



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

Comportamiento espacio-temporal de turbulencia magnetohidrodinámica

Tesis presentada para optar al título de

Doctor de la Universidad de Buenos Aires en el área Ciencias Físicas

por **Rodrigo Lugones**

Director de Tesis: Pablo Ariel Dmitruk

Consejero de Estudios: Pablo Daniel Mininni

Lugar de Trabajo: Instituto de Física de Buenos Aires (IFIBA)

3 de febrero de 2020

Resumen: Comportamiento espacio-temporal de turbulencia magnetohidrodinámica

La turbulencia es un fenómeno ubicuo, observable en escenarios desde un flujo neutro en la Tierra, hasta en fluidos cargados en el espacio. A su vez, el plasma representa más del 99 % de la materia visible. Pese a ser tan común, la turbulencia en plasma es sumamente compleja y complicada de estudiar, ya que a las **dificultados** propias de un flujo neutro (interacción no lineal en la ecuación de Navier-Stokes, preponderantemente), se agregan las interacciones con campos electromagnéticos, autogenerados y externos, por el acoplamiento entre las ecuaciones de Maxwell y de Navier-Stokes.

Entre todos los modelos existentes, la turbulencia magnetohidrodinámica (MHD), que trata al plasma como un único fluido, se emplea como modelo para un amplio rango de aplicaciones astrofísicas y de física espacial. Esto se debe a que, a pesar de su (relativa) simpleza, captura adecuadamente tanto el comportamiento macroscópico como la cascada energética desde las grandes escalas hasta las escalas de disipación.

En esta tesis estudiamos, mediante simulaciones numéricas directas 3D, algunos de los aspectos fundamentales de la turbulencia MHD, tales como la transferencia espectral de energía o la multiplicidad de escalas temporales presentes, tanto en el caso isotrópico como en casos anisótropos. Analizamos el comportamiento espacio-temporal de los campos magnético y de velocidades estudiando el espectro de energías y los tiempos de decorrelación, para los casos de campo magnético medio nulo, pequeño, mediano y grande. Esto nos permite distinguir el efecto físico dominante en una amplia variedad de situaciones.

También analizamos los espectros espacio-temporales de los campos de Elsässer, variando independientemente el campo magnético medio (nulo, pequeño, intermedio y grande) y la helicidad cruzada (nula, pequeña y grande). Además de permitirnos distinguir el efecto dominante, observamos contrapropagación de fluctuaciones Alfvénicas debido a reflexiones producidas por inhomogeneidades en el campo magnético total.

Palabras Clave: Turbulencia, magnetohidrodinámica, tiempos característicos, espectro energético.

Abstract: Spatio-temporal behavior of magnetohydrodynamic turbulence

Turbulence is an ubiquitous phenomenon in the universe, observed in scenarios such as neutral flows on Earth, and also in situations like charged fluids in space. At the same time, plasma represents more than 99 % of visible matter. Despite being so common, plasma turbulence is extremely complex and complicated to study, since to the difficulties of a neutral flow (non-linear interaction in the Navier-Stokes equation, predominantly), the interactions with electromagnetic fields self-generated and external are added, by coupling between Maxwell and Navier-Stokes equations.

Among all existing models, magnetohydrodynamic (MHD) turbulence, which treats plasma as a single fluid, is used as a model for a wide range of astrophysical and space physics applications. The main reason to this is that, despite its (relative) simplicity, this model adequately captures both the macroscopic behavior and the energy cascade from the large scales to the dissipation scales.

In this thesis we study, using direct 3D numerical simulations, some of the fundamental aspects of MHD turbulence, such as the spectral transfer of energy and the multiplicity of temporal scales present, both in the isotropic case and in anisotropic cases. We analyze the spatio-temporal behavior of the magnetic fields and velocities by studying the energy spectrum and the decorrelation times, for cases with null, small, medium and large mean magnetic field. This allows us to distinguish the dominant physical effect in a wide variety of situations.

We also analyze the spatio-temporal spectra of the Els  ser fields, independently varying the mean magnetic field (null, small, intermediate and large) and the cross helicity (null, small and high). In addition to allowing us to distinguish the dominant effect, we observe counterpropagation of Alf  nic fluctuations due to reflections produced by inhomogeneities in the total magnetic field.

Keywords: Turbulence, Magnetohydrodynamics, characteristic times, energy spectrum.

Agradecimientos

Es mucha la gente que me ha acompañado a lo largo de todos estos años. A riesgo de olvidarme algún nombre, quisiera hacer explícitos algunos agradecimientos a todas esas personas sin quienes hoy no estaría donde estoy. Quienes no estén nombrados, tendrán el derecho de reclamármelo. No obstante, sepan que estoy muy agradecido de todos aquellas que me han acompañado a lo largo de toda esta etapa.

En primer lugar, quiero agradecerle a Pablo D. No sólo por la paciencia (que la ha tenido, y mucho), sino también por la presencia. Ha sido un gran director y una gran persona, entendiendo mis vueltas y mis vaivenes. También a Pablo M., que me ha dado charlas y consejos sumamente formativos, tanto académicos como de la vida.

Quiero agradecerle a mis padres, Mariela y Alberto. Mi mamá lamentablemente no va a poder presenciar este final de etapa, ni las que están por venir. Sé que le habría encantado verme defender esta tesis, pero también sé que le habría alcanzado simplemente con verme feliz. Sin duda alguna, mucho de lo que soy se lo debo a ella y al derroche inagotable de cariño y amor que me ha dado a lo largo de toda su vida. Y también quiero agradecerle a mi papá, que por suerte sí está. Con un amor más rudo, haciendo todo (literalmente todo) para que pueda tener un gran futuro y una gran vida.

A Anita, mi compañera del alma, una pareja con todo su significado, que me ha sostenido cada vez que lo he necesitado, que es una de las causas de mi felicidad diaria, y que ha sido uno de los grandes motores de cambios en mi vida.

A mis amigos más íntimos. Pablo, un hermano que conozco hace ya ¡19! años y con quien me he embarcado en una infinidad de proyectos, todos exitosos (de una manera u otra). A Quimey, una de las personas más graciosas que existen (una vez que entra en confianza). A Leandro, que está presente cada vez que lo necesito, en las buenas y en las malas. A Sebastián, con quien vivo charlando de proyectos presentes y futuros. A Francisco (alias Pipo), con quien me junto mucho menos de lo que querría, pero que en cada encuentro parece que el tiempo no hubiese pasado. A Hernán y a Turiax, con quienes la distancia nos ha distanciado un poco, pero a quienes quiero muchísimo y siempre es una alegría enorme verlos.

A Ignacio y Germán, mis hermanos de sangre, que me han apoyado y ayudado mucho en estos últimos muy difíciles meses. Y a Sofí, Delfi y Benja, mis sobrines que adoro aunque les vea poquito.

Al grupo del WTPC: Pablo (otra vez), Cecilia y Graciela. Ceci, una de las personas más dulces que conozco; y Gra, una mujer que admiro profundamente.

A Ninja, principalmente a Pablo (una vez más) y a Hernán, pero sin olvidarme de

Nico, Mariel, Juanpa, Paula, Fer. Sin ellos, este hermoso proyecto (ya real) que es Ninja no podría existir.

A mis suegros, Fito y Cristina, y también a Tere, Ñata, Norma y Jorge, quienes desde un primer momento me recibieron en su familia como si fuera uno más.

A Jesi y a Sarita, que han sido unas grandes vecinas y amigas.

A Marie y a Mati, gestores de la OMF, con quienes hemos compartido mucho stress de organización de último momento y muchas cervezas posteriores a cada olimpiada exitosa.

A Nadia y a Pedro, dos amigos que espero que trasciendan mi paso por la facu.

A Pablo Piteo (no el mismo Pablo que antes), siempre presente.

A mis compañeros de fútbol en los distintos equipos en los que he estado (inter facultades, Que Entre Toda, Africanos y La Milagrosa), que me dan la oportunidad de disfrutar de este hermoso deporte. En especial al Negro, que ha conseguido que sea capaz de dar un pase al pie.

A Mariano, por todas sus ayudas con los infinitos papeles.

A Yuditsabet y al Chino, que han sido magníficos compañeros de oficina.

Por último, pero no por eso menos importante, a todo el grupo de FLiP, principalmente a Carlitos, a Mauro y a Nico.

A todes ustedes, les dedico esta tesis.

Índice general

1	Introducción	1
1.1	Medio interplanetario	1
1.2	Plasma espacial	2
1.3	Plasma espacial turbulento	3
1.4	Tiempos característicos y correlaciones	4
2	Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos	7
2.1	Conceptos fundamentales de turbulencia hidrodinámica	8
2.1.1	Decaimiento global de energía	9
2.1.2	Localidad de la transferencia de energía y espectro de Kolmogorov	9
2.1.3	<i>Straining</i> y <i>sweeping</i>	11
2.1.4	Escalas temporales, cascada y clausura	14
2.2	Turbulencia magnetohidrodinámica	17
2.2.1	Ecuaciones MHD y conceptos físicos básicos	17
2.2.2	Fenomenología del decaimiento MHD	21
2.2.3	MHD isótropo	23
2.2.4	MHD anisotrópico	27

2.2.5	Localidad de las interacciones a partir de las transferencias <i>shell-to-shell</i>	32
2.2.6	Comentarios de los espectros de frecuencias	36
2.3	Discusión y conclusiones	37
3	Comportamiento espacio-temporal de la turbulencia MHD	
	39	
3.1	Ecuaciones y simulaciones numéricas	40
3.1.1	Las ecuaciones MHD	40
3.1.2	Espectros y funciones de correlación	41
3.1.3	Simulaciones numéricas	43
3.2	Resultados	43
3.2.1	Espectros de energía y escalas temporales dominantes	43
3.2.2	Espectros espacio-temporales	47
3.2.3	Funciones de correlación y tiempos de descorrelación	51
3.3	Conclusiones	59
4	Efectos de la helicidad cruzada	63
4.1	Ecuaciones y simulaciones numéricas	64
4.1.1	Los campos de Elsässer	64
4.1.2	Espectros y funciones de correlación	66
4.1.3	Simulaciones numéricas	67
4.2	Resultados	68
4.2.1	Espectros espaciales	68
4.2.2	Espectros espacio-temporales	76
4.2.3	Tiempos de descorrelación	82
4.3	Conclusiones	84
5	Conclusiones y Perspectiva	87
A	Publicaciones relacionadas con esta tesis	89
	Bibliografía	91



1. Introducción

1.1 Medio interplanetario

El medio interplanetario se refiere al espacio entre planetas, cometas y otros objetos del sistema solar. Este espacio no se encuentra vacío, sino que está lleno de plasma proveniente de la corona solar, radiación electromagnética, rayos cósmicos, partículas de polvo y campos magnéticos. El término *viento solar* fue propuesto por Parker (1958) para describir la expansión supersónica y supermagnetosónica de la corona solar hacia el sistema solar. Esta expansión se da debido a la diferencia de presiones entre la corona solar y el espacio interplanetario que la rodea. La diferencia de presiones vence a la fuerza gravitatoria de la estrella, generando la expansión del viento solar [Kivelson y Russell (1995)].

La dinámica de los plasmas espaciales, tales como el viento solar, pueden mostrar grandes diferencias en sus propiedades físicas con respecto a los plasmas presentes en el laboratorio. Por ejemplo, las colisiones entre iones o electrones pueden ser bastante frecuentes en el plasma coronal solar, pero son extremadamente raras en el medio interplanetario a 1 unidad astronómica ($1 \text{ AU} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$). Dado que algunas de estas condiciones pueden ser imposibles de reproducir en laboratorios terrestres, el medio interplanetario ofrece una oportunidad única para investigar una amplia variedad de procesos plasmáticos. En particular, a 1 AU, la densidad numérica media es de 7 cm^{-3} , la velocidad de flujo (casi radial) es de 450 km/s , la temperatura media es de $1.2 \times 10^5 \text{ K}$ y el campo magnético medio (valor absoluto) es de aproximadamente 10 nT [Kivelson y Russell (1995)].

El viento solar varía significativamente de acuerdo a la actividad del Sol a causa de

cambios en el campo magnético solar, el cual termina contribuyendo al campo magnético interplanetario (IMF) y a la dinámica general del plasma. Durante su expansión, el viento solar desarrolla un régimen fuertemente turbulento, que puede estudiarse a través de mediciones *in situ* [Matthaeus y Goldstein (1982)]. La turbulencia aparece como un estado de movimiento muy complejo y fuertemente irregular en el espacio y el tiempo. Sin embargo, en un momento dado, un flujo turbulento muestra la presencia de estructuras organizadas de diferentes tamaños y diferentes tiempos característicos que interactúan entre sí a medida que el flujo las convecta. Gracias a las observaciones *in situ* proporcionadas por diferentes naves espaciales, el flujo del viento solar ofrece la mejor oportunidad para estudiar directamente la dinámica no lineal en los plasmas espaciales [Bruno y Carbone (2005)].

1.2 Plasma espacial

Los plasmas espaciales son gases casi neutros compuestos principalmente de protones y electrones (es decir, un plasma de hidrógeno completamente ionizado) que están sujetos a fuerzas eléctricas y magnéticas. Al mismo tiempo, estas cargas actúan como fuentes de fuerzas electromagnéticas, haciendo que cada partícula cargada en el plasma interactúe simultáneamente con una gran cantidad de otras partículas cargadas, debido a la naturaleza de largo alcance de estas fuerzas. Este proceso da como resultado un comportamiento colectivo del plasma.

Existen al menos tres niveles de descripción para modelar la dinámica de los plasmas espaciales. La principal diferencia entre ellos son las variables físicas utilizadas para describir el estado del plasma. Cuál debe elegirse depende del tipo de fenómeno que **le** interese estudiar. Los tres enfoques son:

1. Movimiento de partículas cargadas individuales y su interacción con el campo eléctrico y magnético.
2. Descripción cinética de una colección de partículas.
3. Descripción **fluidística**.

La forma más completa de especificar el estado de un plasma es dar las posiciones y velocidades de todas las partículas y el valor de los campos en cada punto del espacio. Para un sistema de N partículas, esta descripción de partículas implica un espacio de fase de $6N$ dimensiones, que se vuelve prohibitivamente grande a medida que aumenta N (por ejemplo, $N \sim 10^{15}$ para un cubo de 1 km^3 en el medio interplanetario). Una posible salida a este problema es utilizar la teoría cinética. En este enfoque estadístico, definimos la función de distribución de velocidades $f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$, para cada especie s , de

manera que $d^3x d^3v f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ es la cantidad de partículas en una caja de tamaño d^3x alrededor de \mathbf{x} , con velocidades en un cubo d^3v alrededor de \mathbf{v} , para un tiempo t . La función de distribución f_s satisface ecuaciones cinéticas tales como la ecuación de Vlasov (en el límite no colisional). Estas ecuaciones se acoplan con las ecuaciones de Maxwell, debido a la autoconsistencia del campo electromagnético. A pesar de que es posible integrar este conjunto de ecuaciones numéricamente, poder cubrir un rango realista de valores de $(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ se vuelve muy demandante computacionalmente. Un enfoque más simple comparativamente es considerar una descripción fluídica del plasma, basada en los momentos de menor orden de f_s (tales como la densidad de partículas, la velocidad media del flujo y la presión). Para considerar el hecho de que las partículas cargadas interactúan con el campo electromagnético, se acopla la ecuación del fluido con las ecuaciones de Maxwell. Dentro de este marco, la aproximación más simple es el llamado modelo de magnetohidrodinámica de un fluido (MHD).

La descripción MHD de un fluido describe adecuadamente la fenomenología a grandes escalas temporales y espaciales. Sin embargo, a escalas espaciales y/o temporales más pequeñas, existen fenómenos físicos que no pueden reproducirse con la descripción tradicional de MHD de un fluido. Por ejemplo, para describir adecuadamente el espectro de energía del viento solar derivado de observaciones recientes [Sahraoui *et al.* (2009)], o para estudiar la reconexión magnética en el límite sin colisión, se requiere un marco teórico que se extienda más allá de un fluido MHD. Así es como surgen diversas extensiones a la teoría de MHD, que permiten analizar muchas situaciones físicas sin necesidad de pasar a la descripción cinética. Algunas de esas extensiones a la teoría MHD son Hall-MHD (donde se toma en consideración el efecto Hall), descripción de dos fluidos (fluido de electrones por un lado y de iones por otro), electron-MHD (que describe las escalas más pequeñas del plasma cuando el movimiento de los electrones es mucho más rápido que el de los iones), etc. A lo largo de esta tesis, nos ceñiremos a la teoría MHD de un fluido, dado que esta descripción es suficientemente precisa para los estudios que realizamos.

1.3 Plasma espacial turbulento

La naturaleza produce habitualmente turbulencia MHD. Se puede encontrar en varios entornos espaciales, como la corona solar, las atmósferas planetarias o el medio interplanetario. Como discutimos anteriormente, el viento solar se expande desde el Sol y penetra las regiones entre los planetas. Una característica importante para caracterizar un régimen turbulento estacionario e isotrópico de un plasma es su espectro de potencia de energía E_k , que proporciona la energía por unidad de número de onda. Al igual que en el

caso paradigmático de la turbulencia hidrodinámica, las interacciones no lineales en la turbulencia MHD producen un flujo de energía en el espacio de número de onda que es predominantemente de escalas grandes a escalas pequeñas. Como veremos con más detalle en la sección 2.1, el espectro de energía se puede dividir en tres rangos: (a) la gran escala en la cual la energía se inyecta en el rango del sistema (*energy containing range*), (b) un rango inercial donde los términos no lineales dominan sobre los términos disipativos y las cascadas de energía de escalas grandes a pequeñas, y (c) el rango de pequeña escala (o disipativa), donde la energía se disipa en forma de calor. Dado que la energía total (y otros invariantes ideales también) no se modifica directamente por las interacciones no lineales [Frisch (1995)], su espectro proporciona información importante sobre el estado y la dinámica del plasma turbulento.

1.4 Tiempos característicos y correlaciones

Si bien los tiempos de descorrelación asociados a la transferencia de energía en turbulencia son los tiempos de descorrelación lagrangianos, computados siguiendo un elemento material de fluido, la descorrelación euleriana resulta relevante para realizar predicciones limitantes. Además, las escalas temporales eulerianas son también importantes para comprender la dispersión de partículas de prueba cargadas, como los rayos cósmicos de baja energía [Bieber *et al.* (1994)], así como para tener en cuenta la distribución de las aceleraciones, que está relacionada con la intermitencia [Nelkin y Tabor (1990)].

Las correlaciones espaciales resultan relevantes en la física de la turbulencia, ya que la transformada espacial de la correlación a tiempo de retraso τ nulo, proveen información acerca de la distribución espacial de la energía a lo largo de las distintas escalas. De la misma forma, la correlación temporal a un punto espacial, variando el tiempo de retraso y transformándolo en frecuencias, provee información análoga acerca de la distribución energética a lo largo de las distintas escalas temporales.

A lo largo de la presente Tesis, estudiaremos las correlaciones eulerianas en tiempo para un dado número de onda o una escala espacial para el modelo magnetohidrodinámico. Dicho estudio, nos permitirá tener una mejor comprensión de la turbulencia MHD.

Para ello, primero realizaremos un análisis minucioso de los distintos tiempos preponderantes **el** las correlaciones espaciales eulerianas, para posteriormente enfocarnos en las correlaciones temporales y espacio-temporales.

En el capítulo 2 introduciremos ciertos conceptos que nos permitirán abordar el resto de la Tesis. Comenzaremos con una breve introducción a turbulencia hidrodinámica, para luego centrarnos en algunos aspectos fundamentales de turbulencia magnetohidrodinámica. Nos centraremos particularmente en la identificación de las escalas temporales relevantes, cómo son influenciadas por la anisotropía asociada con los campos magnéticos de gran escala y cómo se alcanza un equilibrio entre las distorsiones no lineales y las dinámicas asociadas con la propagación de ondas.

En el capítulo 3 desarrollaremos uno de los estudios que realizamos. Utilizando simulaciones numéricas de turbulencia MHD 3D, analizamos el comportamiento espacio-temporal de las fluctuaciones del campo magnético. Consideramos casos con un campo magnético medio de fondo fuerte, mediano y débil. Computamos la función de correlación temporal dependiente de la escala espacial (vía el número de onda) para las distintas simulaciones realizadas, variando el campo magnético medio. A partir de estas funciones de correlación, computamos el tiempo de descorrelación y lo comparamos con diferentes tiempos teóricos pertinentes, con el objeto de estudiar qué fenómeno resulta preponderante en cada uno de los casos.

En el capítulo 4, por su parte, expondremos el comportamiento espacio-temporal de las variables de Elsässer correspondientes a las fluctuaciones de los campos magnético y de velocidades, que obtuvimos mediante simulaciones numéricas de MHD 3D turbulento. Consideramos casos con campo magnético medio de fondo débil, mediano y fuerte, y con helicidad cruzada (correlaciones entre el campo de velocidades y el magnético) nula, pequeña y grande. Computamos las funciones de correlación temporal y los tiempos de descorrelación. De esta manera, **pudimos extender** el estudio realizado con anterioridad. Además, observamos contrapropagación de fluctuaciones Alfvénicas debidas a reflexiones producidas por inhomogeneidades en el campo magnético total, un resultado inesperado en un principio, pero que corrobora ciertas predicciones de estudios anteriores. Este efecto se vuelve más prominente en flujos con alta helicidad cruzada, modificando fuertemente la propagación de ondas en flujos magnetohidrodinámicos turbulentos.

Finalmente, en el capítulo 5 expondremos las conclusiones generales de la presente tesis, así como también la perspectiva de trabajos futuros.



2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

El mayor porcentaje de la materia visible en el espacio y en sistemas astrofísicos se encuentra en estado de plasma, un gas o fluido eléctricamente conductor que evoluciona en respuesta a fuerzas tanto mecánicas como electromagnéticas. Entre todos los modelos existentes para describir el comportamiento de un plasma, la magnetohidrodinámica se emplea para un amplio rango de aplicaciones astrofísicas y de física espacial, puesto que, a pesar de su relativa simpleza, captura adecuadamente diversos comportamiento de interés.

Los plasmas espaciales suelen tener movimientos complejos e involucrar estructuras en un amplio rango de escalas, en estado turbulento. En principio, parecería que la turbulencia hidrodinámica, largamente estudiada pero todavía no completamente entendida al nivel de procesos físicos fundamentales (*“the most important unsolved problem of classical physics”*, de acuerdo a R. Feynman), sería claramente el primer paso para estudiar esos sistemas. Sin embargo, el papel fundamental que juegan los campos magnéticos en el plasma astrofísico nos dirige rápidamente hacia la relacionada, pero más compleja, turbulencia magnetohidrodinámica (MHD).

La turbulencia MHD difiere de su par hidrodinámico, en primer lugar, en el hecho de que los campos magnéticos de gran escala juegan un rol significativo, aun influenciando los procesos turbulentos en escalas más pequeñas. Entre otros procesos, esto da lugar a la presencia de más escalas temporales influenciando la dinámica de la turbulencia MHD. Por esta razón, la “cascada” MHD, que transfiere energía entre **estructuras distintas** escalas espaciales mediante el acoplamiento dinámico del término no lineal, es un proceso mucho

8 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

más complejo que en el caso de la cascada hidrodinámica.

El objetivo del presente capítulo es introducir ciertos conceptos que permitirán abordar el resto de la Tesis. En primer lugar, en la sección 2.1 repasaremos algunos conceptos básicos de turbulencia hidrodinámica, introduciendo las ideas de *straining* (estiramiento) y *sweeping* (barrido) en este contexto. Posteriormente, en la sección 2.2 resumiremos algunos aspectos fundamentales de la turbulencia MHD, incluyendo la transferencia espectral de energía, la no localidad y la anisotropía, cada uno de los cuales se encuentra relacionado con una multiplicidad de escalas temporales dinámicas presentes en el fenómeno. Me centraré en la identificación de las escalas temporales relevantes, cómo son influenciadas por la anisotropía asociada con los campos magnéticos de gran escala, y cómo se alcanza un equilibrio entre distorsiones no lineales y dinámicas asociadas con la propagación de ondas (también conocido como *sweeping magnético*). Por último, en la sección 2.3 presentaremos las conclusiones del presente capítulo.

2.1 Conceptos fundamentales de turbulencia hidrodinámica

Un flujo turbulento satisface la ecuación de Navier-Stokes [Batchelor (1953)],

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (2.1)$$

donde \mathbf{v} es el campo de velocidades (que fluctúa en tiempo t y espacio \mathbf{x}), ∇ es el gradiente respecto de \mathbf{x} , ρ es la densidad, p es la presión y ν es la viscosidad cinemática. Consideraremos un fluido incompresible con densidad constante, de modo que la ecuación de continuidad queda reducida a la condición de divergencia nula $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, por lo que la presión se puede obtener mediante la condición que emerge de tomar la divergencia de la ecuación (2.1).

El número de Reynolds macroscópico está definido como $R = vL/\nu$, donde v es la velocidad típica del fluido (la raíz cuadrática media, *rms*, del campo de velocidades) y L , una escala grande típica del problema. Este número es una medida de la importancia que tiene el término convectivo no lineal $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ respecto del término disipativo $\nu \nabla^2 \mathbf{v}$ en la ecuación (2.1).

En ausencia de viscosidad, el flujo conserva la energía cinética global (aquí, $u^2 = \langle |\mathbf{u}|^2 \rangle$ es el doble de la energía por unidad de masa, donde $\langle \dots \rangle$ denota promedio volumétrico). Por otra parte, cuando hay viscosidad presente, aun para valores muy bajos, la energía decae de una forma sumamente distintiva.

2.1.1 Decaimiento global de energía

El decaimiento global de la turbulencia incompresible, homogénea e isotrópica fue estudiado por Taylor (1935, 1938) y por von Karman y Howarth (1938), previamente al trabajo revolucionario de Kolmogorov (1941b,c) en el rango inercial de pequeñas escalas. La energía varía en respuesta a los efectos viscosos de acuerdo a $d\langle v^2 \rangle / dt = -v \langle |\nabla \times \mathbf{v}|^2 \rangle$. Basándose en resultados empíricos, Taylor encontró que el decaimiento de la energía se comporta de acuerdo a $d\langle v^2 \rangle / dt \propto v^3$, y von Karman y Howarth (1938) proveyeron posteriormente la primera justificación teórica de la ley de decaimiento $d\langle v^2 \rangle / dt = -\alpha v^3 / \lambda$, que ha gozado de mucho soporte empírico en hidrodinámica.

Un elemento crucial es λ , la *escala de similaridad* o *energy-containing scale*, que se comporta como $d\lambda / dt = \beta v$. La escala de similaridad se suele asociar con la escala más grande, o con la longitud de correlación de la turbulencia en trabajos observacionales [Batchelor (1953)]. Por su parte, las constantes α y β son ambas del orden de la unidad, y adoptan valores específicos basándose en suposiciones físicas, tales como la permanencia de los *eddies* (remolinos) de gran escala [Kolmogorov (1941a)], el número de Reynolds turbulento [von Karman y Lin (1949)], etc [Orszag (1970); Matthaeus *et al.* (1996)]. Esta fenomenología de los *energy-containing eddies* da una aproximación razonable a la imagen de decaimiento global de la energía, y clarifica cómo el reservorio de energía de grandes escalas ($\sim \lambda \sim L$) controla el proceso. Usualmente, se define el tiempo de rotación de los remolinos (*eddy turnover time*) o la escala no lineal temporal como $\tau_{eddy} = \lambda / v$ [Rose y Sulem (1978)], de manera que el decaimiento de la energía ocurra a razón de $d\langle v^2 \rangle / dt = -v^2 / \tau_{eddy}$. La escala temporal del *eddy turnover* es la escala fundamental de tiempo en turbulencia, y su rol en el decaimiento global en hidrodinámica predice el rol de las escalas de tiempo no lineales en las cascadas de energía tanto para hidrodinámica como para MHD.

2.1.2 Localidad de la transferencia de energía y espectro de Kolmogorov

Para un fluido turbulento con alto número de Reynolds, la suposición respecto de la tríada de interacción y el proceso de transferencia de energía conducen hacia la famosa ley de escalas $-5/3$ de Kolmogorov [Batchelor (1953); Kolmogorov (1941b)]. Brevemente, Kolmogorov asumió que tanto la transferencia de energía como la interacción entre escalas son locales. Para comprender esto, primero hay que definir más o menos formalmente la energía contenida en una escala ℓ . Por ejemplo, la energía por unidad de masa en la escala ℓ puede expresarse como $v_\ell^2 \sim \langle |\mathbf{v}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}(\mathbf{x} + \ell)|^2 \rangle$. Alternativamente, en el espacio de momentos k , se puede computar la función de correlación $R_{ij}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{v}_i(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$, y a partir de ahí, el tensor espectral $S_{ij}(\mathbf{k})$ tomando la transformada de Fourier de R_{ij} . Sumando

10 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

sobre todas las direcciones de \mathbf{k} se obtiene el espectro omnidireccional para turbulencia isotrópica, $E(k) = 4\pi k^2 S_{ii}(k)$. Finalmente, la energía por unidad de masa asociada a la escala $\ell \sim 1/k$ es $v_k^2 \sim \sqrt{kE(k)}$ [Batchelor (1953)].

Retomando, el proceso de transferencia de energía puede ser pensado de la siguiente manera: una fuerza es aplicada a un fluido a una escala grande L , inyectándole energía. El movimiento del fluido a escala L se vuelve inestable y pierde su energía en favor de sus escalas vecinas más pequeñas, sin disiparse directamente en forma de calor (transferencia local de energía). Este proceso se repite hasta llegar a la escala de disipación l_d (la escala de Kolmogorov), donde la energía transferida se dispersa en forma de calor por acción viscosa. La tasa de ingreso de energía a las escalas grandes y la tasa a la que la energía se disipa (denotada ε) en la escala de Kolmogorov son en promedio iguales entre sí y, en consecuencia, iguales a la tasa de transferencia de energía a lo largo de las escalas intermedias del espectro. El rango de escalas intermedias es comúnmente denominado *rango inercial*.

La localidad de las interacciones entre escalas parecería indicar que las propiedades estadísticas de escalas suficientemente pequeñas deberían ser independientes de la forma en que se generan las turbulencias y, por lo tanto, deberían ser estadísticamente isótropas y homogéneas, y tener un carácter universal. Esta suposición es parcialmente cierta. Experimentos recientes mostraron desviaciones de este comportamiento incluso para flujos hidrodinámicos simples (por ejemplo, una recuperación de la isotropía más lenta de lo esperado o la presencia de correlaciones a largo plazo en las escalas pequeñas [Carlier *et al.* (2001); Poulain *et al.* (2006); Shen y Warhaft (2000); Wiltse y Glezer (1993, 1998)]). Simulaciones numéricas también dieron evidencia de la presencia de interacciones no locales con el flujo de gran escala, desempeñando un papel en la cascada de energía [Alexakis *et al.* (2005a); Domaradzki (1988); Zhou (1993b)]. En simulaciones numéricas con números de Reynolds tan altos como $R_\lambda \approx 800$, se observó que el 20 % del flujo de energía en las escalas pequeñas resultó de interacciones con el flujo a gran escala [Mininni *et al.* (2006)]. Sin embargo, simulaciones más recientes, con números de Reynolds hasta $R_\lambda \approx 1300$ utilizando resoluciones espaciales de 2048^3 puntos de grilla, mostraron que a medida que aumenta el número de Reynolds, el porcentaje de interacción no local disminuye como una ley de potencia del número de Reynolds, lo que sugiere que el flujo en la turbulencia hidrodinámica puede ser predominantemente local para números muy grandes de Reynolds [Mininni *et al.* (2008)]. Resultados teóricos más recientes lo reafirman [Aluie y Eyink (2010); Eyink y Aluie (2009)], en primer lugar mostrando que el flujo de energía en la turbulencia hidrodinámica es local en el límite de número de Reynolds infinito, y en segundo lugar obteniendo límites en la escala de la contribución no local al

flujo con el número de Reynolds, que están de acuerdo con los resultados numéricos.

De esta forma, a pesar de que los *energy-containing eddies* ejercen un control dominante sobre la tasa de transferencia energética en el decaimiento turbulento, este control es indirecto, y las excitaciones en el rango de *energy-containing eddies* no afectan directamente a la transferencia de energía dentro del rango inercial. En consecuencia, la tasa promedio de disipación de energía se identifica con la tasa de transferencia de energía espectral y con la tasa ϵ con la que se introduce energía al sistema. Para poder inferir la forma del espectro en el rango inercial, es necesario estimar la magnitud de las correlaciones de la función de transferencia (la denominada “triple correlación”, que involucra productos triples de las componentes de la velocidad), que son responsables de inducir transferencia de energía. La escala temporal del decaimiento de las correlaciones de las funciones de transferencia, $\tau_T(k)$, puede depender de cualquier parámetro turbulento relevante, así como también del número de onda k . En términos teóricos, se podría argumentar que el flujo $\Pi(k)$ de transferencia de energía es explícitamente proporcional a $\tau_T(k)$ y depende del número de onda y de la potencia del espectro energético omnidireccional $E(k)$ [Batchelor (1953); Monin y Yaglom (2013)]. En el rango inercial, como la energía es conservada por las interacciones no lineales y se ha asumido una cascada local, el flujo de energía Π se vuelve independiente del número de onda k [Zhou (1993a,b)]. Por argumentos dimensionales, se obtiene

$$\epsilon = \bar{C} \tau_T(k) k^4 E^2(k), \quad (2.2)$$

donde \bar{C} es una constante del orden de la unidad.

El espectro de Kolmogorov puede recuperarse para turbulencia estadísticamente estacionaria, homogénea e isotrópica. Para este caso, el tiempo dinámico no lineal es

$$\tau_{nl}(k) = \ell / v_k = [k^3 E(k)]^{-1/2}, \quad (2.3)$$

donde $\ell \propto 1/k$ es una escala longitudinal en el rango inercial y $v_k = [kE(k)]^{1/2}$ es la velocidad característica de los *eddies* con número de onda k . Como ésta es la única escala temporal disponible, es razonable que $\tau_T(k) = \tau_{nl}(k)$. En consecuencia, a partir de las ecuaciones (2.2) y (2.3), se encuentra que

$$E(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (2.4)$$

que resulta ser el espectro de Kolmogorov, observable esquemáticamente en la figura 2.1. Notar que $\tau_{nl}(k) \sim \epsilon^{-1/3} k^{-2/3}$. Aquí, C_K es la constante de Kolmogorov [Sreenivasan (1995); Yeung y Zhou (1997)].

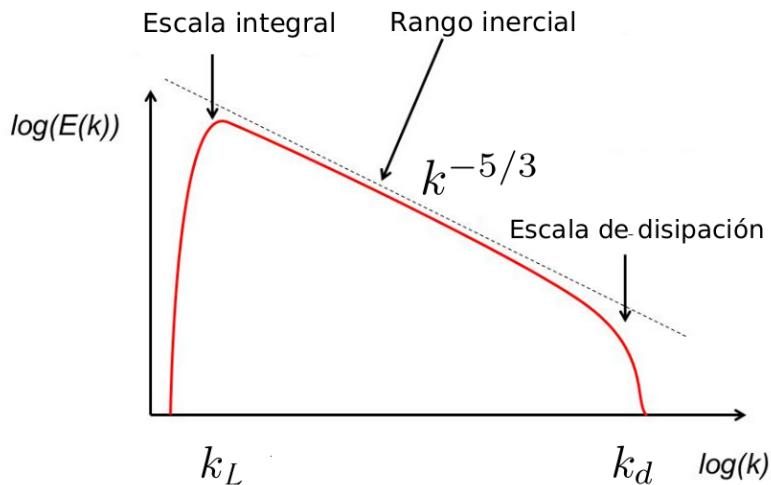


Figura 2.1: Representación esquemática del espectro de Kolmogorov. Se muestran las escalas características más importantes, la escala integral k_L y la escala de disipación k_d .

2.1.3 Straining y sweeping

El espectro de Kolmogorov clásico se basa en la representación de la cascada en la cual la energía se transfiere entre escalas en forma similar a una serie de saltos de agua, en las que cada nivel (escala) se llena hasta derramarse en el siguiente nivel, más bajo (escala más pequeña) [Tennekes *et al.* (1972)]. Esta cascada ocurre principalmente como consecuencia de interacciones de *eddies* de casi el mismo tamaño (es decir, locales en el espacio de Fourier). Estas interacciones consisten en movimientos de *straining* en los cuales un vórtice se “estira”, produciendo un gradiente de velocidades que distorsiona otros vórtices.

Por su parte, el flujo de gran escala arrastra los vórtices de menor escala, pero sin inducir una distorsión apreciable en sus estructuras dinámicas internas. La interacción directa entre las **grande** escalas y las pequeñas consiste, entonces, en un movimiento de “barrido” (*sweeping*), que no involucra transferencia energética significativa en el espacio de Fourier, ni cambia la forma del espectro energético hidrodinámico. Esto se encuentra diagramado en la figura 2.2(a).

En cambio, las correlaciones temporales, o equivalentemente la forma del espectro de frecuencias (obtenida a partir de la serie temporal de la velocidad en un punto fijo), puede encontrarse fuertemente influenciada por el efecto del *sweeping*, dado que cualquier fluctuación en una pequeña escala (que viene dada por movimientos de *straining*), será advectada y pasará a través del punto de prueba, introduciendo así fuertes fluctuaciones en la serie temporal.

