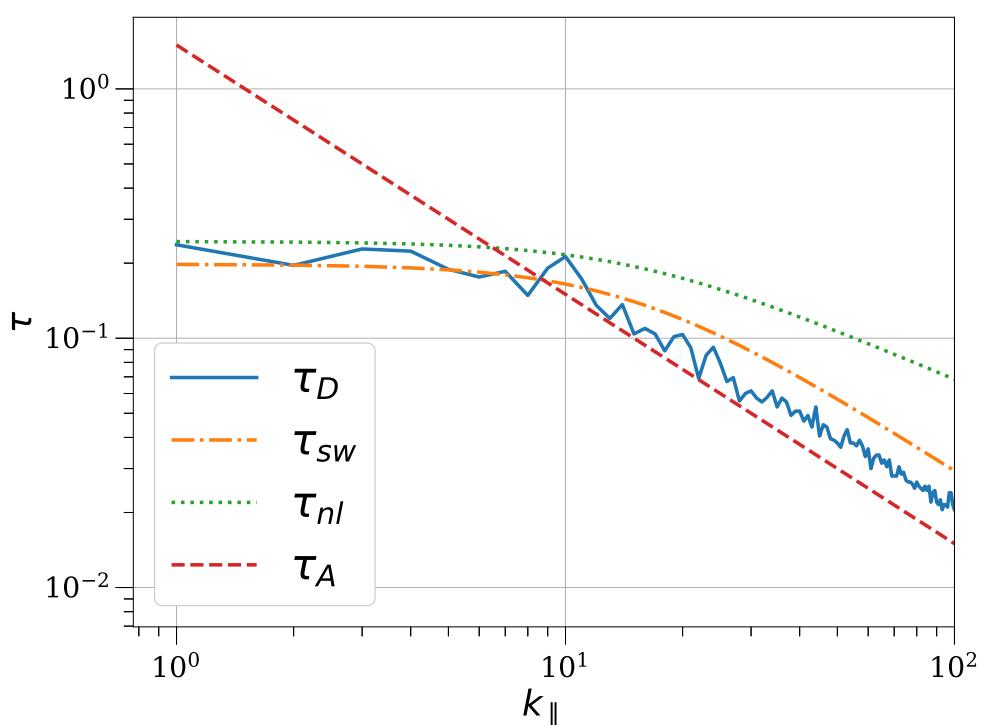
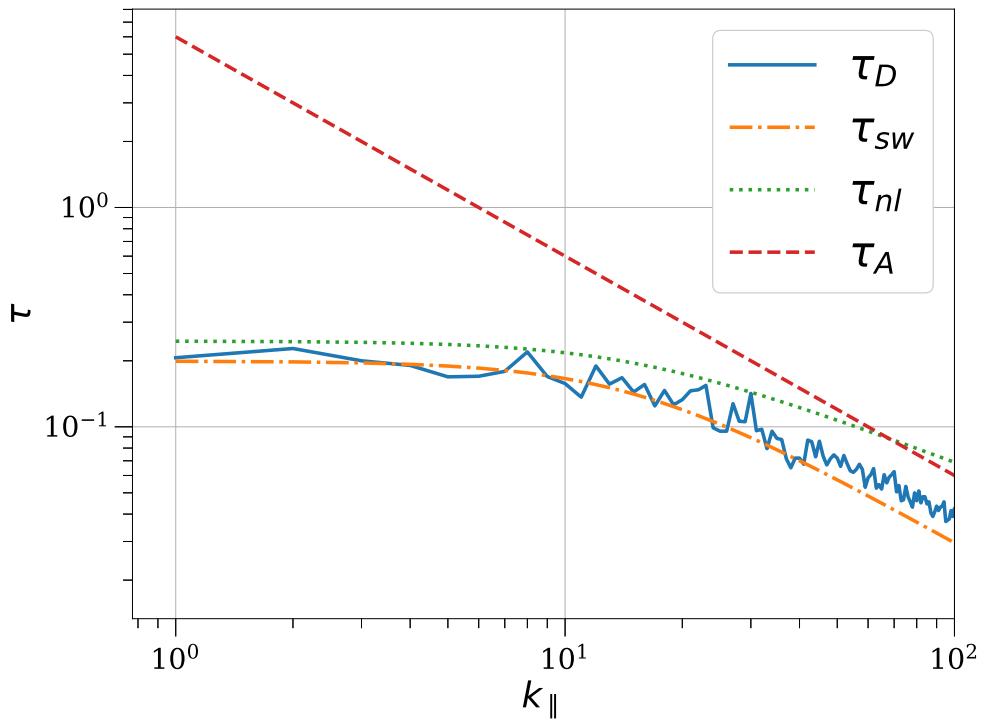
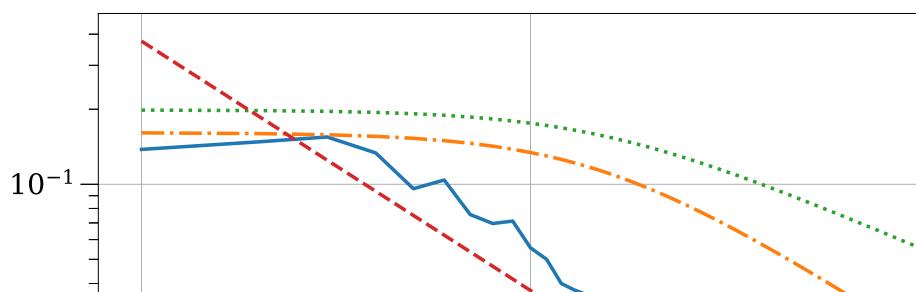
dominantes o bien la escala temporal no lineal o el tiempo de Alfvén.