La aproximación de Taylor de “turbulencia congelada” (*frozen turbulence*, Taylor

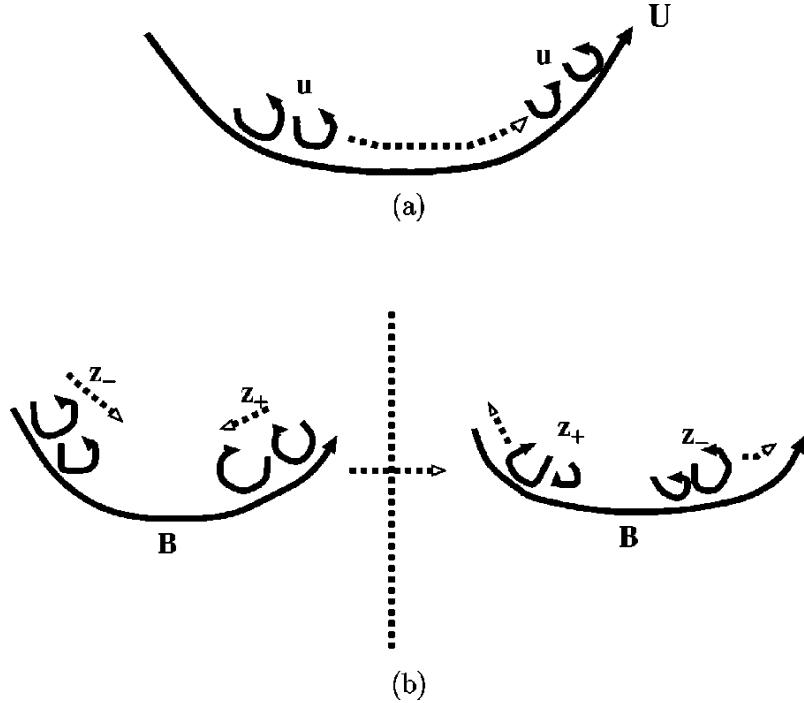


Figura 2.2: Comparación entre hidrodinámica y magnetohidrodinámica: (a) En hidrodinámica, un flujo medio de gran escala excita (*sweeps*) *eddies* de escalas más pequeñas, sin afectar la transferencia de energía entre escalas longitudinales. (b) En magnetohidrodinámica, un campo magnético \mathbf{B} de gran escala barre fluctuaciones z^- y z^+ que se propagan en sentidos opuestos, lo cual afecta la transferencia de energía (ilustrado como distorsiones luego de que los dos tipos de fluctuaciones se hayan atravesado).

(1938)) asume que el flujo de gran escala, con velocidad \mathbf{U} , barre la turbulencia del punto de observación. Esta aproximación, con una velocidad constante y grande V ($\gg v$, la velocidad de las fluctuaciones), es utilizada en los estudios en túneles de viento y en los estudios de la turbulencia en viento solar de una única nave espacial [Jokipii (1973)], con el objeto de poder convertir las correlaciones temporales en espaciales. En líneas generales, la idea es que el flujo de gran escala V barre las fluctuaciones locales a través del punto de observación más rápidamente de lo que las no linealidades locales pueden producir distorsiones. Entonces, el espectro de frecuencias tiene la misma forma que el de números de onda, $E(\omega) \sim \varepsilon^{2/3} V^{2/3} \omega^{-5/3}$. El *sweeping* por flujos aleatorios (con un valor grande pero aleatorio de \mathbf{V}) da un resultado similar [Tennekes (1975); Chen y Kraichnan (1989)]. En contraste, cuando el barrido es despreciable comparado con los movimientos de *straining*, el espectro puede ser predicho por análisis dimensional, requiriendo que la densidad espectral en frecuencias dependa exclusivamente de la velocidad de la cascada de energía y de la frecuencia [Tennekes (1975); Nelkin y Tabor (1990)]. Esto implica que

14 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

$E(\omega) \sim \varepsilon \omega^{-2}$. De esta forma, la presencia o ausencia de un flujo V en las grandes escalas resulta relevante para el espectro de frecuencias, si se asume la hipótesis de *sweeping*.

Por otra parte, resulta bastante claro que el *sweeping* no entra directamente en consideración en la forma que adopta el espectro energético hidrodinámico en la ecuación (2.4) [Chapman (1979)]. Sin embargo, hay una relación claramente establecida entre el *sweeping* y los momentos de orden más alto (por ejemplo, función de estructura y espectro de energía cinética) [Nelkin y Tabor (1990)]. En particular, la influencia que el *sweeping* aleatorio ejerce en el espectro de frecuencias puede traducirse directamente en una influencia similar en el espectro de densidad de energía cinética (momento de cuarto orden) [Chen y Kraichnan (1989)]. Este resultado se condice con resultados experimentales [van Atta y Wyngaard (1975); Zhou *et al.* (1993)], que muestran que los espectros de momentos de orden más alto en el rango inercial tienen los mismos exponentes en la ley de potencias que el espectro energético, en lugar de los valores que tendrían suponiendo sólo argumentos de *straining* puro. Estos experimentos demuestran la importancia del efecto de barrido, la multiplicidad de escalas temporales y el rol de la no localidad.

2.1.4 Escalas temporales, cascada y clausura

¿Cómo pueden agregarse los efectos de las escalas temporales adicionales en una teoría simple de espectros turbulentos? Una posibilidad es mirar con más detenimiento los conceptos físicos de la ecuación (2.2). Supongamos que escribimos la tasa de transferencia espectral o el flujo de energía en la forma (mucho más sugestiva)

$$\varepsilon = \Pi(k) = \frac{u_k^2}{\tau_{sp}}. \quad (2.5)$$

Aquí, u_k^2 es el doble de la energía por unidad de masa asociada a la velocidad a escalas cercanas a $1/k$. Por compatibilidad con las ecuaciones (2.2) y (2.3), podemos identificar el tiempo de transferencia espectral de energía como $\tau_{sp} = \tau_{nl}^2 / \tau_T(k)$. En consecuencia, desarrollando diferentes aproximaciones para el tiempo τ_T de la triple correlación, es posible obtener una variedad de modelos para los espectros de turbulencia.

El significado más profundo de este procedimiento simbólico puede ser visto examinando cómo relaciones similares a las dadas por las ecuaciones (2.2) y (2.5) emergen en un tratamiento matemáticamente más formal, y cuánto más precisas se vuelven las definiciones de las escalas temporales que entran en las teorías al asociarlas con términos que surgen fenomenológicamente.

Una forma particularmente reveladora de la ecuación de evolución para el espectro energético emerge de la clausura conocida como aproximación Markoviana cuasinormal

de remolinos amortiguados (*Eddy-Damped, QuasiNormal Markovian*, o *EDQNM* por sus siglas). Como una breve introducción [Orszag (1970); Monin y Yaglom (2013); McComb (1990); Lesieur (2008)], analicemos la parte más estructural de este enfoque. Consideremos la ecuación de Navier-Stokes en el espacio de momentos, $\partial_t \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}} - v k^2 \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k})$ [Lesieur (2008)], donde $\hat{\mathbf{v}}$ refiere a la representación de Fourier del campo de velocidades y se presuponen los índices cartesianos y la sumatoria sobre índices. La ecuación para el espectro modal $E(k)/4\pi k^2 \sim \langle \hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}} \rangle$ tiene la forma

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v k^2 \right) \langle \hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}} \rangle = \langle \hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}} \rangle. \quad (2.6)$$

Esto involucra momentos de tercer orden (correlaciones triples) $\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}$, que obedecen una ecuación de la forma

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v (k^2 + p^2 + q^2) \right) \langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k})\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p})\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q}) \rangle = \langle \hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}} \rangle, \quad (2.7)$$

donde \mathbf{k} , \mathbf{p} y \mathbf{q} denotan vectores de onda. El “problema de clausura” se refiere a la ocurrencia de correlaciones de cuarto orden en las ecuaciones para la correlación de tercer orden, correlaciones de quinto orden en las ecuaciones para cuarto orden, y así sucesivamente, no siendo posible clausurar el problema a ningún orden. Los métodos de clausura adoptan aproximaciones para momentos de orden más alto en términos de momentos de órdenes más bajos. La aproximación cuasinormal (QNA, Millionshchikov (1941)) representa el momento de cuarto orden de la ecuación (2.7) como una suma sobre productos de momentos de segundo orden. Esto permite encontrar una solución para los momentos de tercer orden, que se pueden sustituir entonces en la ecuación (2.6), dando lugar a un sistema de ecuaciones cerrado para los momentos de segundo orden, y en consecuencia para el espectro de energía. Orszag (1970) y otros introdujeron refinamientos adicionales y aproximaciones que dan lugar a la aproximación *EDQNM*. Este es en muchos aspectos un modelo aceptable para turbulencia, y conduce a una ecuación para el espectro, que puede ser escrita como

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v k^2 \right) E(k, t) = \int \int_{\Delta} dp dq \Theta_{kpq} E(q, t) \times [A(k, p, q)E(q, t) - B(k, p, q)E(k, t)]. \quad (2.8)$$

Aquí, las integrales son sobre todos los vectores de onda con la restricción $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{p}$, y A y B son coeficientes de acoplamiento con unidades de número de onda. El tiempo Θ_{kpq} aparece como un tiempo característico de relajación debido a las transferencias no lineales y a la viscosidad de $\langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k})\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p})\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q}) \rangle$. El flujo de energía en el rango inercial puede ser calculado a partir de la integral $\Pi(k) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E(k, t) dk$, utilizando la expresión *EDQNM* en el miembro derecho de la ecuación (2.8). Finalmente, estimando que las contribuciones

16 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

dominantes provienen de $p \approx q \approx k$, se llega a $\varepsilon = \Pi(k) = \tau_T(k)k^4E^2(k)$, previamente obtenido por análisis dimensional en el rango inercial. Cabe notar que el “tiempo de decaimiento triple” $\tau_T(k)$, que anteriormente asumimos que aparecía por argumentos heurísticos, es ahora identificable con *eddy-damping time* Θ_{kkk} (o “tiempo de amortiguación de los remolinos”) que emerge como el tiempo clave en la evaluación del flujo de energía *EDQNM*. Este resultado nos da confianza, porque ahora el resultado dimensional adquiere un contexto dentro de la teoría analítica. Sin embargo, es muy importante tener en cuenta que el rol físico que cumple la tasa de amortiguamiento de los *eddies* en la correlación triple es el de restaurar, de una forma aproximada, el efecto de descorrelación de los cumulantes de tercer orden, que habíamos despreciado en la QNA. En efecto, la elección del *eddy-damping rate* conlleva que la aproximación *EDQNM* tenga una ley espectral particular. De esta forma, a pesar de la elegancia algebraica, la clausura *EDQNM* requiere que entendamos correctamente la física que determina el tiempo de descorrelación. Aún así, la identificación $\tau_T(k) = \Theta_{kkk}$ nos da confianza respecto de cómo tales escalas de tiempo actúan en teorías más formales, mientras que nos da una cadena de razonamiento que conecta el análisis dimensional con la estructura matemática de la turbulencia. Este es un marco útil cuando extendemos el uso de las cascadas fenomenológicas para incluir otras escalas de tiempo (y sus efectos) en MHD.

Otra teoría de clausura, la Aproximación de Interacción Directa de Kraichnan (*DIA*, por sus siglas en inglés, 1957), quizás el arquetipo de teorías de clausura estadísticas de turbulencia, procede a través de una expansión de perturbaciones en las que el orden más bajo de la velocidad obedece exactamente la estadística gaussiana. La *DIA* busca una solución al problema de clausura en turbulencia expandiendo en un parámetro δ , permitiendo que los términos no lineales en la ecuación de evolución sean del orden de δ , que eventualmente se igualará a la unidad. Para facilitar la solución, se define un propagador (una función de Green) $\tilde{G}(\mathbf{k}, t, t')$, el cual representa la respuesta del sistema a una función gaussiana de forzado del sistema correlacionada con δ . Un punto clave es obtener las ecuaciones acopladas de renormalización para el propagador promediado $G = \langle \tilde{G} \rangle$ y para la función espectral retrasada $Q(\mathbf{k}, t, t')$, que determina cuán rápidamente las correlaciones decaen en el tiempo. Cabe mencionar que la correlación de dos puntos espacio-temporales puede definirse como $R_{ij}(\mathbf{r}, \tau) = \langle v_i(\mathbf{x}, t)v_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle$, mientras que el tensor espectral retrasado en el tiempo $S_{ij}(\mathbf{k}, \tau)$ es la transformada de Fourier espacial, con la componente temporal (el retraso temporal) ahora denotando la descorrelación temporal de ambos elementos del espectro. La función espectral Q de *DIA* es, esencialmente, la traza de S .

Mientras los detalles no son importantes para el presente escrito (para más detalles, ver Leslie (1973); McComb (1990)), la solución simultánea para Q y G establece la naturaleza

de dos tiempos de descorrelación en cada número de onda. Acordemente, en el formalismo del propagador, la dependencia temporal de las correlaciones de tercer orden se encuentra establecida en términos de las correlaciones de segundo orden.

En general, los modelos de *EDQNM* y *DIA* son bastante distintos, pero McComb (1990) argumenta que hay una interesante modificación *ad hoc* a *DIA* que muestra una conexión estructural entre ambos modelos. Supongamos que en lugar de resolver las ecuaciones isotrópicas de *DIA* para Q y G de la forma usual, empezamos con *DIA* y hacemos la simple aproximación, para $t > t'$, $Q(\mathbf{k}, t, t') = S(\mathbf{k}, t')e^{-\gamma(k)(t-t')}$ y $G(\mathbf{k}, t, t') = e^{-\gamma(k)(t-t')}$, donde la tasa de descorrelación es tomada para ser el recíproco del tiempo no lineal, $\gamma(k) = 1/\tau_{nl}(k) \sim \epsilon^{1/3}k^{2/3}$. En este caso, esta ecuación “pseudo - *DIA*” para la evolución espectral se vuelve idéntica a la ecuación espectral de *EDQNM*, la ecuación (2.8). Esta identificación no debe ser tomada muy seriamente, ya que *DIA* prescribe el tiempo de descorrelación a su manera. Sin embargo, en la medida en que el límite de McComb es realizable, la aproximación *EDQNM*, la *DIA* modificada y el enfoque fenomenológico concuerdan: la ley espectral de potencias viene determinada por la elección de la escala temporal Θ_{kpq} . Entonces, resulta razonable buscar un tratamiento fenomenológico del espectro MHD para entender la variedad de conclusiones que pueden ser aplicables al espacio y a plasmas astrofísicos.

2.2 Turbulencia magnetohidrodinámica

Habiendo hecho un análisis básico de cómo las diferentes escalas temporales aparecen en el caso de turbulencia hidrodinámica, veamos ahora el caso magnetohidrodinámico, en el cual, si bien es más complejo, es posible aplicar algunas de las ideas para entender qué espectros son esperables.

2.2.1 Ecuaciones MHD y conceptos físicos básicos

Un plasma, descripto como un fluido eléctricamente conductor, evoluciona en respuesta a fuerzas tanto mecánicas como electromagnéticas. Por simplicidad, nos focalizaremos en el modelo incompresible con densidad constante, que provee un contexto adecuado para muchos de los problemas de turbulencia MHD [Biskamp (2003)]. El modelo MHD incompresible, en términos de la velocidad \mathbf{v} del fluido y del campo magnético \mathbf{B} , consta de una ecuación de momentos

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2.9)$$

18 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

y de una ecuación de inducción magnética

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \mu \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (2.10)$$

La densidad del plasma ρ , la viscosidad cinemática ν y la difusividad magnética μ se consideran uniformemente constantes. La velocidad y el campo magnético son solenoidales, $\nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, y la presión p está determinada por la divergencia de la ecuación (2.9). Los números de Reynolds cinético $R = vL/\nu$ y magnético $R_m = vL/\mu$ (aquí, v es una velocidad típica y L es una escala espacial típica) miden el peso relativo entre los términos no lineales y los términos lineales disipativos en las ecuaciones dinámicas. Se tiene MHD altamente turbulento cuando los valores de R y R_m suficientemente altos.

Antes de continuar, recordemos que el modelo MHD es frecuentemente aplicado al espacio y a plasmas astrofísicos. No obstante, en ninguno de estos casos suele ser clara la derivación del modelo. Para plasmas poco colisionales, la estructura básica de MHD emerge por las conservaciones de la masa, el momento y la energía, junto con las leyes de Maxwell-Ampère y Faraday, e ignorando las corrientes de desplazamiento y adoptando una forma adecuada de la ley de Ohm. Aún así, para la mayoría de las aplicaciones no hay un camino claro para cerrar el sistema con un único campo de presiones isótropo, ni hay cálculos convincentes para la viscosidad, la resistividad, y otros coeficientes de transporte como la conductividad térmica.

Un camino posible para trabajos numéricos es adoptar coeficientes disipativos escalares, eligiendo los valores de acuerdo a las limitaciones numéricas de resolución espacial, más que en el realismo físico. Para MHD turbulento esto puede estar justificado asumiendo que la cascada no lineal se da principalmente desde las escalas grandes a las pequeñas, y el papel específico de la disipación mecánica es el de absorber cualquier energía que llegue a escalas pequeñas vía transferencia espectral. Esto es parcialmente satisfactorio, y sería deseable una mayor comprensión teórica de la naturaleza de la disipación en las aplicaciones de MHD poco colisional, aunque puede no ser simple ni tener una forma universal. Por el lado positivo, cuando se tienen observaciones experimentales disponibles, como es en el caso del viento solar, se puede ver que el rango inercial es amplio, por lo que el rango de inyección de energía se encuentra bien separado en escala del rango disipativo, donde el espectro se vuelve más empinado [Leamon *et al.* (1998)]. Con esta base, es posible inferir un Reynolds efectivo para el viento solar, y por analogía para cualquier plasma turbulento cuyo rango inercial sea conocido. Por ejemplo, ignorando las diferencias entre la disipación viscosa y resistiva, uno podría emplear una estimación hidrodinámica para el número de onda disipativo, $k_d = (\varepsilon / \nu^3)^{1/4}$. Usando la estimación de Taylor-von Karman de la tasa de decaimiento $\varepsilon = \nu^3 / \lambda$, puede escribirse $k_d \lambda = R^{3/4}$, o

$R = (k_d \lambda)^{4/3}$, donde R es el número de Reynolds. La cantidad $k_d \lambda$ es aproximadamente el ancho de banda del rango inercial. De esta forma, para un rango inercial de tres a cuatro décadas (por ejemplo, el viento solar), uno tiene $R \approx 10^5$. Para la corona solar, se estima un rango inercial de cinco a seis décadas, por lo que $R \approx 10^8$. En general, cuando hay un rango inercial de varias décadas, uno puede inferir que el Reynolds efectivo para las grandes escalas es un número grande, aún cuando no se tenga una formulación teórica del mecanismo de disipación.

El campo magnético puede contener una parte uniforme \mathbf{B}_0 (campo magnético DC) o que varía muy suavemente (identificable con el campo magnético medio local), más fluctuaciones de pequeña escala \mathbf{b} ; es decir, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}$. El campo magnético de gran escala permite y respalda la propagación de ondas hidromagnéticas (ondas de Alfvén). Estas ondas son fluctuaciones transversales al campo magnético medio, propagándose en la dirección de campo magnético medio a la velocidad de Alfvén $V_A = B_0 / \sqrt{4\pi\rho}$, y siguiendo la relación de dispersión $\omega = \pm V_A k_{\parallel}$, con k_{\parallel} la dirección paralela al campo medio \mathbf{B}_0 , obtenida a partir de la linealización de las ecuaciones (2.9) y (2.10).

Aún el caso más simple de MHD, asumiendo incompresibilidad, isotropía, estacionariedad y homogeneidad, es más complejo que el caso hidrodinámico. Hay dos campos distintos con los que hay que lidiar, el magnético y el de velocidades, y se agrega complejidad debido al efecto de la propagación de ondas de Alfvén. De esta forma, hay al menos dos clases de escalas temporales involucradas, el tiempo no lineal y el tiempo de Alfvén (el tiempo para que una fluctuación se propague dada una escala espacial). Es más, el campo magnético de gran escala introduce una dirección preferencial, y los efectos anisotrópicos que esto genera se hacen presentes en las fluctuaciones.

Aquí hemos arribado a una gran diferencia entre turbulencias hidrodinámica y magnetohidrodinámica. A diferencia del caso hidrodinámico, el efecto no local de las escalas grandes sobre las pequeñas, el *sweeping*, tiene un papel importante en turbulencia MHD, pues el campo magnético medio no puede ser removido por una transformación de Galileo. Es más, comenzando por Iroshnikov (1964) y Kraichnan (1965), hay argumentos para plantear que el *sweeping* juega un papel importante aún en el caso de ausencia de campo magnético DC. Además, si hay un campo magnético de gran escala, las fluctuaciones de pequeña escala sufren un efecto similar al *sweeping* debido a la propagación de ondas de Alfvén (*sweeping magnético*). Es más, la presencia de un campo magnético permite la existencia de otro tiempo característico, que competirá con el tiempo no lineal y el de *sweeping*.

Para discutir esto, es más fácil escribir las ecuaciones MHD en una forma más simétrica,

20 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

utilizando los denominados campos de Elsässer [Elsässer (1956)], $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{v} \pm \mathbf{b}/\sqrt{4\pi\rho}$,

$$\frac{\partial \mathbf{z}^\pm}{\partial t} \mp \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm = -\mathbf{z}^\mp \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm - \frac{1}{\rho} \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{z}^\pm, \quad (2.11)$$

donde hemos explícitamente separado el término que involucra el campo magnético de gran escala (escrito en términos de la velocidad de Alfvén \mathbf{V}_A). Por simplicidad, hemos asumido $\nu = \mu$. La presión total $P = p + B^2/8\pi$ actúa de manera de hacer cumplir la condición $\nabla \cdot \mathbf{z}^\pm = 0$.

Eligiendo o bien $\mathbf{z}^+ = 0$ o bien $\mathbf{z}^- = 0$, obtenemos las soluciones exactas de las ecuaciones MHD ideales (sin disipación). El campo no nulo normalmente se dice que corresponde a paquetes de onda que se propagan a lo largo de la dirección de campo medio. Esta descripción puede ser confusa, pues los “paquetes” pueden no estar localizados ni propagándose. Las fluctuaciones no propagantes con vectores de onda perpendiculares a la dirección del campo magnético medio tienen velocidad de fase nula. En cualquier caso, ambos tipos de fluctuaciones \mathbf{z}^\pm son necesarias para que los términos no lineales sean no nulos y haya turbulencia. Este hecho fue apuntado por Kraichnan (1965), y discutido en el contexto de aplicaciones en física espacial [Dobrowolny *et al.* (1980)] y en los modelos de calentamiento de la corona solar [Dmitruk *et al.* (2001a)].

Kraichnan (1965) señaló que el campo magnético medio barre las estructuras a pequeña escala con las que interactúa, y durante ese momento se produce una transferencia no lineal de energía entre distintas escalas longitudinales (en la representación de Kraichnan, los paquetes de onda sufren breves “colisiones” durante las cuales ocurre transferencia de energía). Esto se ilustra en la figura 2.2(b). De esta manera, las escalas pequeñas interactúan no sólo a través de los *eddies*, sino también a través de los paquetes Alfvén, que reducen el flujo de energía a escalas pequeñas al aumentar su tiempo de transferencia [Chen y Kraichnan (1997)]. Esto introduce en la práctica una interacción no local a medida que las ondas se propagan a lo largo del campo a gran escala [Gomez *et al.* (1999)].

Para flujos turbulentos MHD con un número de Reynolds alto, en entornos astrofísicos y espaciales, existe una separación de escala entre distintos procesos físicos a grandes y pequeñas escalas. Específicamente, se divide la dinámica en una parte de pequeña escala, que contiene acoplamientos de escalas “pequeña-pequeña” y “pequeña-grande”, y en otra parte, de gran escala [Zhou y Matthaeus (1990c)]. Cuando los campos de pequeña escala ocupan un amplio ancho del espectro, se tiende a tratar el acoplamiento de escalas “pequeña-pequeña” como turbulento, involucrando acoplamientos que son principalmente locales en el espacio de escalas.

El estudio de turbulencia MHD en los contextos espaciales y astrofísicos a menudo se vuelven manejables cuando se introduce alguna forma de separación de escala. En

la aproximación más simple, una pequeña parte de un sistema MHD no homogéneo podría tratarse como “localmente homogéneo”. La turbulencia en el viento solar es un ejemplo posible, en el que adicionalmente hay muchas mediciones que hacen posible la corroboración teórica a partir de observaciones [Tu y Marsch (1995); Goldstein *et al.* (1995)]. Los primeros estudios observacionales [Coleman (1968)] encontraron que las fluctuaciones temporales de la velocidad del plasma, desde el punto de referencia de una nave espacial, admiten una ley de potencias para el espectro de escalas, un reminiscente de la descripción de Kolmogorov de la turbulencia de un fluido no cargado. Las observaciones también revelaron una correlación distintiva entre la velocidad y el campo magnético, que sugiere la presencia de ondas de Alfvén *outward-traveling* de gran amplitud [Coleman (1968); Belcher y Davis (1971); Jokipii (1973)].

El viento solar, como la mayoría de los sistemas astrofísicos reales en los que se encuentra turbulencia, es compresible e inhomogéneo a grandes escalas. Las inhomogeneidades de gran escala, como cizallas de velocidad o gradientes de temperatura y densidad, pueden suministrar energía a la turbulencia de pequeña escala. En el viento solar, las fluctuaciones observadas se dan en todas las escalas, con escalas de correlación ($\lambda \sim 0,02\text{AU}$ en la órbita terrestre) mucho más pequeñas que la escala del sistema (1AU o más). El rango inercial de la turbulencia MHD se extiende desde λ hasta escalas 1000 veces más chicas, cercanas a la **giroescala térmica de los iones**. Entonces, la actividad turbulenta de interés está bien separada, en escalas de longitud, de las inhomogeneidades de gran escala del viento solar. Es más, las propiedades de gran escala, tales como el flujo medio y el campo magnético medio, son relativamente coherentes y reproducibles. **Entonces, el viento solar suele ser descripto en términos del flujo canónico promedio y de propiedades del campo magnético, tales como viento tranquilo de baja velocidad a bajas latitudes; viento caliente, menos denso y más rápido a altas latitudes; una espiral de Arquímedes, y otras idealizaciones con características de gran escala. Aún cuando están presentes estructuras dinámicas de gran escala, estas características pueden verse con cierto grado de reproducibilidad.**

En contraste, las fluctuaciones del campo observables en las pequeñas escalas del viento solar, suelen verse como aleatorias y localmente homogéneas. Estas fluctuaciones fueron tratadas originalmente utilizando MHD linealizado débilmente inhomogéneo (teoría WKB) [Parker (1965); Hollweg (1973, 1974, 1986); Jacques (1977); Matthaeus *et al.* (1994)], que describe la propagación de fluctuaciones Alfvénicas de onda corta en un flujo inhomogéneo. La presente perspectiva es que el medio es localmente incompresible [Matthaeus *et al.* (1990)] y es descripto aceptablemente como turbulencia MHD.

La dicotomía entre la representación de “turbulencia” no lineal y la representación de “ondas” lineales se empapa de 40 años de estudio del viento solar y espeja el tema básico

22 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

de la presente tesis: las características observables de la turbulencia MHD emergen de un balance entre la propagación de ondas y el barrido por el campo magnético medio, por un lado, y las distorsiones o *strainings*, por otro.

2.2.2 Fenomenología del decaimiento MHD

Mientras en turbulencia hidrodinámica lidiamos con una única densidad de energía v^2 y un único tensor de correlación de dos puntos asociado, la presencia de dos campos dinámicos en MHD introduce cuatro tipos de correlaciones o energías (por unidad de masa): la energía cinética $E_v = \langle |\mathbf{v}|^2 \rangle / 2$, la energía magnética $E_b = \langle |\mathbf{b}|^2 \rangle / 2$, la helicidad cruzada $H_c = \langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{b} \rangle = \langle |\mathbf{z}^+|^2 - |\mathbf{z}^-|^2 \rangle / 4$ y la diferencia de energías $D = \langle |\mathbf{v}|^2 - |\mathbf{b}|^2 \rangle / 2 = \langle \mathbf{z}^+ \cdot \mathbf{z}^- \rangle / 2$. (Se utilizan unidades de velocidad de Alfvén, en la que el campo magnético $\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{b}/\sqrt{4\pi\rho}$ tiene dimensiones de velocidad.) Notar que la helicidad cruzada es la diferencia de las energías de Elsässer $Z_{\pm}^2 = \langle |\mathbf{z}^{\pm}|^2 \rangle / 4$. La situación más simétrica se da cuando se tiene equipartición, $D = 0$ y $H_c = 0$. Para este caso, ni los campos magnético y de velocidades, ni las variables de Elsässer, se encuentran correlacionadas entre sí. En este tipo de MHD, $Z_-^2 = Z_+^2 = Z^2$, y una simple extensión de la fenomenología del decaimiento hidrodinámico funciona bien para MHD con un número de Reynolds moderado [Hossain *et al.* (1995)]. En particular, $dZ^2/dt = -\alpha Z^3/\lambda$ y $d\lambda/dt = \beta Z$, donde α y β son constantes de orden uno y λ , una escala de similaridad. La elección de las constantes puede tener una interpretación física como en el caso hidrodinámico [Matthaeus *et al.* (1996)]. Este enfoque de tipo hidrodinámico para el decaimiento MHD se ha utilizado en el modelado del transporte de la turbulencia en el viento solar; dicho modelo proporciona una explicación razonablemente precisa del perfil radial de la turbulencia del viento solar, desde la órbita terrestre (1AU) hasta más de 60AU [Smith *et al.* (2001)].

Más generalmente, no podemos asumir helicidad cruzada nula, y la fenomenología del decaimiento deberá tener en consideración la asimetría entre Z_+^2 y Z_-^2 . Esta situación introduce escalas de tiempo adicionales. Las bases de esto se encuentran, por ejemplo, en las discusiones fenomenológicas de Iroshnikov (1964), Kraichnan (1965) y Dobrowolny *et al.* (1980), y en el tratamiento detallado de clausuras MHD por Pouquet *et al.* (1976) y Grappin *et al.* (1983a). La aproximación fenomenológica propuesta por Hossain *et al.* (1995) plantea que

$$\frac{dZ_{\pm}^2}{dt} = -\alpha_{\pm} \frac{Z_{\pm}^2}{\tau_{sp}} \quad (2.12)$$

en términos de las constantes α_+ y α_- , de forma similar a lo ya expuesto para el caso hidrodinámico. La estimación más simple [Pouquet *et al.* (1976); Grappin *et al.* (1983a)] es que el tiempo de transferencia espectral se identifique con el tiempo del *eddy turnover*

(tiempo no lineal), es decir, $\tau_{sp}^\pm = \tau_{nl}^\pm$; este último, teniendo en cuenta la naturaleza de las interacciones entre \mathbf{z}^+ y \mathbf{z}^- , puede ser estimado como $\tau_{nl}^\pm = \lambda_\pm / Z_\mp$ para escalas de similaridad λ_\pm . Para esta elección, la ecuación de decaimiento de la energía se puede escribir como

$$\frac{dZ_\pm^2}{dt} = -\alpha_\pm \frac{Z_\pm^2 Z_\mp}{\lambda_\pm} \quad (2.13)$$

Para cerrar el sistema de ecuaciones del decaimiento, se debería elegir (y verificar si es posible) una ecuación de evolución para las escalas de similaridad λ_\pm . Una posibilidad es $d\lambda_\pm/dt = \beta_\pm (Z_+ Z_-)^{1/2}$ [Hossain *et al.* (1995)], pero se mantiene cierta dificultad en verificar el comportamiento de las escalas de similaridad, puesto que deben resolverse (en, por ejemplo, las simulaciones), tanto las escalas más pequeñas (de manera de resolver adecuadamente la cascada directa de energía) como las escalas más grandes.

Otra dificultad con el decaimiento MHD fenomenológico es el grado de certeza y generalidad con el que se hace la identificación $\tau_{sp}^\pm \rightarrow \tau_{nl}^\pm$, utilizada en la ecuación (2.13). Efectivamente, cabe preguntarse si hay alguna otra escala temporal que entre en juego en el decaimiento global, por ejemplo, algún otro tipo de escala tipo *sweeping* que pueda descorrelacionar las interacciones de las grandes escalas no lineales, modificando así la tasa global de decaimiento de energía. Dichas cuestiones serán discutidas a continuación, en el contexto del rango inercial de la turbulencia MHD, para los casos tanto isotrópico como anisotrópico de MHD, éste último con la presencia de un campo magnético de gran escala.

Sin embargo, para el rango de escalas energéticas, ese problema continúa ambiguo. Para turbulencia homogénea periódica, Hossain *et al.* (1996) plantearon que el desarrollo de una anisotropía relativa a un campo magnético de gran escala actúa saturando y minimizando el efecto de descorrelación en el rango de escalas energéticas. Sin embargo, esto presupone que el tiempo de Alfvén de gran escala $\tau_A = \lambda / V_A$ es no demasiado pequeño. Esto puede depender de las condiciones iniciales, tanto como de las condiciones de contorno. Un tema particularmente sensible en las aplicaciones [Dmitruk *et al.* (2001a)] es si las condiciones de contorno permiten la persistencia de estructuras no propagantes, tales como turbulencia 2D, que no son afectadas por el tiempo de barrido debido a ondas de Alfvén, τ_A . Además, las interacciones entre condiciones de contorno, efectos de propagación de ondas, e interacciones no lineales, pueden tener un impacto en el nivel de turbulencia (medido como tasa transferencial de energía) mantenido por el sistema (Dmitruk y Matthaeus (2003) para aplicación en modelo de calentamiento coronal). Por ahora, sin embargo, notamos que la multiplicidad de escalas temporales en MHD puede afectar también la dinámica del rango de energías. En esos casos, los detalles del problema específico pueden

24 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

influir en el tiempo de decaimiento energético. Para ciertos problemas estándar, tales como MHD periódica u homogénea con condiciones *band-limited* iniciales (excitación de modos en ciertas escalas limitadas), hay evidencia numérica que apoya la afirmación de que el tiempo de decaimiento global está asociado mayoritariamente con efectos no lineales, y que los efectos de los tiempos de sweeping y de Alfvén no son significativos. Claramente, esta conclusión necesitaría ponerse a prueba en otros problemas. Por ejemplo, el caso de fluctuaciones de Elsässer espacialmente localizadas, bajo la influencia de un campo magnético DC [Parker (2019)] podría presentar un contraste interesante al caso de turbulencia homogénea. Con este trasfondo, veamos ahora el rol de escalas temporales en las varias posibles cascadas MHD en el rango inercial.

2.2.3 MHD isótropo

Cuando el *straining* local es dominante: escaleo de Kolmogorov

Fyfe y Montgomery (1976) han sugerido que el razonamiento original de Kolmogorov y el espectro $k^{-5/3}$ asociado son aplicables a MHD. La suposición implícita es que el tiempo no lineal de distorsión de *eddies* es más rápido que el asociado a propagación de ondas. Esto implica que la escala de tiempo relevante es τ_{nl} y que el *straining* domina sobre el *sweeping* aleatorio y la propagación de ondas. Este enfoque parece razonable cuando la helicidad cruzada es pequeña, los campos magnético y de velocidades se encuentran cercanos a equipartición, y el campo magnético de grandes escalas no es demasiado grande.

Una de las fuentes más importantes de apoyo para el escaleo $k^{-5/3}$ en MHD proviene de las observaciones *in situ* del viento solar hechas por naves espaciales, en las que ese escaleo suele ser estadísticamente distinguible de otras leyes de potencia propuestas. Un ejemplo se observa en la figura 2.3. Típicamente, el espectro energético magnético $E_b(k)$ muestra una ley de potencias similar a $k^{-5/3}$ a lo largo de tres décadas en número de onda. Matthaeus y Goldstein (1982) reportaron dicha ley de potencias entre $10^{-11}/cm^{-1}$ y $3 \times 10^{-9}/cm^{-1}$, con un índice espectral de $-1,73 \pm 0,08$. La descomposición espectral de la energía total, $E(k) = E_b(k) + E_u(k)$, también muestra típicamente una ley de potencias, y hay casi equipartición entre la energía cinética y magnética en el rango inercial. Para el total de la energía, Matthaeus y Goldstein reportaron una dependencia de la forma $E(k) \sim k^{-1,69 \pm 0,08}$ en todo el rango, salvo en los números de onda más bajos. La expectación de equipartición en las escalas del rango inercial es conocida como *efecto de Alfvén* [Kraichnan (1965)]. La ocurrencia frecuente de fluctuaciones Alfvénicas en la heliosfera interna es indicativo no sólo de una quasi equipartición energética, sino también de la presencia de helicidad cruzada (figura 2.4) [Coleman (1968); Dobrowolny *et al.* (1980); Grappin *et al.* (1982, 1983a); Pouquet *et al.* (1986)]. Generalizando, el viento solar evoluciona en la

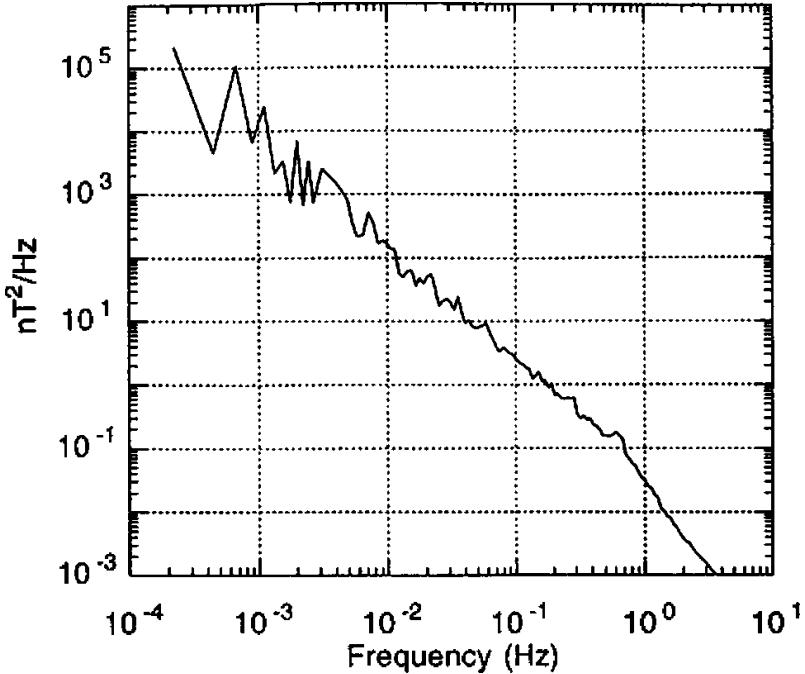


Figura 2.3: Traza de la matriz espectral de potencias del campo magnético, medido por el magnetómetro Mariner 10 en 1974. Los resultados muestran que el espectro del viento solar escala con la pendiente $-5/3$ de Kolmogorov. Adaptado de Goldstein *et al.* (1995).

heliosfera externa hacia estados menos Alfvénicos, pero permanece casi equiparticionado entre las energías cinética y magnética [Roberts *et al.* (1987, 1990)], y generalmente $1 < E_v(k)/E_b(k) < 2$.

Las simulaciones también tratan la cuestión del índice espectral en MHD. Los espectros de energías obtenido por simulaciones computacionales antiguas de turbulencia MHD resultaron poco concluyentes. Por ejemplo, simulaciones con resolución numérica de 180^3 puntos de grilla [Politano *et al.* (1995)] no pudieron generar un rango inercial extendido. Simulaciones más recientes y con mayor resolución [Biskamp y Müller (2000)] proveyeron resultados que apoyan la ley de Kolmogorov de los $-5/3$ (figura 2.5). El espectro mostrado en esta figura ha sido multiplicado por $k^{5/3}$, resultando así en una región plana que indica un claramente discernible, aunque pequeño, rango inercial $\tilde{E}(\tilde{k})\tilde{k}^{5/3} = \tilde{k}^{5/3}E_K/(\varepsilon\eta^5)^{1/5} = \tilde{C}_KF(\tilde{k})$, donde \tilde{C}_K es una constante y $\tilde{k} = kl_d$, con $l_d = (\mu^3/\varepsilon)^{1/4}$ la escala de disipación de Kolmogorov (asumiendo $\mu = \nu$).

Las hojas de corriente de pequeña escala son la característica disipativa dominante en escalas pequeñas para turbulencia MHD, tanto en tres dimensiones [Biskamp y Müller (2000)] como en dos [Matthaeus y Lamkin (1986)]. El rol crucial de la formación de hojas de corriente y de reconexión debida a la turbulencia puede verse [Dmitruk *et al.* (2002)] en modelos reducidos *wave-driven* de MHD que conceptualmente se encuentran

26 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

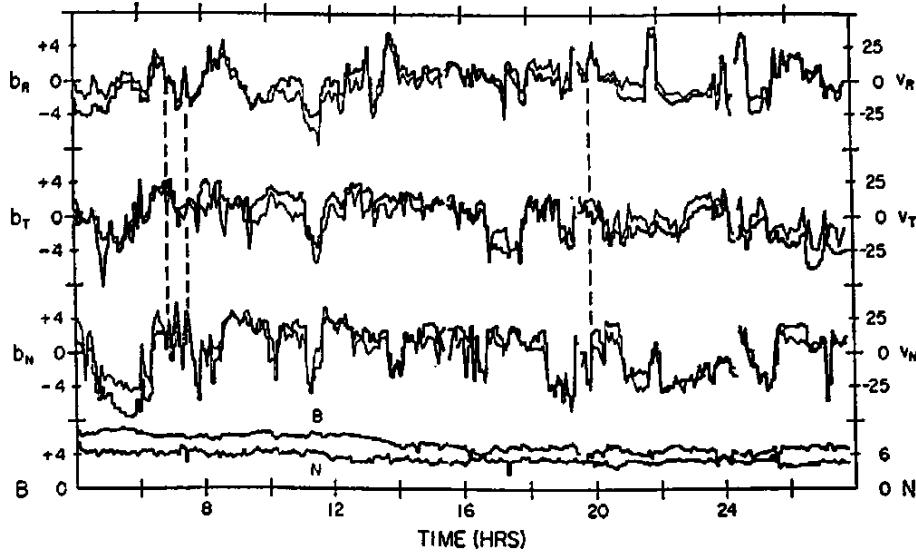


Figura 2.4: Veintiocho horas de datos de plasma y de campo magnético, demostrando la presencia de ondas de Alfvén casi puras. Las seis curvas superiores corresponden a las componentes de las velocidades y del campo magnético, promediadas sobre el periodo de muestreo de la sonda. Los ejes verticales a la derecha corresponden a las componentes de la velocidad en km/seg (R = radial, T = tangencial, N = normal, relativas al plano eclíptico); los ejes verticales a la izquierda corresponden a las componentes del campo magnético en nT. Las dos curvas inferiores corresponden a la fuerza del campo magnético y a la densidad numérica de protones (en cm^{-3}). Imagen extraída de Belcher y Davis (1971).

entre el caso puramente 2D y el puramente 3D. En 3D, las hojas de corriente están mucho más distorsionadas, y encontrar los sitios de reconexión es más difícil que en el caso 2D [Politano *et al.* (1995)]. La formación de hojas de corriente asociadas con reconexión de estructuras magnéticas cercanas es un aspecto fundamental de la turbulencia MHD, que está relacionado con movimientos del tipo *strain*.

La dinámica de las ondas de Alfvén, paralela al campo medio, no controla la turbulencia, que en su lugar es gobernada por el movimiento tipo *eddies* perpendiculares al campo. Biskamp y Müller argumentan que en tres dimensiones el movimiento arremolinado puede dominar fácilmente la dinámica por sobre las ondas de Alfvén; en consecuencia, el efecto de barrido por la propagación de ondas es más débil que el *straining* en turbulencia MHD 3D en ausencia de un campo magnético DC. Esto indica que la transferencia de energía local y las interacciones locales son dominantes.

Cuando la propagación de Alfvén es dominante: escalamiento de Iroshnikov-Kraichnan

La forma más simple de incorporar efectos de la propagación de Alfvén es asumir isotropía estadística, pero con la escala de tiempos de descorrelación controlada por

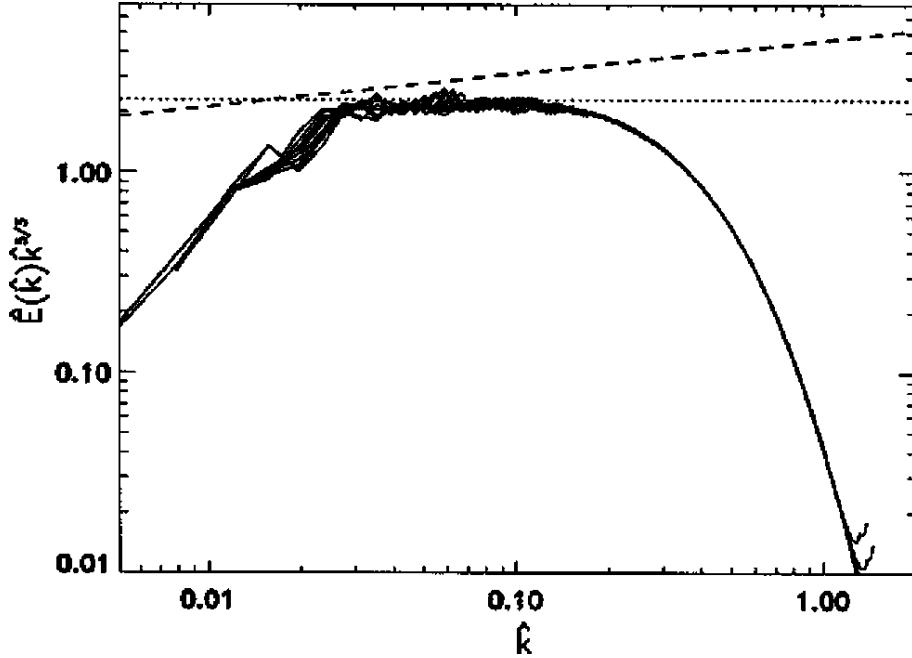


Figura 2.5: Imagen del espectro normalizado, integrado angularmente, en turbulencia MHD versus $\hat{k} = k\ell_d$ (donde ℓ_d es la escala de disipación de Kolmogorov). Todas las curvas se encuentran multiplicadas por $k^{5/3}$. El escaleo de Kolmogorov se encuentra fuertemente sugerido por esta simulación numérica directa (curva sólida), con helicidad magnética nula. La línea discontinua indica el espectro $k^{-3/2}$ de Iroshnikov-Kraichnan (ver sección 2.2.3), mientras que la línea punteada muestra el espectro de Kolmogorov, con $C_K = 2,3$. Imagen extraída de Biskamp y Müller (2000).

el periodo de una onda de Alfvén característica. De esta forma, Iroshnikov (1964) y Kraichnan (1965) retuvieron las suposiciones básicas de Kolmogorov de isotropía y localidad en el número de onda de las interacciones no lineales. Las fluctuaciones de pequeña escala son vistas como paquetes de onda de Alfvén viajando junto al campo magnético y sufriendo breves “colisiones” con los paquetes de onda propagándose en sentido opuesto. Específicamente, Iroshnikov y Kraichnan sugirieron que las correlaciones triples de velocidades en turbulencia MHD decaen en un tiempo del orden del periodo de una onda de Alfvén. Entonces, $\tau_T = \tau_A$, $\tau_A = (V_A k)^{-1}$, y $\varepsilon = \tilde{C}^2 \tau_T(k) k^4 E^2(k)$. Como resultado, se obtiene el conocido espectro $k^{-3/2}$ de Iroshnikov-Kraichnan.

Grappin *et al.* (1982) examinaron las propiedades de la cascada de Iroshnikov-Kraichnan utilizando la aproximación 3D de *EDQNM*. Encontraron, luego de varios *eddy turnover times*, un estado cuasiestacionario que exhibe un rango inercial que escala como $-3/2$, con correlación nula entre el campo magnético y el de velocidades. Simulaciones numéricas directas de 2D ofrecen soporte a dicho escaleo [Biskamp y Welter (1989); Biskamp

28 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

(1993); Galtier *et al.* (1999)]. Biskamp y Müller [Biskamp y Müller (2000)] señalaron que en 2D, los movimientos arremolinados son débiles, tal como manifiesta el espectro energético empinado en turbulencia hidrodinámica 2D. Por lo tanto, el *straining* aparece debilitado, y el efecto de propagación inducido por ondas de Alfvén domina los efectos de descorrelación.

Fenomenología extendida

Matthaeus y Zhou (1989); Zhou y Matthaeus (1990b) desarrollaron un marco en el cual ambas escalas temporales, τ_{nl} y τ_A , coexisten, de una forma análoga a la composición del tiempo de correlación triple en la clausura EDQNM [Pouquet *et al.* (1976)]. El punto es que el tiempo de vida de las correlaciones de las transferencias $\tau_T(k)$ se calcula más precisamente teniendo en cuenta las influencias de ambos agentes externos y de las interacciones no lineales turbulentas. Componiendo las tasas asociadas, obtenemos

$$\frac{1}{\tau_T(\mathbf{k})} = \frac{1}{\tau_{nl}(\mathbf{k})} + \frac{1}{\tau_A(\mathbf{k})}. \quad (2.14)$$

Notar que en general, pero dentro de la aproximación de transferencias locales no lineales, el tiempo no lineal puede ser una función del vector de onda \mathbf{k} . Esto se reduce a los casos límite esperados cuando la fuerza del campo magnético efectivo tiende o bien a cero o bien a infinito, por lo que τ_T se acerca a τ_{nl} o a τ_A , respectivamente. Acordemente, para el caso clásico de turbulencia isotrópica, los espectros de energía, $E(k) \sim k^{-m}$, tal como se muestra en la figura 2.6, tienen un exponente de escaleo $3/2 \leq m \leq 5/3$, y se reduce a o bien la forma de Iroshnikov-Kraichnan o bien la forma de Kolmogorov en los límites apropiados.

2.2.4 MHD anisotrópico

Kraichnan era consciente de que la presencia de un campo magnético de gran escala que respalde la propagación de ondas de Alfvén puede inducir una anisotropía [Galtier *et al.* (2000)]. En el caso de Iroshnikov-Kraichnan, el tiempo de Alfvén disminuye las interacciones no lineales entre las fluctuaciones de Elsässer z^\pm , que aparecen simétricamente en la ecuación (2.11). Un campo magnético de gran escala suprime el crecimiento de gradientes paralelos al campo magnético, pero como los gradientes perpendiculares no se ven afectados, los efectos no lineales (*strain*) continúan bombeando energía hacia las escalas más pequeñas, sólo que anisotrópicamente. Bajo ciertas circunstancias, esto lleva a estados quasi-bidimensionales.

Cuando la turbulencia es suficientemente bidimensional, la escala temporal de Alfvén debida a propagaciones paralelas al campo B_0 deja de ser pequeña en comparación con

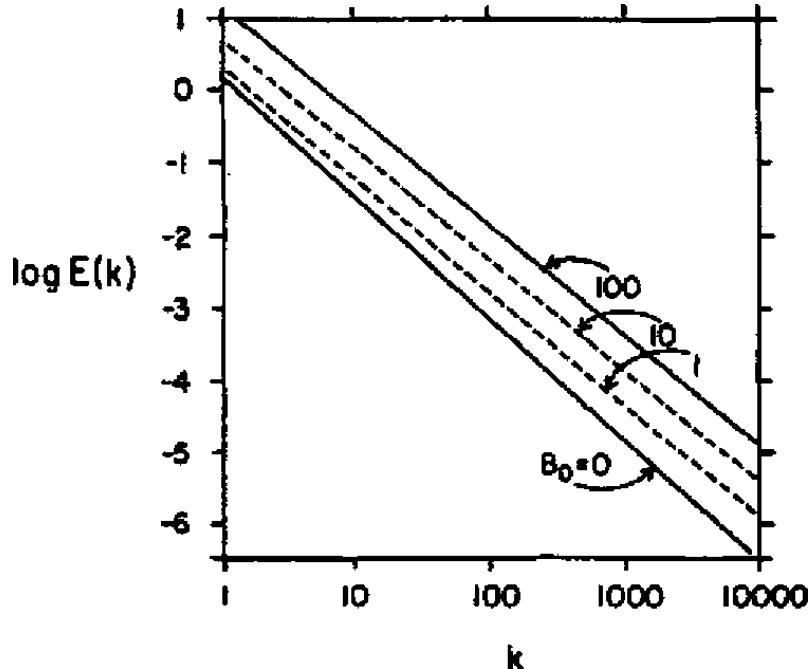


Figura 2.6: Espectro energético omnidireccional versus número de onda, computado a partir de un espectro de energía generalizado. Se muestran cuatro valores de intensidad del campo magnético: $B_0 = 0, 1, 10$ y 100 . La pendiente se aplana y el nivel espectral se incrementa a medida que la fuerza del campo aumenta, indicando una transición suave del escaleo $-5/3$ de Kolmogorov ($B_0 = 0$) a un escaleo a $B_0 = 100$ que se acerca al $-3/2$ de Iroshnikov-Kraichnan. Extraída de Matthaeus y Zhou (1989).

los tiempos de interacción de *strainings* intrínsecos de las fluctuaciones, y la dinámica de z^+ y z^- se vuelve similar a la turbulencia MHD bidimensional, por lo que resulta casi independiente de B_0 [Chen y Kraichnan (1997); Hossain *et al.* (1995)]. Esto explica por qué las conclusiones principales de las simulaciones MHD 3D con un campo magnético externo impuesto [Oughton *et al.* (1994)], son consistentes con los estudios bidimensionales [Shebalin *et al.* (1983b)].

Entonces, es esperable que la estructura del espectro sea altamente anisotrópica en la presencia de un campo DC, como fue originalmente sugerido basándose en mediciones experimentales en el Culham Zeta Device [Robinson y Rusbridge (1971)]. El caso MHD bidimensional, el cual no se ve afectado por la presencia de un campo DC perpendicular fuerte, fue intensamente estudiado en la década del 70, y se sugirió [Fyfe y Montgomery (1976); Fyfe *et al.* (1977)] que el análisis de Kolmogorov y su consiguiente escaleo de $-5/3$ sería aplicable al rango inercial 2D asociado con una cascada de energía directa hacia las escalas pequeñas. Este resultado estimuló el debate teórico, que continuó durante más de 20 años.

30 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

A diferencia de caso 2D considerado por Fyfe *et al.* (1977), en el cual el campo DC define un plano perpendicular, Shebalin *et al.* (1983b) estudió MHD 2D en un plano que contiene al campo DC. Esto define una dirección preferencial adicional, y la anisotropía puede desarrollarse en el plano 2D. Las simulaciones 2D incompresibles de Shebalin *et al.* (1983b) revelaron el desarrollo de una anisotropía fuerte y distintiva: la energía se acumula preferencialmente en los vectores de onda \mathbf{k} perpendiculares a \mathbf{B}_0 . Oughton *et al.* (1994) confirmó los resultados de Shebalin en tres dimensiones encontrando que, con un campo magnético DC, la transferencia de energía a modos perpendiculares aumenta, comparativamente a los paralelos. Oughton encontró que la anisotropía tiende a incrementarse con (i) la fuerza del B_0 (con saturación a partir de $B_0 \geq 3b$); (ii) el número de onda k ; (iii) los números de Reynolds mecánico y magnético; (iv) el tiempo (con saturación dependiendo el número de Reynolds), y (v) el decrecimiento de la correlación cruzada.

La manifestación de anisotropía espectral en el espacio real es la aparición de gradientes perpendiculares a la dirección media del campo magnético, más intensos que los gradientes a lo largo del campo. Como resultado, las longitudes de correlación son más largas a lo largo del campo, y es esperable que las estructuras aparezcan elongadas en la dirección de campo medio. Esta característica se encuentra ilustrada en los resultados de las simulaciones numéricas de la figura 2.7.

La anisotropía también es encontrada en la turbulencia del viento solar. La evidencia para la anisotropía espectral del viento solar es, hoy en día, indirecta; no obstante, ha ganado un peso considerable por las indicaciones consistentes de anisotropía provenientes de diferentes tipos de estudios [Matthaeus *et al.* (1995)]. Las observaciones directas sugieren que las fluctuaciones del viento solar son anisótropas [Carbone *et al.* (1995)] y que contienen una mezcla de excitaciones en vectores de onda casi perpendiculares [Bieber *et al.* (1996)]. Adicionalmente, el rango inercial del viento solar admite una distintiva varianza anisotrópica, con una varianza paralela inhibida. En las simulaciones, la aparición de esta característica requiere baja compresibilidad [Matthaeus *et al.* (1996)].

Para ofrecer una interpretación simple y físicamente atractiva del desarrollo de la anisotropía en la dirección perpendicular al campo magnético DC aplicado, Shebalin *et al.* (1983b) apela a un argumento de interacción resonante de tres ondas. Esta interpretación se basa en una teoría de turbulencia débil [Zakharov *et al.* (1992)], que sólo computa correcciones de primer orden a las soluciones de la ecuación lineal de MHD. En este marco, los términos no lineales de las ecuaciones MHD cancelan exactamente las soluciones de ondas, por lo que ondas propagándose en la misma dirección no generan modos adicionales. Dos modos de Fourier excitados pueden intercambiar energía eficientemente con un tercer modo sólo si la tríada obedece la condición estándar de resonancia [Montgomery

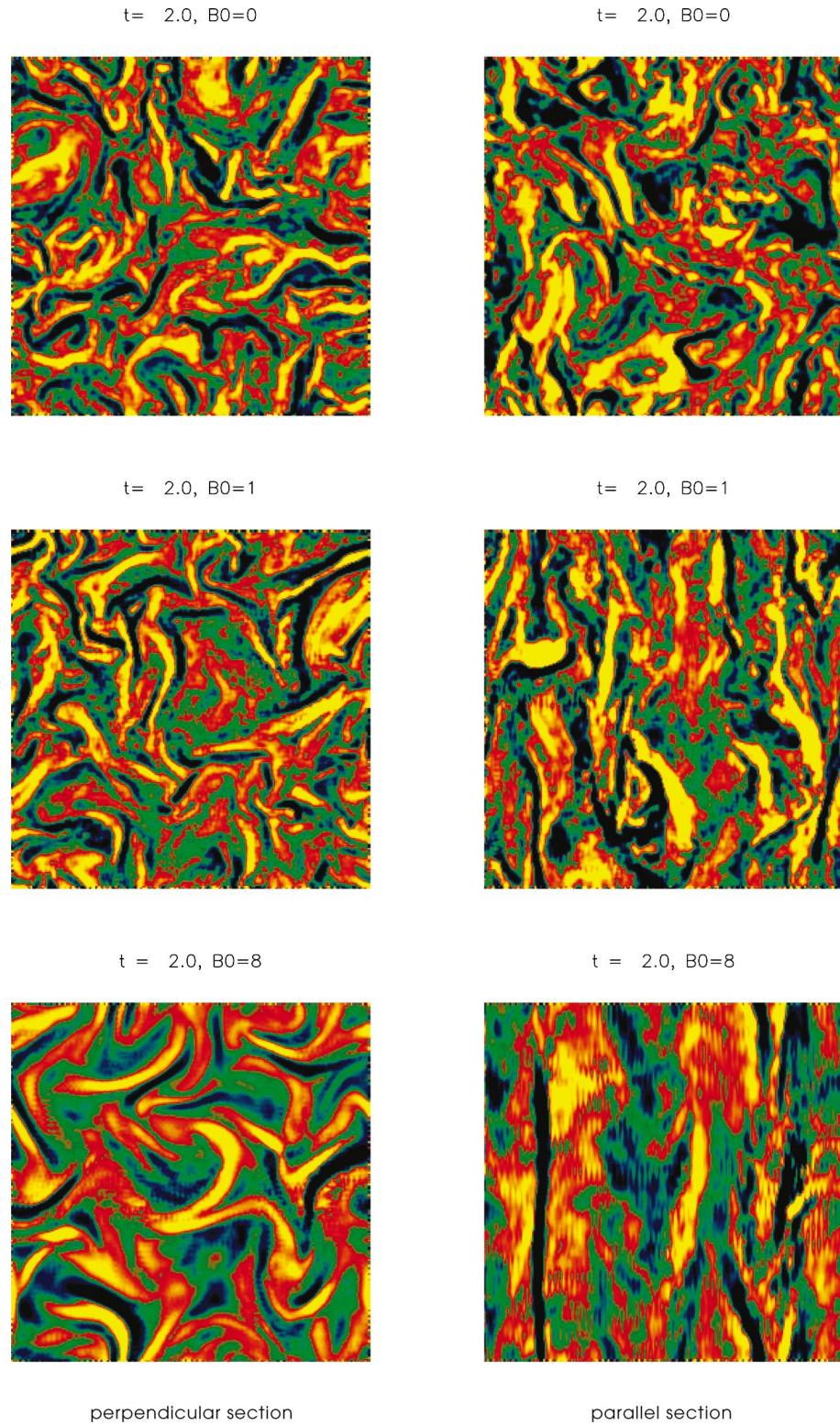


Figura 2.7: Mapas de color de la densidad de corriente j_z en secciones transversales $x - y$ y $x - z$ de una simulación de turbulencia MHD 3D, con un campo magnético DC $B_0 \hat{z}$: arriba, $B_0 = 0$; al medio, $B_0/\delta B = 1$; abajo, $B_0/\delta B = 8$. Imagen extraída de Zhou *et al.* (2004b)

32 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

y Matthaeus (1995)]: $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$, y $\omega(\mathbf{k}_1) - \omega(\mathbf{k}_2) = \pm\omega(\mathbf{k}_3)$. Aquí, \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 son vectores de onda asociados a dos modos excitados de Fourier que están excitando mediante resonancia un tercer vector de onda \mathbf{k}_3 . En el límite lineal, se asume que los tres modos tienen asociada una dependencia temporal del tipo $\exp(-i\omega t)$, y satisfacen la relación $\omega(\mathbf{k}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A$, donde $\mathbf{V}_A = \mathbf{B}_0/(4\pi\rho)^{1/2}$ es el vector de velocidad de Alfvén asociado al campo magnético medio. Las ondas interactuantes deben propagarse en direcciones opuestas, que dan cuenta por el signo de diferencia en el lado izquierdo de la condición para las frecuencias. Las tríadas de ondas que satisfagan $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{V}_A - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{V}_A = \pm\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{V}_A$ tendrán acoplamiento no nulo sólo si $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{V}_A = 0$ ó $\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{V}_A = 0$. En consecuencia, \mathbf{k}_1 ó \mathbf{k}_2 tendrán componente nula a lo largo de \mathbf{B}_0 .

Las consecuencias físicas de los acoplamientos de tres ondas puede resumirse de la siguiente manera: al orden principal, no hay transferencia para un campo magnético DC impuesto; la transferencia en la dirección perpendicular no es impedida por el acoplamiento de ondas de Alfvén que suprime la transferencia paralela; consecuentemente, la transferencia MHD perpendicular se realiza de manera muy similar al caso MHD 2D [Fyfe *et al.* (1977)]. De esta manera, es esperable un espectro $k_\perp^{-5/3}$ para los vectores de onda perpendicular. En la dirección paralela, se produce una transferencia débil, pero por cada paso en k_\parallel , mucha energía es desviada a k_\perp más grandes. En consecuencia, es esperable que el espectro paralelo sea una exponencial $\sim \exp(-k_\parallel)$. La primera sugerencia de esto la plantearon Montgomery *et al.* (1987).

Aunque la justificación física para la ocurrencia de la anisotropía espectral haya sido dada en el espacio de números de onda, es esperable que este fenómeno tenga una manifestación en el espacio real con algún grado de localidad. Un campo magnético de escala suficientemente grande debería inducir efectos locales que sean indistinguibles de un campo DC estrictamente uniforme. En consecuencia, sería esperable poder entender la ocurrencia de anisotropías enteramente en el contexto de un sistema teniendo corrientes eléctricas localizadas y campos magnéticos con escala estrictamente finita. Hay mucho estudios numéricos [Cho y Vishniac (2000); Milano *et al.* (2001)] que se encargan de este problema, y concluyen que la anisotropía descripta posee efectivamente un análogo puramente local. El punto básico vuelve a las mediciones en el Culham Zeta Device de [Robinson y Rusbridge (1971)], que encontraron que la correlación de las fluctuaciones magnéticas caen mucho más rápidamente en las direcciones perpendiculares a un campo aplicado de gran escala, que respecto de la dirección paralela. Aplicaciones de estas ideas a datos simulados indican que la anisotropía efectivamente ocurre en forma local. Las correlaciones caen más rápidamente en las direcciones transversales al campo magnético medio calculado localmente. La anisotropía resulta ser más grande a escalas pequeñas

[Cho y Vishniac (2000)] y mayor donde la fuerza del campo medio local es mayor.

2.2.5 Localidad de las interacciones a partir de las transferencias *shell-to-shell*

En los últimos años, el aumento de la potencia de las computadoras ha permitido la exploración numérica de turbulencia MHD en diferentes regímenes. Además, los estudios de transferencia energética *shell-to-shell* [Alexakis *et al.* (2005b); Dar *et al.* (2001); Debliquy *et al.* (2005)] han permitido el cálculo explícito de las interacciones de escala en la turbulencia de MHD utilizando el resultado derivado de las simulaciones y sin la necesidad de calcular las interacciones triádicas más complejas.

En líneas generales, las transferencias *shell-to-shell* $T_{uw}(Q, K)$ permiten analizar la transferencia energética entre dos campos \mathbf{u} y \mathbf{w} (que pueden ser \mathbf{v} , \mathbf{b} , \mathbf{z}^+ o \mathbf{z}^-), entre dos cascarones Q y K [Mininni (2011)].

Los resultados obtenidos indican, en todos los casos, que las transferencias T_{vv} y T_{bb} tienen un comportamiento local: la energía es transferida a escalas vecinas más pequeñas, de una forma similar a la turbulencia hidrodinámica [Alexakis *et al.* (2005a); Mininni *et al.* (2006)]. En cambio, T_{vb} y T_{bv} , que expresan el intercambio de energía entre los campos magnético y de velocidades, han tenido comportamientos variados, dependiendo del problema estudiado.

En el caso de turbulencia homogénea e isotrópica, con forzado sólo mecánico, Alexakis, Mininni y Pouquet [Alexakis *et al.* (2005a)] encontraron una pequeña pero no despreciable transferencia no local. Los resultados pueden observarse en la figura 2.8. En dicha figura se puede observar las funciones de transferencia típicas del caso. Se puede ver que tanto T_{vv} como T_{bb} son locales, con un pico negativo para $K < Q$ y uno positivo para $K > Q$, que indica que la energía es removida de las escalas con números de onda vecinos más chicos y transferida hacia los estados con números de onda vecinos más grandes. También se puede observar que para T_{vb} (transferencia de energía mecánica a magnética) el comportamiento es distinto. En este caso, el flujo a gran escala inyecta energía (a través del *straining*) directamente en el campo magnético a todas las escalas. Esto se manifiesta como un pico en la escala de fuerza mecánica para todos los valores de Q , y como una meseta positiva que se extiende hasta $K \approx Q$. En otras palabras, en una capa K dada, el campo magnético recibe energía del campo de velocidad en todas las capas con $Q < K$, y da energía al campo de velocidad en las capas con $Q > K$. Este resultado se puede interpretar como sustento del campo magnético contra la disipación Óhmica por acción de un dínamo: para mantener el campo magnético cuando sólo se excita el campo de velocidad, es necesario un flujo no nulo de energía desde el campo de velocidad hacia el campo magnético, en todo momento. No obstante, cabe señalar que a pesar de la importancia que cumple este

34 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

efecto, en el estado estacionario esta transferencia no local es pequeña en comparación con las transferencias locales, representando alrededor de un 10 % ó 20 % en las resoluciones estudiadas [Mininni *et al.* (2006)]. Al considerar las variables de Elsässer, se observó que las funciones de transferencia se volvían más locales aún.

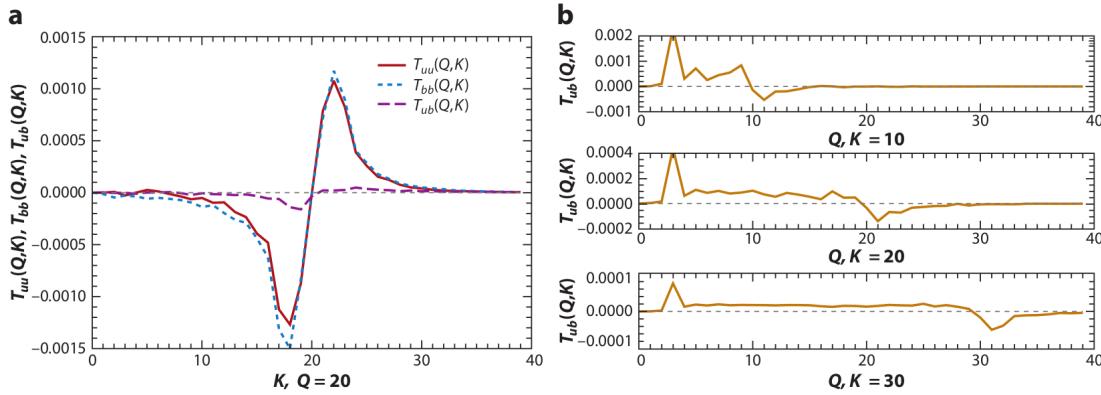


Figura 2.8: (a) Funciones de transferencia para turbulencia MHD forzada mecánicamente, para el cascarón $Q = 20$. Las funciones T_{vv} y T_{bb} son locales, con un pico negativo para $K < Q$ y uno positivo para $K > Q$, que indica que la energía es removida de los números de onda vecinos más chicos y transferida hacia los números de onda vecinos más grandes. La transferencia energética desde el campo magnético al cinético **en** mucho más pequeña en amplitud, y también resulta local. (b) Función de transferencia T_{vb} (mecánica a magnética), para distintos valores de K . Esta función es no local, con un pico alto en la escala del forzado y con un *plateau* constante y positivo que se extiende hasta $K \approx Q$. Figura adaptada de Alexakis *et al.* (2005a).

Otro caso estudiado corresponde al decaimiento turbulento libre, donde los efectos no locales son despreciables [Debliquy *et al.* (2005)]. Es este caso, tanto T_{vv} y T_{bb} , como T_{vb} y T_{bv} , resultan locales y de transferencia de grandes escalas a pequeñas. Se obtuvieron resultados similares en observaciones del viento solar [Bruno y Carbone (2005)]. Las diferencias entre los casos de decaimiento forzado y libre pueden entenderse al notar que, en los recorridos forzados mecánicamente, el campo de velocidad debe suministrar energía continuamente al campo magnético para sostenerlo contra la disipación Óhmica. Este no es necesariamente el caso de las corridas en decaimiento libre, en las que ambos campos se disipan en el tiempo.

Por último, el caso anisotrópico resulta más complejo. Por lo pronto, no resulta tan evidente cómo tomar las distintas capas. Una posibilidad es introducir funciones de transferencia *shell-to-shell* tomando como capas secciones cilíndricas (asociados con el número de onda k_\perp perpendicular al campo magnético medio) y secciones planas

(asociadas a los k_{\parallel}). Las funciones de transferencia para las energías de Elsässer fueron locales en las dos direcciones, independientemente de la amplitud del campo magnético externo. Sin embargo, las interacciones entre las ondas de Alfvén contrapropagantes resultaron ser no locales. Para campos magnéticos fuertes, la mayor parte del flujo de energía en la dirección perpendicular fue resultado de interacciones con modos con $k_{\parallel} = 0$ (figura 2.9). Sin embargo, en la dirección paralela, los modos $k_{\parallel} = 0$ no pueden transferir energía, y se observó que la mayoría de las interacciones tienen lugar con modos cercanos a $k \approx 0$. Los resultados están en acuerdo cualitativo con las predicciones de la teoría de la turbulencia débil [Galtier *et al.* (2000)] y con algunos modelos fenomenológicos no locales [Alexakis (2007)].

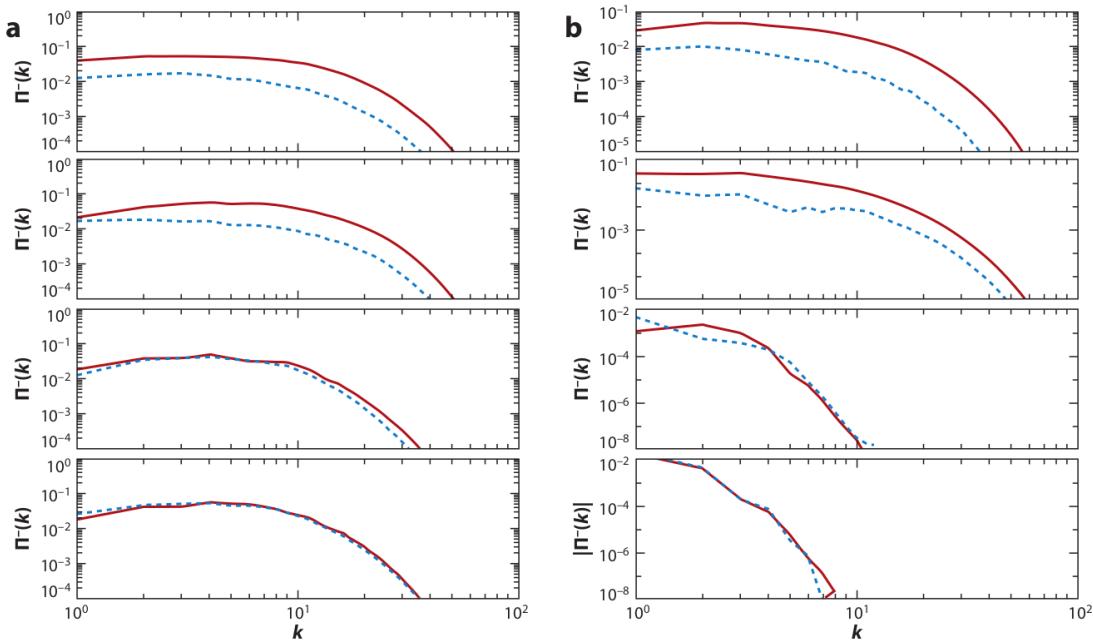


Figura 2.9: (a) Flujo de energía total (líneas rojas continuas) a través de cilindros y flujo parcial asociado con interacciones con modos con $k_{\parallel} = 0$ (líneas azules discontinuas), con cuatro valores diferentes del campo magnético externo B_0 , desde 0 hasta 15 (desde arriba hacia abajo). (b) Igual que en el panel *a*, pero con el flujo total y el flujo parcial asociados con interacciones con modos con $k_{\parallel} = 1$ a través de planos. Figura adaptada de Alexakis *et al.* (2007a).