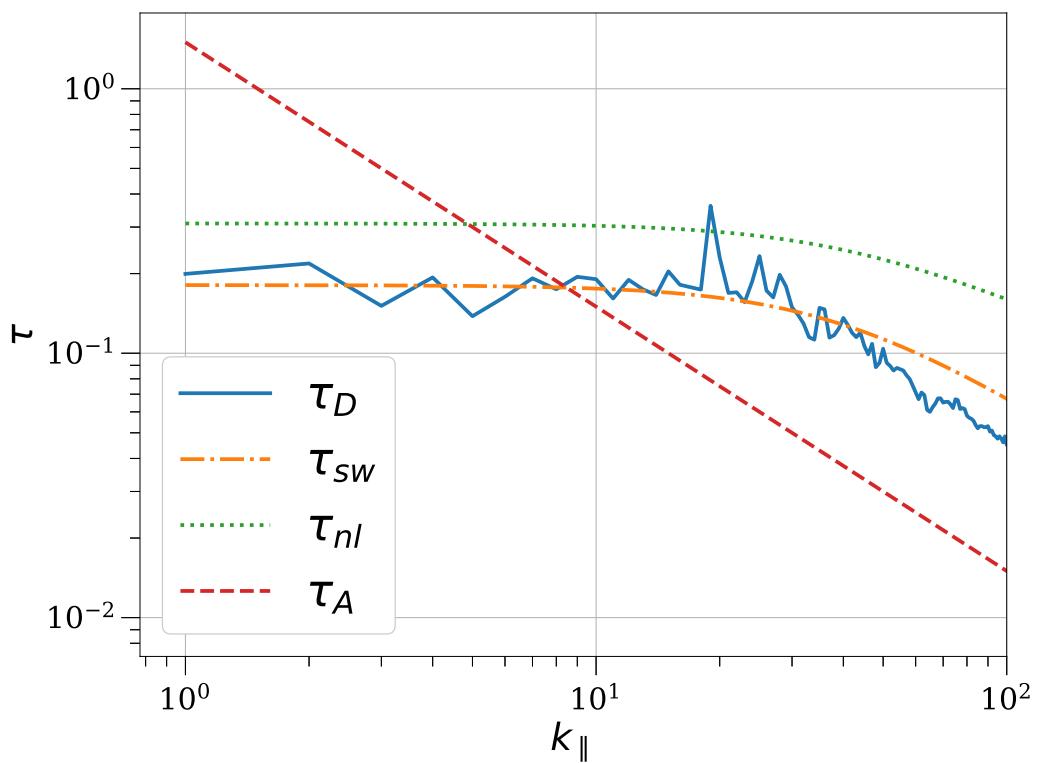
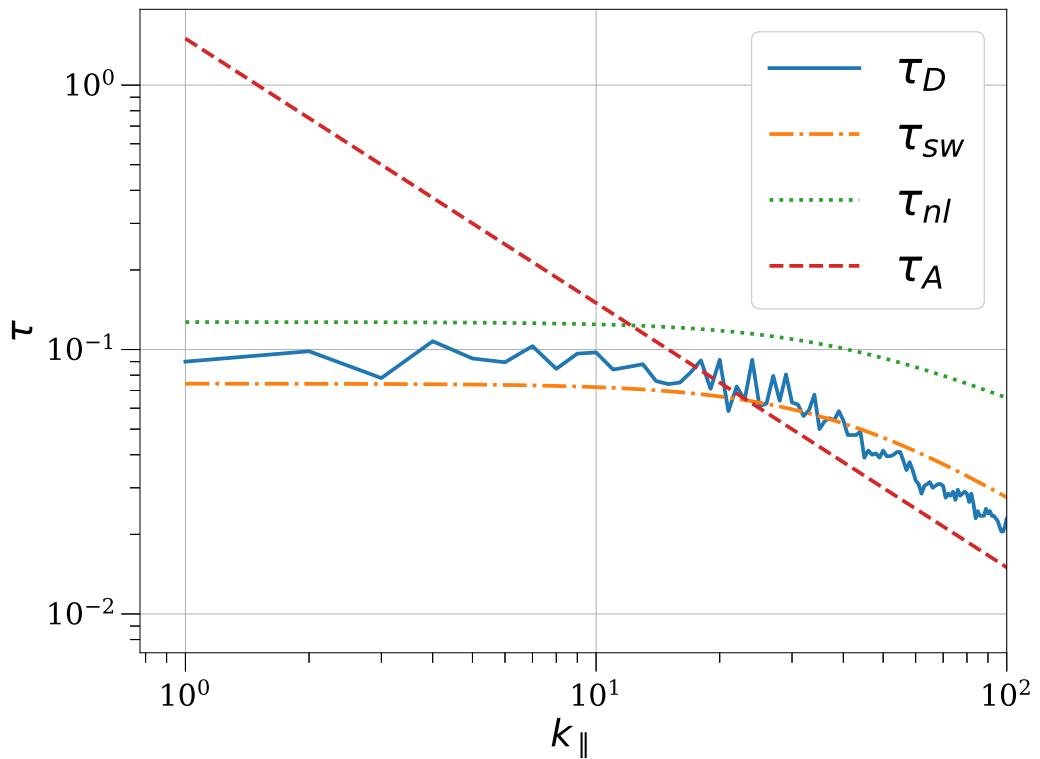
La fig. 4.4 muestra los espectros espacio-temporales para las simulaciones con $B_0 = 0,25$. En caso con $\sigma_c = 0$ muestra nuevamente un rango amplio de fluctuaciones en el rango de frecuencias encerrado por la relación de *sweeping*. A medida que el valor de σ_c aumenta, las fluctuaciones de \mathbf{z}^+ se vuelven dominantes, una situación más evitante aún en el caso con $\sigma_c = 0,9$. Además, a medida que σ_c se incrementa, la energía en las fluctuaciones de \mathbf{z}^+ dejan el embudo definido por la relación de *sweeping*, y se concentran en la vecindad de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén $\omega^+ = +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$ (ver el caso con $\sigma_c = 0,9$ en la fig. 4.4). Notar que la elección de signos para ondas descriptas por $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{z}_0^\pm e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \omega^\pm t)}$ sigue el hecho de que las transformadas de Fourier utilizadas en espacio y en tiempo siguen la misma convención de signos, y donde \mathbf{z}_0^\pm son las amplitudes de las ondas. De esta forma, el signo de ω^+ implica que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ se propagan antiparalelamente al campo guía, como es esperado. Sin embargo, en aparente contradicción, las ondas con polarización opuesta, es decir, las fluctuaciones \mathbf{z}^- , también pueblan la misma rama superior de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, aunque con menos amplitud.

Como las fluctuaciones \mathbf{z}^- satisfacen otra relación de dispersión ($\omega^- = -\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$), en el régimen lineal estas fluctuaciones deberían poblar, en cambio, la rama inferior de la relación de dispersión mostrada en la fig. 4.4. Este comportamiento indica que las fluctuaciones \mathbf{z}^- también se propagan en el espacio real en la dirección antiparalela al campo guía (es decir, con velocidad negativa), en lugar de paralelamente a este campo (es decir, con velocidad positiva), como cabría esperar. Dicho comportamiento fue predicho por Hollweg [?] para el viento solar y es causado, por ejemplo, por reflexiones de ondas debido a fluctuaciones de la densidad en el medio interplanetario, utilizando la expansión WKB. En nuestro caso, el flujo es incompresible y la densidad es uniforme en el espacio y constante en el tiempo.

A medida que se incrementa el valor de B_0 , este efecto se vuelve más evidente. En la fig. 4.5 mostramos el espectro espacio-temporal para las simulaciones con $B_0 = 1$. En este caso, la energía tiende a concentrarse cerca de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén para todos los valores de σ_c ; i.e., a medida que incrementamos el valor de B_0 , la relevancia del *sweeping* aleatorio decrece, y las ondas de Alfvén se vuelven más importantes. Para $\sigma_c = 0$ observamos ondas propagándose en ambas direcciones: las fluctuaciones \mathbf{z}^+ se propagan antiparalelamente al campo guía, y las fluctuaciones \mathbf{z}^- , en forma paralela a dicho campo. Además, para valores de k_{\parallel} más grandes que ≈ 20 , la dispersión en la excitación de los modos se incrementa, y la energía comienza a poblar el embudo en el espacio espectral asociado al *sweeping*, indicando que el *sweeping* aleatorio juega un rol a escalas verticales suficientemente pequeñas. En cambio, para $\sigma_c = 0,3$ y $0,9$

(a) $\mathbf{z}^+, B_0 = 0.25, \sigma_c = 0.3, k_\parallel = 15$ (b) $\mathbf{z}^+, B_0 = 1, \sigma_c = 0.3, k_\parallel = 15$ 

(b) $\mathbf{z}^+, B_0 = 1, \sigma_c = 0.3, k_\perp = 15$ 

(a) $\sigma_c = 0$ (b) $\sigma_c = 0,3$ 

la energía se acumula sólo cerca de la relación de dispersión de las ondas, y recuperamos la contrapropagación de una de las ondas: tanto el campo \mathbf{z}^+ como el \mathbf{z}^- se propagan en la misma dirección, antiparalela al campo guía. Al incrementar aún más B_0 , este efecto se reduce (ver el caso con $B_0 = 8$ en la fig. 4.6), resultando en la propagación esperada para cada excitación, o en muy poca o ninguna propagación de \mathbf{z}^- cuando σ_c es suficientemente chico.

¿Cuál es el origen de las fluctuaciones \mathbf{z}^- observadas que se propagan con el mismo sentido que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ ? Basado en los resultados de Hollweg [?], y en la eq. (4.7)), deben ser causadas por reflexiones en inhomogeneidades de gran escala del campo magnético medio (notar que no hay un flujo medio de fondo en nuestras simulaciones, ni fluctuaciones de densidad). A pesar de que nuestro campo guía de fondo B_0 es uniforme (i.e., constante tanto en el espacio como en el tiempo), el campo magnético total incluye una componente fluctuante lentamente variable (por ejemplo, las fluctuaciones a gran escala, tales como los modos con $k = 1$, que evolucionan en una escala temporal más lenta que las ondas rápidas y las fluctuaciones de pequeñas escalas). Como resultado, el flujo tiene una velocidad de Alvén efectiva que depende de las coordenadas espaciales. Podemos entonces escribir para las dos fluctuaciones de Elsässer la ecuación ideal linealizada 4.7, con densidad constante y $\mathbf{U} = 0$ (sin flujo medio de fondo), como

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm = \pm \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm \mp \mathbf{z}^\mp \cdot \frac{\nabla \mathbf{B}'}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad (4.18)$$

donde \mathbf{V}_A puede ahora ser incluido en las fluctuaciones de gran escala del campo magnético, y \mathbf{B}' , como antes, es el campo magnético total en unidades gaussianas. Si la helicidad cruzada normalizada es cercana a 1, es decir, si $|\mathbf{z}^+| \gg |\mathbf{z}^-|$, tenemos que para \mathbf{z}^+

$$\partial_t \mathbf{z}^+ \approx \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^+, \quad (4.19)$$

y utilizando $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{z}_0^\pm e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \omega^\pm t)}$ recuperamos la relación de dispersión usual para ondas propagándose antiparalelamente al campo medio $\omega^+ = +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$ (donde ahora \mathbf{V}_A puede fluctuar lentamente en tiempo y espacio). No obstante, para \mathbf{z}^- obtenemos

$$\partial_t \mathbf{z}^- \approx -\mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^- + \mathbf{z}^+ \cdot \frac{\nabla \mathbf{B}'}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (4.20)$$

Esta ecuación indica que la propagación de las perturbaciones \mathbf{z}^- (que son más pequeñas en amplitud que \mathbf{z}^+) pueden ser afectadas fuertemente por el campo \mathbf{z}^+ y por las variaciones espaciales del campo magnético de gran escala.

De la eq. (4.20), también podemos extraer ciertas condiciones fenomenológicas para que suceda el comportamiento observado en las fig. 4.3 and ?????? (y, particularmente,

para la contrapropagación de ondas). Utilizando nuevamente $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{z}_0^\pm e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \omega^\pm t)}$, y asumiendo $\mathbf{B}' = \mathbf{B}'_0 + \mathbf{b}'_0$ donde $\mathbf{b}'_0 = \tilde{\mathbf{b}}'_0 e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}$ es el campo magnético de gran escala lentamente variable, con número de onda $K \ll k$, la eq. (4.20) se reduce a

$$(\omega^- + \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}) \mathbf{z}_0^- e^{i\omega^- t} = \frac{(\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}_0^+) \mathbf{b}'_0}{\sqrt{4\pi\rho}} e^{i\omega^+ t}. \quad (4.21)$$

Tomando el producto escalar con \mathbf{z}_0^- , definiendo las densidades energéticas de Elsässer $e^\pm = |\mathbf{z}_0^\pm|^2/4$, y definiendo las fluctuaciones en la velocidad de Alfvén (asociadas a las fluctuaciones de gran escala del campo magnético) como $\mathbf{v}_A = \mathbf{b}'_0 / \sqrt{4\pi\rho}$, obtenemos

$$(\omega^- + \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}) e^{i\omega^- t} = \frac{(\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}_0^+) (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{z}_0^-)}{4e^-} e^{i\omega^+ t}. \quad (4.22)$$

Esta ecuación admite como soluciones

$$\omega^- = \omega^+ = +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}, \quad (4.23)$$

$$2\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k} = (\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}_0^+) (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{z}_0^-) / (4e^-), \quad (4.24)$$

que corresponde a ambas ondas viajando en la misma dirección mientras la segunda condición, dada por la section 4.3.2, pueda ser cumplida. A partir de análisis dimensional, esta condición requiere que

$$2 \frac{V_A}{v_A} \frac{k}{K} \sim \sqrt{\frac{e^+}{e^-}}, \quad (4.25)$$

que (como $V_A \gtrsim v_A$ y $k \gg K$) no puede ser satisfecha cuando $\sigma_c \approx 0$ (como se observa en las fig. 4.3 and ??????, o cuando el campo guía se vuelve demasiado fuerte para un valor dijo de σ_c (como también fue observado en los espectros espacio-temporales)). Así, este último argumento cualitativo indica (en acuerdo con las simulaciones) que las fluctuaciones \mathbf{z}^- pueden propagarse con la misma velocidad de fase y dirección que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ , siempre que $\sigma_c \neq 0$ y B_0 no sea demasiado fuerte para un valor fijado de la helicidad cruzada normalizada.

En otras palabras, si $|\mathbf{z}^+|$ a grandes escalas es comparable con $|\mathbf{V}_A|$ y $\sigma_c \approx 1$, podemos ver que las fluctuaciones \mathbf{z}^- se propagan en la misma dirección que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ como resultado de reflexiones en inhomogeneidades del campo magnético de gran escala. Un comportamiento similar puede resultar, por ejemplo, a partir de fluctuaciones en la densidad de masa cuando el fluido es compresible, como es en caso de algunas regiones del viento solar y en el medio interplanetario [?], y este argumento no imposibilita a otros efectos, tales como interacciones fuertes no lineales, de resultar en reflexiones y contrapropagaciones de las excitaciones. Es más, cuando la intensidad del campo magnético de fondo se aumenta aún más, los argumentos utilizados dejan de ser válidos, y la relevancia

de las reflexiones se reduce. Esto es compatible con el comportamiento observado en la fig. 4.6 para la simulación con $B_0 = 8$, la cual muestra una potencia similar en ambos tipos de fluctuaciones cuando $\sigma_c = 0$, menos potencia en las fluctuaciones \mathbf{z}^- cuando $\sigma_c = 0,3$ (y propagándose en dirección opuesta al campo \mathbf{z}^+), y una cantidad no apreciable de potencia para las fluctuaciones \mathbf{z}^- (en comparación con \mathbf{z}^+) en el caso con $\sigma_c = 0,9$.

4.3.3 Tiempos de descorrelación

A partir de las discusiones en la sección 4.2.2, otra forma de identificar la escala temporal dominante para modos individuales es estudiar el tiempo de descorrelación τ_D , i.e., el tiempo que le toma a cada modo de Fourier con vector de onda \mathbf{k} estar descorrelacionado de su historia previa, ya sea por interacciones no lineales con *eddies* (si $\tau_D \sim \tau_{nl}$), por **cross-over of waves** (si $\tau_D \sim \tau_A$), o por *sweeping* del flujo de gran escala (cuando $\tau_D \sim \tau_{sw}$). Nuevamente, como τ_D depende del vector de onda \mathbf{k} , en lo que sigue mostraremos los resultados para valores fijos de k_{\parallel} o k_{\perp} , y en función del número de onda restante. En todos los casos, el tiempo de descorrelación τ_D es obtenido a partir de datos numéricos computando la función de correlación $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$, y buscando los valores del **time lag** τ para los cuales la función de correlación decae a un valor $1/e$ de su valor para $\tau = 0$, es decir, el tiempo característico para el decaimiento de la función de correlación [?].

La fig. 4.7 muestra los diferentes tiempos de descorrelación para un valor fijo de $k_{\parallel} = 10$ y en función de k_{\perp} , para la simulación con $B_0 = 1$ y $\sigma_c = 0,3$. También se indican como referencia las predicciones teóricas para los diferentes tiempos de descorrelación. Como el tiempo de Alfvén es independiente de k_{\perp} , se ve con un valor constante en dicha figura. El tiempo de descorrelación τ_D obtenido de los datos numéricos se encuentra muy cercano al tiempo de Alfvén para valores pequeños de k_{\perp} (hasta $k_{\perp} \approx 10$), pero luego se desvía y se acerca al tiempo de *sweeping* para valores grandes de k_{\perp} (i.e., para pequeñas escalas perpendiculares). Esto se ve más claro para las fluctuaciones \mathbf{z}^- que para las fluctuaciones \mathbf{z}^+ , para las cuales el tiempo de descorrelación τ_D para $k_{\perp} > 10$ se encuentra entre los escáleos de τ_{sw} y de τ_{nl} .

La fig. 4.8 muestra el tiempo de descorrelación τ_D del campo \mathbf{z}^+ para los casos con $\sigma_c = 0,3$, con campos guía de $B_0 = 0,25, 1, 4$, y 8 , y para el caso $k_{\parallel} = 15$ en función de k_{\perp} . Nuevamente, para valores bajos de B_0 , τ_D está mayoritariamente dominado por el *sweeping*, o bien para todos los valores de k_{\perp} para el caso con $B_0 = 0,25$, o bien por debajo de $k_{\perp} \approx 20$ para $B_0 = 1$. Sin embargo, para valores más altos de B_0 (o para pequeños valores de k_{\perp} cuando $B_0 = 1$) los efectos Alfvénicos se vuelven dominantes, con τ_D tomando valores cercanos al τ_A . En general, la escala temporal más rápida a todos los valores parece ser la escala dominante. Estos resultados son consistentes con los obtenidos

previamente en [?] para el caso de turbulencia MHD fuerte incompresible con helicidad cruzada nula, aunque la presencia de helicidad cruzada baja en el flujo parece favorecer la transición hacia un flujo más dominado por las ondas de Alfvén, como también vimos en los espectros espacio-temporales en la sección 4.3.2. Esto puede ser asociado con el hecho de que bajo ciertas condiciones, el tiempo no lineal de la fluctuación de Elsässer dominantes se vuelve muy grande, y la escala temporal de descorrelación es entonces determinada por las llamadas “especies minoritarias”, como se reportó anteriormente en los cálculos de clausura de Grappin *et al.* [?].

Este comportamiento puede ser también visto cuando la variable fijada es k_{\perp} , y τ_D es estudiada en función de k_{\parallel} (ver la fig. 4.9). Para las simulaciones con $\sigma_c = 0,3$ y con B_0 incrementándose, vemos que τ_D varía con k_{\parallel} como τ_{sw} cuando B_0 es pequeño o moderado y cuando k_{\parallel} es pequeño, y varía como τ_A cuando B_0 o k_{\parallel} son suficientemente grandes. En otras palabras, los modos con vectores de onda suficientemente alineados con el campo guía son dominados por el tiempo de Alfvén. Y nuevamente, la escala temporal más rápida en esta figura es la que domina la dinámica.