Las consideraciones anteriores llevaron a varios autores a considerar si algunos de los supuestos habituales en la turbulencia hidrodinámica se mantenían efectivamente en el caso de MHD. A partir de análisis de la transferencia de capa a capa, el escenario más realista para la energía está representado en la figura 2.10: las interacciones entre los mismos campos son en su mayoría locales, y las interacciones entre la velocidad y el

36 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

campo magnético pueden tener diferentes grados de no localidad dependiendo de si la turbulencia es forzada o decae libremente, dependiendo de cómo se mantengan la velocidad y los campos magnéticos contra la disipación en el caso forzado, y dependiendo de la presencia de un campo magnético externo. Actualmente no está claro si el grado variable de no localidad con la configuración convergerá a una solución universal para números de Reynolds muy grandes.

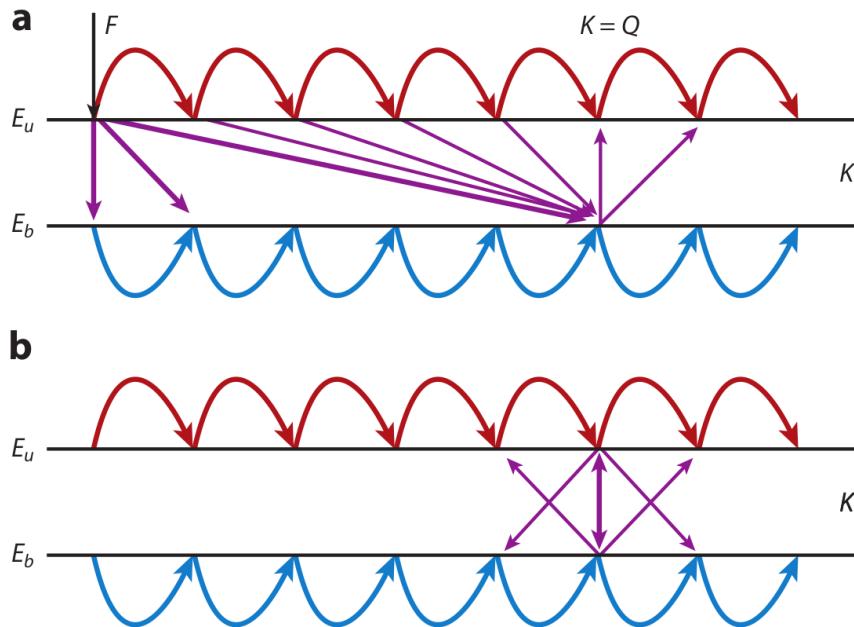


Figura 2.10: Diagrama de las diversas transferencias de energía *shell-to-shell* identificadas en simulaciones de turbulencia MHD isotrópica y homogénea. Las transferencias de T_{vv} se muestran en rojo, las transferencias de T_{bb} en azul y las de T_{vb} y T_{bv} en violeta. El grosor de las flechas indica aproximadamente la fuerza de las transferencias. (a) Simulaciones forzadas mecánicamente. En la capa K , el campo magnético recibe energía del campo de velocidad en todas las escalas más grandes y le da energía al campo de velocidad en escalas ligeramente más pequeñas. (b) Turbulencia en decaimiento libre. T_{vb} y T_{bv} transfieren energía sólo localmente. En ambos casos, las transferencias T_{vv} y T_{bb} son locales y dan la mayor contribución al flujo.

En cualquier caso, existe un consenso cada vez mayor de que la turbulencia de MHD es menos local que la turbulencia hidrodinámica, aunque no es claro en qué medida. Por el momento, no está claro si estos efectos desaparecerán para un mayor número de Reynolds; tampoco está claro, en caso de permanecer, qué impacto tendrán en la dinámica del flujo y en qué condiciones. Sin embargo, los diferentes grados de no localidad observados en las resoluciones actuales, y la existencia de procesos no locales en MHD (como, por ejemplo,

el dínamo a pequeña escala), requieren una discusión sobre la validez de la hipótesis de localidad de interacciones, y si existe un solo tipo de turbulencia MHD o muchos. Estos son puntos a tener en cuenta al realizar un análisis fenomenológico o teórico. Además, esta coexistencia de interacciones locales y no locales con el modo con $k = 0$ confirman el análisis temporal anterior: se encuentran presentes el *straining*, el *sweeping* aleatorio y las interacciones Alfvénicas con B_0 .

2.2.6 Comentarios de los espectros de frecuencias

En la década de 1970, la investigación de la turbulencia hidrodinámica se dirigió al estudio del tiempo de descorrelación del campo de velocidades [Tennekes (1975); Orszag y Patterson (1972); Orszag (1970); Comte-Bellot y Corrsin (1971)]. Además de las correlaciones espaciales, también cobró interés el estudio del espectro en frecuencias (correlaciones de dos tiempos y un punto espacial) más allá de la hipótesis de “turbulencia congelada”. Si bien el espectro Euleriano en frecuencias resulta un tanto controversial en algunos casos particulares [Chen y Kraichnan (1989); Nelkin y Tabor (1990)], la conclusión principal fue que el *sweeping* aleatorio domina la descorrelación temporal en el rango inercial para el caso hidrodinámico [Zhou *et al.* (1993); Sanada y Shanmugasundaram (1992)].

Nuevamente, el caso MHD resulta mucho más complejo, quedando aún muchas preguntas acerca de cuál es la escala temporal dominante de la descorrelación temporal [Busse *et al.* (2010)]. Recientemente, Servidio *et al.* (2011) realizaron un estudio para analizar a descorrelación temporal para el caso de turbulencia MHD isotrópica. El resultado principal que obtuvieron fue que, como en hidrodinámica, la descorrelación temporal en MHD es gobernada por interacciones no locales (en este caso, *sweeping* aleatorio y propagación de Alfvén), tal como puede apreciarse en la figura 2.11. Sin embargo, no pudieron distinguir entre los efectos del *sweeping* y de la distorsión Alfvénica. En el capítulo 3 ahondaremos este punto.

2.3 Discusión y conclusiones

Con la base de las propiedades física discutidas, es posible desarrollar una metodología para estimar los espectros de energía y las funciones de correlación en varios regímenes de turbulencia MHD. La idea es la siguiente: se estima una escala de tiempo del espectro de transferencia, incorporando efectos debidos tanto a los movimientos no lineales de *straining* como a la influencia de barrido por la propagación de ondas. La influencia relativa de estos efectos será relacionada con el grado y el tipo de anisotropía esperada; por ejemplo,

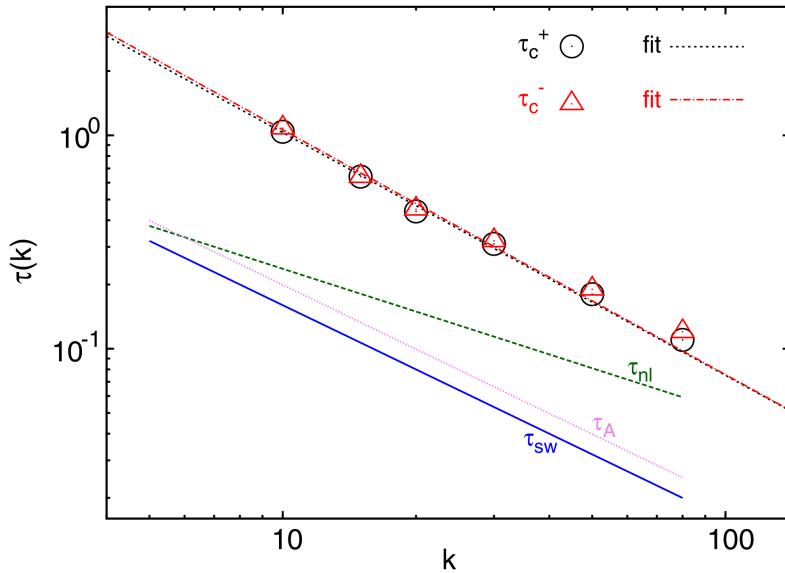


Figura 2.11: Tiempos de descorrelación τ_C^\pm (círculos negros y triángulos rojos) en función del número de onda k para el caso MHD isótropo. Se muestran los distintos tiempos característicos: no lineal (τ_{nl} , línea discontinua verde); de Alfvén (τ_A , línea punteada rosa), y de *sweeping* aleatorio (τ_{sw} , línea azul). Se observa claramente cómo los tiempos de descorrelación escalean como τ_A y como τ_{sw} . Imagen adaptada de Servidio *et al.* (2011).

si la anisotropía se debe a un campo magnético DC externo fuerte o si se debe a campo magnético local. Acordemente, la transferencia espectral es o bien isótropa, cuando se toman en consideración grandes muestras de plasma, o bien es anisótropa, cuando hay un campo magnético fuerte en las escalas grandes. Con esta base, podemos examinar la tasa estacionaria de transferencia de energía fenomenológicamente, haciendo uso de la afirmación

$$\varepsilon = \Pi(k) = \tau_T(k) \frac{kE(k)}{\tau_{nl}^2}, \quad (2.15)$$

que es no es más que la ecuación (2.5). En esta ecuación se relacionan varios elementos físicos de la MHD:

- La transferencia de energía debe ser proporcional al tiempo de vida de la correlación triple, como en la ecuación (2.2).
- La fuerza de las interacciones no lineales es medida por el *eddy turnover* o la escala temporal no lineal, como en la ecuación (2.3).
- Finalmente, el flujo espectral de energía debe ser definido de una forma (ecuación (2.5)) que sea compatible con los ítems anteriores. Esta es más que una relación formal, y de hecho puede ser utilizada para hacer estimaciones de la forma del espectro en una variedad de casos físicos interesantes.

Este procedimiento nos permite fácilmente entender la física de las teorías de Kolmogorov y de Iroshnikov-Kraichnan, así como sus diferencias. Además, no se requieren teorías de clausura complejas o esquemas de perturbaciones. Si, en adición, queremos desarrollar aproximaciones para las funciones de correlación tiempo-dependientes, como las funciones de correlación Eulerianas (un punto espacial, dos temporales), o las descorrelaciones de dos tiempos que aparecen en las teorías de clausura, deberíamos proceder de una manera análoga: adoptamos una forma funcional razonable para la función de correlación temporal, dependiente de una única escala temporal, digamos, del mismo tiempo de transferencia espectral.

En este capítulo hemos intentado dar un panorama del rol influente de distintas escalas temporales para establecer la transferencia de energía, las cascadas, la no localidad y la anisotropía, en turbulencia MHD. Como en el caso hidrodinámico, la escala temporal “nativa” puede dividirse en movimientos de *straining* debidos a la propia distorsión de los *eddies*, y a movimientos tipo de barrido (ya sea por el propio *sweeping* aleatorio o por la propagación de ondas) que desplazan estructuras de pequeña escala bajo la influencia de los campos de gran escala. En MHD los movimientos de *straining* son dominante mente locales en escala, en la que las distorsiones no lineales son más efectivas para interacciones entre *eddies* de aproximadamente el mismo tamaño. No obstante, las interacciones no locales son más complejas que en hidrodinámica debido al efecto de propagación de Alfvén. El barrido debido a propagación de ondas Alfvénicas introduce un nuevo nivel de no-localidad en MHD y una fuerte tendencia a que la transferencia espectral ocurra anisotrópicamente respecto de la dirección del campo magnético.

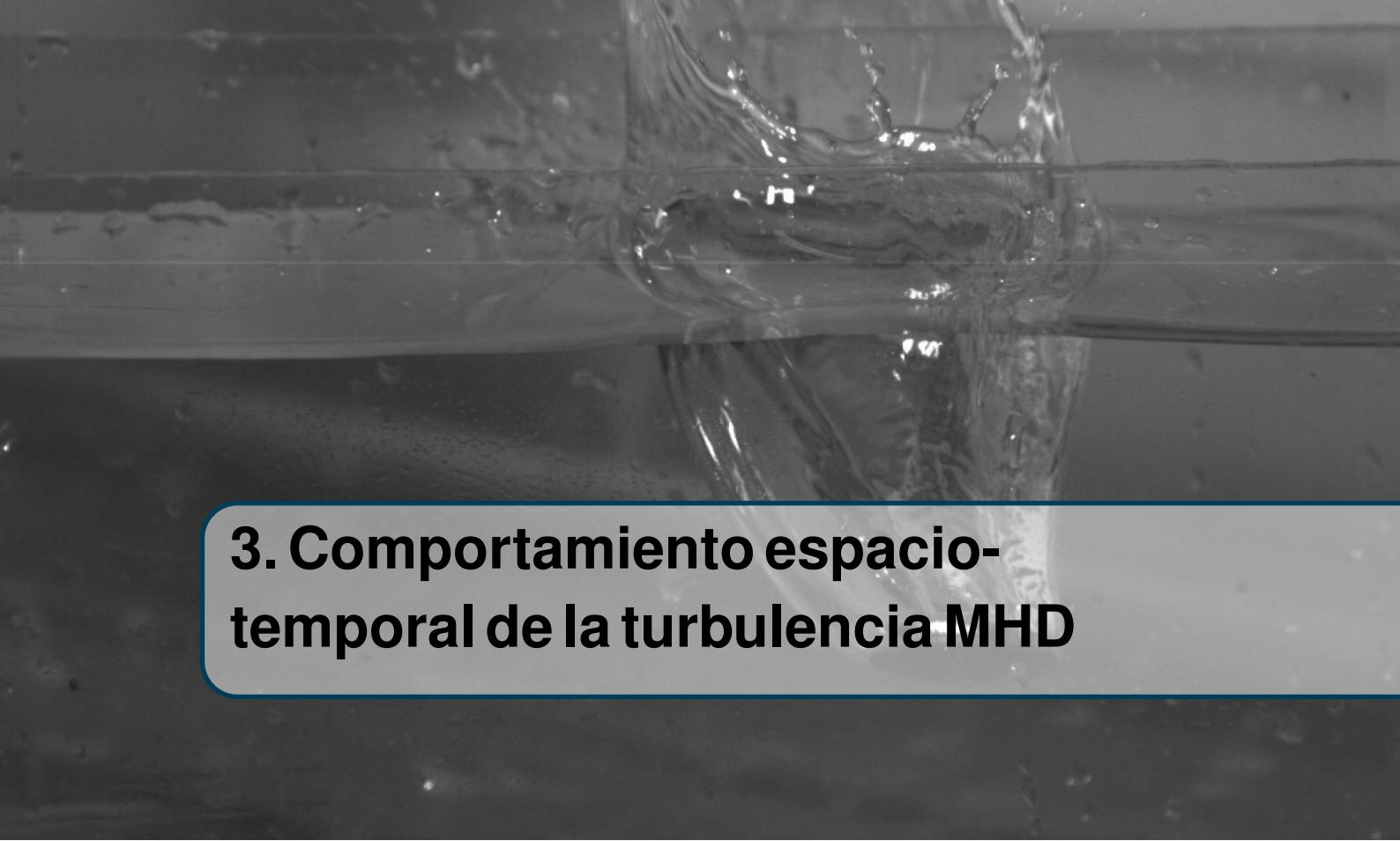
En el pasado se han hecho muchas diferencia entre los espectros de Kolmogorov y de Iroshnikov-Kraichnan, y ambas posibilidades suelen ser comparadas en simulaciones y en observaciones interplanetarias, con el aparente objetivo de plantear una distinción firme entre estas posibilidades. Sin embargo, variando la escala temporal para el decaimiento de las funciones de correlación de transferencia, se ve que en turbulencia MHD hay una variación suave entre esos límites. Esto abre a un amplio rango de posibilidades para el espectro anisotrópico y para los índices espetrales que puede aparecer en MHD.

Como discutimos, se espera un empalme suave entre Kolmogorov e Iroshnikov-Kraichnan en el caso de turbulencia MHD isotrópico, al cambiar el cociente entre el tiempo de Alfvén y el tiempo no-lineal. La proporción es también dependiente del número de onda, y la descorrelación más tipo ondular suele ocurrir a escalas más pequeñas. Con un campo magnético uniforme fuerte, el espectro energético anisotrópico resultante puede reducirse a $k_{\perp}^{-5/3}$ cuando las interacciones resonantes y el *strain* quasi-bidimensional es el efecto de descorrelación dominante, o a $k_{\perp}^{-3/2}$ cuando la descorrelación Alfvénica

40 Capítulo 2. Fundamentos de turbulencia, MHD y tiempos característicos

cuasi-2D de gran escala es fuerte. Cuando los efectos cuasi-2D son débiles, el espectro puede convertirse tanto en k_{\perp}^{-2} (turbulencia “débil”), cuando las interacciones locales son dominantes, o en k_{\perp}^{-3} , cuando las interacciones no locales son dominantes. Cuando tanto las interacciones locales como las no locales están presentes, el espectro varía suavemente entre estos límites.

Consideraciones similares de las escalas temporales nos permiten acercarnos a un modelado de las funciones de correlación Eulerianas que aparecen en MHD. En este caso, como hemos mencionado, el *sweeping* aleatorio se torna, junto a la propagación Alfvénica, uno de los efectos preponderantes. En los próximos capítulos analizaremos la influencia de cada uno de estos efectos en los espectros espacio-temporales y en las funciones de correlación, lo que nos permitirá distinguir cuál es el dominante en las distintas situaciones.



3. Comportamiento espacio-temporal de la turbulencia MHD

Recapitulando, en la aproximación lineal, las ecuaciones MHD permiten la presencia de ondas Alfvén. El caso más simple corresponde a MHD incompresible con un campo magnético de fondo uniforme \mathbf{B}_0 , para el cual la relación de dispersión lineal (en el caso ideal no dissipativo) describe ondas con frecuencia $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A$, para el número de onda \mathbf{k} , velocidad de Alfvén $\mathbf{V}_A = \mathbf{B}_0 / \sqrt{4\pi\rho}$, y densidad ρ . Además, las componentes de Fourier complejas de la velocidad $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ y de las fluctuaciones del campo magnético $\mathbf{b}(\mathbf{k})$ son transversales al vector de onda, es decir, $\mathbf{v}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k} = \mathbf{b}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k} = 0$. Curiosamente, estas ondas cuando se consideran de forma aislada son soluciones no lineales exactas de las ecuaciones MHD.

Sin embargo, cuando se tienen en cuenta los términos no lineales, el sistema también puede desarrollarse lejos de la dinámica de equilibrio, con las ondas coexistiendo con remolinos en un flujo turbulento completamente desarrollado [Dmitruk y Matthaeus (2009)]. En este régimen turbulento, no es necesariamente esperable una relación directa o explícita entre la frecuencia y el número de onda, tal como una relación de dispersión de las ondas. Este régimen está caracterizado por interacciones de distintos tipos, tales como distorsiones no lineales, locales en escala, de los *eddies* [Monin y Yaglom (2013); Kolmogorov (1941b); McComb (1992)], y efectos no locales [Alexakis *et al.* (2007b,a); Teaca *et al.* (2009); Mininni (2011)], donde el más extremo es el *sweeping* de las pequeñas escalas por los grandes *eddies* [Kraichnan (1959); Tennekes (1975); Chen y Kraichnan (1989); Nelkin y Tabor (1990)]. Como ya vimos, para turbulencia MHD [Pouquet *et al.*

(1976); Zhou *et al.* (2004a)], adicionalmente al tiempo no lineal global τ_{nl} , hay también otras escalas temporales asociadas a efectos no lineales dependientes de escala (local), *sweeping* y propagación de ondas.

En este capítulo, nuestro objetivo será profundizar el análisis iniciado por Servidio *et al.* (2011) (ver sección 2.2.6) y generalizarlo a plasmas magnetizados a grandes escalas, donde la aproximación MHD resulta válida. Para ello, estudiaremos los diferentes tiempos de correlación que aparecen para las distintas escalas en el rango inercial de turbulencia MHD con un campo guía. El objetivo principal será entender la descorrelación temporal de las fluctuaciones, estudiando el valor relativo de los tiempos de descorrelación para diferentes escalas. Así, seremos capaces de relacionar las leyes de escalas de los tiempos de descorrelación con la contribución de los diferentes efectos físicos: distorsión no lineal, *sweeping* aleatorio y propagación de ondas de Alfvén. En otras palabras, estudiaremos la memoria característica para cada escala espacial, a fin de identificar los mecanismos de descorrelación temporal y observar si son locales o no. Con este objetivo, consideraremos las fluctuaciones a más de una escala espacial, para discernir entre los diferentes fenómenos asociados con la descorrelación temporal, en particular la propagación de ondas de Alfén y el *sweeping* aleatorio. Este método, basado en el cómputo de espectros espacio-temporales y en las funciones de correlación, fue propuesto e implementado en fluidos rotantes por Clark di Leoni *et al.* (2014) (ver también Clark di Leoni *et al.* (2015) para una descripción general del método). Meyrand y Galtier recientemente utilizaron el espectro espacio-temporal para estudiar la transición de turbulencia débil a turbulencia fuerte en MHD [Meyrand *et al.* (2016)], y la intermitencia en turbulencia MHD débil [Meyrand *et al.* (2015)]. Aquí consideramos el régimen de turbulencia fuerte, y computamos tanto los espectros como los tiempos de descorrelación.

La estructura del capítulo será la siguiente. En la sección 3.1 introduciremos las ecuaciones y los métodos numéricos empleados, así como también una descripción del espectro espacio-temporal y de las funciones de correlación. Luego, en la sección 3.2 presentaremos los resultados. Finalmente, la discusión y las conclusiones serán expuestas en la sección 3.3.

3.1 Ecuaciones y simulaciones numéricas

3.1.1 Las ecuaciones MHD

Las ecuaciones (2.9) y (2.10) de MHD incompresible pueden adimensionalizarse, obteniendo

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{R} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_v, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{R_m} \nabla^2 \mathbf{b} + \mathbf{F}_b, \quad (3.2)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del plasma; $\mathbf{B} = \mathbf{b} + \mathbf{B}_0$ el campo magnético, con una parte fluctuante \mathbf{b} y un campo medio DC $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{x}}$; $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{b}$ la densidad de corriente; p la presión, ρ la densidad del plasma, y \mathbf{F}_v y \mathbf{F}_b términos de forzado que luego serán discutidos con más detalles. Las unidades se basan en una velocidad característica v_0 , que para MHD se toma como la velocidad de Alfvén típica de las fluctuaciones del campo magnético, $v_0 = \sqrt{\langle b^2 \rangle / (4\pi\rho)}$, con $\langle . \rangle$ el promedio espacial. Los parámetros adimensionales que aparecen en las ecuaciones son los números de Reynolds cinético y magnético, es decir $R = v_0 L / v$ y $R_m = v_0 L / \mu$, respectivamente, con v la viscosidad cinemática, μ la difusividad magnética y L una escala de longitudes característica (la caja de la simulación tiene un tamaño dado de $2\pi L$). La unidad temporal es $t_0 = L/v_0$, que para MHD se convierte en el tiempo de cruce Alfvénico (*Alfvén crossing time*) basado en las fluctuaciones del campo magnético.

3.1.2 Espectros y funciones de correlación

A partir de las ecuaciones (3.1) y (3.2) y argumentos de escala, es posible estimar los diferentes tiempos característicos. El tiempo de los *eddy turnover* locales puede ser definido como $\tau_{nl} \sim [kv(k)]^{-1}$, donde k es el número de onda y $v(k)$, la amplitud de la velocidad debido a las fluctuaciones a escala $\sim 1/k$. Para una predicción del escaleo de velocidades tipo Kolmogorov, $v \sim v_{rms} (kL)^{-1/3}$, las escalas de tiempo no lineal en el rango inercial pueden ser escritas aproximadamente como

$$\tau_{nl} = C_{nl} \left[v_{rms} L^{-1/3} \left(\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} \right)^{2/3} \right]^{-1}, \quad (3.3)$$

donde C_{nl} es una constante adimensional del orden de la unidad (para una discusión más detallada, ver Zhou *et al.* (2004a)). En lo que sigue, $v_{rms} = \langle |\mathbf{v}|^2 \rangle^{1/2}$ es una cantidad global, típicamente dominada por las contribuciones de las grandes escalas.

La física de la descorrelación temporal depende de otros efectos y, por lo tanto, de otras escalas de tiempo MHD disponibles. Un ejemplo es el tiempo característico de barrido a escala $\sim 1/k$, que puede expresarse como

$$\tau_{sw} = C_{sw} \left(v_{rms} \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} \right)^{-1}. \quad (3.4)$$

Este tiempo corresponde a la advección de estructuras a pequeña escala por el flujo a gran escala. Análogamente, se puede definir un tiempo de Alfvén característico como

$$\tau_A = C_A (v_A k_\parallel)^{-1}. \quad (3.5)$$

Aquí, C_{sw} y C_A son otras constantes adimensionales del orden de la unidad. Todas estas escalas de tiempo dependen del vector de onda, y suponiendo que la escala de tiempo más corta domina la dinámica, se pueden definir diferentes regiones en el espacio \mathbf{k} en el espectro de energía.

Las estadísticas de, por ejemplo, el campo magnético, **puede ser caracterizado** por la función de correlación a dos puntos espacio-temporal

$$R(\mathbf{r}, \tau) = \langle \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{b}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle / \langle \mathbf{b}^2 \rangle. \quad (3.6)$$

Notar que esta expresión contiene tanto el espectro de energía como el espectro de frecuencia Euleriano (teorema de Wiener-Khinchin); sin embargo, contiene mucha más información que nos permite hacer un análisis más sutil de las relaciones espacio-temporales. Transformando Fourier en r , obtenemos una densidad espectral retrasada temporalmente, que puede a su vez factorizarse como $S(\mathbf{k}, \tau) = S(\mathbf{k})\Gamma(\mathbf{k}, t)$, donde \mathbf{k} es el vector de onda. La función $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$, la función de correlación dependiente de la escala [Heisenberg (1948); Comte-Bellot y Corrsin (1971); Orszag y Patterson (1972)], representa los efectos dinámicos de descorrelación que describen la descorrelación de tiempo de cada modo espacial \mathbf{k} .

Entonces, la función $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$ es la función de correlación temporal del modo de Fourier \mathbf{k} . Usando esto, seremos capaces de identificar el tiempo de descorrelación característico para cada modo \mathbf{k} , y en consecuencia la pérdida de memoria de las fluctuaciones 3D cuyas longitudes características sean de orden k_x^{-1} , k_y^{-1} y k_z^{-1} . Cuando no hay campo guía, es esperable que el flujo sea isotrópico tanto en el espacio real como en el de Fourier, y en consecuencia es suficiente con estudiar la función $\Gamma(k, \tau)$, que depende sólo de $k = |\mathbf{k}|$. Por otra parte, en presencia de un campo guía la turbulencia se vuelve anisotrópica; entonces, es razonable usar $\Gamma = \Gamma(k_\perp, k_\parallel, \tau)$, con k_\perp y k_\parallel los números de onda de Fourier perpendiculares y paralelos al campo magnético medio.

La función $\Gamma(k_\perp, k_\parallel, \tau)$ puede ayudarnos a entender la dinámica en las diferentes regiones del espacio de Fourier. Por ejemplo, la función $\Gamma(k_\perp = 0, k_\parallel, \tau)$ nos da información acerca de las fluctuaciones que varían sólo en la dirección paralela. De la misma manera, $\Gamma(k_\perp, k_\parallel = 0, \tau)$ nos da información acerca de las fluctuaciones que sólo varían en la dirección perpendicular. También es interesante la información obtenida de $\Gamma(k_\perp = k_0, k_\parallel, \tau)$ y de $\Gamma(k_\perp, k_\parallel = k_0, \tau)$, donde uno de los números de onda (el paralelo o el perpendicular) se deja igual a un valor fijo k_0 . Por ejemplo, estudiando el tiempo de descorrelación para $\Gamma(k_\perp = k_0, k_\parallel, \tau)$ en función de k_\parallel podría ser útil para ver la pérdida de memoria a lo largo del tiempo de las fluctuaciones cuya longitud característica perpendicular es $\sim k_0^{-1}$ (a una longitud fija seleccionada), en función de su escala paralela $\sim k_\parallel^{-1}$. Esto nos da

información de dos cuestiones importantes: cómo la memoria en una dirección afecta la otra, y más importante, cómo distinguir entre *sweeping* aleatorio y propagación de Alfvén.

3.1.3 Simulaciones numéricas

Utilizamos un código pseudoespectral estándar para resolver numéricamente las ecuaciones MHD 3D incompresibles con un campo guía [Gómez *et al.* (2005b,a)]. Todos los resultados reportados aquí corresponden a simulaciones con resoluciones de $N^3 = 512^3$ puntos de grilla. Para la integración temporal, se utilizó un esquema de Runge-Kutta de segundo orden. Se utilizaron campos magnéticos guía débiles, moderados y fuertes, $B_0 = 0,25, 1$ y 8 (en unidades del valor *r.m.s* inicial de las fluctuaciones magnéticas). También consideramos el caso $B_0 = 0$ como referencia con estudios previos [Servidio *et al.* (2011)]. Se tomaron condiciones de contorno periódicas en todas las direcciones de un cubo de lado $2\pi L$ (donde $L = 1$ es la longitud de correlación inicial de las fluctuaciones, definida como la unidad de longitud). Se removió el *aliasing* mediante el método de truncamiento de la regla de los dos-tercios. La condición inicial en todas las simulaciones consistió en amplitudes no nulas para los campos $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ y $\mathbf{b}(\mathbf{k})$, equiparticionados en todos los números de onda dentro de los cascarones con $1,1 \leq k \leq 4$ (en unidades de $2\pi L/\lambda$, con λ la longitud de onda). Se eligieron fases aleatorias para todos los modos de Fourier en ambos campos.

Para mantener al sistema en un estado turbulento estacionario, aplicamos forzados \mathbf{F}_b y \mathbf{F}_v para \mathbf{b} y \mathbf{v} , respectivamente, en las ecuaciones (3.1) y (3.2)). Los forzados \mathbf{F}_b y \mathbf{F}_v se encuentran limitados a una banda fija de modos de Fourier, $0,9 \leq k \leq 1,8$. El forzado tiene una componente aleatoria y una coherente temporalmente, con un tiempo de correlación del forzado de $\tau_f \approx 1$ (del orden de la unidad de tiempo t_0), que es mayor que todos los tiempos característicos definidos en la sección anterior.

El rango temporal utilizado para analizar los resultados es de más de 20 unidades de tiempo para $B_0 = 0$ y $B_0 = 0,25$, más de 25 unidades temporales para $B_0 = 1$, y más de 10 unidades temporales para $B_0 = 8$. Todos estos períodos de tiempo se consideraron después de que el sistema alcanzase un estado estacionario turbulento, y verificamos que eran suficientes para garantizar la convergencia de los espectros y las funciones de correlación.

3.2 Resultados

3.2.1 Espectros de energía y escalas temporales dominantes

El espectro axisimétrico de energía $e(|\mathbf{k}_\perp| = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}, k_\parallel = k_x, t)$, definido como

$$\begin{aligned} e(k_\perp, k_\parallel, t) &= \sum_{\substack{k_\perp \leq |\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{x}}| < k_\perp + 1 \\ k_\parallel \leq k_x < k_\parallel + 1}} |\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}, t)|^2 + |\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k}, t)|^2 = \\ &= \int (|\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}, t)|^2 + |\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k}, t)|^2) |\mathbf{k}| \sin \theta_k d\phi_k, \end{aligned} \quad (3.7)$$

provee información acerca de la anisotropía de la turbulencia, relativa al campo guía [Mininni *et al.* (2012)]. En este estudio, el campo guía es elegido a lo largo del eje x , por lo que las componentes del vector de onda k_\parallel y k_\perp , y los ángulos polares en el espacio de Fourier θ_k y ϕ_k , se toman relativos a este eje. En otras palabras, en la ecuación (3.7), $\theta_k = \arctan(k_\perp/k_\parallel)$ es la co-latitud en el espacio de Fourier con respecto al eje x (es decir, en la dirección del campo guía), y ϕ_k es la longitud con respecto al eje y . La primera expresión que involucra la sumatoria en la ecuación (3.7) es la definición del espectro de energía axisimétrico para un espacio de Fourier discreto (i.e., como se usa en las simulaciones), mientras que la segunda expresión con la integral corresponde al límite del continuo. En lo que sigue, trataremos ambas expresiones como equivalentes, reemplazando las integrales por sumatorias cuando sea requerido por el análisis numérico.

A partir del espectro axisimétrico, uno puede definir el espectro energético perpendicular reducido y promediado temporalmente $E(k_\perp)$ [Mininni *et al.* (2012)] como

$$E(k_\perp) = \frac{1}{T} \int \int e(|\mathbf{k}_\perp|, k_\parallel, t) dk_\parallel dt, \quad (3.8)$$

donde hemos integrado a lo largo de los números de onda paralelos para obtener un espectro que depende sólo de k_\perp . Equivalentemente, el espectro energético isotrópico puede ser obtenido de la ecuación (3.7) integrando sobre θ_k en el espacio de Fourier. La figura 3.1 muestra el espectro isotrópico de energía $E(k)$ para la corrida con $B_0 = 0$, y el espectro energético perpendicular reducido $E(k_\perp)$ para las corridas con campo guía no nulo.

La figura 3.2 muestra los contornos de $e(k_\perp, k_\parallel)/\sin(\theta_k)$, es decir, el espectro axisimétrico (promediado temporalmente) para las corridas con $B_0 = 0, B_0 = 1, B_0 = 4$ y $B_0 = 8$. Para el flujo isotrópico ($B_0 = 0$, ver figura 3.2a), los contornos de $e(k_\perp, k_\parallel)/\sin(\theta_k)$ son círculos, tal como se esperaba [Mininni *et al.* (2012)]. A medida que la intensidad del campo guía aumenta, la energía se comienza a concentrar cerca del eje $k_\parallel = 0$, evidenciando la formación de estructuras elongadas en la dirección del campo guía (o, en otras palabras, del relativo decrecimiento de los gradientes paralelos del campo con respecto a los gradientes perpendiculares).

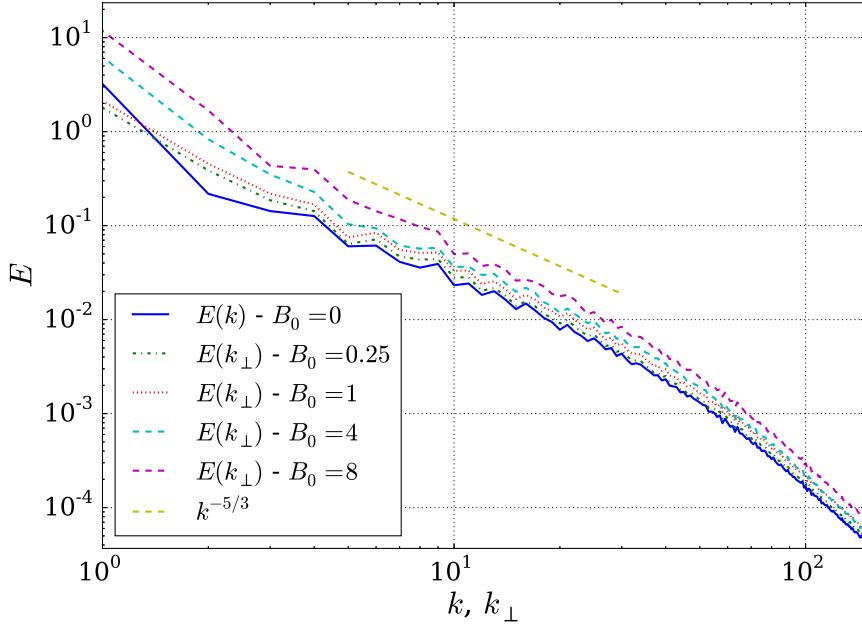


Figura 3.1: Espectros energéticos perpendiculares reducidos $E(k_{\perp})$ para las simulaciones con $B_0 = 0, 0.25, 1, 4$, y 8 , y espectro energético isotrópico $E(k)$ para la simulación con $B_0 = 0$. Se muestra como referencia el escaleo de Kolmogorov, $\sim k_{\perp}^{-5/3}$.