No obstante, como mencionamos anteriormente, este panorama cambia cuando σ_c es suficientemente grande. Esto puede verse en la figura fig. 4.10, donde se grafica el tiempo de descorrelación τ_D para las simulaciones con $B_0 = 1$, para $k_{\perp} = 40$ fijo, y en función de k_{\parallel} para $\sigma_c = 0, 0,3$ y $0,9$. Mientras que para valores pequeños de σ_c se observa el mismo comportamiento que lo anterior, para valores grandes de σ_c el tiempo de Alfvén se vuelve dominante, aun cuando es más lento que las otras escalas temporales, como se ve en las simulaciones con $\sigma_c = 0,9$ y valores pequeños de k_{\parallel} .

Así, mientras que para pequeños valores de σ_c el análisis del tiempo de descorrelación confirma la tendencia observada en nuestro estudio previo [?], en el que el tiempo de *sweeping* domina la descorrelación excepto para los casos con valores medios y largos de B_0 , donde el tiempo Alfvénico es dominante para valores pequeños de k_{\perp} o valores grandes de k_{\parallel} (ver también los estudios de turbulencia MHD débil, o de la transición de turbulencia MHD débil a fuerte en las referencias [81? , 80]), incrementando la helicidad cruzada del flujo tiene consecuencias muy interesantes. La aparición del tiempo de Alfvén como el dominante se vuelve más claro para valores altos de σ_c , aún cuando no es la escala temporal más rápida, y es consistente con la imagen en la que la mayoría de las fluctuaciones tienen una única dirección de propagación. Sin embargo, como se evidencia en el análisis espacio-temporal del espectro energético en cada uno de los campos de Elsässer en función de \mathbf{k} y ω , las inhomogeneidades de las escalas grandes del campo magnético pueden inducir reflexiones, y pueden **prender** interacciones no lineales dominadas por el **Alfvén cross-over time** entre las ondas para modos con vectores de onda suficientemente alineados con el

campo guía, o por el *sweeping*o el tiempo no lineal para otros modos.

4.4 Conclusiones

Analizamos el comportamiento espacio-temporal de las fluctuaciones MHD considerando sus polarizaciones en términos de las variables de Elsässer, utilizando simulaciones numéricas directas tridimensionales de turbulencia MHD incompresible. Consideramos casos con valores bajos, intermedios y altos de campo magnético medio de fondo, y con helicidad cruzada nula, pequeña y alta. Las funciones de correlación como función de los vectores de onda (descompuestos en las direcciones perpendicular y paralela del campo magnético medio) y del tiempo de retraso fue directamente computada para todas las diferentes simulaciones consideradas, así como también los espectros espacio-temporales. A partir de las funciones de correlación, computamos el tiempo de descorrelación para cada modo de Fourier, y lo comparamos con las diferentes predicciones teóricas para las escalas temporales relevantes en el sistema: el tiempo no lineal local, el *sweeping*aleatorio y el tiempo Alfvénico. Se observó que los tiempos de descorrelación son dominados por los efectos de *sweeping*para valores bajos del campo magnético medio y de la helicidad cruzada, mientras que para valores grandes del campo magnético medio o de helicidad cruzada, los tiempos de descorrelación están controlados por los efectos Alfvénicos aún cuando el tiempo de Alfvén no sea el más rápido, una nueva característica cuando lo comparamos con estudios previos del comportamiento espacio-temporal de turbulencia MHD fuerte con helicidad cruzada nula. En principio, este comportamiento puede ser interpretado como una transición hacia un refimen con no-linealidades más débiles a medida que se incrementa la helicidad cruzada, como suele ser discutido teóricamente y como aparentemente indican nuestras simulaciones numéricas.

Sin embargo, debe notarse que los espectros espacio-temporales indican que aún en este régimen, las interacciones no lineales son relevantes. El otro resultado principal obtenido de nuestro análisis es el haber encontrado un régimen en el que se generan fluctuaciones \mathbf{z}^- y \mathbf{z}^+ , polarizaciones opuestas, y se propagan en la misma dirección debido a la reflexión de ondas, causada por inhomogeneidades del campo magnético de gran escala. Esto es más evidente en los espectros espacio-temporales de los campos de Elsässer para valores intermedios del campo magnético de fondo (es decir, cuando la componente uniforme y constante del campo magnético de gran escala no es demasiado fuerte). Un análisis fenomenológico basado en ideas previas en Zhou and Matthaeus [?] confirma las conclusiones de [?], que indican que las fluctuaciones Alfvénicas con polarizaciones opuestas pueden efectivamente propagarse en la misma dirección y aún con la misma

velocidad. Si el campo magnético de fondo se vuelve demasiado fuerte (o si la helicidad cruzada se acerca a cero), este efecto no se observa más. Así, el análisis espacio-temporal de los flujos turbulentos provee evidencia directa de un fenómeno predicho anteriormente con la teoría WKB, y puede jugar un rol relevante modificando la propagación de ondas y las interacciones no lineales en el medio interplanetario.

Los resultados analizados en este trabajo muestran en detalle que, al menos en el régimen de turbulencia fuerte, la representación de ondas no es suficientemente completa para describir el sistema de MHD incompresible. En este sistema aparece una amplia banda de fluctuaciones provenientes de efectos locales y no locales (*sweeping*), que generan dispersión y efectos no lineales. Es importante recordar, por supuesto, que gran parte del presente estudio se ha concentrado en el estudio del tiempo de decorrelación euleriano, descompuesto en un tiempo de decorrelación dependiente de la escala de los modos de Fourier individuales. Esta decorrelación generalmente se interpreta como una competencia entre la decorrelación por *sweeping* por fluctuaciones a gran escala y la decorrelación que se origina en la propagación de ondas. Sin embargo, ninguno de estos efectos es en principio responsable de la transferencia espectral que da lugar a la cascada de turbulencias. De hecho, el efecto principal de la propagación de Alfvén, desde la perspectiva de la cascada energética en turbulenta fuerte, no es causar transferencia espectral sino suprimirla [?]. La comprensión de la cascada en sí misma requiere examinar la fuerza de las no linealidades. En este caso, el tiempo característico apropiado se convierte en el tiempo no lineal, cuyo aislamiento requiere el análisis de escalas de tiempo en el marco lagrangiano [?] (teera en cuenta que sólo en algunos casos particulares en nuestro análisis, el tiempo no lineal se identificó positivamente como un candidato para el tiempo de decorrelación). Sin embargo, hemos demostrado que fenómenos físicamente relevantes como la reflexión y la “propagación anómala” de fluctuaciones reflejadas pueden producir efectos observables en la energía del flujo, y estos fenómenos se han reconocido en una variedad de configuraciones de los diferentes parámetros de control del sistema, con posibles aplicaciones.

Por ejemplo, efectos interesantes asociados con la reflexión se suman a la complejidad de la dinámica, incluso en el caso más simple de MHD incompresible considerado aquí. Esto tiene implicaciones importantes para aplicaciones como el calentamiento coronal, la aceleración del viento solar y la energización de partículas en el espacio interplanetario [? ?]. Como otro ejemplo, las fluctuaciones observadas en el viento solar, que tienden a alinear o antialinear el campo magnético y el campo de velocidad (es decir, con diferentes polarizaciones Alfvénicas), no siempre se pueden interpretar trivialmente como viajando “downstream” o “upstream” respecto del campo magnético medio. Extensiones de este

estudio a MHD compresible [?], considerando la dependencia con la helicidad cruzada en el flujo y su interacción con los efectos compresibles, así como un estudio que considera otras helicidades como la helicidad cinética H_v , la helicidad magnética H_b y la helicidad híbrida para Hall-MHD, sería un seguimiento interesante del presente estudio y un primer paso hacia una comprensión más profunda del papel de los efectos no lineales en la propagación de ondas en la turbulencia en plasma.



Bibliografía

- [1] ALEXAKIS, A: Nonlocal phenomenology for anisotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *The Astrophysical Journal Letters* 667 (2007), Nr. 1, S. L93
- [2] ALEXAKIS, A ; BIGOT, B ; POLITANO, Hélène ; GALTIER, S: Anisotropic fluxes and nonlocal interactions in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physical Review E* 76 (2007), Nr. 5, S. 056313
- [3] ALEXAKIS, A. ; MININNI, P. D. ; POUQUET, A.: Turbulent cascades, transfer, and scale interactions in magnetohydrodynamics. In: *New J. Phys.* 9 (2007), Nr. 8, S. 298. – URL <http://stacks.iop.org/1367-2630/9/i=8/a=298>. – Zugriffsdatum: 2016-08-02. – ISSN 1367-2630
- [4] ALEXAKIS, Alex ; MININNI, PD ; POUQUET, Annick: Imprint of large-scale flows on turbulence. In: *Physical review letters* 95 (2005), Nr. 26, S. 264503
- [5] ALEXAKIS, Alexandros ; MININNI, Pablo D. ; POUQUET, Annick: Shell-to-shell energy transfer in magnetohydrodynamics. I. Steady state turbulence. In: *Physical Review E* 72 (2005), Nr. 4, S. 046301
- [6] ALUIE, Hussein ; EYINK, Gregory L.: Scale locality of magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physical review letters* 104 (2010), Nr. 8, S. 081101
- [7] ATTA, C. W. V. van ; WYNGAARD, J. C.: On higher-order spectra of turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 72 (1975), Dezember, Nr. 4, S. 673–694.

- URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112075003229/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-1120, 1469-7645
- [8] BATCHELOR, G. K.: *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, 1953. – ISBN 978-0-521-04117-1
- [9] BELCHER, J. W. ; DAVIS, Leverett: Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2. In: *Journal of Geophysical Research* 76 (1971), Juni, Nr. 16, S. 3534–3563. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA076i016p03534>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 01480227
- [10] BIEBER, John W. ; MATTHAEUS, William H. ; SMITH, Charles W. ; WANNER, Wolfgang ; KALLENRODE, May-Britt ; WIBBERENZ, Gerd: Proton and electron mean free paths: The Palmer consensus revisited. In: *The Astrophysical Journal* 420 (1994), Januar, S. 294. – URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/173559>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [11] BIEBER, John W. ; WANNER, Wolfgang ; MATTHAEUS, William H.: Dominant two-dimensional solar wind turbulence with implications for cosmic ray transport. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 101 (1996), Februar, Nr. A2, S. 2511–2522. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/95JA02588>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 01480227
- [12] BISKAMP, D: Geometric Properties of Level Surfaces in MHD Turbulence. In: *Europhysics Letters (EPL)* 21 (1993), Februar, Nr. 5, S. 563–567. – URL <http://stacks.iop.org/0295-5075/21/i=5/a=010?key=crossref.4f20c1a9b84f87ef61a78c82ba7c4cc0>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0295-5075, 1286-4854
- [13] BISKAMP, D.: *Magnetohydrodynamic Turbulence*. Cambridge University Press, 2003. – URL <https://books.google.com.ar/books?id=6iDZWv2DC-EC>. – ISBN 978-1-139-44167-4
- [14] BISKAMP, D. ; WELTER, H.: Dynamics of decaying twodimensional magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Fluids B: Plasma Physics* 1 (1989), Oktober, Nr. 10, S. 1964–1979. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.859060>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0899-8221

- [15] BISKAMP, Dieter ; MÜLLER, Wolf-Christian: Scaling properties of three-dimensional isotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 7 (2000), Dezember, Nr. 12, S. 4889–4900. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1322562>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1070-664X, 1089-7674
- [16] BRUNO, Roberto ; CARBONE, Vincenzo: The solar wind as a turbulence laboratory. In: *Living Reviews in Solar Physics* 2 (2005), Nr. 1, S. 4
- [17] CARBONE, F. ; SORRISO-VALVO, L. ; VERSACE, C. ; STRANGI, G. ; BARTOLINO, R.: Anisotropy of Spatiotemporal Decorrelation in Electrohydrodynamic Turbulence. In: *Phys. Rev. Lett.* 106 (2011), März, Nr. 11, S. 114502. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.114502>. – Zugriffsdatum: 2016-07-26
- [18] CARBONE, Vincenzo ; MALARA, Francesco ; VELTRI, Pierluigi: A model for the three-dimensional magnetic field correlation spectra of low-frequency solar wind fluctuations during Alfvénic periods. In: *Journal of Geophysical Research* 100 (1995), Nr. A2, S. 1763. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/94JA02500>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0148-0227
- [19] CARLIER, Johan ; LAVAL, Jean-Philippe ; STANISLAS, Michel: Some experimental support at a high Reynolds number to a new hypothesis for turbulence modeling. In: *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics* 329 (2001), Nr. 1, S. 35–40
- [20] CHAPMAN, Dean R.: Computational Aerodynamics Development and Outlook. In: *AIAA Journal* 17 (1979), Dezember, Nr. 12, S. 1293–1313. – URL <http://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.61311>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0001-1452, 1533-385X
- [21] CHEN, Shiyi ; KRAICHNAN, Robert H.: Sweeping decorrelation in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 1 (1989), Dezember, Nr. 12, S. 2019–2024. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.857475>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0899-8213
- [22] CHEN, Shiyi ; KRAICHNAN, Robert H.: Inhibition of turbulent cascade by sweep. In: *Journal of Plasma Physics* 57 (1997), Januar, Nr. 1, S. 187–193. – URL <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/>

S0022377896005326/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-3778, 1469-7807

- [23] CHO, Jungyeon ; VISHNIAC, Ethan T.: The Anisotropy of Magnetohydrodynamic Alfvénic Turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 539 (2000), August, Nr. 1, S. 273–282. – URL <http://stacks.iop.org/0004-637X/539/i=1/a=273>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [24] COLEMAN, Paul J.: Turbulence, Viscosity, and Dissipation in the Solar-Wind Plasma. In: *The Astrophysical Journal* 153 (1968), August, S. 371. – URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/149674>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [25] COMTE-BELLOT, G. ; CORRSIN, S.: Simple Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 48 (1971), Juli, Nr. 02, S. 273–337. – URL http://journals.cambridge.org/article_S0022112071001599. – Zugriffsdatum: 2016-07-26. – ISSN 1469-7645
- [26] DAR, Gaurav ; VERMA, Mahendra K. ; ESWARAN, V: Energy transfer in two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence: formalism and numerical results. In: *Physica D: Nonlinear Phenomena* 157 (2001), Nr. 3, S. 207–225
- [27] DEBLIQUY, Olivier ; VERMA, Mahendra K. ; CARATI, Daniele: Energy fluxes and shell-to-shell transfers in three-dimensional decaying magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 12 (2005), Nr. 4, S. 042309
- [28] DMITRUJK, P. ; MATTHAEUS, W. H.: Waves and turbulence in magnetohydrodynamic direct numerical simulations. In: *Physics of Plasmas (1994-present)* 16 (2009), Juni, Nr. 6, S. 062304. – URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/16/6/10.1063/1.3148335>. – Zugriffsdatum: 2016-07-12. – ISSN 1070-664X, 1089-7674
- [29] DMITRUJK, P. ; MATTHAEUS, W. H. ; MILANO, L. J. ; OUGHTON, S.: Conditions for sustainment of magnetohydrodynamic turbulence driven by Alfvén waves. In: *Physics of Plasmas* 8 (2001), Mai, Nr. 5, S. 2377–2384. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1344563>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1070-664X, 1089-7674

- [30] DMITruk, P. ; MATTHAEUS, W. H. ; MILANO, L. J. ; OUGHTON, S. ; ZANK, G. P. ; MULLAN, D. J.: Coronal Heating Distribution Due to LowFrequency, Wavedriven Turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 575 (2002), August, Nr. 1, S. 571–577. – URL <http://stacks.iop.org/0004-637X/575/i=1/a=571>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [31] DMITruk, Pablo ; MATTHAEUS, William H.: LowFrequency Waves and Turbulence in an Open Magnetic Region: Timescales and Heating Efficiency. In: *The Astrophysical Journal* 597 (2003), November, Nr. 2, S. 1097–1105. – URL <http://stacks.iop.org/0004-637X/597/i=2/a=1097>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [32] DOBROWOLNY, M. ; MANGENEY, A. ; VELTRI, P.: Fully Developed Anisotropic Hydromagnetic Turbulence in Interplanetary Space. In: *Physical Review Letters* 45 (1980), Juli, Nr. 2, S. 144–147. – URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.45.144>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0031-9007
- [33] DOMARADZKI, J A.: Analysis of energy transfer in direct numerical simulations of isotropic turbulence. In: *The Physics of fluids* 31 (1988), Nr. 10, S. 2747–2749
- [34] ELSÄSSER, Walter M.: Hydromagnetism. II. A Review. In: *American Journal of Physics* 24 (1956), Februar, Nr. 2, S. 85–110. – URL <http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.1934152>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0002-9505, 1943-2909
- [35] EYINK, Gregory L. ; ALUIE, Hussein: Localness of energy cascade in hydrodynamic turbulence. I. Smooth coarse graining. In: *Physics of Fluids* 21 (2009), Nr. 11, S. 115107
- [36] FYFE, David ; MONTGOMERY, David: High-beta turbulence in two-dimensional magnetohydrodynamics. In: *Journal of Plasma Physics* 16 (1976), Oktober, Nr. 2, S. 181–191. – URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022377800020158/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-3778, 1469-7807
- [37] FYFE, David ; MONTGOMERY, David ; JOYCE, Glenn: Dissipative, forced turbulence in two-dimensional magnetohydrodynamics. In: *Journal of Plasma Physics* 17 (1977), Juni, Nr. 3, S. 369–398.

- URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022377800020687/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-3778, 1469-7807
- [38] GALTIER, S. ; NAZARENKO, S. V. ; NEWELL, A. C. ; POUQUET, A.: A weak turbulence theory for incompressible magnetohydrodynamics. In: *Journal of Plasma Physics* 63 (2000), Juni, Nr. 5, S. 447–488.
– URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022377899008284/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-3778, 1469-7807
- [39] GALTIER, S. ; ZIENICKE, E. ; POLITANO, H. ; POUQUET, A.: Parametric investigation of self-similar decay laws in MHD turbulent flows. In: *Journal of Plasma Physics* 61 (1999), April, Nr. 3, S. 507–541.
– URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022377899007643/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-3778, 1469-7807
- [40] GOLDSTEIN, M. L. ; ROBERTS, D. A. ; MATTHAEUS, W. H.: Magnetohydrodynamic Turbulence in the Solar Wind. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 33 (1995), September, Nr. 1, S. 283–325.
– URL <http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.aa.33.090195.001435>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0066-4146, 1545-4282
- [41] GÓMEZ, D. O. ; MININNI, P. D. ; DMITruk, P.: MHD simulations and astrophysical applications. In: *Advances in Space Research* 35 (2005), Nr. 5, S. 899–907.
– URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117705004734>. – Zugriffsdatum: 2016-08-02. – ISSN 0273-1177
- [42] GÓMEZ, D. O. ; MININNI, P. D. ; DMITruk, P.: Parallel Simulations in Turbulent MHD. In: *Phys. Scr.* 2005 (2005), Nr. T116, S. 123.
– URL <http://iopscience.iop.org/article/10.1238/Physica.Topical.116a00123/meta>. – Zugriffsdatum: 2016-08-02. – ISSN 1402-4896
- [43] GOMEZ, T ; POLITANO, H ; POUQUET, A: On the validity of a nonlocal approach for MHD turbulence. In: *Physics of Fluids* 11 (1999), Nr. 8, S. 2298–2306

- [44] GRAPPIN, R ; FRISCH, U ; POUQUET, A ; LEORAT, J: Alfvénic fluctuations as asymptotic states of MHD turbulence. In: *Astronomy and Astrophysics* 105 (1982), S. 6–14
- [45] GRAPPIN, R ; LEORAT, J ; POUQUET, A: Dependence of MHD turbulence spectra on the velocity field-magnetic field correlation. In: *Astronomy and Astrophysics* 126 (1983), S. 51–58
- [46] HEISENBERG, W.: Zur statistischen Theorie der Turbulenz. In: *Z. Physik* 124 (1948), Juli, Nr. 7-12, S. 628–657. – URL <http://link.springer.com/article/10.1007/BF01668899>. – Zugriffsdatum: 2016-07-26. – ISSN 0044-3328
- [47] HOLLWEG, Joseph V.: Alfvén waves in the solar wind: Wave pressure, poynting flux, and angular momentum. In: *Journal of Geophysical Research* 78 (1973), Juli, Nr. 19, S. 3643–3652. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA078i019p03643>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 01480227
- [48] HOLLWEG, Joseph V.: Transverse Alfvén waves in the solar wind: Arbitrary \mathbf{k} , \mathbf{v}_0 , \mathbf{B}_0 and $|\delta\mathbf{B}|$. In: *Journal of Geophysical Research* 79 (1974), April, Nr. 10, S. 1539–1541. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA079i010p01539>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 01480227
- [49] HOLLWEG, Joseph V.: Transition region, corona, and solar wind in coronal holes. In: *Journal of Geophysical Research* 91 (1986), Nr. A4, S. 4111. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA091iA04p04111>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0148-0227
- [50] HOSSAIN, M. ; GRAY, P. C. ; PONTIUS, D. H. J. ; MATTHAEUS, W. H. ; OUGHTON, S. ; WINTERHALTER, D. (Hrsg.) ; GOSLING, J. T. (Hrsg.) ; HABBAL, S. R. (Hrsg.) ; KURTH, W. S. (Hrsg.) ; NEUGEBAUER, M. (Hrsg.): *Solar wind eight: proceedings of the Eighth International Solar Wind Conference*. Woodbury, NY (AIP conference proceedings)
- [51] HOSSAIN, Murshed ; GRAY, Perry C. ; PONTIUS, Duane H. ; MATTHAEUS, William H. ; OUGHTON, Sean: Phenomenology for the decay of energycontaining eddies in homogeneous MHD turbulence. In: *Physics of Fluids* 7 (1995), November, Nr. 11, S. 2886–2904. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.868665>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1070-6631, 1089-7666

- [52] IROSHNIKOV, PS: Turbulence of a conducting fluid in a strong magnetic field. In: *Soviet Astronomy* 7 (1964), S. 566
- [53] JACQUES, S. A.: Momentum and energy transport by waves in the solar atmosphere and solar wind. In: *The Astrophysical Journal* 215 (1977), August, S. 942.
– URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/155430>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [54] JOKIPII, J. R.: Turbulence and Scintillations in the Interplanetary Plasma. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 11 (1973), September, Nr. 1, S. 1–28.
– URL <http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.aa.11.090173.000245>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0066-4146, 1545-4282
- [55] KARMAN, Theodore von ; HOWARTH, Leslie: On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* 164 (1938), Januar, Nr. 917, S. 192–215.
– URL <http://www.royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1938.0013>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 2053-9169
- [56] KARMAN, Theodore von ; LIN, C. C.: On the Concept of Similiarity in the Theory of Isotropic Turbulence. In: *Reviews of Modern Physics* 21 (1949), Juli, Nr. 3, S. 516–519. – URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.21.516>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0034-6861
- [57] KOLMOGOROV, Andrey N.: Energy scattering in locally isotropic turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 32 (1941), S. 19–21
- [58] KOLMOGOROV, Andrey N.: The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 30 (1941), S. 301–305
- [59] KOLMOGOROV, Andrey N.: On decay of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 31 (1941), S. 538–540
- [60] KRAICHNAN, Robert H.: The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers. In: *Journal of Fluid Mechanics* 5 (1959), Mai, Nr. 4, S. 497–543. – URL <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/>

structure-of-isotropic-turbulence-at-very-high-reynolds-numbers/
43F9C4D4DB8BA17F94096D4D2BC23C5C. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. –
ISSN 1469-7645, 0022-1120

- [61] KRAICHNAN, Robert H.: Inertial-Range Spectrum of Hydromagnetic Turbulence. In: *Physics of Fluids* 8 (1965), Nr. 7, S. 1385. – URL <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1761412>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 00319171
- [62] LEAMON, Robert J. ; SMITH, Charles W. ; NESS, Norman F. ; MATTHAEUS, William H. ; WONG, Hung K.: Observational constraints on the dynamics of the interplanetary magnetic field dissipation range. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 103 (1998), März, Nr. A3, S. 4775–4787. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/97JA03394>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 01480227
- [63] LEONI, P. Clark di ; COBELLI, P. J. ; MININNI, P. D.: The spatio-temporal spectrum of turbulent flows. In: *Eur. Phys. J. E* 38 (2015), Dezember, Nr. 12, S. 136. – URL <http://link.springer.com/article/10.1140/epje/i2015-15136-x>. – Zugriffsdatum: 2016-08-02. – ISSN 1292-8941, 1292-895X
- [64] LEONI, P. Clark di ; COBELLI, P. J. ; MININNI, P. D. ; DMITRUK, P. ; MATTHAEUS, W. H.: Quantification of the strength of inertial waves in a rotating turbulent flow. In: *Physics of Fluids (1994-present)* 26 (2014), März, Nr. 3, S. 035106. – URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pof2/26/3/10.1063/1.4868280>. – Zugriffsdatum: 2016-07-12. – ISSN 1070-6631, 1089-7666
- [65] LESIEUR, Marcel: *Turbulence in Fluids*. 4. Springer Netherlands, 2008 (Fluid Mechanics and Its Applications). – URL <https://www.springer.com/gp/book/9781402064340>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISBN 978-1-4020-6434-0
- [66] LESLIE, David C.: *Developments in the theory of turbulence*. Oxford : Clarendon Press [u.a.], 1973. – OCLC: 829257. – ISBN 978-0-19-856318-1
- [67] MATTHAEUS, W. H. ; BIEBER, J. W.: Dynamical scattering theory and observations of particle diffusion in the heliosphere. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 471, AIP Publishing, Juni 1999, S. 515–518.