Los tiempos característicos definidos en la sección 3.1.2, τ_A , τ_{sw} y τ_{nl} , dividen el espacio de Fourier en la figura 3.2 en regiones dependiendo de cómo se ordenan las escalas temporales:

$$\tau_A < \tau_{sw} \Rightarrow k_{\perp} < \left(\sqrt{\left(\frac{B_0}{v_{rms}} \right)^2 \cdot \left(\frac{C_{sw}}{C_A} \right)^2} - 1 \right) k_{\parallel}, \quad (3.9)$$

$$\tau_A < \tau_{nl} \Rightarrow k_{\perp} < \left(\sqrt{\left(\frac{B_0}{v_{rms}} \right)^3 \left(\frac{C_{nl}}{C_A} \right)^3 L k_{\parallel}} - 1 \right) k_{\parallel}, \quad (3.10)$$

$$\tau_{nl} < \tau_{sw} \Rightarrow \left(k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 \right)^{1/6} < \frac{C_{sw}}{C_{nl} L^{1/3}}. \quad (3.11)$$

En la figura 3.2 también se indican las curvas correspondientes a los modos que satisfacen las relaciones $\tau_A \lesssim \tau_{sw}$ y $\tau_A \lesssim \tau_{nl}$, para $B_0 = 1, 4$ y 8 (asumiendo, para dibujar las curvas, que $C_{sw} \approx C_{nl} \approx C_A \approx 1$; esta elección fue posteriormente confirmada por el análisis de las funciones de correlación). Debe mencionarse que la curva $\tau_A \approx \tau_{nl}$ también cumple un rol muy importante en la teoría de balances críticos [Sridhar y Goldreich (1994)].

Como puede verse de la ecuación (3.11), la región donde $\tau_{nl} \leq \tau_{sw}$ es un círculo pequeño alrededor del origen, donde $k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 \leq (C_{sw}/L^{1/3}C_{nl})^6 \approx 1$, y no se puede ver en la figura. Los modos fuera de la región con $\tau_{nl} < \tau_{sw}$ deberían descorrelacionarse con el

tiempo de *sweeping* o con el tiempo de Alfvén, dependiendo de cuál sea más rápido. La ecuación (3.9) nos dice que en el área a la izquierda de la curva $\tau_A \sim \tau_{sw}$ tenemos $\tau_A < \tau_{sw}$, mientras que la ecuación (3.10) nos dice que en el área a la izquierda de la curva $\tau_A \sim \tau_{nl}$ tenemos $\tau_A < \tau_{nl}$ (ver figura 3.2b). Para el valor más grande de B_0 considerado (i.e., la simulación con $B_0 = 8$), la mayoría de los modos tienen al periodo de Alfvén como el tiempo más rápido (i.e., la mayor área en el gráfico se encuentre arriba y a la izquierda de la curva $\tau_A \sim \tau_{sw}$), a pesar de que una fracción significativa de la energía en el sistema no esté en estos modos, sino que se concentran cerca del eje con $k_{\parallel} = 0$.

3.2.2 Espectros espacio-temporales

Las figuras 3.3 a 3.5 (correspondientes a las simulaciones con $B_0 = 0,25, 1$ y 8 , respectivamente) muestran el espectro en función del vector de onda y la frecuencia, $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$, para modos \mathbf{k} con $k_{\perp} = 0$, donde

$$E(\mathbf{k}) = \int E(\mathbf{k}, \omega) d\omega \quad (3.12)$$

es el espectro de la energía total. Con esta elección para la normalización, resultan más claramente visibles las frecuencias que concentran la mayor cantidad de energía para cada \mathbf{k} . Para $B_0 = 0,25$ (figura 3.3) observamos una clara dispersión de la energía por debajo de la línea de la relación de *sweeping* (i.e., vemos excitaciones en todos los modos con frecuencias iguales o menores que $\omega = v_{rms}k_{\parallel}$, indicando que las estructuras de escalas pequeñas están siendo advectadas por todas las velocidades iguales o menores a v_{rms}). También es observable para valores pequeños de k_{\parallel} una acumulación débil cerca de la relación de dispersión de Alfvén $\omega = B_0 k_{\parallel}$, aunque el amplio espectro en el dominio de las frecuencias sugiere que el *sweeping* es dominante en este caso.

Al incrementar el campo medio a $B_0 = 1$ (figura 3.4), parte de la energía se concentra por encima de la línea de *sweeping*, y comienza a seguir la relación de dispersión de Alfvén, aunque el espectro continúa siendo muy amplio en las frecuencias, con la mayor parte de la energía por debajo de la relación de *sweeping*. Este comportamiento cambia drásticamente para valores más altos de B_0 . En la figura 3.5 ($B_0 = 8$), podemos ver que la energía claramente se concentra alrededor de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, con un pico de concentración para modos con hasta $k_{\parallel} \approx 10$, para posteriormente dispersarse hacia la relación de *sweeping* para números de onda más grandes. Notar que este comportamiento indica una competición entre el tiempo magnetohidrodinámico de *sweeping* y el tiempo de Alfvén, con este último resultando dominante a grandes escalas para valores de B_0 grandes. Estos resultados respaldan y mejoran los obtenidos por Dmitruk y Matthaeus (2009), y son compatibles para números de onda pequeños y B_0 grande con

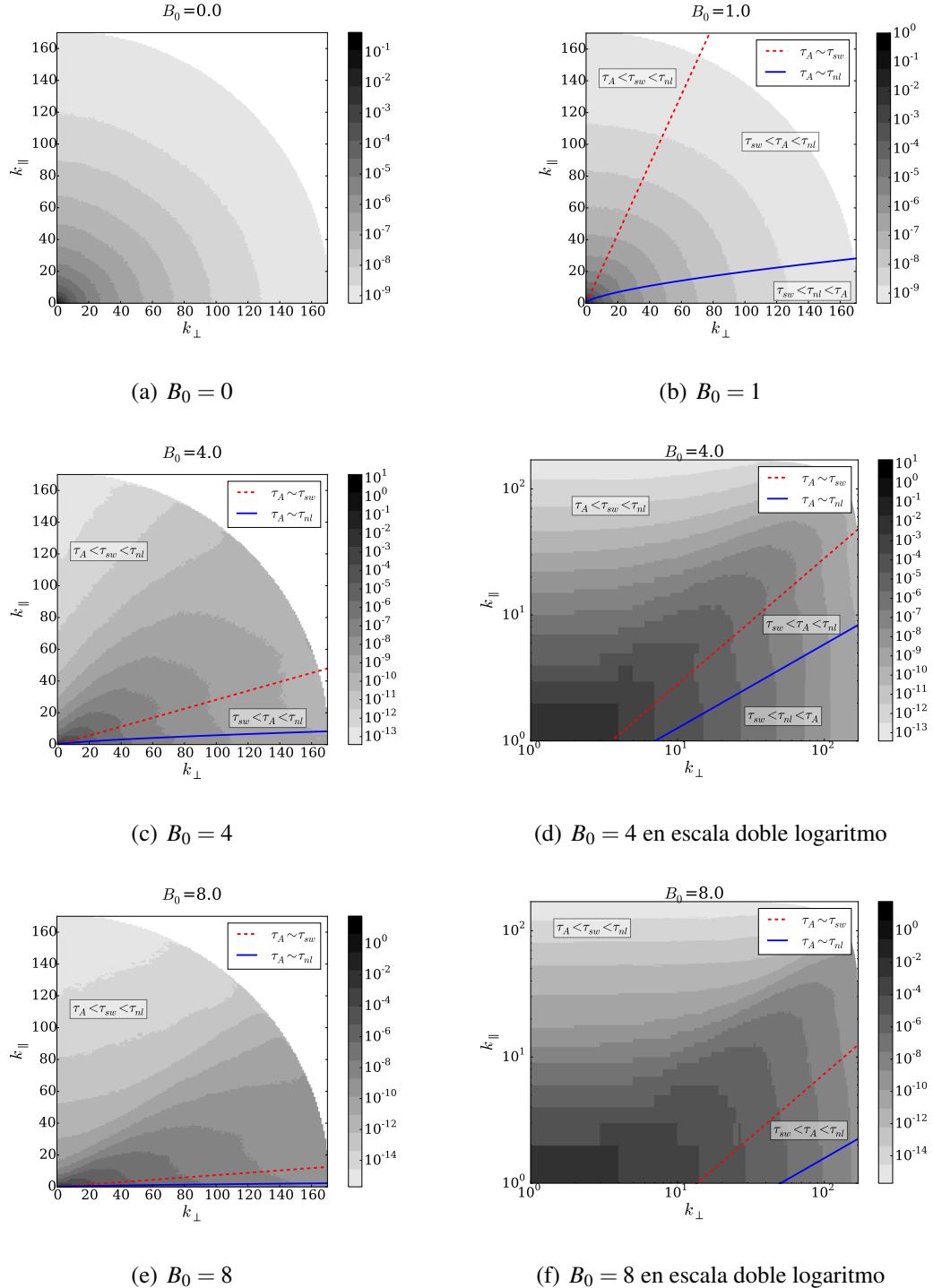


Figura 3.2: Isocontornos del espectro axisimétrico de energía $e(k_{\perp}, k_{\parallel})$ para $B_0 = 0, 1, 4$ y 8 . Los casos con $B_0 = 4$ y 8 se muestran también en una escala doble logarítmica para mostrar con mayor detalle el rango inercial. El color oscuro significa mayor densidad energética (en escala logarítmica). Las líneas indican los modos para los que el tiempo de *sweeping* o el tiempo no lineal son iguales al tiempo de Alfvén. Para valores grandes de B_0 , los isocontornos cambian de forma a medida que cruzan cada una de estas líneas. Notar el aumento de la anisotropía del espectro a medida que B_0 se incrementa, así como la mayor superficie cubierta por modos en los que el período de Alfvén es el tiempo más rápido.

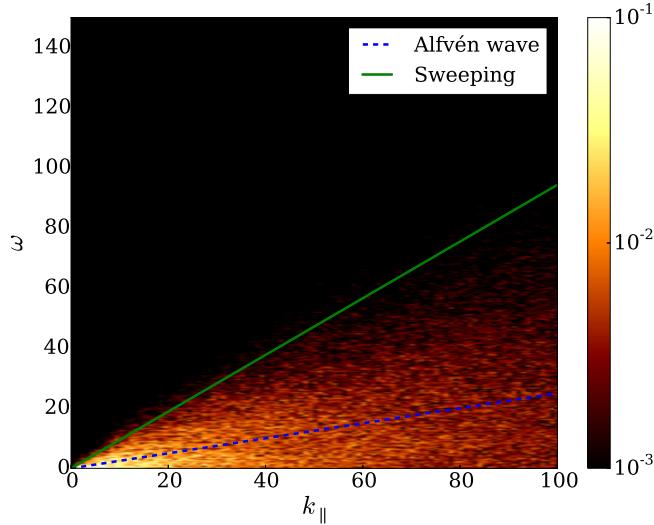


Figura 3.3: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$ para la simulación con $\mathbf{B}_0 = 0,25$, para modos con $k_{\perp} = 0$, y en consecuencia en función de k_{\parallel} . Las regiones más claras indican mayor densidad energética. El espectro corresponde a la transformada de Fourier en tiempo y espacio de los campos, por lo que la acumulación de energía en modos cercanos a la relación de dispersión de Alfvén o en los modos debajo de la curva de *sweeping* indica el dominio de un efecto físico (i.e., de su frecuencia asociada) en la dinámica del plasma a una dada escala $\sim 1/k_{\parallel}$. La línea discontinua azul indica la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, mientras que la línea continua verde marca la relación de *sweeping*. Se observa una amplia excitación de modos para los casos con $\omega \leq v_{rms}k_{\parallel}$ (*sweeping*), mientras que sobre la relación $\omega = B_0k_{\parallel}$ (Alfvén) sólo se observa una pequeña acumulación de energía para valores pequeños de k_{\parallel} .

los obtenidos recientemente por Meyrand *et al.* (2016, 2015). En particular, Meyrand *et al.* (2016) también reporta una transición de un espectro ondular estrecho a un espectro más amplio, aunque la escala y el mecanismo responsable para esta transición no fue estudiado. Como confirmaremos en la próxima sección a partir de las funciones de descorrelación, la competencia entre los tiempos de *sweeping* y de Alfvén como el tiempo de descorrelación dominante es la responsable del cambio observado en el comportamiento del espectro.

3.2.3 Funciones de correlación y tiempos de descorrelación

Con el fin de discernir entre los diferentes fenómenos (y escalas de tiempo relevantes) que actúan en la turbulencia magnetohidrodinámica, estudiamos las funciones de correlación $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$, como se explicó en detalle previamente en la sección 3.1.2. Dado que nos enfocamos en la turbulencia con un campo magnético guía, utilizamos $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$

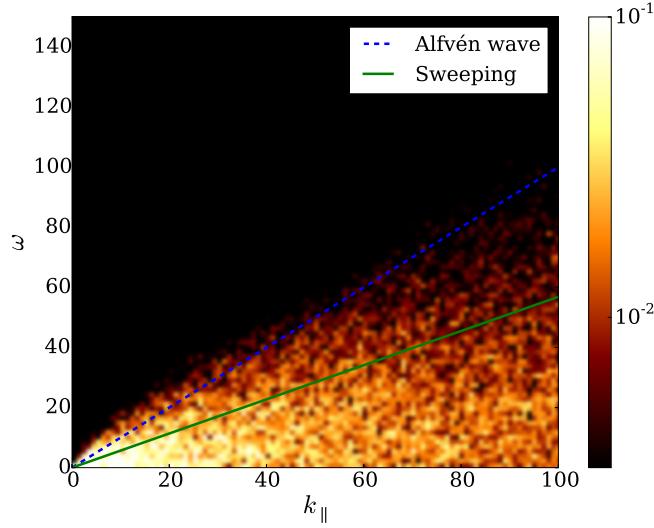


Figura 3.4: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$ para la simulación con $\mathbf{B}_0 = 1$, para modos con $k_{\perp} = 0$, y en consecuencia en función de k_{\parallel} y ω . Las regiones más claras indican mayor densidad energética. La línea discontinua azul indica la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, mientras que la línea continua verde marca la relación de *sweeping*.

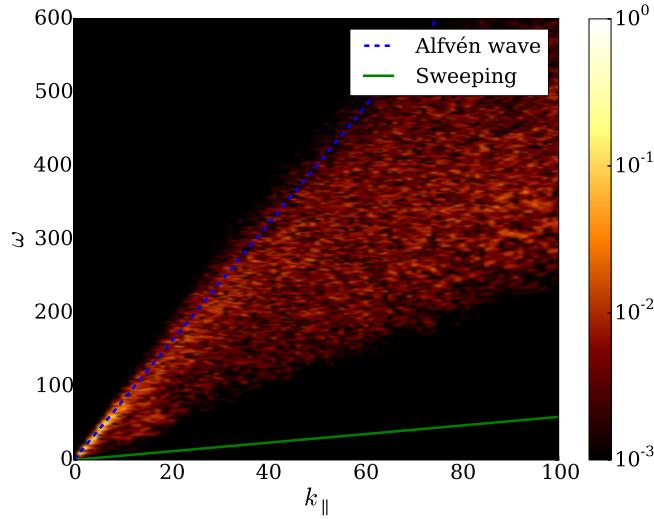


Figura 3.5: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E(\mathbf{k}, \omega)/E(\mathbf{k})$ para la simulación con $\mathbf{B}_0 = 8$, para modos con $k_{\perp} = 0$, y en consecuencia en función de k_{\parallel} y ω . Las regiones más claras indican mayor densidad energética. La línea discontinua azul indica la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, mientras que la línea continua verde marca la relación de *sweeping*. Notar que en este caso, la mayor cantidad de energía se concentra en una región angosta cercana a la relación de dispersión de ondas hasta $k_{\parallel} \approx 10$, correspondiente a excitaciones Alfvénicas.

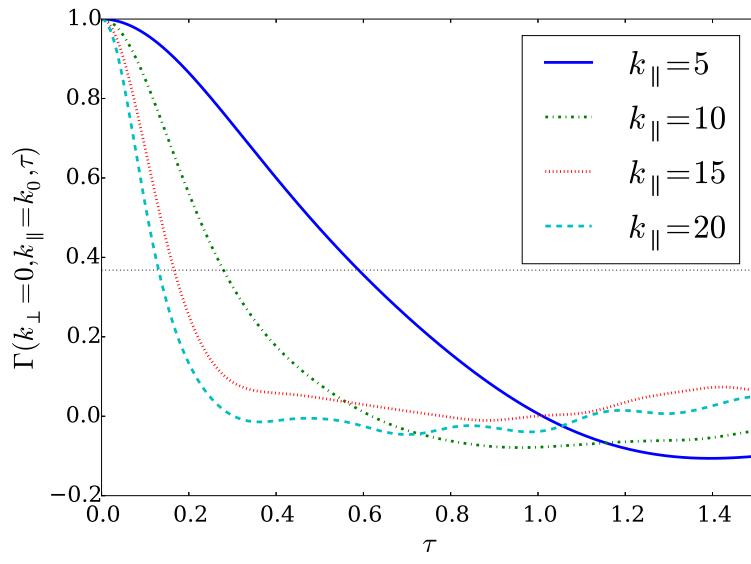
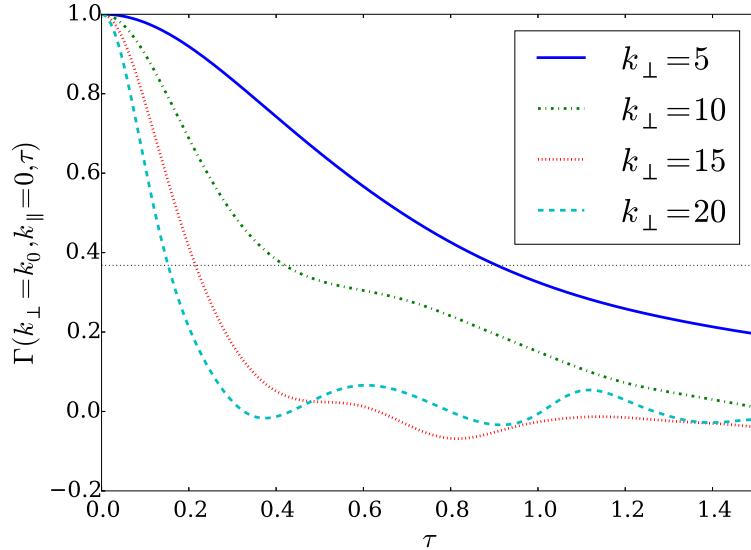
(a) $\Gamma(k_{\perp} = 0, k_{\parallel} = k_0, \tau)$ (b) $\Gamma(k_{\perp} = k_0, k_{\parallel} = 0, \tau)$

Figura 3.6: Funciones de correlación $\Gamma(k_{\perp} = 0, k_{\parallel} = k_0, \tau)$ y $\Gamma(k_{\perp} = k_0, k_{\parallel} = 0, \tau)$ en función del tiempo de retraso τ , para $k_0 = 5, 10, 15$, y 20 , en la simulación con $B_0 = 1$. El valor de τ para el cual $\Gamma = 1/e$ (línea punteada horizontal) corresponde al tiempo de descorrelación τ_D para cada valor de \mathbf{k} .

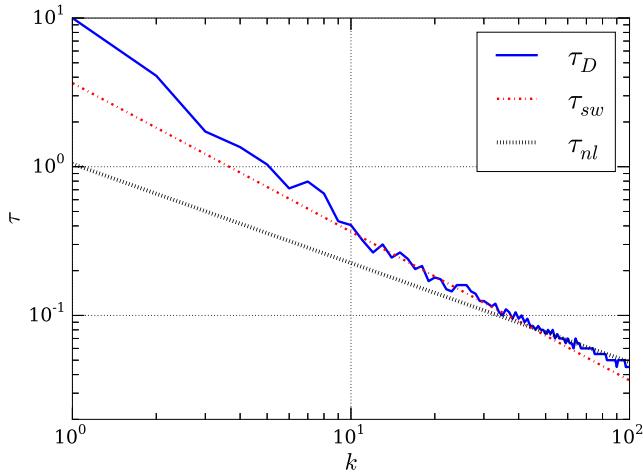


Figura 3.7: Tiempo de descorrelación en función de $k = |\mathbf{k}|$ para el caso isotrópico $B_0 = 0$. Las líneas rectas indican las predicciones teóricas correspondientes al tiempo de *sweeping* y al tiempo no lineal. Excepto para los número de onda más grandes, el tiempo de descorrelación parece estar dominado por el *sweeping*.

y consideramos varios valores de (k_\perp, k_\parallel) para estudiar la descorrelación como función del tiempo de retraso τ a diferentes escalas. En la figura 3.6, se muestran las funciones de correlación $\Gamma(k_\perp = 0, k_\parallel = k_0, \tau)$ y $\Gamma(k_\perp = k_0, k_\parallel = 0, \tau)$ para diferentes valores de k_0 para el caso del campo magnético externo moderado $B_0 = 1$. Aquí podemos ver el comportamiento típico de las funciones de correlación, con las escalas más grandes (k más pequeños) tomándose un mayor tiempo para descorrelacionarse. Se encontraron resultados similares para los otros campos magnéticos externos considerados, $B_0 = 0, 0,25, 4$ y 8 .

Para entender cuál de los diferentes tiempos (tiempo no lineal, *sweeping* aleatorio y propagación de Alfvén) está controlando la descorrelación temporal, necesitamos comparar el tiempo de descorrelación en las distintas escalas con el comportamiento teórico esperada para cada proceso físico. Para hacer esto, usamos el hecho de que el modo con el vector de onda \mathbf{k} debe estar descorrelacionada después de un tiempo $\tau_D(\mathbf{k})$, siguiendo aproximadamente un decaimiento exponencial

$$\Gamma(\mathbf{k}, \tau) \sim e^{-\tau/\tau_D(\mathbf{k})}. \quad (3.13)$$

Por simplicidad, evaluamos $\tau_D(\mathbf{k})$ como el tiempo al cual la función Γ decaía a $1/e$ de su valor inicial.

Como primer ejemplo, la figura 3.7 muestra el tiempo de descorrelación τ_D obtenido de $\Gamma(k, \tau)$ en el caso isotrópico con $B_0 = 0$. Podemos ver que la escala del tiempo de descorrelación se encuentra en buen acuerdo con el tiempo de *sweeping*, excepto quizás

para los números de onda más grandes (menor escala). Estos resultados son consistentes con los obtenidos por Servidio *et al.* (2011) en el caso isotrópico.

Como se mencionó anteriormente, en el caso general puede ser difícil diferenciar entre los efectos de *sweeping* y de la propagación de Alfvén, pues ambas escalas temporales varían como k^{-1} . Sin embargo, en el caso anisotrópico (i.e., en presencia de un campo guía), podemos hacer uso del escaleo observado respecto de los números de onda paralelos y perpendiculares, para así hacer posible la distinción. En la figura 3.8 utilizamos resultados de la simulación con $B_0 = 0,25$ para computar los tiempos de descorrelación para los modos de Fourier en función de k_{\parallel} , para varios valores fijos de k_{\perp} . Incluso para este caso con un valor de B_0 relativamente pequeño, puede observarse que los tiempos de descorrelación se encuentran más cerca del valor teórico esperado del tiempo de *sweeping* que de todos los otros tiempos (tiempo local no lineal y tiempo Alfvénico). Esto es consistente con el resultado obtenido a partir del espectro energético respecto del número de onda y la frecuencia, mostrado previamente en la figura 3.3. En la figura 3.9 se muestra una vista complementaria para la misma corrida con $B_0 = 0,25$, donde se muestra el tiempo de descorrelación τ en función de k_{\perp} para varios valores fijados de k_{\parallel} . La conclusión es nuevamente que el tiempo de *sweeping* controla τ_D a todas las escalas, salvo las más grandes, ya que sólo para $k_{\perp} = 0$ y para k_{\parallel} entre 1 y 4 τ_D se encuentra más cercano al tiempo de Alfvén.

La tendencia de que el tiempo de descorrelación sea controlado por el *sweeping* se puede ver nuevamente en la corrida con el campo medio moderado $B_0 = 1$. Estos resultados para el tiempo de descorrelación se muestran en las figuras 3.10 y 3.11. Nuevamente, sólo para valores pequeños de k_{\parallel} y de $k_{\perp} = 0$ el tiempo de descorrelación se encuentra más cerca del tiempo de Alfvén. Esta tendencia pudo observarse también en el espectro de la figura 3.4.

Finalmente, analicemos el comportamiento del tiempo de descorrelación τ para las corridas con el mayor campo magnético medio considerado, $B_0 = 8$. Los resultados se pueden ver en las figuras 3.12 y 3.13. Para valores pequeños de k_{\perp} , se encuentra que el tiempo de Alfvén resulta dominante de las descorrelaciones (hasta, aproximadamente, $k_{\parallel} = 10$; ver figura 3.13). Sin embargo, para valores mayores de k_{\perp} , el tiempo de descorrelación se aleja del tiempo de Alfvén y se acerca lentamente a la escala del tiempo de *sweeping*. Esto es consistente con los espectros espacio-temporales de la figura 3.5, donde se observa que la energía se concentra cerca de la relación de dispersión de Alfvén para valores pequeños del número de onda, pero se difumina hacia las frecuencias de *sweeping* para valores grandes del número de onda. Como resultado, es la competencia entre estas dos escalas temporales la que parece ser responsable del ensanchamiento del espectro espacio-

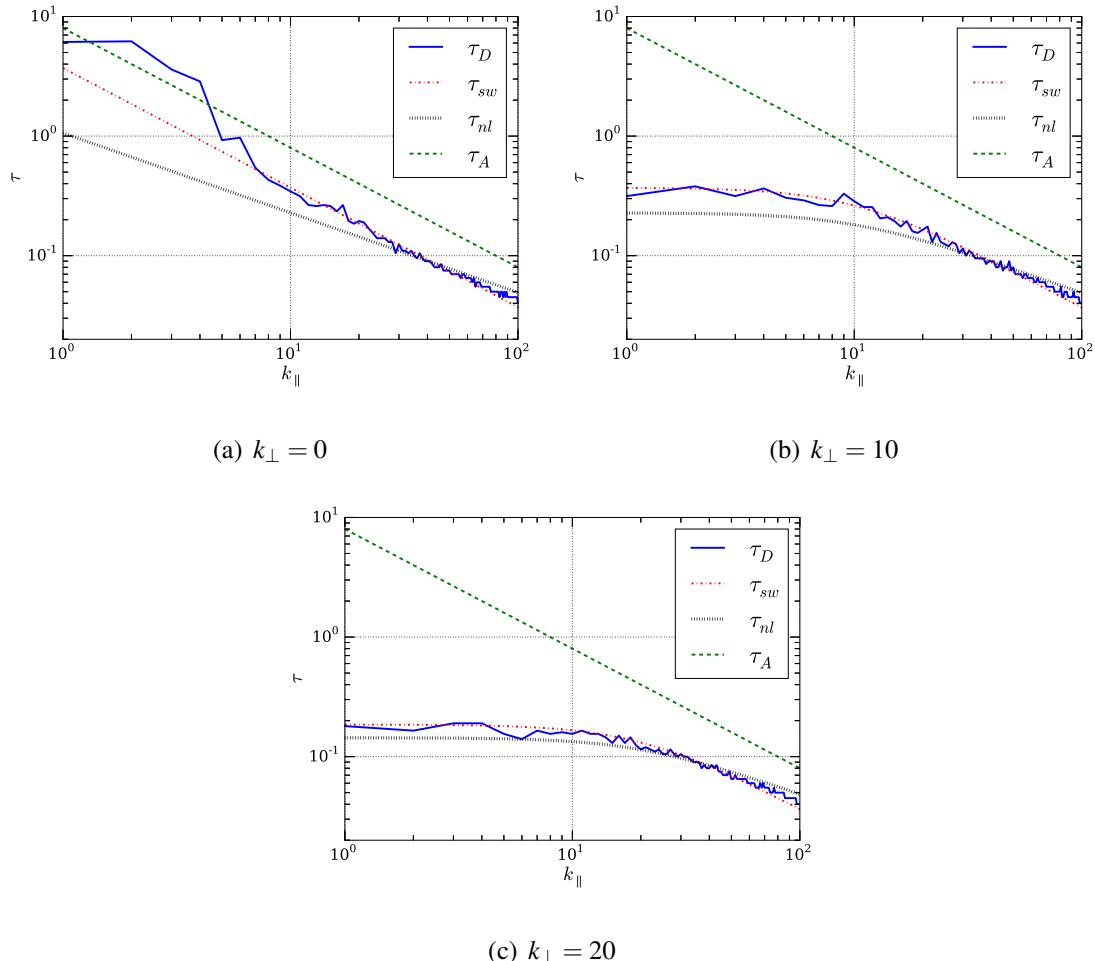


Figura 3.8: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 0,25$. En cada panel, k_\perp se mantiene constante y k_{\parallel} se varía: (a) $k_\perp = 0$, (b) $k_\perp = 10$, y (c) $k_\perp = 20$. Las curvas indican las predicciones teóricas para varias escalas temporales físicas relevantes. El valor medido de τ_D se encuentra siempre cerca de τ_{sw} , excepto para $k_\perp = 0$ y k_{\parallel} entre 1 y 5, en donde la escala temporal dominante es el tiempo de Alfvén.

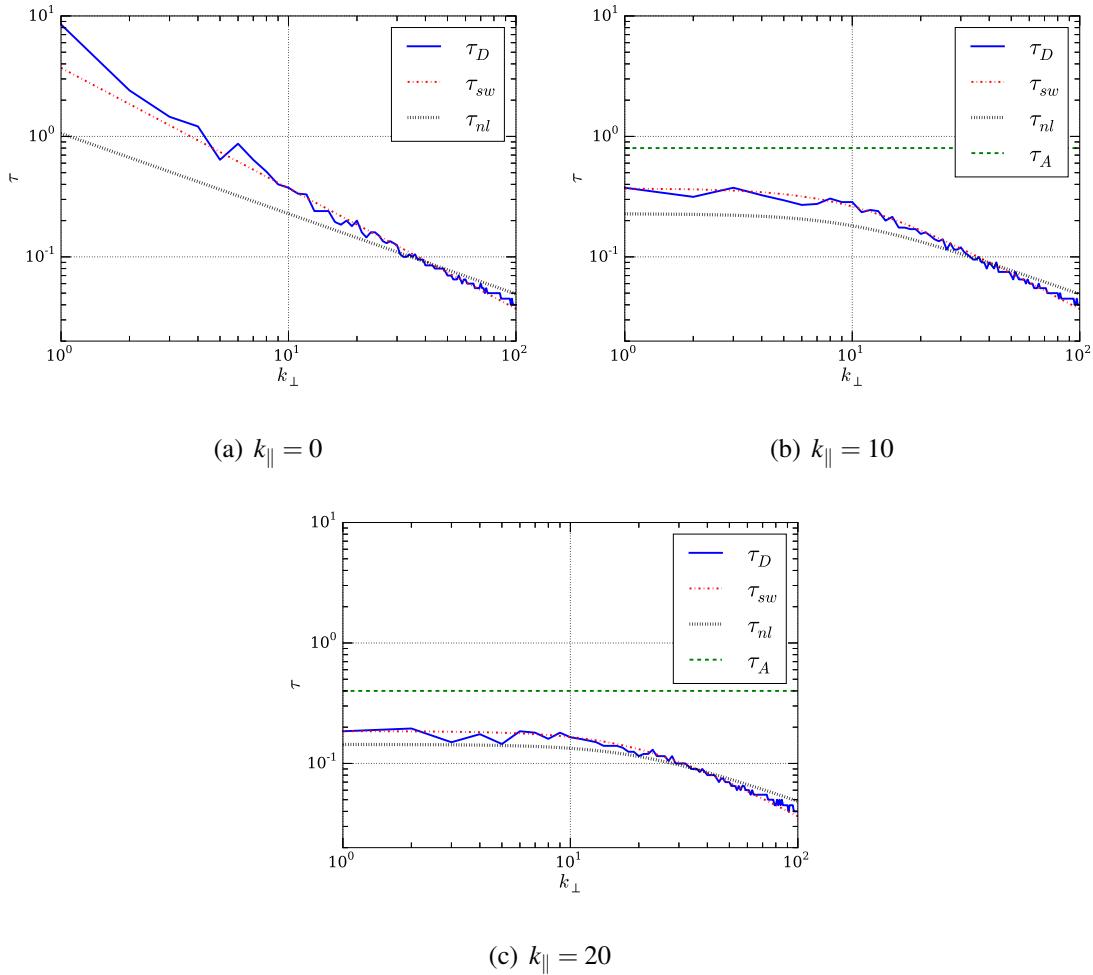


Figura 3.9: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 0,25$. En cada panel, k_{\parallel} se mantiene constante y k_{\perp} se varía: (a) $k_{\parallel} = 0$, (b) $k_{\parallel} = 10$, y (c) $k_{\parallel} = 20$. Las curvas indican las predicciones teóricas para varias escalas temporales físicas relevantes. El valor medido de τ_D se encuentra siempre cerca de τ_{sw} .

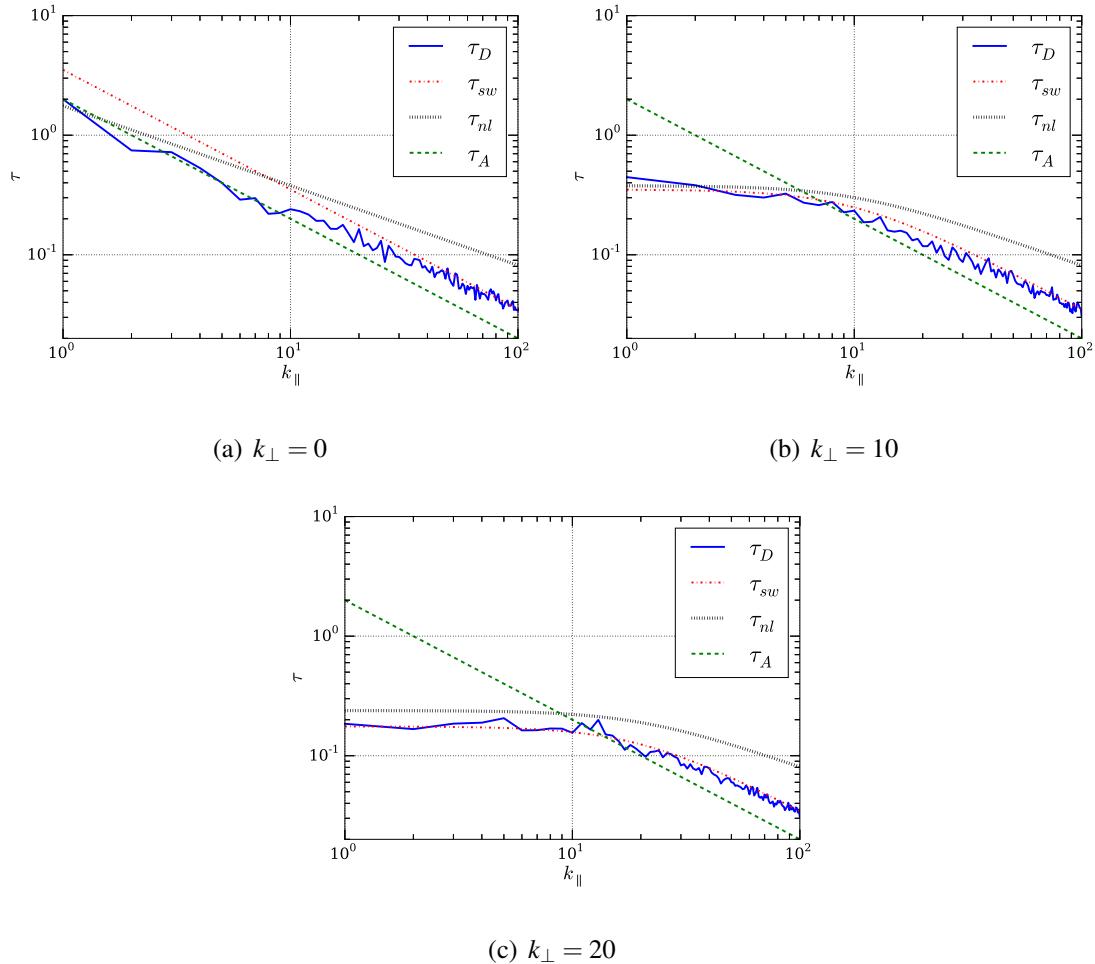


Figura 3.10: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 1$. En cada panel, k_{\perp} se mantiene constante y k_{\parallel} se varía: (a) $k_{\perp} = 0$, (b) $k_{\perp} = 10$, y (c) $k_{\perp} = 20$. Las curvas indican las predicciones teóricas para varias escalas temporales físicas relevantes.