- URL <http://scitation.aip.org/content/aip/proceeding/aipcp/10.1063/1.58687>. – Zugriffsdatum: 2016-08-17
- [68] MATTHAEUS, W. H. ; DASSO, S. ; WEYGAND, J. M. ; KIVELSON, M. G. ; OS-
MAN, K. T.: Eulerian Decorrelation of Fluctuations in the Interplanetary Magnetic
Field. In: *ApJ* 721 (2010), Nr. 1, S. L10. – URL <http://stacks.iop.org/2041-8205/721/i=1/a=L10>. – Zugriffsdatum: 2016-07-26. – ISSN 2041-
8205
- [69] MATTHAEUS, W. H. ; LAMKIN, S. L.: Turbulent magnetic reconnection. In: *Physics
of Fluids* 29 (1986), Nr. 8, S. 2513. – URL <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.866004>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 00319171
- [70] MATTHAEUS, W. H. ; OUGHTON, S. ; ZHOU, Y.: Anisotropic magnetohydrodynamic
spectral transfer in the diffusion approximation. In: *Phys. Rev. E* 79 (2009),
März, Nr. 3, S. 035401. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.79.035401>. – Zugriffsdatum: 2016-10-31
- [71] MATTHAEUS, W. H. ; WEYGAND, J. M. ; DASSO, S.: Ensemble Space-Time
Correlation of Plasma Turbulence in the Solar Wind. In: *Phys. Rev. Lett.* 116 (2016),
Juni, Nr. 24, S. 245101. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.245101>. – Zugriffsdatum: 2016-08-17
- [72] MATTHAEUS, William H. ; BIEBER, John W. ; ZANK, Gary P.: Unquiet on any
front: Anisotropic turbulence in the solar wind. In: *Reviews of Geophysics* 33
(1995), S. 609. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/95RG00496>. –
Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 8755-1209
- [73] MATTHAEUS, William H. ; GHOSH, Sanjoy ; OUGHTON, Sean ; ROBERTS, D. A.:
Anisotropic three-dimensional MHD turbulence. In: *Journal of Geophysical
Research: Space Physics* 101 (1996), April, Nr. A4, S. 7619–7629. – URL
<http://doi.wiley.com/10.1029/95JA03830>. – Zugriffsdatum: 2019-
10-11. – ISSN 01480227
- [74] MATTHAEUS, William H. ; GOLDSTEIN, Melvyn L.: Measurement of the rugged
invariants of magnetohydrodynamic turbulence in the solar wind. In: *Journal of
Geophysical Research* 87 (1982), Nr. A8, S. 6011. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA087iA08p06011>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN
0148-0227

- [75] MATTHAEUS, William H. ; GOLDSTEIN, Melvyn L. ; ROBERTS, D. A.: Evidence for the presence of quasi-two-dimensional nearly incompressible fluctuations in the solar wind. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A12, S. 20673–20683
- [76] MATTHAEUS, William H. ; ZHOU, Ye: Extended inertial range phenomenology of magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Fluids B: Plasma Physics* 1 (1989), September, Nr. 9, S. 1929–1931. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.859110>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0899-8221
- [77] MATTHAEUS, William H. ; ZHOU, Ye ; ZANK, Gary P. ; OUGHTON, Sean: Transport theory and the WKB approximation for interplanetary MHD fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 99 (1994), Nr. A12, S. 23421–23430
- [78] MCCOMB, W. D.: *The physics of fluid turbulence*. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/1990cp...book....M>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11, Dezember 1990
- [79] MCCOMB, W. D.: *The Physics of Fluid Turbulence*. Clarendon Press, Februar 1992. – ISBN 978-0-19-856256-6
- [80] MEYRAND, R. ; GALTIER, S. ; KIYANI, K. H.: Direct Evidence of the Transition from Weak to Strong Magnetohydrodynamic Turbulence. In: *Phys. Rev. Lett.* 116 (2016), März, Nr. 10, S. 105002. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.105002>. – Zugriffsdatum: 2016-07-22
- [81] MEYRAND, R. ; KIYANI, K. H. ; GALTIER, S.: Weak magnetohydrodynamic turbulence and intermittency. In: *Journal of Fluid Mechanics* 770 (2015), Mai, S. R1 (11 pages). – URL http://journals.cambridge.org/article_S002211201500141X. – Zugriffsdatum: 2016-07-12. – ISSN 1469-7645
- [82] MILANO, L. J. ; MATTHAEUS, W. H. ; DMITruk, P. ; MONTGOMERY, D. C.: Local anisotropy in incompressible magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 8 (2001), Juni, Nr. 6, S. 2673–2681. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1369658>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1070-664X, 1089-7674
- [83] MILLER, J. A. ; CARGILL, P. J. ; EMSLIE, A. G. ; HOLMAN, G. D. ; DENNIS, B. R. ; LAROSA, T. N. ; WINGLEE, R. M. ; BENKA, S. G. ;

- TSUNETA, S.: Critical issues for understanding particle acceleration in impulsive solar flares. In: *J. Geophys. Res.* 102 (1997), Januar, Nr. A7, S. 14631–14659. – URL <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/97JA00976/abstract>. – Zugriffsdatum: 2016-08-02. – ISSN 2156-2202
- [84] MILLIONSHCHIKOV, M. D.: In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 32 (1941), S. 619
- [85] MININNI, P. D. ; ROSENBERG, D. ; POUQUET, A.: Isotropization at small scales of rotating helically driven turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 699 (2012), Mai, S. 263–279. – URL http://journals.cambridge.org/article_S0022112012000997. – Zugriffsdatum: 2016-08-02. – ISSN 1469-7645
- [86] MININNI, Pablo D.: Scale interactions in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 43 (2011), S. 377–397
- [87] MININNI, Pablo D. ; ALEXAKIS, A ; POUQUET, A: Nonlocal interactions in hydrodynamic turbulence at high Reynolds numbers: The slow emergence of scaling laws. In: *Physical review E* 77 (2008), Nr. 3, S. 036306
- [88] MININNI, PD ; ALEXAKIS, A ; POUQUET, Annick: Large-scale flow effects, energy transfer, and self-similarity on turbulence. In: *Physical Review E* 74 (2006), Nr. 1, S. 016303
- [89] MONIN, A. S. ; YAGLOM, A. M.: *Statistical Fluid Mechanics, Volume II: Mechanics of Turbulence*. Courier Corporation, Juli 2013. – Google-Books-ID: 6xPEAgAAQ-BAJ. – ISBN 978-0-486-31814-1
- [90] MONTGOMERY, D. ; BROWN, M. R. ; MATTHAEUS, W. H.: Density fluctuation spectra in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Journal of Geophysical Research* 92 (1987), Nr. A1, S. 282. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA092iA01p00282>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0148-0227
- [91] MONTGOMERY, David ; MATTHAEUS, William H.: Anisotropic Modal Energy Transfer in Interstellar Turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 447 (1995), Juli, S. 706. – URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/175910>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357
- [92] NELKIN, Mark ; TABOR, M.: Time correlations and random sweeping in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 2 (1990), Januar, Nr. 1, S. 81–83.

- URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.857684>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0899-8213
- [93] ORSZAG, S. A. ; PATTERSON, G. S.: Numerical Simulation of Three-Dimensional Homogeneous Isotropic Turbulence. In: *Phys. Rev. Lett.* 28 (1972), Januar, Nr. 2, S. 76–79. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.28.76>. – Zugriffsdatum: 2016-07-26
- [94] ORSZAG, Steven A.: Analytical theories of turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 41 (1970), April, Nr. 2, S. 363–386. – URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112070000642/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-1120, 1469-7645
- [95] OUGHTON, Sean ; PRIEST, Eric R. ; MATTHAEUS, William H.: The influence of a mean magnetic field on three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 280 (1994), Dezember, S. 95–117. – URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112094002867/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-1120, 1469-7645
- [96] PARKER, E. N.: Dynamical theory of the solar wind. In: *Space Science Reviews* 4 (1965), September, Nr. 5, S. 666–708. – URL <https://doi.org/10.1007/BF00216273>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1572-9672
- [97] PARKER, E. N.: *Cosmical Magnetic Fields: Their Origin and Their Activity*. Oxford University Press, April 2019. – Google-Books-ID: rgCvDwAAQBAJ. – ISBN 978-0-19-882996-6
- [98] POLITANO, H. ; POUQUET, A. ; SULEM, P. L.: Current and vorticity dynamics in three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 2 (1995), August, Nr. 8, S. 2931–2939. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.871473>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1070-664X, 1089-7674
- [99] POULAIN, Cédric ; MAZELLIER, Nicolas ; CHEVILLARD, Laurent ; GAGNE, Yves ; BAUDET, Christophe: Dynamics of spatial Fourier modes in turbulence. In: *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems* 53 (2006), Nr. 2, S. 219–224