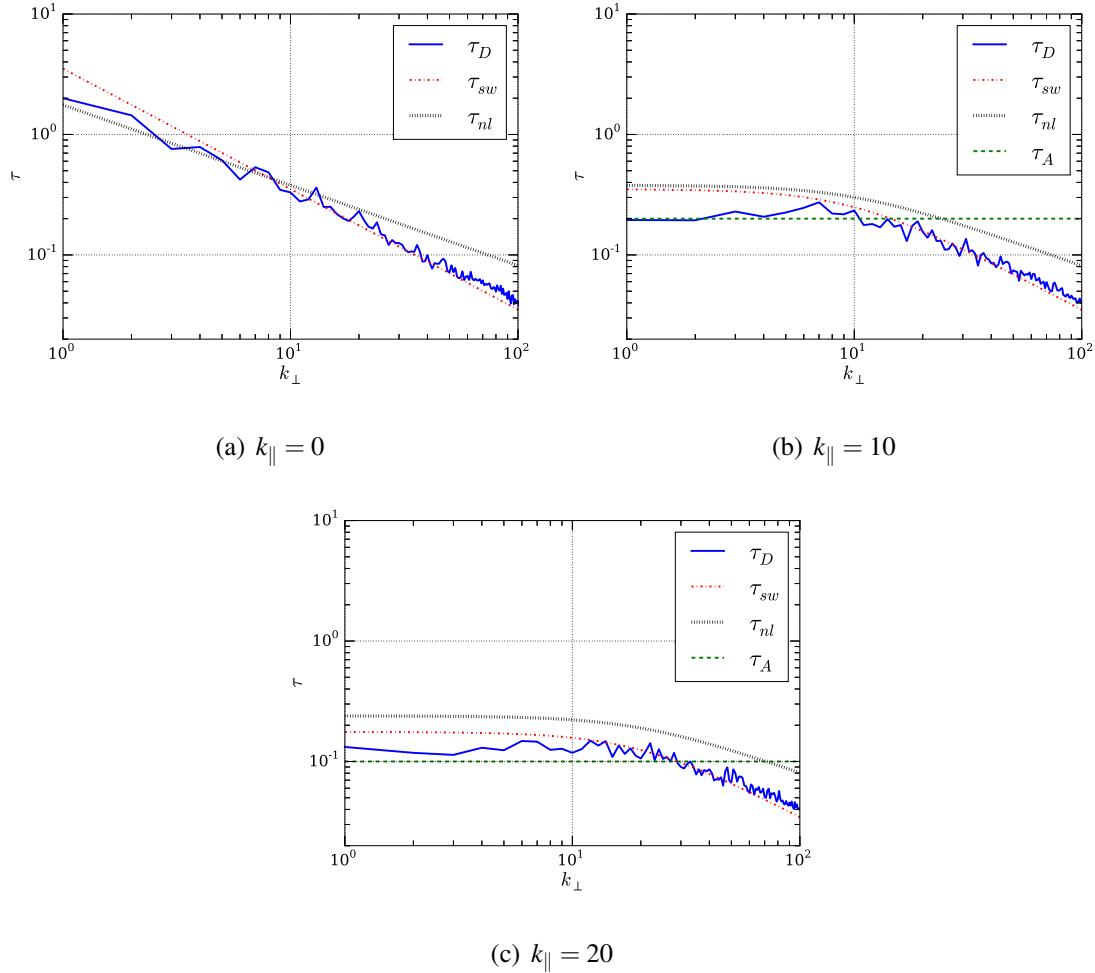


Figura 3.11: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 1$. En cada panel, k_{\parallel} se mantiene constante y k_{\perp} se varía: (a) $k_{\parallel} = 0$, (b) $k_{\parallel} = 10$, y (c) $k_{\parallel} = 20$. Las curvas indican las predicciones teóricas para varias escalas temporales físicas relevantes.

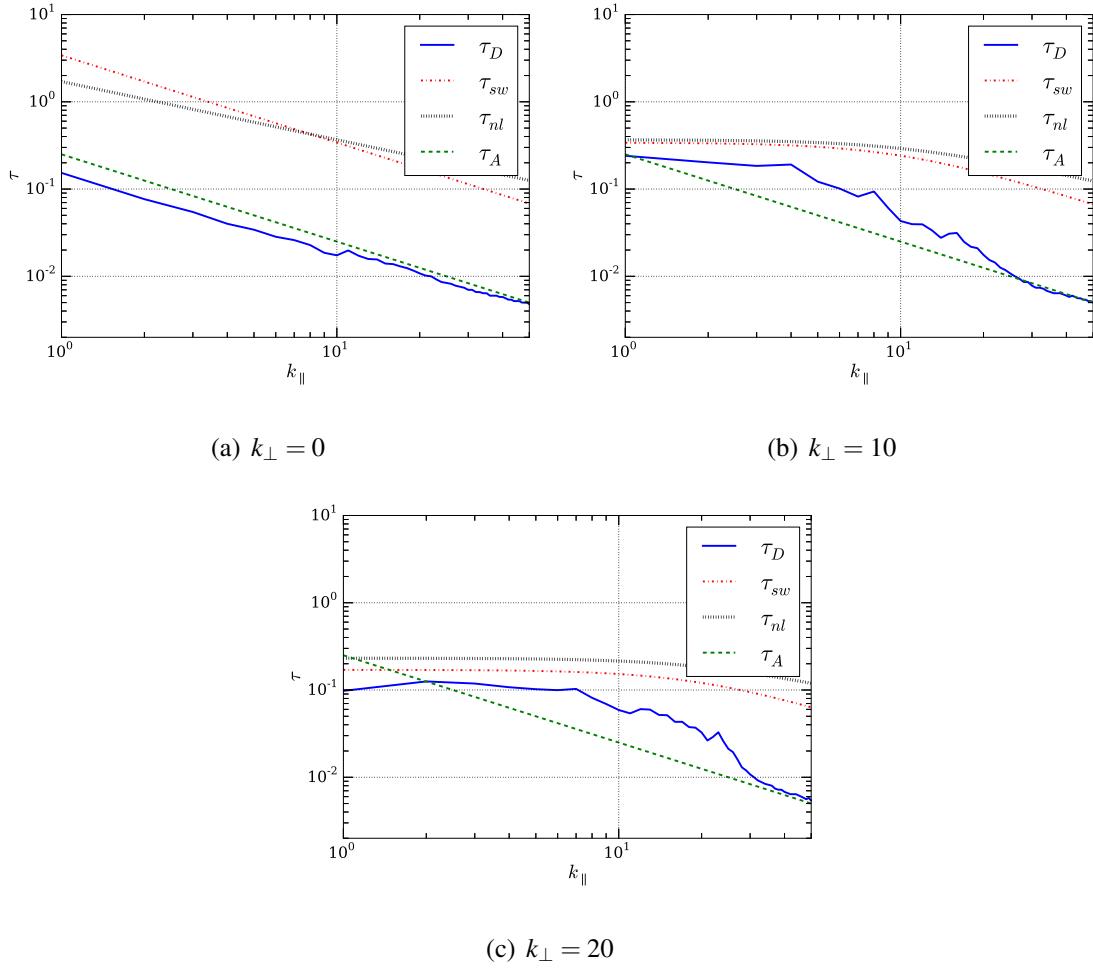


Figura 3.12: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 8$. En cada panel, k_{\perp} se mantiene constante y k_{\parallel} se varía: (a) $k_{\perp} = 0$, (b) $k_{\perp} = 10$, y (c) $k_{\perp} = 20$. Las curvas indican las predicciones teóricas para varias escalas temporales físicas relevantes. En este caso, el tiempo de Alfvén controla la descorrelación en múltiples números de onda.

temporal para valores grandes de B_0 . En tanto el tiempo de Alfvén sea mucho más rápido que las otras escalas temporales del sistema, el flujo excita ondas de Alfvén, que dominan los modos de descorrelación. Pero cuando las otras escalas se acercan a la escala temporal de las ondas (o hasta se vuelven más rápidas, como sucede para valores pequeños de B_0), el sistema cambia la escala temporal dominante en la descorrelación.

3.3 Conclusiones

En este capítulo, hemos estudiado los tiempos de correlación que entran en juego en magnetohidrodinámica, en la aproximación incompresible. Aún en el caso (más simple) hidrodinámico, uno espera que tanto las correlaciones espaciales como las temporales sean

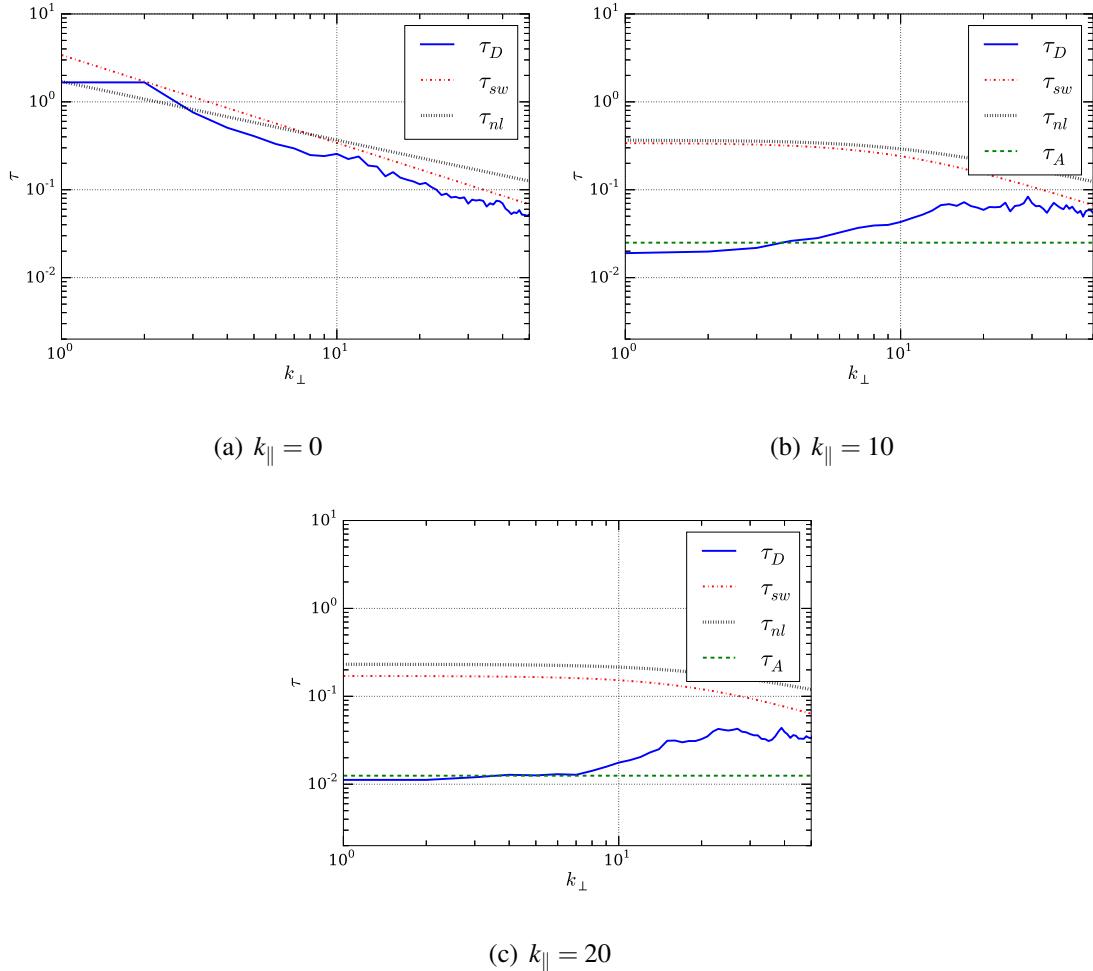


Figura 3.13: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 1$. En cada panel, k_\parallel se mantiene constante y k_\perp se varía: (a) $k_\parallel = 0$, (b) $k_\parallel = 10$, y (c) $k_\parallel = 20$. Las curvas indican las predicciones teóricas para varias escalas temporales físicas relevantes. En este caso, el tiempo de Alfvén controla la descorrelación hasta $k_\parallel \approx 10$.

relevantes en la física de la turbulencia, ya que estas propiedades independientes puede encarnarse en el tensor de correlación de dos puntos y dos tiempos, $R_{ij}(\mathbf{r}, t)$, una generalización directa de la ecuación (3.6). Correlaciones análogas pueden ser escritas para las componentes de la velocidad del fluido \mathbf{v} y para otras cantidades. La transformada espacial de la correlación (o, equivalentemente, las funciones de estructura espacial de segundo orden) a tiempo de retraso τ nulo, proveen información acerca de la distribución espacial de la energía a lo largo de las distintas escalas. Acordemente, la correlación temporal a un punto espacial, variando el tiempo de retraso y transformándolo en frecuencias, provee información análoga acerca de la distribución energética a lo largo de las distintas escalas temporales. Aquí, estudiamos las correlaciones en tiempo para un dado número de onda o una escala espacial para el modelo magnetohidrodinámico.

El caso MHD es más complejo que el hidrodinámico porque hay dos campos involucrados: el magnético y el de velocidades. Además, el campo magnético no puede ser removido por una transformada de Galileo, mientras que el de velocidades, sí. En consecuencia, el campo magnético medio, impone una dirección preferencial. Adicionalmente, el caso MHD tiene un nuevo y anisotrópico modo de ondas, las ondas de Alfvén, que introducen la posibilidad de anisotropías en el espectro y en las correlaciones, así como también una nueva escala temporal, el tiempo de Alfvén. Debido a estos efectos, el análisis de la descorrelación temporal se vuelve también más complejo, con al menos tres escalas temporales para examinar (Alfvén, *sweeping* y no lineal), así como también la posibilidad de una anisotropía en la tasa de descorrelación.

Tanto el *sweeping* aleatorio como la correlación Alfvénica son efectos no locales, en el sentido de que acoplan las grandes escalas con otras más pequeñas. Los resultados mostrados aquí respaldan la conclusión de que los efectos no locales (en el espacio espectral) juegan un rol importante en turbulencia MHD (en acuerdo con los estudios de transferencia *shell-to-shell* introducidos en el capítulo 2), y que las descorrelaciones están principalmente dominadas por el *sweeping* y las interacciones Alfvénicas, confirmado los estudios previos de MHD isotrópico [Servidio *et al.* (2011)].

Además, en comparación con los estudios previos, el análisis aquí presentado permite distinguir entre los efectos de *sweeping* y Alfvénicos, y los resultados apoyan la conclusión de que la interacción de *sweeping* domina la descorrelación para valores moderados de B_0 , mientras que para grandes valores del campo medio B_0 y a grandes escalas (números de onda perpendiculares pequeños) las descorrelaciones están más controladas por las interacciones Alfvénicas. Las interacciones relevantes son las ondas de Alfvén, y como tales se puede concluir que las ondas se encuentran todavía presentes en turbulencia MHD y dominan las descorrelaciones esencialmente para números de onda paralelos (alineados con

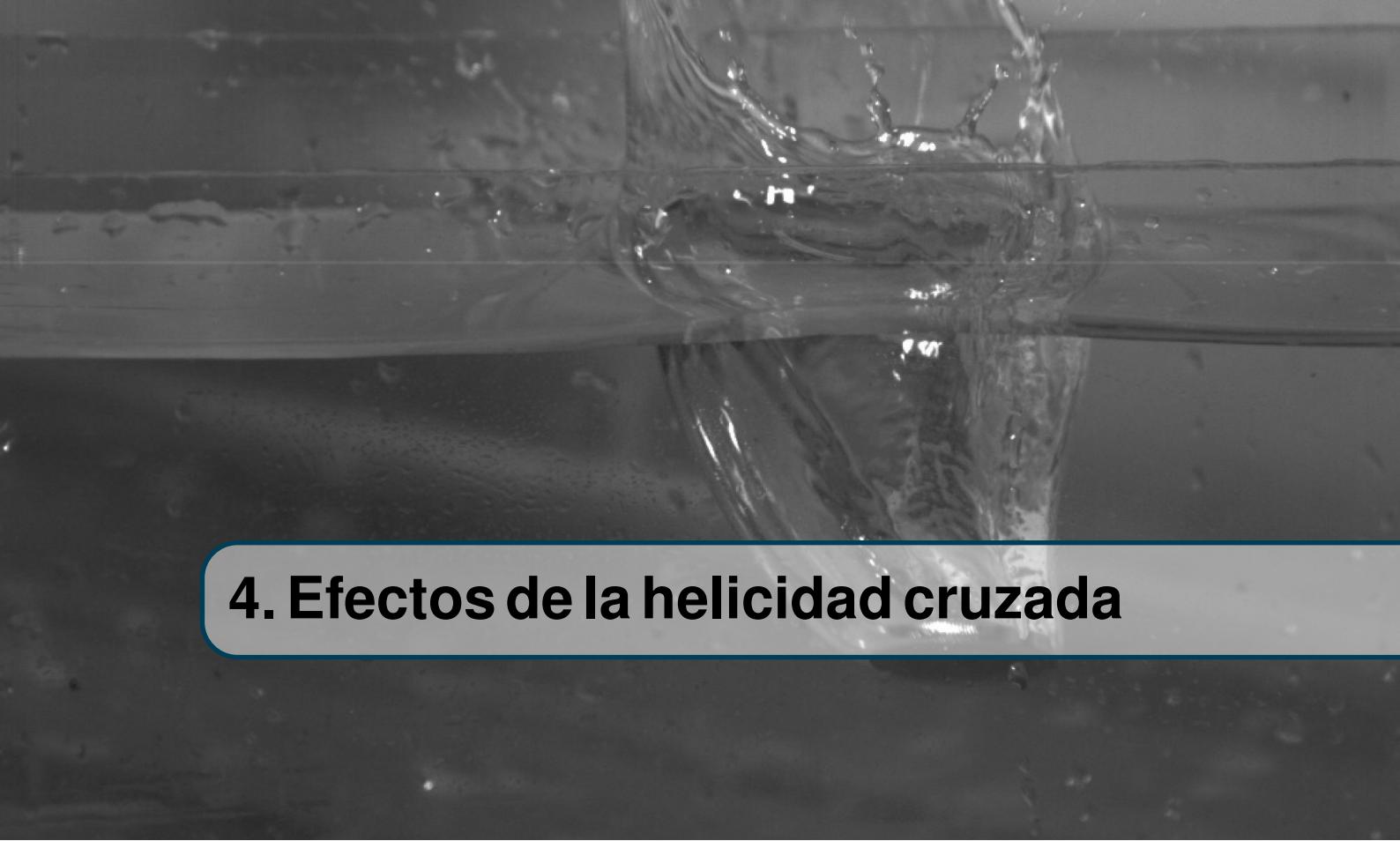
el campo medio; ver también Meyrand *et al.* (2016, 2015)). Nuestros resultados también indican que el sistema elige, en efecto, el tiempo de descorrelación más bajo disponible. Un constructo simple y relevante es que la tasa de descorrelación es la suman de las tasas asociadas con cada escala de tiempo relevante (ver, por ejemplo, Pouquet *et al.* (1976); Zhou *et al.* (2004a)). Como resultado, aún para grandes valores del campo guía B_0 , para escalas suficientemente pequeñas en las que el tiempo de *sweeping* resulte más rápido que el de Alfvén, luego de un gran rango de escalas en las que dominen las ondas de Alfvén, el sistema transiciona a un comportamiento donde domina el *sweeping*.

Una conclusión convincente del presente trabajo es que la influencia de la descorrelación de *sweeping* se extiende a lo largo de un amplio rango de los parámetros globales. Aún si el *sweeping* no es el tiempo dominante de los mecanismos de descorrelación a lo largo de todo el sistema, su importancia relativa a la descorrelación vía propagación Alfvénica persiste en ciertas subregiones del espacio de Fourier. Este es el caso para valores moderados del campo magnético medio aplicado B_0 , como puede observarse en las figuras 3.10 y 3.11. Esta influencia del *sweeping* se encuentra aún en los casos con campo magnético medio fuerte ($B_0 = 8$), como se ve en las figuras 3.12 y 3.13. Acordemente, también se podría concluir que los efecto de descorrelación Alfvénica son muy importantes, por lo menos para valores altos de B_0 y en ciertas regiones del espacio de ondas. A pesar de que resulta difícil extrapolar tales conclusiones en una forma precisa para aplicaciones espaciales y astrofísicas, podemos aplicar los presentes resultados en una forma cualitativa. Por ejemplo, el viento solar típicamente admite $\delta B/B_0 \sim 1$ en la escala más externa. Aún si el cociente es menor, por ejemplo a escalas menores en el rango inercial, el presente resultado sugiere que el efecto de *sweeping* se mantendría importante en establecer la tasa del tiempo de descorrelación en el ambiente interplanetario. Esto podría conllevar diversas implicaciones, por ejemplo en la predicción cuantitativa, en la dispersión de partículas y en la comprensión del ámbito de aplicación de la teoría de la turbulencia débil. En este sentido, las técnicas de observación han comenzado a extraer medidas aproximadas del viento solar y la descorrelación del tiempo magnetosférico en el marco del plasma [Matthaeus *et al.* (2016); Weygand *et al.* (2013)], pero aún no han alcanzado la precisión para distinguir los efectos de barrido y Alfvénicos como lo ha hecho el presente estudio utilizando la simulación MHD.

Es interesante recordar que la descorrelación de tiempo relevante asociada con la transferencia de energía en turbulencia no es la correlación de tiempo euleriana que hemos considerado (punto espacial fijo, tiempo variable), sino más bien la descorrelación de tiempo lagrangiana, calculada siguiendo un elemento fluido material. A este respecto, es bien sabido que ni el barrido ni la propagación de ondas Alfvénicas pueden producir

directamente la transferencia espectral en modelos homogéneos idealizados. En parte debido a estas complicaciones, actualmente no existe una teoría completa que vincule la correlación espacial y las correlaciones de tiempo en MHD o turbulencia hidrodinámica. Por otro lado, está claro que en MHD, tanto la propagación de la onda de Alfvén como el *sweeping* contribuyen a la variación de tiempo total en un punto (espectro de frecuencia euleriano) y, por lo tanto, influyen en una predicción limitante. Estas escalas de tiempo también son características importantes para comprender la dispersión de partículas de prueba cargadas, como los rayos cósmicos de baja energía [Bieber *et al.* (1994)], así como para tener en cuenta la distribución de las aceleraciones, que está relacionada con la intermitencia [Nelkin y Tabor (1990)].

El comportamiento observado del tiempo de descorrelación para MHD, ejemplificado por los nuevos resultados presentados aquí, tiene aplicaciones en una serie de temas, incluyendo la teoría de dispersión de partículas cargadas [Schlickeiser y Achatz (1993); Nelkin y Tabor (1990)], la dinámica del campo magnético interplanetario y de la magnetosfera [Miller *et al.* (1997)], y la interpretación de datos de naves espaciales de misiones históricas y futuras [Matthaeus *et al.* (2016)]. Mirando hacia las perspectivas futuras, notamos que ha habido cierto éxito en el establecimiento de conexiones empíricas entre la escala de tiempo de *sweeping* y la descorrelación del tiempo euleriano observado en hidrodinámica [Chen y Kraichnan (1989)]. Se podrían aprovechar ideas similares para MHD (por ejemplo, Matthaeus y Bieber (1999)) para comprender mejor, o al menos modelar empíricamente, la relación en MHD entre la estructura espacial y la descorrelación del tiempo, un esfuerzo que se beneficiaría directamente de los resultados novedosos presentados aquí.



4. Efectos de la helicidad cruzada

Como ya hemos mencionado, las ondas de Alfvén son también soluciones exactas de las ecuaciones no lineales de MHD ideal, cuando se consideran aisladamente. Sin embargo, la presencia simultánea de fluctuaciones contrapropagantes activa interacciones no lineales entre los modos, produciendo dispersión, y en consecuencia las ondas dejan de ser soluciones exactas del sistema [Dobrowolny *et al.* (1980)]. Como el campo magnético de fondo controla la velocidad de propagación (es decir, la velocidad de Alfvén), la interacción no lineal está influenciada por el tiempo de cruce Alfvénico de los paquetes de onda contrapropagantes. Por lo tanto, existe una competencia entre las interacciones no lineales (es decir, la turbulencia) y la propagación de ondas [Dmitruk y Matthaeus (2009)].

La fuerza de las fluctuaciones contrapropagantes puede ser medida por la helicidad cruzada, un invariante cuadrático de las ecuaciones de MHD ideal (ver Sec. 4.1). Esta cantidad es, además, de relevancia para el viento solar y para los plasmas espaciales, dado que los flujos de gran escala con helicidad cruzada (en presencia de un campo guía) se encuentran usualmente en el medio interplanetario. Entonces, se puede realizar un análisis espacio-temporal del campo de fluctuaciones [Servidio *et al.* (2011); Clark di Leoni *et al.* (2015)] para estudiar cuantitativamente la importancia de estos diversos efectos, y poder así distinguir **cual** es la escala de tiempo dominante entre las diversas posibilidades, dependiendo de los distintos parámetros del sistema. Este tipo de análisis es el que hemos realizado en el capítulo 3. La conclusión prevaleciente, para turbulencia fuerte, fue que el tiempo de descorrelación de los modos de Fourier en el rango inercial es típicamente

dominado por el *sweeping* debido al flujo de gran escala [Servidio *et al.* (2011); Chen y Kraichnan (1989); Lugones *et al.* (2016)]. No obstante, el efecto de cambiar el peso relativo de las fluctuaciones contrapropagantes en el comportamiento espacio-temporal del flujo, y su tiempo de descorrelación, no fue considerado previamente.

En el presente capítulo, realizaremos un análisis espacio-temporal de la turbulencia MHD, controlando simultánea y separadamente la intensidad de campo magnético de fondo y la cantidad de helicidad cruzada en el flujo, extendiendo así el estudio realizado en el capítulo 3 y en Lugones *et al.* (2016) de MHD incompresible con un campo magnético de fondo y sin helicidad cruzada. Presentaremos varias soluciones numéricas de las ecuaciones MHD incompresibles en un estado turbulento estacionario, y analizaremos cada escala temporal en el sistema usando funciones de correlación dependientes del número de onda y del tiempo, y espectros espacio-temporales de las variables de Elsässer. El estudio espacio-temporal de las variables de Elsässer nos permitirá separar las dos posibles polarizaciones de las ondas de Alfvén, así como también las direcciones de propagación, y **cuantizar** cualquier desbalance entre ellas. Encontramos que los tiempos de descorrelación son dominados por los efectos de *sweeping* para valores pequeños del campo magnético medio y para valores bajos de la helicidad cruzada; mientras que para valores grandes del campo de fondo o de la helicidad cruzada, los tiempos de descorrelación son controlados por los tiempos de Alfvén. Más aún, para valores altos de la helicidad cruzada, también observamos contrapropagación de las fluctuaciones de Alfvén (i.e., una inversión en la dirección de propagación de una de las polarizaciones de las ondas de Alfvén), causado por reflexiones en inhomogeneidades del campo magnético total producidas por la turbulencia. Bajo ciertas condiciones, esto puede resultar en la propagación de ambas polarizaciones de las ondas de Alfvén en la misma dirección. Este efecto afecta fuertemente las interacciones no lineales.

La estructura del capítulo será la siguiente. En la sección 4.1 introduciremos los campos de Elssässer en este contexto, así como también las ecuaciones y los métodos numéricos empleados, así como también una descripción del espectro espacio-temporal y de las funciones de correlación. Luego, en la sección 4.2 presentaremos los resultados. Finalmente, la discusión y las conclusiones serán expuestas en la sección 4.3.

4.1 Ecuaciones y simulaciones numéricas

4.1.1 Los campos de Elsässer

Los campos de Elsässer vienen definidos como

$$\mathbf{z}^{\pm} = \mathbf{v} \pm \mathbf{b}. \quad (4.1)$$

Utilizando estos nuevos campos, es posible reescribir las ecuaciones (3.1) y (3.2) de MHD incompresibles adimensionales como

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm = \pm \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm - \mathbf{z}^\mp \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm - \nabla P + \frac{1}{R} \nabla^2 \mathbf{z}^\pm, \quad (4.2)$$

con $P = p/\rho$, y asumiendo que $R = R_m$. En el miembro derecho de la ecuación (4.2), escribimos explícitamente separado el término convectivo en una parte lineal descripta por propagación Alfvénica con $\mathbf{V}_A = \mathbf{B}_0$ la velocidad de Alfvén basada en el campo magnético de fondo (con \mathbf{B}_0 el campo en unidades de velocidad), y una parte no lineal describiendo la interacción entre las fluctuaciones contrapropagantes tipo ondas. Es evidente a partir de estas ecuaciones que ambos campos de Elsässer deben estar presentes para activar las interacciones no lineales.

Los invariantes ideales (i.e., con viscosidad y resistividad nula) de la teoría MHD incompresible pueden ser escritos en términos de los campos de Elsässer. La energía total E (cinética más magnética) en términos de estas variables es

$$E = \frac{1}{2} \int (|\mathbf{v}|^2 + |\mathbf{b}|^2) dV = \frac{1}{4} \int (|\mathbf{z}^+|^2 + |\mathbf{z}^-|^2) dV, \quad (4.3)$$

mientras que la helicidad cruzada H_c es

$$H_c = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{b} dV = \frac{1}{4} \int (|\mathbf{z}^+|^2 - |\mathbf{z}^-|^2) dV. \quad (4.4)$$

El cociente $\sigma_c = H_c/E$ mide la cantidad de fluctuaciones contrapropagantes en el sistema. Un valor de $\sigma_c = \pm 1$ corresponde al caso con un único tipo de fluctuaciones \mathbf{z}^\pm , mientras $\sigma_c = 0$ representa equipartición entre ambos campos.

Como posteriormente en el análisis nos interesará el efecto de las inhomogeneidades del flujo en la propagación de las fluctuaciones, siguiendo los trabajos de Matthaeus *et al.* (1994) y Zhou y Matthaeus (1990c), las ecuaciones de MHD ideal pueden ser linealizadas considerando la presencia de un campo magnético inhomogéneo de fondo y/o un flujo de fondo inhomogéneo. De estos trabajos, se concluye que las ecuaciones generales de MHD (incluyendo fluctuaciones de la densidad), pueden ser escritas como

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm + (L_x^\pm + L^\pm) \mathbf{z}^\pm + M_{ik}^\pm \mathbf{z}_k^\mp = 0, \quad (4.5)$$

Los operadores lineales L_x^\pm , L^\pm , y M_{ik}^\pm involucran gradientes actuando tanto en los campos a grandes escalas como en pequeñas, y están dados por

$$L_x^\pm = (\mathbf{U} \mp \mathbf{V}_A) \cdot \nabla, \quad (4.6)$$

$$L^\pm = \frac{1}{2} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{U}}{2} \pm \mathbf{V}_A \right), \quad (4.7)$$

y

$$M_{ik}^{\pm} = \nabla_k U_i \pm \frac{1}{\sqrt{4\pi\rho}} \nabla_k B'_i - \frac{1}{2} \delta_{ik} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{U}}{2} \pm \mathbf{V}_A \right), \quad (4.8)$$

donde \mathbf{U} es el flujo de fondo. Aquí, tanto \mathbf{U} como \mathbf{V}_A puede incluir inhomogeneidades de gran escala (incluyendo, para \mathbf{V}_A , inhomogeneidades asociadas a fluctuaciones de densidad). Los términos de mezcla (aquellos que involucran los operadores M_{ik}^{\pm}) permiten la posibilidad de crear fluctuaciones contrapropagantes a partir de una fluctuación propagante de un único signo, por medio de reflexiones debidas a inhomogeneidades en cualquiera de los campos de fondo [Velli (1993)]. En este sentido, aun si el sistema tiene condiciones iniciales con fluctuaciones propagantes de un único signo, las reflexiones por las inhomogeneidades de los campos de fondo crearán una cantidad de fluctuaciones contrapropagantes que generarán interacciones no lineales, produciendo dispersión y turbulencia [Matthaeus *et al.* (1999); Dmitruk *et al.* (2001b)]. Pero este efecto también puede resultar, en flujos con ambas polarizaciones de excitaciones Alfvénicas, en contrapropagaciones de una de las excitaciones, como mostraremos a partir de datos numéricos en la sección 4.2.

4.1.2 Espectros y funciones de correlación

Al igual que en el capítulo 3, las escalas temporales relevantes son las dadas en la sección 3.1.2; es decir, τ_{nl} , τ_{sw} y τ_A . Cabe mencionar que estas no son todas las escalas temporales que podrían estar presentes en turbulencia MHD, pero son las más relevantes para las discusiones en las próximas secciones. Como ejemplo, otra escala temporal que amerita mención es el tiempo de descorrelación de los momentos triples cuando no hay equipartición entre las energías cinética y magnética, por ejemplo en el contexto de dínamo Baerenzung *et al.* (2008).

Para separar estas escalas temporales en el flujo y para identificar cuál es la escala temporal más relevante a una dada escala espacial, utilizaremos nuevamente las propiedades estadísticas de la función de correlación en tiempo y espacio, y el espectro en números de onda y frecuencias.

Entonces, calculamos la función de autocorrelación espacio-temporal a dos puntos para los campos de Elsässer,

$$R^{\pm}(\mathbf{r}, \tau) = \langle \mathbf{z}^{\pm}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{z}^{\pm}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle / \langle |\mathbf{z}^{\pm}|^2 \rangle. \quad (4.9)$$

Tomando la transformada de Fourier en \mathbf{r} , desembocamos en una densidad espectral retrasada en el tiempo, que puede ser a su vez factorizada como $S(\mathbf{k}, \tau) = S(\mathbf{k})\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$, con $\Gamma(\mathbf{k}, \tau)$ la función de correlación dependiente de la escala.

La transformada de Fourier respecto del tiempo de la función de correlación dependiente de la escala, da como resultado el espectro en números de onda y frecuencias

$E^\pm(\mathbf{k}, \omega)$ [ver Clark di Leoni *et al.* (2014, 2015), y pp. 35-36 de Batchelor (1953) para más detalles], para cada uno de los campos de Elsässer. Estos espectros $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)$ permiten la identificación de modos que satisfacen una relación de dispersión generalizada del sistema, y proveen una medida directa de cuánta energía hay en dichos modos, y de cuánta energía hay en otros modos. Para los dos campos de Elsässer, a partir de las ecuaciones (4.3) y (4.4) es fácil de ver que

$$E = E^+ + E^-, \quad H_c = E^+ - E^-, \quad (4.10)$$

donde $E^\pm = \int |\mathbf{z}^\pm|^2 / 4dV$. Entonces, para el espectro en números de onda y frecuencias de los campos de Elsässer, valen las siguientes dos relaciones

$$E^+(\mathbf{k}, \omega) = [E(\mathbf{k}, \omega) + H_c(\mathbf{k}, \omega)]/2, \quad (4.11)$$

$$E^-(\mathbf{k}, \omega) = [E(\mathbf{k}, \omega) - H_c(\mathbf{k}, \omega)]/2. \quad (4.12)$$

En consecuencia, computar los espectros en números de onda y frecuencias de la energía y de la helicidad cruzada, permite la determinación unívoca de los espectros para los campos de Elsässer, y viceversa.

4.1.3 Simulaciones numéricas

Para resolver numéricamente las ecuaciones de MHD incompresible, empleamos el código pseudoespectral de la sección 3.1.3, que resuelve el problema para los campos de velocidades y magnético. Una vez obtenidos los resultados, calculamos los campos de Elsässer.

Nuevamente, consideramos una resolución espacial de $N^3 = 512^3$ puntos de grilla, con un esquema de integración temporal de Runge-Kutta de segundo orden. La resolución espacial es moderada, dado que necesitamos guardar una gran cantidad de datos en el espacio y el tiempo para poder calcular las funciones de correlación y los espectros definidos en la sección 4.1.2. Los valores **considerador** para la intensidad del campo magnético externo son $B_0 = 0, 0,25, 1, 2, 4$ y 8 (en unidades del valor inicial r.m.s. de las fluctuaciones magnéticas). Asumimos condiciones periódicas de contorno en un cubo de lado $2\pi L$ (con L la longitud de correlación inicial de las fluctuaciones, definida como la unidad de longitud. Se removió el *aliasing* utilizando el método de truncamiento de la regla de los dos-tercios. En cuanto al forzado, se utilizó el mismo que en la sección 3.1.3 (forzando en banda de números de onda, con una componente aleatoria y otra coherente temporalmente).

Para cambiar el nivel de helicidad cruzada en el flujo, se **introdujeron correlaciones entre los forzados mecánico y magnético**, resultando a tiempos altos (dependiendo del

	$B_0 = 0$	$B_0 = 0,25$	$B_0 = 1$	$B_0 = 2$	$B_0 = 4$	$B_0 = 8$
$\sigma_c \approx$	0	0	0	0	0	0
	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9

Tabla 4.1: Lista de simulaciones numéricas realizadas, con un campo guía $\mathbf{B} = B_0 \hat{\mathbf{x}}$ y helicidad cruzada normalizada σ_c .

nivel de correlación cruzada entre los forzados) en una correlación cruzada normalizada de $\sigma_c = 0, 0,3$, o $0,9$. Estos valores corresponden al promedio temporal en el estado turbulento estacionario; en la práctica, cada simulación tiene una helicidad cruzada instantánea que fluctúa en el tiempo alrededor de los valores medios reportados.

Notar los diferentes valores de B_0 y de σ_c explorados, resultando en un total de 18 simulaciones (ver cuadro 4.1). Todas las simulaciones fueron realizadas hasta que el sistema alcanzase un estado turbulento estacionario, y luego fueron continuadas para realizar el análisis espacio-temporal de la evolución de los campos de Elsässer presentados en la próxima sección. No obstante, primero caracterizamos el comportamiento espacial de los flujos (considerando especialmente el grado de anisotropía a medida que se aumentaba la intensidad del campo de fondo), para luego estudiar el comportamiento de las fluctuaciones de Elsässer utilizando la información espacio-temporal.

4.2 Resultados

4.2.1 Espectros espaciales

Luego de que el sistema alcanzase un estado turbulento estacionario, analizamos todos los resultados durante al menos 10 unidades temporales de gran escala, luego de verificar que esta cantidad de tiempo era suficiente para que convergieran los espectros espacio-temporales y las funciones de correlación.