- [100] POUQUET, A. ; FRISCH, U. ; LÉORAT, J.: Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect. In: *Journal of Fluid Mechanics* 77 (1976), September, Nr. 2, S. 321–354. – URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112076002140/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-1120, 1469-7645
- [101] POUQUET, A. ; MENEGUZZI, M. ; FRISCH, U.: Growth of correlations in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physical Review A* 33 (1986), Juni, Nr. 6, S. 4266–4276. – URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.33.4266>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0556-2791
- [102] ROBERTS, D. A. ; GOLDSTEIN, M. L. ; KLEIN, L. W.: The amplitudes of interplanetary fluctuations: Stream structure, heliocentric distance, and frequency dependence. In: *Journal of Geophysical Research* 95 (1990), Nr. A4, S. 4203. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA095iA04p04203>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0148-0227
- [103] ROBERTS, D. A. ; GOLDSTEIN, M. L. ; KLEIN, L. W. ; MATTHAEUS, W. H.: Origin and evolution of fluctuations in the solar wind: Helios observations and Helios-Voyager comparisons. In: *Journal of Geophysical Research* 92 (1987), Nr. A11, S. 12023. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/JA092iA11p12023>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0148-0227
- [104] ROBINSON, DC ; RUSBRIDGE, MG: Structure of Turbulence in the Zeta Plasma. In: *Physics of Fluids* 14 (1971), Nr. 11, S. 2499. – URL <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1693359>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 00319171
- [105] ROSE, H. A. ; SULEM, P. L.: Fully developed turbulence and statistical mechanics. In: *Journal de Physique* 39 (1978), Mai, Nr. 5, S. 441–484. – URL <http://dx.doi.org/10.1051/jphys:01978003905044100>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0302-0738
- [106] SANADA, T. ; SHANMUGASUNDARAM, V.: Random sweeping effect in isotropic numerical turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)* 4 (1992), Juni, Nr. 6, S. 1245–1250. – URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pofa/4/6/10.1063/1.858242>. – Zugriffsdatum: 2016-07-26. – ISSN 0899-8213

- [107] SCHLICKEISER, R. ; ACHATZ, U.: Cosmic-ray particle transport in weakly turbulent plasmas. Part 1. Theory. In: *Journal of Plasma Physics* 49 (1993), Februar, Nr. 01, S. 63–77. – URL http://journals.cambridge.org/article_S0022377800016822. – Zugriffsdatum: 2016-08-17. – ISSN 1469-7807
- [108] SERVIDIO, S. ; CARBONE, V. ; DMITruk, P. ; MATTHAEUS, W. H.: Time de-correlation in isotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *EPL* 96 (2011), Nr. 5, S. 55003. – URL <http://stacks.iop.org/0295-5075/96/i=5/a=55003>. – Zugriffsdatum: 2016-07-12. – ISSN 0295-5075
- [109] SHEBALIN, John V. ; MATTHAEUS, William H. ; MONTGOMERY, David: Anisotropy in MHD turbulence due to a mean magnetic field. In: *Journal of Plasma Physics* 29 (1983), Juni, Nr. 3, S. 525–547. – URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022377800000933/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-3778, 1469-7807
- [110] SHEN, X ; WARHAFT, Z: The anisotropy of the small scale structure in high Reynolds number ($R \lambda \approx 1000$) turbulent shear flow. In: *Physics of Fluids* 12 (2000), Nr. 11, S. 2976–2989
- [111] SMITH, Charles W. ; MATTHAEUS, W. H. ; ZANK, Gary P. ; NESS, Norman F. ; OUGHTON, Sean ; RICHARDSON, John D.: Heating of the low-latitude solar wind by dissipation of turbulent magnetic fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 106 (2001), Mai, Nr. A5, S. 8253–8272. – URL <http://doi.wiley.com/10.1029/2000JA000366>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 01480227
- [112] SREENIVASAN, Katepalli R.: On the universality of the Kolmogorov constant. In: *Physics of Fluids* 7 (1995), November, Nr. 11, S. 2778–2784. – URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.868656>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1070-6631, 1089-7666
- [113] SRIDHAR, S. ; GOLDREICH, P.: Toward a theory of interstellar turbulence. 1: Weak Alfvénic turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 432 (1994), September, S. 612. – URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/174600>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0004-637X, 1538-4357

- [114] TAYLOR, G. I.: Statistical Theory of Turbulence. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* 151 (1935), September, Nr. 873, S. 421–444. – URL <http://www.royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1935.0158>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 2053-9169
- [115] TAYLOR, G. I.: The Spectrum of Turbulence. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* 164 (1938), Februar, Nr. 919, S. 476–490. – URL <http://www.royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1938.0032>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 2053-9169
- [116] TEACA, B. ; VERMA, M. K. ; KNAEPEN, B. ; CARATI, D.: Energy transfer in anisotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *Phys. Rev. E* 79 (2009), April, Nr. 4, S. 046312. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.79.046312>. – Zugriffsdatum: 2016-08-02
- [117] TENNEKES, Emeritus Professor of Aeronautical Engineering H. ; TENNEKES, Hendrik ; LUMLEY, John L. ; LUMLEY, J. L. ; TECHNOLOGY, Massachusetts Institute o.: *A First Course in Turbulence*. MIT Press, 1972. – ISBN 978-0-262-20019-6
- [118] TENNEKES, H.: Eulerian and Lagrangian time microscales in isotropic turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 67 (1975), Februar, Nr. 3, S. 561–567. – URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112075000468/type/journal_article. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0022-1120, 1469-7645
- [119] TU, C. Y. ; MARSCH, E.: MHD structures, waves and turbulence in the solar wind: Observations and theories. In: *Space Science Reviews* 73 (1995), Juli, Nr. 1-2, S. 1–210. – URL <http://link.springer.com/10.1007/BF00748891>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0038-6308, 1572-9672
- [120] WEYGAND, James M. ; MATTHAEUS, W. H. ; KIVELSON, M. G. ; DASSO, S.: Magnetic correlation functions in the slow and fast solar wind in the Eulerian reference frame. In: *J. Geophys. Res. Space Physics* 118 (2013), Juli, Nr. 7, S. 3995–4004. – URL <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jgra.50398/abstract>. – Zugriffsdatum: 2016-10-31. – ISSN 2169-9402

- [121] WILTSE, John M. ; GLEZER, Ari: Manipulation of free shear flows using piezoelectric actuators. In: *Journal of Fluid Mechanics* 249 (1993), S. 261–285
- [122] WILTSE, John M. ; GLEZER, Ari: Direct excitation of small-scale motions in free shear flows. In: *Physics of fluids* 10 (1998), Nr. 8, S. 2026–2036
- [123] YEUNG, P. K. ; ZHOU, Ye: Universality of the Kolmogorov constant in numerical simulations of turbulence. In: *Physical Review E* 56 (1997), August, Nr. 2, S. 1746–1752. – URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.56.1746>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 1063-651X, 1095-3787
- [124] ZAKHAROV, Vladimir E. ; L'vov, Victor S. ; FALKOVICH, Gregory: *Kolmogorov Spectra of Turbulence I: Wave Turbulence*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1992. – URL <http://public.eblib.com/choice/publicfullrecord.aspx?p=3090619>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – OCLC: 840291915. – ISBN 978-3-642-50052-7 978-3-642-50054-1
- [125] ZHOU, Y. ; MATTHAEUS, W. H. ; DMITRUK, P.: Magnetohydrodynamic turbulence and time scales in astrophysical and space plasmas. In: *Rev. Mod. Phys.* 76 (2004), Dezember, Nr. 4, S. 1015–1035. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.76.1015>. – Zugriffsdatum: 2016-07-26
- [126] ZHOU, Ye: Degrees of locality of energy transfer in the inertial range. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 5 (1993), Nr. 5, S. 1092–1094
- [127] ZHOU, Ye: Interacting scales and energy transfer in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 5 (1993), Oktober, Nr. 10, S. 2511–2524. – URL <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.858764>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 0899-8213
- [128] ZHOU, Ye ; MATTHAEUS, WH ; DMITRUK, P: Colloquium: Magnetohydrodynamic turbulence and time scales in astrophysical and space plasmas. In: *Reviews of Modern Physics* 76 (2004), Nr. 4, S. 1015
- [129] ZHOU, Ye ; MATTHAEUS, William H.: Models of inertial range spectra of interplanetary magnetohydrodynamic turbulence. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A9, S. 14881–14892. – URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JA095iA09p14881>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 2156-2202

- [130] ZHOU, Ye ; MATTHAEUS, William H.: Transport and turbulence modeling of solar wind fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A7, S. 10291–10311. – URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JA095iA07p10291>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 2156-2202
- [131] ZHOU, Ye ; PRASKOVSKY, Alexander A. ; VAHALA, George: A non-Gaussian phenomenological model for higher-order spectra in turbulence. In: *Physics Letters A* 178 (1993), Juli, Nr. 1-2, S. 138–142. – URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/037596019390740Q>. – Zugriffsdatum: 2019-10-11. – ISSN 03759601