Comenzamos la discusión con el espectro espacial, para caracterizar la turbulencia y para cuantificar su anisotropía a medida que se varía la intensidad del campo guía, para diferentes valores de la helicidad cruzada. Los espectros energéticos perpendiculares reducidos $E(k_\perp)$ se muestran en la figura 4.1 para las simulaciones con $B_0 = 0, 0,25, 1, 2, 4$, y 8 con helicidad cruzada normalizada $\sigma_c = 0,3$. Las simulaciones con $\sigma_c = 0$ y $\sigma_c = 0,9$ muestran un comportamiento similar. También se muestra una ley de potencias tipo Kolmogorov como referencia. Como se puede ver, a pesar de la resolución espacial moderada de las corridas, los espectros espaciales observados son compatibles con el

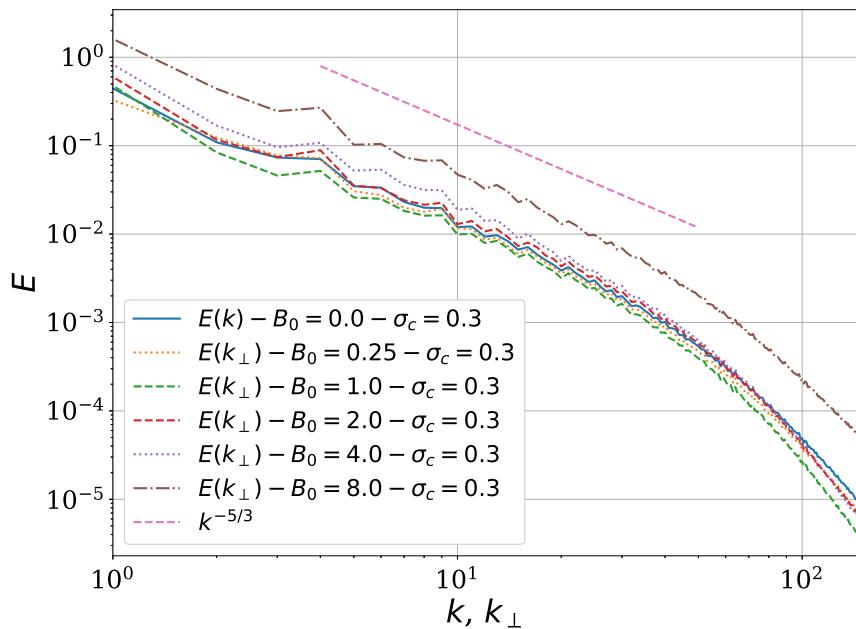


Figura 4.1: Espectros energéticos perpendiculares reducidos $E(k_{\perp})$ para las simulaciones con $B_0 = 0,25, 1, 4,$ y $8,$ y espectro energético isotrópico $E(k)$ para la simulación con $B_0 = 0.$ Todas las curvas corresponden al caso con $\sigma_c = 0,3,$ pero los casos con $\sigma_c = 0$ y $0,9$ muestran el mismo comportamiento. Se muestra como referencia el escaleo de Kolmogorov, $\sim k_{\perp}^{-5/3}.$

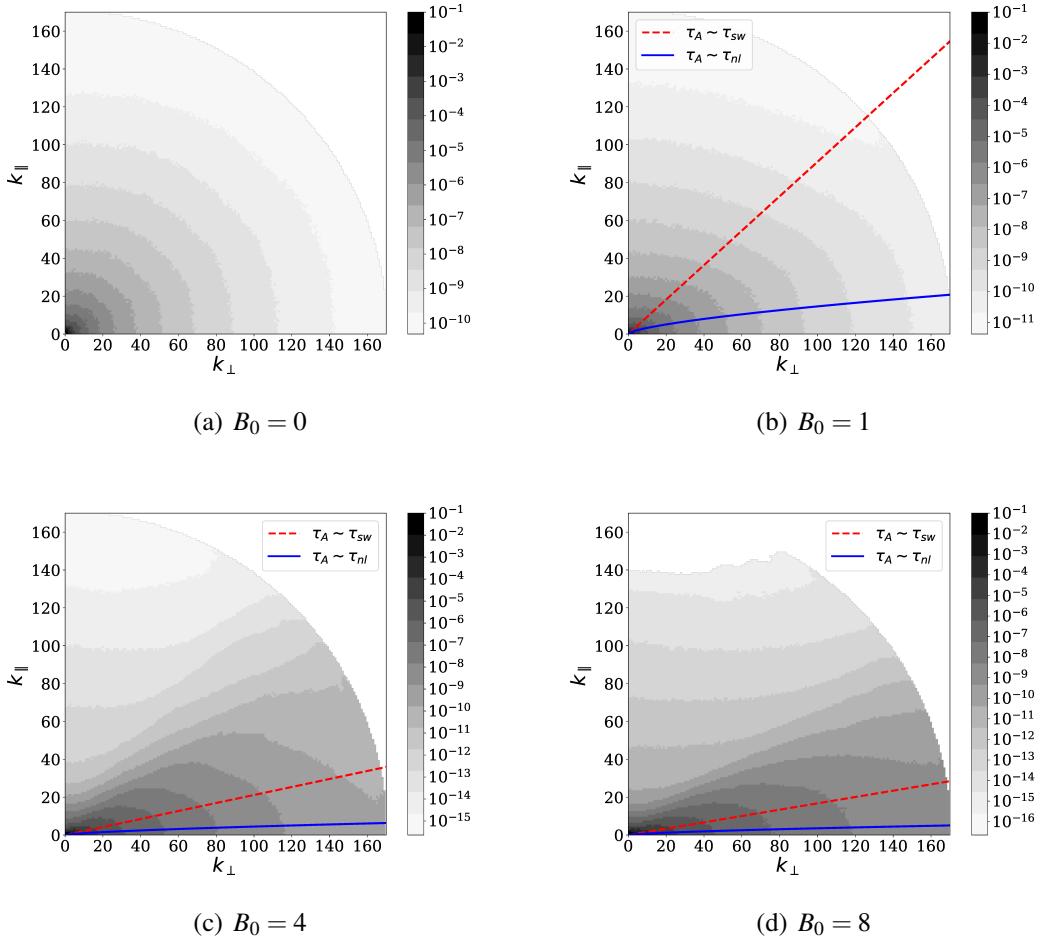


Figura 4.2: Isocontornos del espectro axisimétrico de energía $e(k_\perp, k_\parallel)$ para $B_0 = 0, 1, 4$ y 8 , y para $\sigma_c = 0,3$. En todos los casos, el color oscuro significa mayor densidad energética (en escala logarítmica). Las líneas indican los modos para los que el tiempo de *sweeping* (línea roja discontinua) o el tiempo no lineal (línea azul) son iguales al tiempo de Alfvén. Para valores grandes de B_0 , los isocontornos cambian de forma a medida que cruzan cada una de estas líneas. Notar también el aumento de la anisotropía del espectro a medida que B_0 se incrementa, así como también la mayor superficie cubierta por modos en los que el período de Alfvén es el tiempo más rápido.

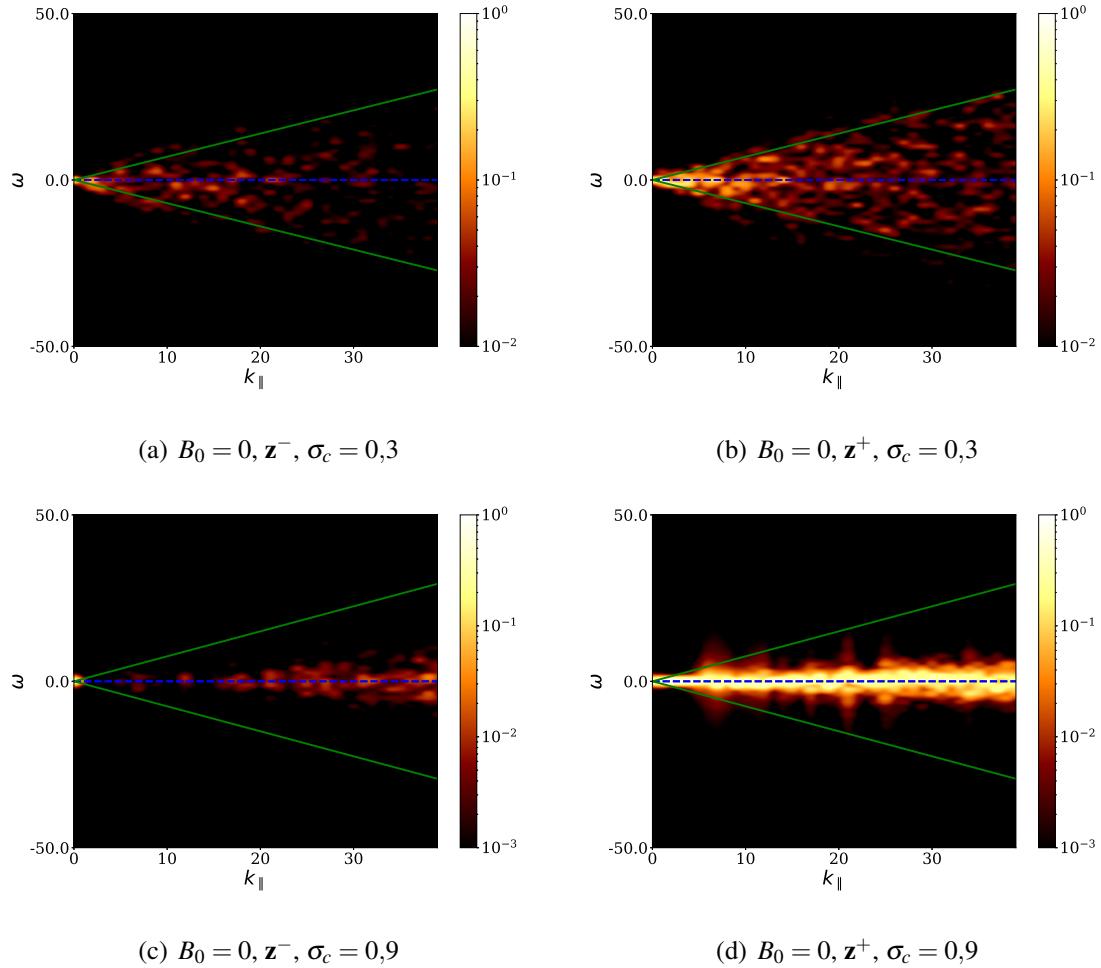


Figura 4.3: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ de \mathbf{z}^- (izquierda) y \mathbf{z}^+ (derecha), para la simulación isotrópica ($B_0 = 0$) con $\sigma_c = 0,3$ [arriba, paneles (a) y (b)] y $\sigma_c = 0,9$ [abajo, paneles (c) y (d)], en función de k_\parallel y para un $k_\perp = 0$ fijo. Las regiones más claras indican mayor densidad energética. El espectro corresponde a la transformada de Fourier en tiempo y espacio de los campos, por lo que la acumulación de energía en modos cercanos a la relación de dispersión de Alfvén o en los modos debajo de la curva de *sweeping* indica el dominio de un efecto físico (i.e., de su frecuencia asociada) en la dinámica del plasma a una dada escala $\sim 1/k_\parallel$. Como referencia, la línea continua verde marca la relación de *sweeping*, dada por la ecuación (3.4). Se observa una amplia excitación de modos para los modos con $\omega \leq 1/\tau_{sw}$ (*sweeping*) en los paneles (a) y (b), y para $\omega \approx 0$ en los paneles (c) y (d).

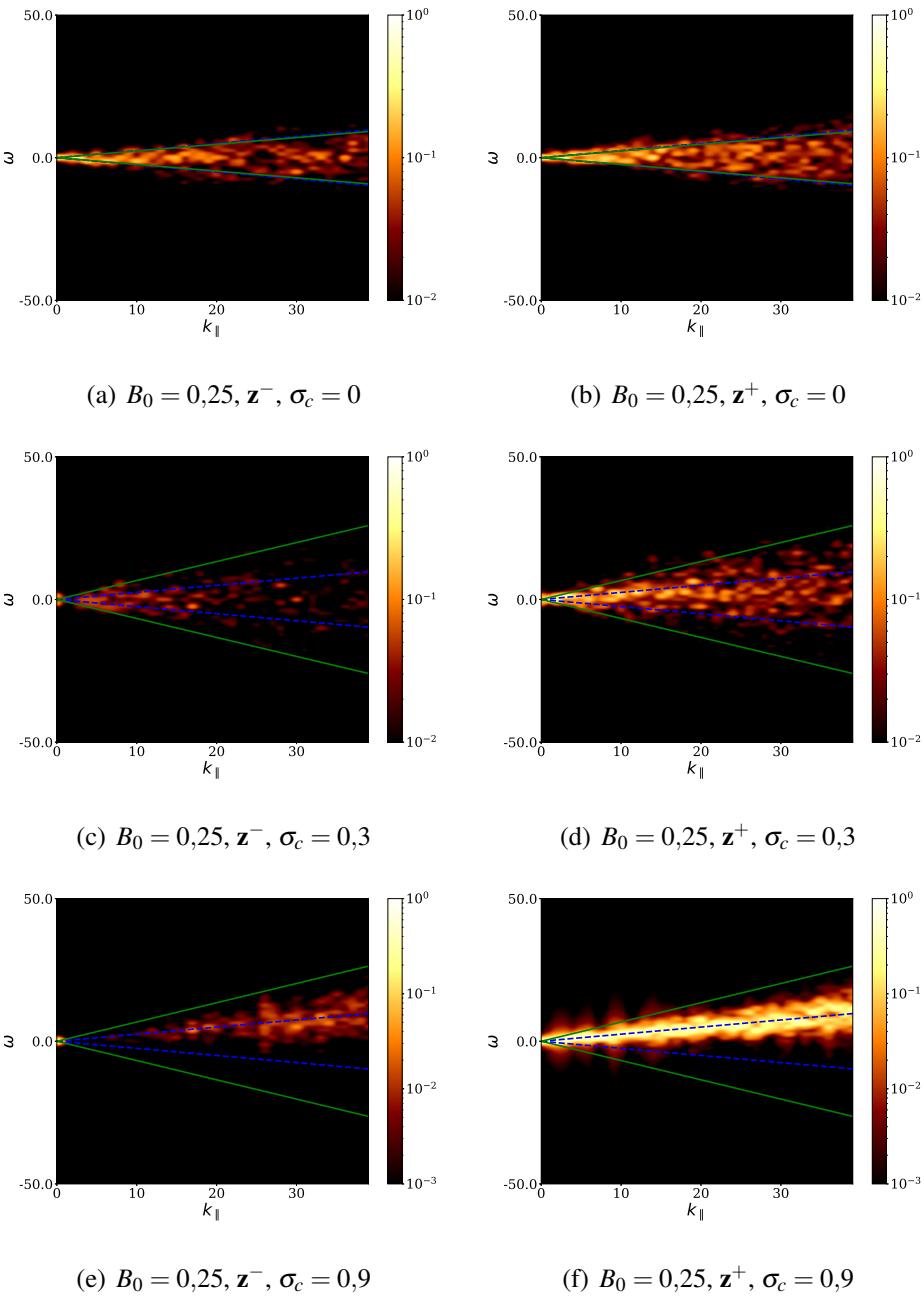


Figura 4.4: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ de \mathbf{z}^- (izquierda) y \mathbf{z}^+ (derecha), para la simulación con $B_0 = 0,25$, para modos con $k_\perp = 0$, en función de k_\parallel y ω . Los paneles (a) y (b) corresponden a $\sigma_c = 0$; (c) y (d) a $\sigma_c = 0,3$, mientras que (e) y (f), a $\sigma_c = 0,9$. La relación de *sweeping*, dada por la ecuación (3.4), está indicada por la línea verde sólida, mientras que la línea azul discontinua marca la relación de dispersión de las ondas de Alfvén. Las regiones más claras indican mayor densidad energética, y la acumulación de energía en modos cercanos a la relación de dispersión y todos los modos debajo de la curva de *sweeping* indican el dominio de un efecto físico en la dinámica de una dada escala $\sim 1/k_\parallel$. Para los casos con baja helicidad cruzada normalizada σ_c , el *sweeping* resulta ser el efecto dominando; mientras que para valores altos de σ_c , la energía se acumula cerca de la relación de dispersión de las ondas, aunque para ambos campos, \mathbf{z}^+ y \mathbf{z}^- , con el mismo signo de la frecuencia ω .

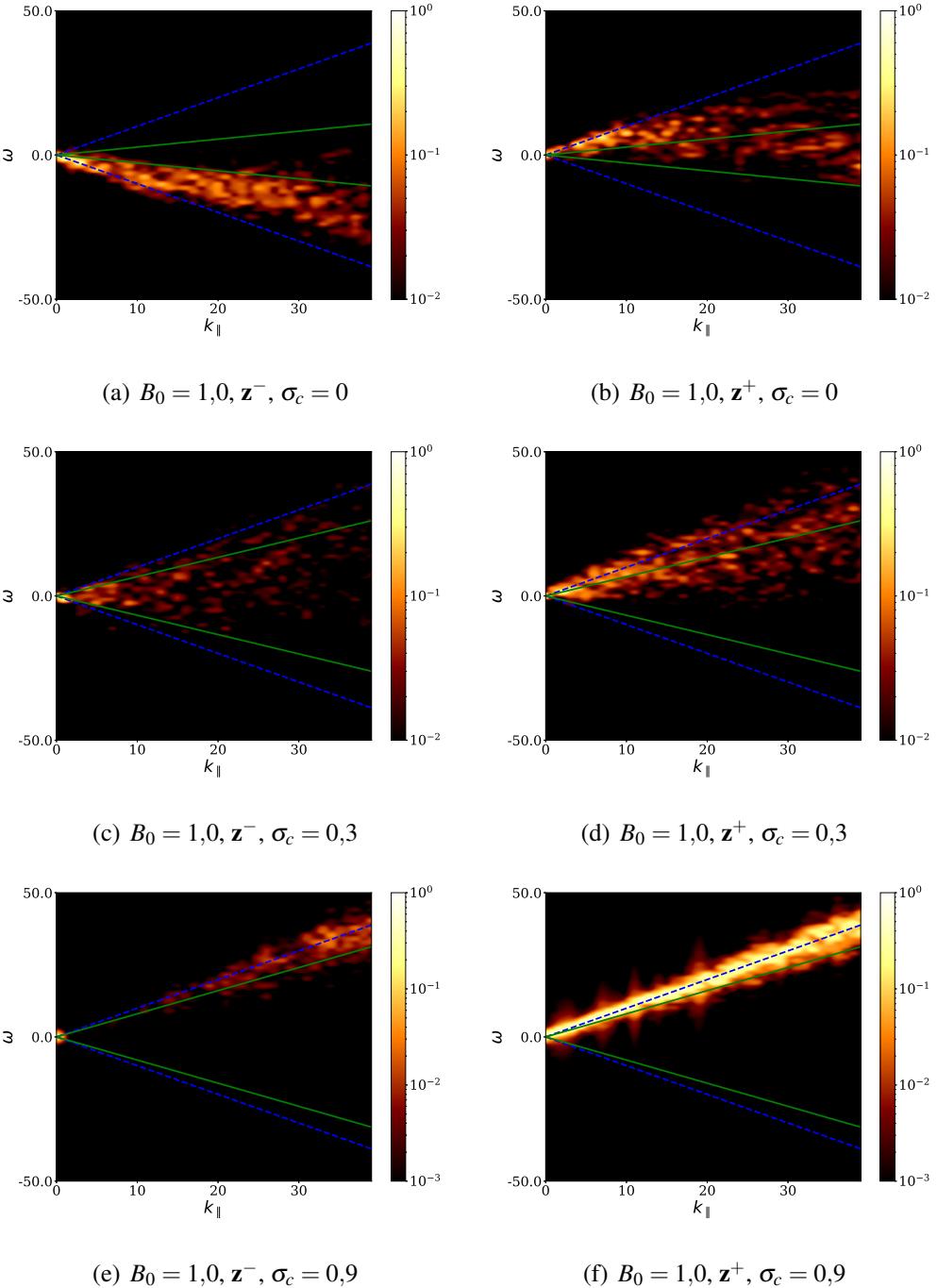


Figura 4.5: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ de \mathbf{z}^- (izquierda) y \mathbf{z}^+ (derecha), para la simulación con $B_0 = 1$, para modos con $k_\perp = 0$, en función de k_\parallel y ω . Los paneles (a) y (b) corresponden a $\sigma_c = 0$, el (c) y el (d) a $\sigma_c = 0,3$, mientras que el (e) y el (f) $\sigma_c = 0,9$. La relación de *sweeping*, dada por la ecuación (3.4), está indicada por la línea verde sólida, mientras que la línea azul discontinua marca la relación de dispersión de las ondas de Alfvén. Las regiones más claras indican mayor densidad energética. En el caso con $\sigma_c = 0$, la energía se concentra en la región cercana a la relación de dispersión de las ondas, $\omega^\pm \approx \pm \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$, hasta $k_\parallel \approx 10$. Para el caso con $\sigma_c = 0,9$, ambos campos \mathbf{z}^+ y \mathbf{z}^- siguen la misma relación de dispersión $\omega \approx +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$, y las excitaciones de Alfvén dominan sobre todas las escalas.

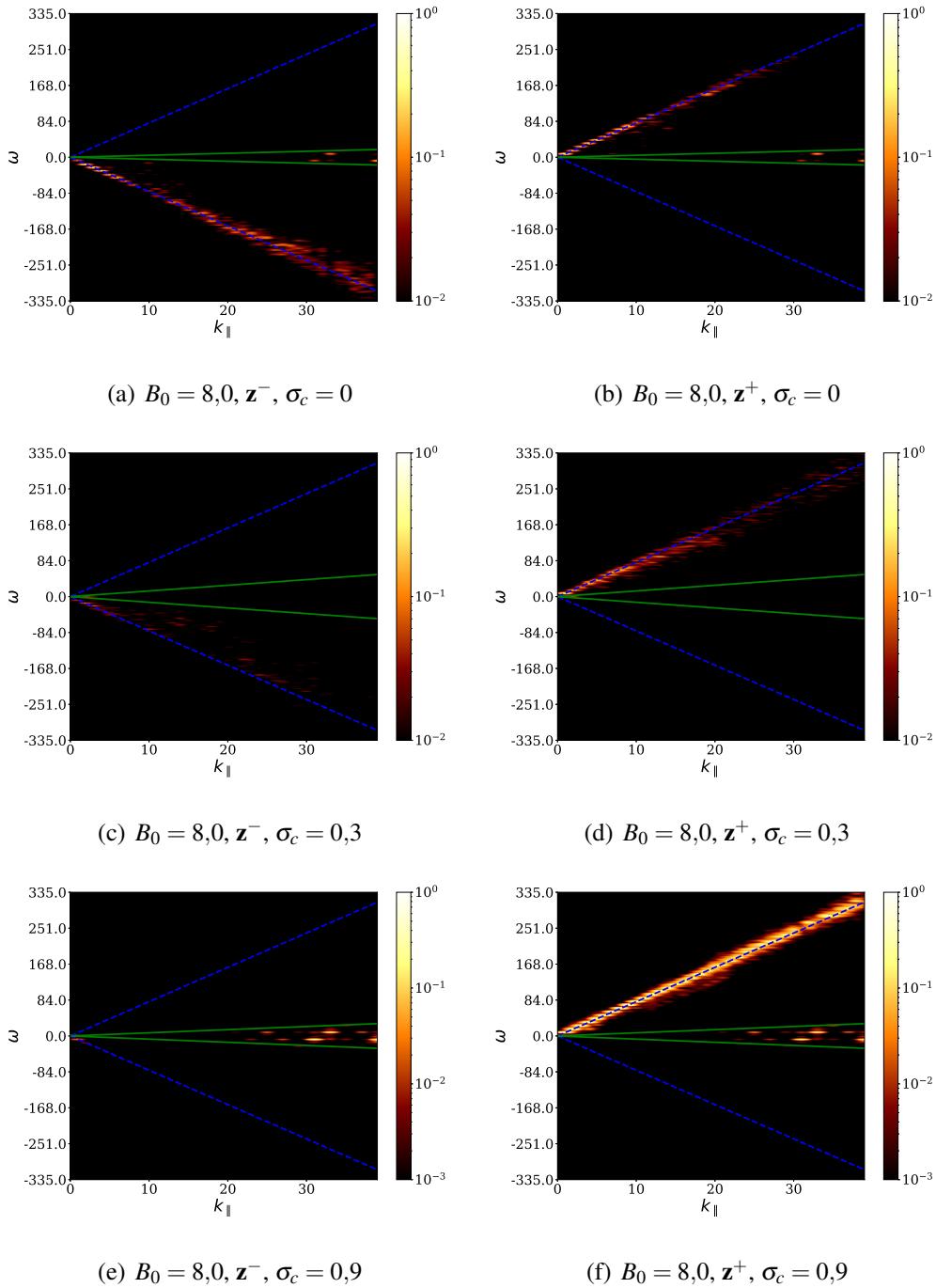


Figura 4.6: Espectro normalizado en función del vector de onda y la frecuencia $E^\pm(\mathbf{k}, \omega)/E^+(\mathbf{k})$ de \mathbf{z}^- (izquierda) y \mathbf{z}^+ (derecha), para la simulación con $B_0 = 8$, para modos con $k_\perp = 0$, en función de k_\parallel y ω . Los paneles (a) y (b) corresponden a $\sigma_c = 0$, el (c) y el (d) a $\sigma_c = 0,3$, mientras que el (e) y el (f) $\sigma_c = 0,9$. La relación de *sweeping*, dada por la ecuación (3.4), está indicada por la línea verde sólida, mientras que la línea azul discontinua marca la relación de dispersión de las ondas de Alfvén. Las regiones más claras indican mayor densidad energética. En todos los casos, la energía se concentra en una región angosta cerca de la relación de dispersión de las ondas, $\omega^\pm \approx \pm \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$, o cerca de $\omega \approx 0$, para todos los números de onda estudiados. Además, no hay evidencia de contrapropagación de ondas.

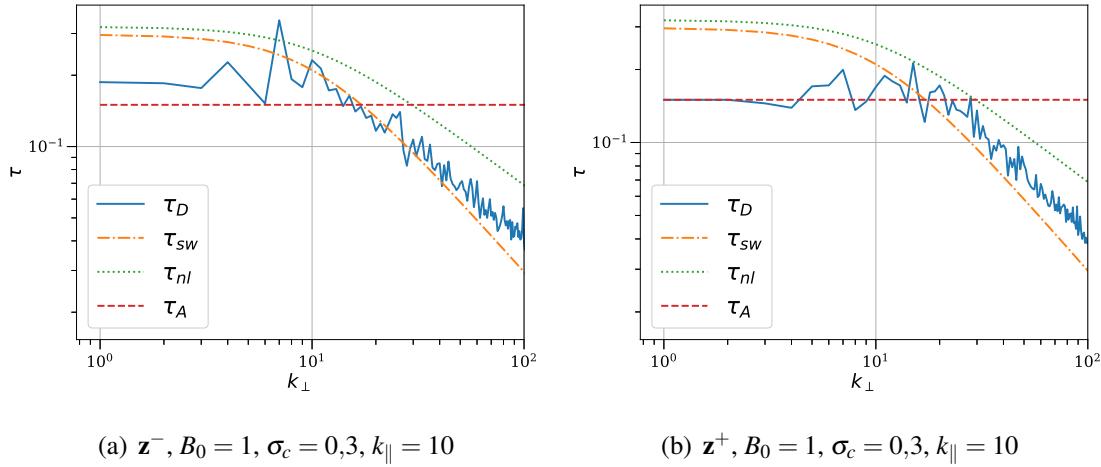


Figura 4.7: Tiempos de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 1$ y $\sigma_c = 0,3$, para $k_{\parallel} = 10$ constante y como función de k_{\perp} . El panel (a) corresponde a \mathbf{z}^- y el panel (b), a \mathbf{z}^+ . Se muestran como referencia la predicción teórica para el tiempo de *sweeping* τ_{sw} , para el tiempo no lineal τ_{nl} , y para el tiempo de Alfvén τ_A .

escaleo de Kolmogorov $\sim k_{\perp}^{-5/3}$, y las simulaciones están bien resueltas, mostrando el rango disipativo para los números de onda más grandes (por ejemplo, las escalas de disipación de Kolmogorov k_V son $k_V \approx 91, 152$, y 122 para las simulaciones con $B_0 = 1$ y $\sigma_c = 0, 0,3$, y $0,9$ respectivamente).

Se puede ver una ilustración más detallada del comportamiento espectral (y de la anisotropía de los flujos) en la figura 4.2. Ahí, mostramos los isocontornos del espectro energético axisimétrico $e(k_{\perp}, k_{\parallel})$ (i.e., la densidad energética en función de los números de onda perpendicular y paralelo) para $B_0 = 0, 1, 4$, y 8 , y en todos los casos para flujos con $\sigma_c = 0,3$. Como referencia, también se indican las curvas (en el espacio de Fourier) donde el tiempo de Alfvén es igual al tiempo de *sweeping* (curva roja), o al tiempo no lineal (curva azul). En otras palabras, estas curvas separan regiones en las que (a partir de argumentos teóricos) la escala temporal más rápida puede esperarse que sea o bien τ_A (sobre la línea rayada roja) o bien τ_{nl} (debajo de la línea sólida azul). El tiempo de *sweeping* puede ser relevante para todos los modos debajo de la línea rayada roja.

Notar que para los casos con $B_0 \neq 0$, la energía no está distribuida isotrópicamente en los espectros axisimétricos en la figura 4.2. La energía tiende a acumularse en modos con valores pequeños de k_{\parallel} a medida que se incrementa B_0 , y para $B_0 = 4$ y 8 , una fracción sustancial de la energía se acumula en las vecindades de las curvas que satisfacen $\tau_A \approx \tau_{sw}$ y $\tau_A \approx \tau_{nl}$.

4.2.2 Espectros espacio-temporales

Los principales resultados del presente estudio se encuentran resumidos en las figuras 4.3 a 4.6, que cuantifican el comportamiento espacio-temporal de los campos de Elsässer separadamente. Estas figuras muestran el espectro normalizado en función de los vectores de onda y la frecuencia, para las variables \mathbf{z}^+ y \mathbf{z}^- , para simulaciones con diferentes valores del campo medio de fondo B_0 y helicidad cruzada normalizada σ_c . Como los espectros son multidimensionales, en todos los casos mostramos fases del espectro con $k_\perp = 0$ y en función de k_\parallel y ω .

La figura 4.3 muestra estos espectros espacio-temporales para las simulaciones con $B_0 = 0$. En este caso, la relación de dispersión para las fluctuaciones Alfvénicas pasa a ser $\omega = 0$, y las ondas de Alfvén resultan indistinguibles (en este espectro) de los modos lentos tales como los *eddies* turbulentos. La relación de *sweeping*, para *eddies* con velocidad v_{rms} , se convierte en $\omega = \pm v_{rms}k$, y en la práctica, como todos los *eddies* turbulentos con esta velocidad (o más baja) pueden barrer aleatoriamente estructuras de pequeña escala en el flujo, la relación para *sweeping* aleatorio pasa a ser $|\omega| \leq v_{rms}k$. Ambas relaciones se indican respectivamente con líneas rayada y sólida en la figura 4.3.

La acumulación de la energía en los espectros de la figura 4.3 pueden verse para todos los modos en la región encerrada por la relación de *sweeping*, evidenciando la presencia de turbulencia fuerte en todas las escalas, más que turbulencia de ondas o propagación lineal de ondas. Para valores grandes de la helicidad cruzada normalizada ($\sigma_c = 0,9$), la energía se acumula en modos con $\omega \approx 0$, y se observa más energía en los modos de \mathbf{z}^+ que en \mathbf{z}^- . De estos espectros, podemos concluir que para $B_0 = 0$ y $\sigma_c = 0$, la escala de tiempo dominante es la del *sweeping*, mientras que para grandes valores de σ_c , se vuelven dominantes o bien la escala temporal no lineal o el tiempo de Alfvén.

La figura 4.4 muestra los espectros espacio-temporales para las simulaciones con $B_0 = 0,25$. El caso con $\sigma_c = 0$ muestra nuevamente un rango amplio de fluctuaciones en el rango de frecuencias encerrado por la relación de *sweeping*. A medida que el valor de σ_c aumenta, las fluctuaciones de \mathbf{z}^+ se vuelven dominantes, una situación más evidente aún en el caso con $\sigma_c = 0,9$. Además, a medida que σ_c se incrementa, la energía en las fluctuaciones de \mathbf{z}^+ dejan el embudo definido por la relación de *sweeping*, y se concentran en la vecindad de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén $\omega^+ = +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$ (ver el caso con $\sigma_c = 0,9$ en la figura 4.4). Notar que la elección de signos para ondas descriptas por $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{z}_0^\pm e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \omega^\pm t)}$ sigue el hecho de que las transformadas de Fourier utilizadas en espacio y en tiempo siguen la misma convención de signos, y donde \mathbf{z}_0^\pm son las amplitudes de las ondas. De esta forma, el signo de ω^+ implica que las fluctuaciones \mathbf{z}^+

se propagan antiparalelamente al campo guía, como es esperado. Sin embargo, en aparente contradicción, las ondas con polarización opuesta, es decir, las fluctuaciones \mathbf{z}^- , también pueblan la misma rama superior de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén, aunque con menos amplitud.

Como las fluctuaciones \mathbf{z}^- satisfacen otra relación de dispersión ($\omega^- = -\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$), en el régimen lineal estas fluctuaciones deberían poblar, en cambio, la rama inferior de la relación de dispersión mostrada en la figura 4.4. Este comportamiento indica que las fluctuaciones \mathbf{z}^- también se propagan en el espacio real en la dirección antiparalela al campo guía (es decir, con velocidad negativa), en lugar de paralelamente a este campo (es decir, con velocidad positiva), como cabría esperar. Dicho comportamiento fue predicho por Hollweg (1990) para el viento solar y es causado, por ejemplo, por reflexiones de ondas debido a fluctuaciones de la densidad en el medio interplanetario, utilizando la expansión WKB. En nuestro caso, el flujo es incompresible y la densidad es uniforme en el espacio y constante en el tiempo.

A medida que se incrementa el valor de B_0 , este efecto se vuelve más evidente. En la figura 4.5 mostramos el espectro espacio-temporal para las simulaciones con $B_0 = 1$. En este caso, la energía tiende a concentrarse cerca de la relación de dispersión de las ondas de Alfvén para todos los valores de σ_c ; i.e., a medida que incrementamos el valor de B_0 , la relevancia del *sweeping* aleatorio decrece, y las ondas de Alfvén se vuelven más importantes. Para $\sigma_c = 0$ observamos ondas propagándose en ambas direcciones: las fluctuaciones \mathbf{z}^+ se propagan antiparalelamente al campo guía, y las fluctuaciones \mathbf{z}^- , en forma paralela a dicho campo. Además, para valores de k_{\parallel} más grandes que ≈ 20 , la dispersión en la excitación de los modos se incrementa, y la energía comienza a poblar el embudo en el espacio espectral asociado al *sweeping*, indicando que el *sweeping* aleatorio juega un rol a escalas verticales suficientemente pequeñas. En cambio, para $\sigma_c = 0,3$ y $0,9$ la energía se acumula sólo cerca de la relación de dispersión de las ondas, y recuperamos la contrapropagación de una de las ondas: tanto el campo \mathbf{z}^+ como el \mathbf{z}^- se propagan en la misma dirección, antiparalela al campo guía. Al incrementar aún más B_0 , este efecto se reduce (ver el caso con $B_0 = 8$ en la figura 4.6), resultando en la propagación esperada para cada excitación, o en muy poca o ninguna propagación de \mathbf{z}^- cuando σ_c es suficientemente chico.

¿Cuál es el origen de las fluctuaciones \mathbf{z}^- observadas que se propagan con el mismo sentido que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ ? Basado en los resultados de Hollweg (1990), y en la ecuación (4.5), deben ser causadas por reflexiones en inhomogeneidades de gran escala del campo magnético medio (notar que no hay un flujo medio de fondo en nuestras simulaciones, ni fluctuaciones de densidad). A pesar de que nuestro campo guía de fondo B_0 es

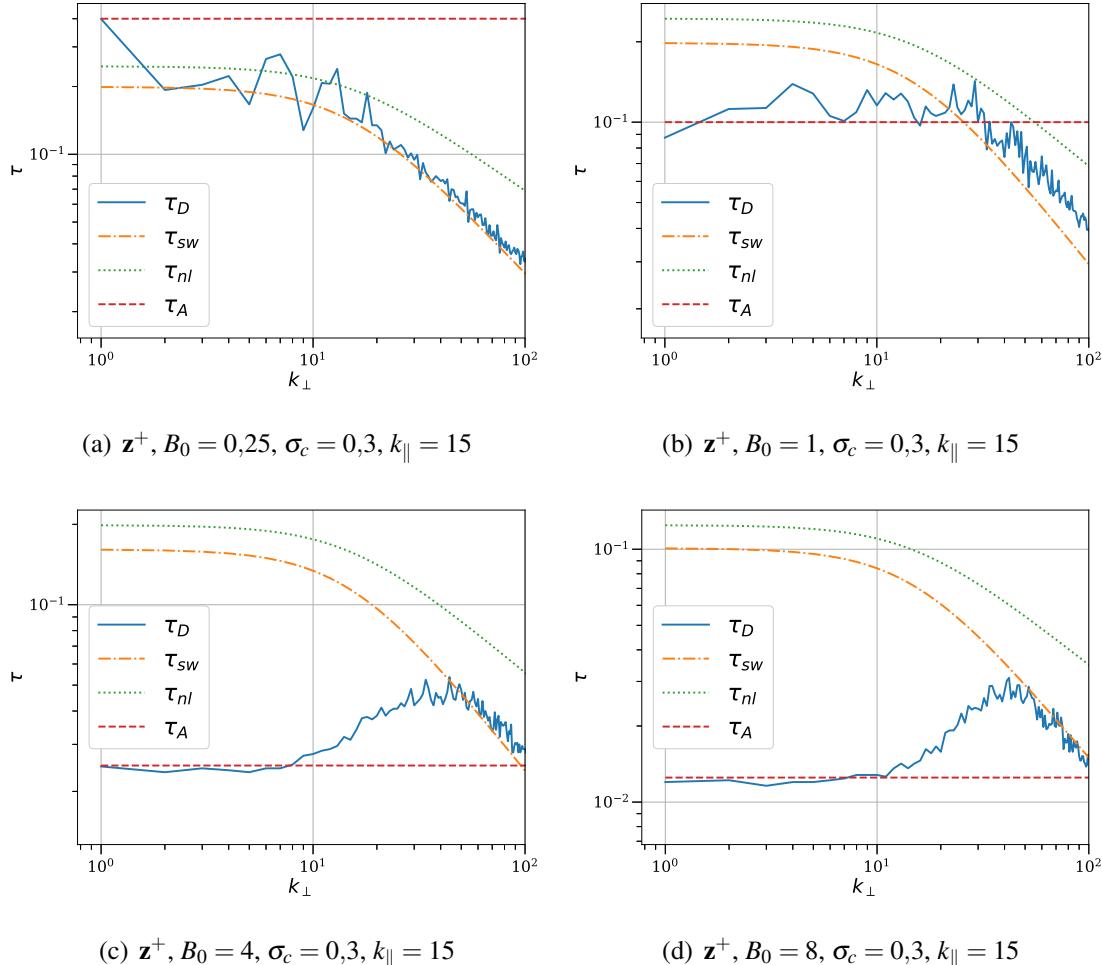


Figura 4.8: Tiempo de descorrelación τ_D para el campo \mathbf{z}^+ en las simulaciones con $\sigma_c = 0,3$ y (a) $B_0 = 0,25$, (b) 1, (c) 4, y (d) 8, para $k_{\parallel} = 15$ y en función de k_{\perp} . Se muestran como referencia la predicción teórica para el tiempo de sweeping τ_{sw} , para el tiempo no lineal τ_{nl} , y para el tiempo de Alfvén τ_A .

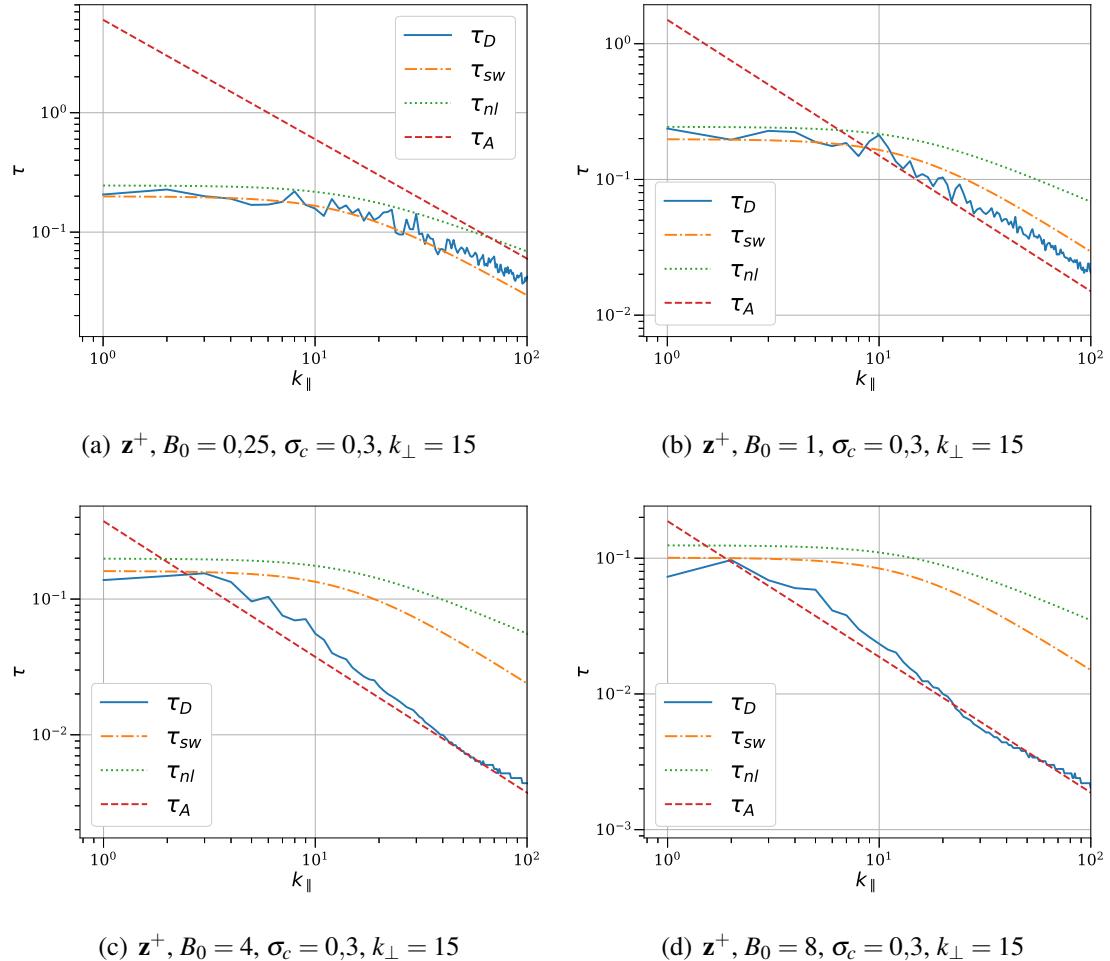


Figura 4.9: Tiempo de descorrelación τ_D para el campo \mathbf{z}^+ en las simulaciones con $\sigma_c = 0,3$ y (a) $B_0 = 0,25$, (b) 1, (c) 4, y (d) 8, para $k_{\perp} = 15$ y en función de k_{\parallel} . Se muestran como referencia la predicción teórica para el tiempo de *sweeping* τ_{sw} , para el tiempo no lineal τ_{nl} , y para el tiempo de Alfvén τ_A .

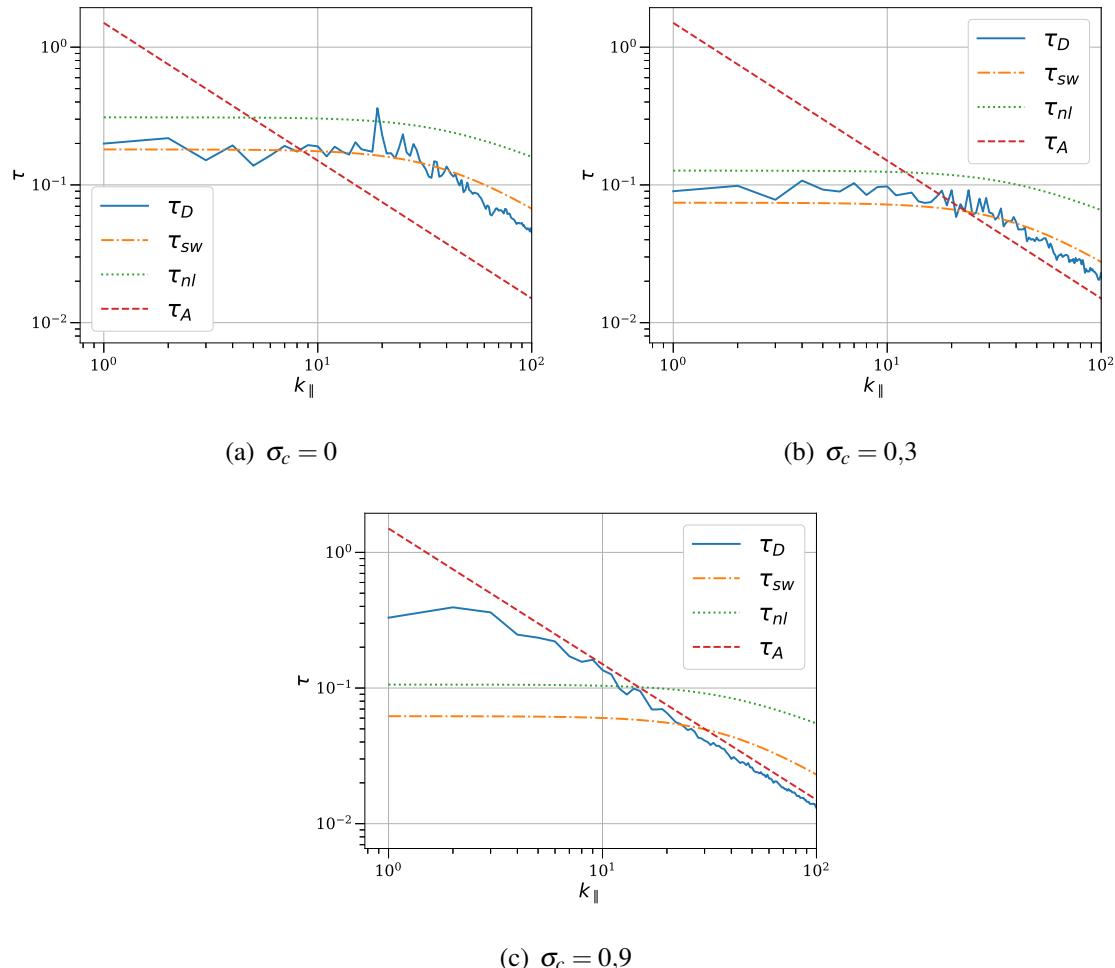


Figura 4.10: Tiempo de descorrelación τ_D para la simulación con $B_0 = 1$, para $k_\perp = 40$ y en función de k_\parallel . Los paneles corresponden a (a) $\sigma_c = 0$, (b) $\sigma_c = 0,3$, y (c) $\sigma_c = 0,9$. Se muestran como referencia la predicción teórica para el tiempo de *sweeping* τ_{sw} , para el tiempo no lineal τ_{nl} , y para el tiempo de Alfvén τ_A .

uniforme (i.e., constante tanto en el espacio como en el tiempo), el campo magnético total incluye una componente fluctuante lentamente variable (por ejemplo, las fluctuaciones a gran escala, tales como los modos con $k = 1$, que evolucionan en una escala temporal más lenta que las ondas rápidas y las fluctuaciones de pequeñas escalas). Como resultado, el flujo tiene una velocidad de Alfvén efectiva que depende de las coordenadas espaciales. Podemos entonces escribir para las dos fluctuaciones de Elsässer la ecuación ideal linealizada 4.5, con densidad constante y $\mathbf{U} = 0$ (sin flujo medio de fondo), como

$$\partial_t \mathbf{z}^\pm = \pm \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^\pm \mp \mathbf{z}^\mp \cdot \frac{\nabla \mathbf{B}'}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad (4.13)$$

donde \mathbf{V}_A puede ahora ser incluido en las fluctuaciones de gran escala del campo magnético, y \mathbf{B}' es el campo magnético total en unidades gaussianas. Si la helicidad cruzada normalizada es cercana a 1, es decir, si $|\mathbf{z}^+| \gg |\mathbf{z}^-|$, tenemos que para \mathbf{z}^+

$$\partial_t \mathbf{z}^+ \approx \mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^+, \quad (4.14)$$

y utilizando $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{z}_0^\pm e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \omega^\pm t)}$ recuperamos la relación de dispersión usual para ondas propagándose antiparalelamente al campo medio $\omega^+ = +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}$ (donde ahora \mathbf{V}_A puede fluctuar lentamente en tiempo y espacio). No obstante, para \mathbf{z}^- obtenemos

$$\partial_t \mathbf{z}^- \approx -\mathbf{V}_A \cdot \nabla \mathbf{z}^- + \mathbf{z}^+ \cdot \frac{\nabla \mathbf{B}'}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (4.15)$$

Esta ecuación indica que la propagación de las perturbaciones \mathbf{z}^- (que son más pequeñas en amplitud que \mathbf{z}^+) pueden ser afectadas fuertemente por el campo \mathbf{z}^+ y por las variaciones espaciales del campo magnético de gran escala.

De la ecuación (4.15), también podemos extraer ciertas condiciones fenomenológicas para que suceda el comportamiento observado en las figuras 4.3 a 4.6 (y, particularmente, para la contrapropagación de ondas). Utilizando nuevamente $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{z}_0^\pm e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \omega^\pm t)}$, y asumiendo $\mathbf{B}' = \mathbf{B}'_0 + \mathbf{b}'_0$ donde $\mathbf{b}'_0 = \tilde{\mathbf{b}}'_0 e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}$ es el campo magnético de gran escala lentamente variable, con número de onda $K \ll k$, la ecuación (4.15) se reduce a

$$(\omega^- + \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}) \mathbf{z}_0^- e^{i\omega^- t} = \frac{(\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}_0^+) \mathbf{b}'_0}{\sqrt{4\pi\rho}} e^{i\omega^+ t}. \quad (4.16)$$

Tomando el producto escalar con \mathbf{z}_0^- , definiendo las densidades energéticas de Elsässer $e^\pm = |\mathbf{z}_0^\pm|^2/4$, y definiendo las fluctuaciones en la velocidad de Alfvén (asociadas a las fluctuaciones de gran escala del campo magnético) como $\mathbf{v}_A = \mathbf{b}'_0 / \sqrt{4\pi\rho}$, obtenemos

$$(\omega^- + \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}) e^{i\omega^- t} = \frac{(\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}_0^+) (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{z}_0^-)}{4e^-} e^{i\omega^+ t}. \quad (4.17)$$

Esta ecuación admite como soluciones

$$\omega^- = \omega^+ = +\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k}, \quad (4.18)$$

$$2\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{k} = (\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}_0^+) (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{z}_0^-) / (4e^-), \quad (4.19)$$

que corresponde a ambas ondas viajando en la misma dirección mientras la segunda condición, dada por la apartado 4.2.2, pueda ser cumplida. A partir de análisis dimensional, esta condición requiere que

$$2 \frac{V_A}{v_A} \frac{k}{K} \sim \sqrt{\frac{e^+}{e^-}}, \quad (4.20)$$

que (como $V_A \gtrsim v_A$ y $k \gg K$) no puede ser satisfecha cuando $\sigma_c \approx 0$ (como se observa en las figuras 4.3 a 4.6, o cuando el campo guía se vuelve demasiado fuerte para un valor fijo de σ_c (como también fue observado en los espectros espacio-temporales). Así, este último argumento cualitativo indica (en acuerdo con las simulaciones) que las fluctuaciones \mathbf{z}^- pueden propagarse con la misma velocidad de fase y dirección que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ , siempre que $\sigma_c \neq 0$ y B_0 no sea demasiado fuerte para un valor fijado de la helicidad cruzada normalizada.

En otras palabras, si $|\mathbf{z}^+|$ a grandes escalas es comparable con $|\mathbf{V}_A|$ y $\sigma_c \approx 1$, podemos ver que las fluctuaciones \mathbf{z}^- se propagan en la misma dirección que las fluctuaciones \mathbf{z}^+ como resultado de reflexiones en inhomogeneidades del campo magnético de gran escala. Un comportamiento similar puede resultar, por ejemplo, a partir de fluctuaciones en la densidad de masa cuando el fluido es compresible, como es el caso de algunas regiones del viento solar y en el medio interplanetario [Zhou y Matthaeus (1989)], y este argumento no imposibilita a otros efectos (tales como interacciones fuertes no lineales) de resultar en reflexiones y contrapropagaciones de las excitaciones. Es más, cuando la intensidad del campo magnético de fondo se aumenta aún más, los argumentos utilizados dejan de ser válidos, y la relevancia de las reflexiones se reduce. Esto es compatible con el comportamiento observado en la figura 4.6 para la simulación con $B_0 = 8$, la cual muestra una potencia similar en ambos tipos de fluctuaciones cuando $\sigma_c = 0$, menos potencia en las fluctuaciones \mathbf{z}^- cuando $\sigma_c = 0,3$ (y propagándose en dirección opuesta al campo \mathbf{z}^+), y una cantidad no apreciable de potencia para las fluctuaciones \mathbf{z}^- (en comparación con \mathbf{z}^+) en el caso con $\sigma_c = 0,9$.

4.2.3 Tiempos de descorrelación

A partir de las discusiones en la sección 4.1.2, otra forma de identificar la escala temporal dominante para modos individuales es estudiar el tiempo de descorrelación τ_D , i.e., el tiempo que le toma a cada modo de Fourier con vector de onda \mathbf{k} estar descorrelacionado

de su historia previa, ya sea por interacciones no lineales con *eddies* (si $\tau_D \sim \tau_{nl}$), por interacción con ondas de Alfvén (si $\tau_D \sim \tau_A$), o por *sweeping* del flujo de gran escala (cuando $\tau_D \sim \tau_{sw}$). Nuevamente, como τ_D depende del vector de onda \mathbf{k} , en lo que sigue mostraremos los resultados para valores fijos de k_{\parallel} o k_{\perp} , y en función del número de onda restante. En todos los casos, el tiempo de descorrelación τ_D es obtenido a partir de datos numéricos computando la función de correlación $\Gamma(k_{\perp}, k_{\parallel}, \tau)$, y buscando los valores del tiempo de retraso τ para los cuales la función de correlación decae a un valor $1/e$ de su valor para $\tau = 0$, es decir, el tiempo característico para el decaimiento de la función de correlación [Lugones *et al.* (2016)].

La figura 4.7 muestra los diferentes tiempos de descorrelación para un valor fijo de $k_{\parallel} = 10$ y en función de k_{\perp} , para la simulación con $B_0 = 1$ y $\sigma_c = 0,3$. También se indican como referencia las predicciones teóricas para los diferentes tiempos de descorrelación. Como el tiempo de Alfvén es independiente de k_{\perp} , se ve con un valor constante en dicha figura. El tiempo de descorrelación τ_D obtenido de los datos numéricos se encuentra muy cercano al tiempo de Alfvén para valores pequeños de k_{\perp} (hasta $k_{\perp} \approx 10$), pero luego se desvía y se acerca al tiempo de *sweeping* para valores grandes de k_{\perp} (i.e., para pequeñas escalas perpendiculares). Esto se ve más claro para las fluctuaciones \mathbf{z}^- que para las fluctuaciones \mathbf{z}^+ , para las cuales el tiempo de descorrelación τ_D para $k_{\perp} > 10$ se encuentra entre los escaleos de τ_{sw} y de τ_{nl} .

La figura 4.8 muestra el tiempo de descorrelación τ_D del campo \mathbf{z}^+ para los casos con $\sigma_c = 0,3$, con campos guía de $B_0 = 0,25, 1, 4$, y 8 , y para el caso $k_{\parallel} = 15$ en función de k_{\perp} . Nuevamente, para valores bajos de B_0 , τ_D está mayoritariamente dominado por el *sweeping*, o bien para todos los valores de k_{\perp} para el caso con $B_0 = 0,25$, o bien por debajo de $k_{\perp} \approx 20$ para $B_0 = 1$. Sin embargo, para valores más altos de B_0 (o para pequeños valores de k_{\perp} cuando $B_0 = 1$) los efectos Alfvénicos se vuelven dominantes, con τ_D tomando valores cercanos al τ_A . En general, la escala temporal más rápida a todos los valores parece ser la escala dominante. Estos resultados son consistentes con los obtenidos previamente en Lugones *et al.* (2016) para el caso de turbulencia MHD fuerte incompresible con helicidad cruzada nula, aunque la presencia de helicidad cruzada baja parece favorecer la transición hacia un flujo más dominado por las ondas de Alfvén, como también vimos en los espectros espacio-temporales en la sección 4.2.2. Esto puede ser asociado con el hecho de que bajo ciertas condiciones, el tiempo no lineal de la fluctuación de Elsässer dominantes se vuelve muy grande, y la escala temporal de descorrelación es entonces determinada por las llamadas “especies minoritarias”, como se reportó anteriormente en los cálculos de clausura de Grappin *et al.* (1983b).

Este comportamiento puede ser también visto cuando la variable fijada es k_{\perp} , y τ_D es

estudiada en función de k_{\parallel} (ver la figura 4.9). Para las simulaciones con $\sigma_c = 0,3$ y con B_0 incrementándose, vemos que τ_D varía con k_{\parallel} como τ_{sw} cuando B_0 es pequeño o moderado y cuando k_{\parallel} es pequeño, y varía como τ_A cuando B_0 o k_{\parallel} son suficientemente grandes. En otras palabras, los modos con vectores de onda suficientemente alineados con el campo guía son dominados por el tiempo de Alfvén. Y nuevamente, la escala temporal más rápida en esta figura es la que domina la dinámica.

No obstante, como mencionamos anteriormente, este panorama cambia cuando σ_c es suficientemente grande. Esto puede verse en la figura figura 4.10, donde se grafica el tiempo de descorrelación τ_D para las simulaciones con $B_0 = 1$, para $k_{\perp} = 40$ fijo, y en función de k_{\parallel} para $\sigma_c = 0, 0,3$ y $0,9$. Mientras que para valores pequeños de σ_c se observa el mismo comportamiento que lo anterior, para valores grandes de σ_c el tiempo de Alfvén se vuelve dominante, aun cuando es más lento que las otras escalas temporales, como se ve en las simulaciones con $\sigma_c = 0,9$ y valores pequeños de k_{\parallel} .

Así, mientras que para pequeños valores de σ_c el análisis del tiempo de descorrelación confirma la tendencia observada en nuestro estudio previo [Lugones *et al.* (2016)], en el que el tiempo de *sweeping* domina la descorrelación excepto para los casos con valores medios y largos de B_0 , donde el tiempo Alfvénico es dominante para valores pequeños de k_{\perp} o valores grandes de k_{\parallel} (ver también los estudios de turbulencia MHD débil, o de la transición de turbulencia MHD débil a fuerte en las referencias Meyrand *et al.* (2015); Lugones *et al.* (2016); Meyrand *et al.* (2016)), incrementando la helicidad cruzada del flujo tiene consecuencias muy interesantes. La aparición del tiempo de Alfvén como el dominante se vuelve más claro para valores altos de σ_c , aún cuando no es la escala temporal más rápida, y es consistente con la imagen en la que la mayoría de las fluctuaciones tienen una única dirección de propagación. Sin embargo, como se evidencia en el análisis espacio-temporal del espectro energético en cada uno de los campos de Elsässer en función de \mathbf{k} y ω , las inhomogeneidades de las escalas grandes del campo magnético pueden inducir reflexiones, y pueden activar interacciones no lineales dominadas por el tiempo de Alfvén entre las ondas para modos con vectores de onda suficientemente alineados con el campo guía, o por el *sweeping* o el tiempo no lineal para otros modos.

4.3 Conclusiones

Analizamos el comportamiento espacio-temporal de las fluctuaciones MHD considerando sus polarizaciones en términos de las variables de Elsässer, utilizando simulaciones numéricas directas tridimensionales de turbulencia MHD incompresible. Consideramos casos con valores bajos, intermedios y altos de campo magnético medio de fondo, y con

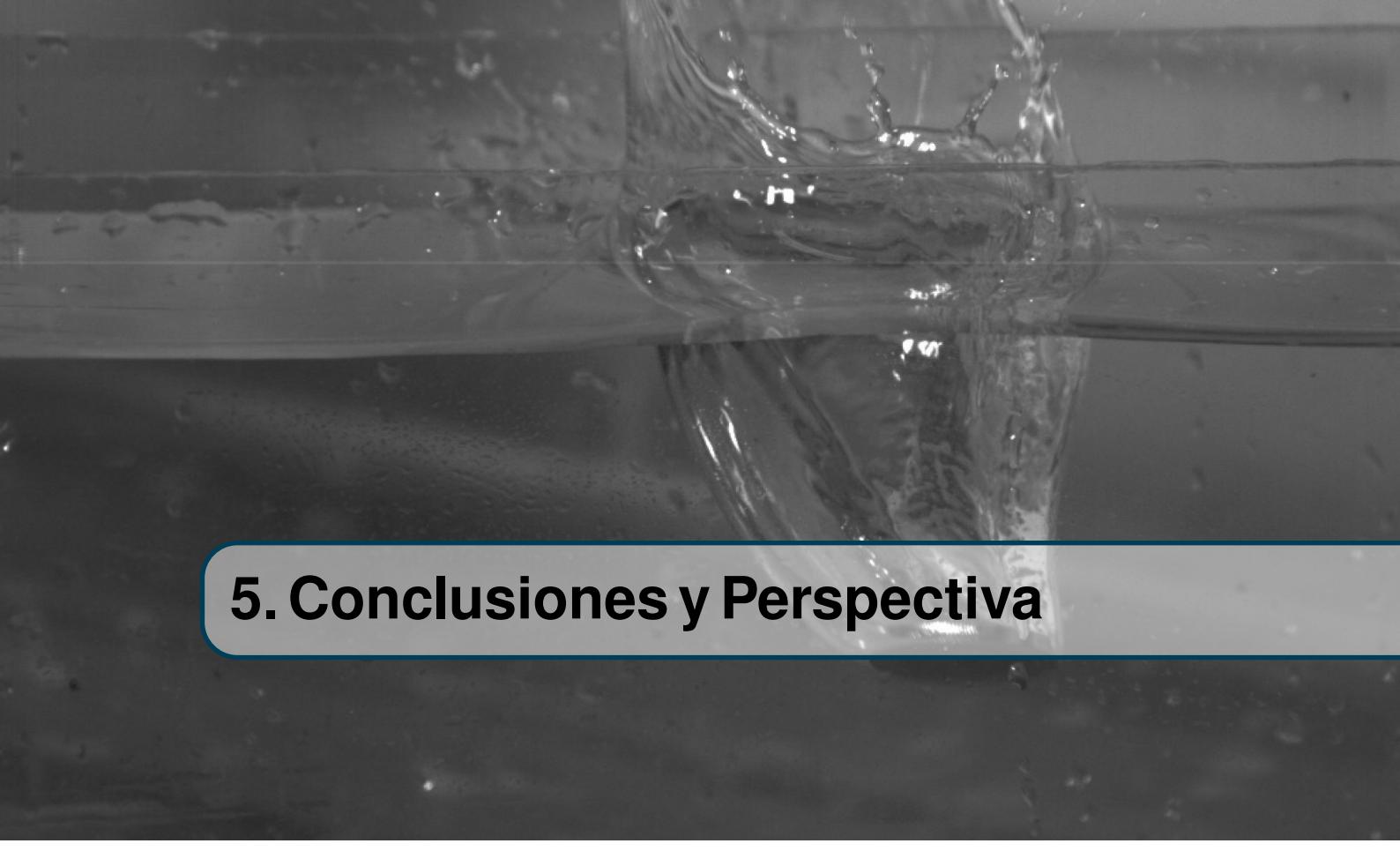
helicidad cruzada nula, pequeña y alta. Las funciones de correlación como función de los vectores de onda (descompuestos en las direcciones perpendicular y paralela del campo magnético medio) y del tiempo de retraso fue directamente computada para todas las diferentes simulaciones consideradas, así como también los espectros espacio-temporales. A partir de las funciones de correlación, computamos el tiempo de descorrelación para cada modo de Fourier, y lo comparamos con las diferentes predicciones teóricas para las escalas temporales relevantes en el sistema: el tiempo no lineal local, el *sweeping* aleatorio y el tiempo Alfvénico. Se observó que los tiempos de descorrelación son dominados por los efectos de *sweeping* para valores bajos del campo magnético medio y de la helicidad cruzada, mientras que para valores grandes del campo magnético medio o de helicidad cruzada, los tiempos de descorrelación están controlados por los efectos Alfvénicos aún cuando el tiempo de Alfvén no sea el más rápido, una nueva característica cuando lo comparamos con estudios previos del comportamiento espacio-temporal de turbulencia MHD fuerte con helicidad cruzada nula. En principio, este comportamiento puede ser interpretado como una transición hacia un régimen con no-linealidades más débiles a medida que se incrementa la helicidad cruzada, como suele ser discutido teóricamente y como aparentemente indican nuestras simulaciones numéricas.

Sin embargo, debe notarse que los espectros espacio-temporales indican que aún en este régimen, las interacciones no lineales son relevantes. El otro resultado principal obtenido de nuestro análisis es el haber encontrado un régimen en el que se generan fluctuaciones \mathbf{z}^- y \mathbf{z}^+ (polarizaciones opuestas), y se propagan en la misma dirección debido a la reflexión de ondas, causada por inhomogeneidades del campo magnético de gran escala. Este resultado es más evidente en los espectros espacio-temporales de los campos de Elsässer para valores intermedios del campo magnético de fondo (es decir, cuando la componente uniforme y constante del campo magnético de gran escala no es demasiado fuerte). Un análisis fenomenológico basado en ideas previas en Zhou y Matthaeus (1990a) confirma las conclusiones de Hollweg (1990), que indican que las fluctuaciones Alfvénicas con polarizaciones opuestas pueden efectivamente propagarse en la misma dirección y aún con la misma velocidad. Si el campo magnético de fondo se vuelve demasiado fuerte (o si la helicidad cruzada se acerca a cero), este efecto no se observa más. Así, el análisis espacio-temporal de los flujos turbulentos provee evidencia directa de un fenómeno predicho anteriormente con la teoría WKB, y puede jugar un rol relevante modificando la propagación de ondas y las interacciones no lineales en el medio interplanetario.

Los resultados analizados en este trabajo muestran en detalle que, al menos en el régimen de turbulencia fuerte, la representación de ondas no es suficientemente completa

para describir el sistema de MHD incompresible. En este sistema aparece una amplia banda de fluctuaciones provenientes de efectos locales y no locales (*sweeping*), que generan dispersión y efectos no lineales. Es importante recordar, por supuesto, que gran parte del presente estudio se ha concentrado en el estudio del tiempo de descorrelación euleriano, descompuesto en un tiempo de descorrelación dependiente de la escala de los modos de Fourier individuales. Esta descorrelación generalmente se interpreta como una competencia entre la descorrelación por *sweeping* por fluctuaciones a gran escala y la descorrelación que se origina en la propagación de ondas. Sin embargo, ninguno de estos efectos es en principio responsable de la transferencia espectral que da lugar a la cascada de **turbulencias**. De hecho, el efecto principal de la propagación de Alfvén, desde la perspectiva de la cascada energética en **turbulenta** fuerte, no es causar transferencia espectral sino suprimirla [Shebalin *et al.* (1983a)]. La comprensión de la cascada en sí misma requiere examinar la fuerza de las no linealidades. En este caso, el tiempo característico apropiado se convierte en el tiempo no lineal, cuyo aislamiento requiere el análisis de escalas de tiempo en el marco lagrangiano [Kraichnan (1964)] (tener en cuenta que sólo en algunos casos particulares en nuestro análisis, el tiempo no lineal se identificó positivamente como un candidato para el tiempo de descorrelación). Sin embargo, hemos demostrado que fenómenos físicamente relevantes como la reflexión y la “propagación anómala” de fluctuaciones reflejadas pueden producir efectos observables en la energía del flujo, y estos fenómenos se han reconocido en una variedad de configuraciones de los diferentes parámetros de control del sistema, con posibles aplicaciones.

Por ejemplo, efectos interesantes asociados con la reflexión se suman a la complejidad de la dinámica, incluso en el caso más simple de MHD incompresible considerado aquí. Esto tiene implicaciones importantes para aplicaciones como el calentamiento coronal, la aceleración del viento solar y la energización de partículas en el espacio interplanetario [Velli (1993); Matthaeus *et al.* (1999)]. Como otro ejemplo, las fluctuaciones observadas en el viento solar, que tienden a alinear o antialinear el campo magnético y el campo de velocidad (es decir, con diferentes polarizaciones Alfvénicas), no siempre se pueden interpretar trivialmente como viajando “downstream” o “upstream” respecto del campo magnético medio.



5. Conclusiones y Perspectiva

A lo largo de esta Tesis, hemos estudiado el comportamiento espacio-temporal de las fluctuaciones de diversos campos presentes en el sistema: primero el campo magnético (capítulo 3), y segundo los campos de Elssässer (capítulo 4).

En primer lugar, en el capítulo 3, estudiamos el tiempo de descorrelación (en función de \mathbf{k}) y los espectros espacio-temporales (en función de ω y \mathbf{k}) para distintos valores del campo magnético medio de fondo, en el caso de helicidad cruzada nula. Los resultados encontrados respaldan la conclusión de que los efectos no locales juegan un rol preponderante en la turbulencia MHD, y que las descorrelaciones están principalmente dominadas por el *sweeping* y por las interacciones Alfvénicas, confirmando los resultados previos obtenidos para el caso isotrópico [Servidio *et al.* (2011)]. Adicionalmente, el análisis realizado permite distinguir entre los dos efectos no locales, y los resultados apoyan la conclusión de que la interacción de *sweeping* domina la descorrelación para valores moderados de B_0 , mientras que para grandes valores del campo medio B_0 y a grandes escalas las descorrelaciones están más controladas por las interacciones Alfvénicas (aunque aun en este caso, para escalas pequeñas el *sweeping* vuelve a ser el efecto dominante). Las interacciones relevantes son las ondas de Alfvén, y como tales se puede concluir que las ondas se encuentran todavía presentes en turbulencia MHD y dominan las descorrelaciones esencialmente para números de onda paralelos al campo medio. En estos casos estudiados, se observa que el sistema elige el tiempo de descorrelación más bajo disponible.

Posteriormente, en el capítulo 4, estudiamos el caso de los campos de Elssässer

correspondientes a las fluctuaciones de los campos magnético y de velocidades. Los resultados indicaron que el *sweeping* domina los tiempos de descorrelación para valores bajos del campo magnético medio y de la helicidad cruzada; mientras que para valores grandes del campo magnético medio o de helicidad cruzada, los tiempos de descorrelación están controlados por los efectos Alfvénicos. Esto sucede aún cuando el tiempo de Alfvén no sea el más rápido, lo que resulta en una nueva característica respecto de estudios previos del comportamiento espacio-temporal de turbulencia MHD fuerte con helicidad cruzada nula, posiblemente causada por una transición hacia un régimen con no-linealidades más débiles a medida que se incrementa la helicidad cruzada.

También encontramos un régimen en el que fluctuaciones con polarizaciones opuestas se propagan en la misma dirección debido a la reflexión de ondas, causada por inhomogeneidades del campo magnético de gran escala. De esta forma, este resultado confirma las conclusiones de Hollweg (1990) y provee evidencia de un fenómeno predicho anteriormente con la teoría WKB. Este fenómeno se vuelve más prominente en flujos con alta helicidad cruzada, modificando fuertemente la propagación de ondas en flujos magnetohidrodinámicos turbulentos y las interacciones no lineales en el medio interplanetario.

En MHD, tanto la propagación de la onda de Alfvén como el *sweeping* contribuyen a la variación de tiempo total en un punto (espectro de frecuencia euleriano) y, por lo tanto, influyen en una predicción limitante. De esta forma, si bien no resulta sencillo extrapolar las conclusiones de forma precisa a aplicaciones espaciales y astrofísicas, sí permiten realizar un análisis cualitativo y pueden ayudar a explicar ciertos resultados experimentales, como hemos expuesto en las secciones 3.3 y 4.3.

Todos estos resultados muestran la complejidad y la multiplicidad de fenómenos presentes en el sistema de MHD, aún en el caso incompresible. Sin dudas, resulta necesario un análisis más detallado para poder comprender y analizar toda la física presente en plasma turbulento. En futuros trabajos, por ejemplo, podría extenderse este estudio a MHD compresible [Andrés *et al.* (2017)], considerando la dependencia con la helicidad cruzada en el flujo y su interacción con los efectos compresibles. También podría realizarse un estudio que considere otras helicidades, como la helicidad cinética H_v , la helicidad magnética H_b y la helicidad híbrida para Hall-MHD. Asimismo, se podría analizar los efectos de distintos tipos de forzados compresibles e incompresibles, así como también estudiar qué sucede variando el número de Mach.

Cualquiera de estos estudios sería un seguimiento interesante de la presente Tesis y un primer paso hacia una comprensión más profunda del papel de los efectos no lineales en la propagación de ondas en la turbulencia en plasma.



A. Publicaciones relacionadas con esta tesis

Los resultados principales de esta tesis han sido publicados en revistas con referato (*peer-review journals*):

- Capítulo 3: Lugones, R., Dmitruk, P., Mininni, P. D., Wan, M., & Matthaeus, W. H. (2016). On the spatio-temporal behavior of magnetohydrodynamic turbulence in a magnetized plasma. *Physics of Plasmas*, 23(11), 112304. DOI 10.1063/1.4968236
- Capítulo 4: Lugones, R., Dmitruk, P., Mininni, P. D., Pouquet, A., & Matthaeus, W. H. (2019). Spatio-temporal behavior of magnetohydrodynamic fluctuations with cross-helicity and background magnetic field. *Physics of Plasmas*, 26(12), 122301. DOI 10.1063/1.5129655

Los resultados de esta tesis también se han presentado en diversos congresos y workshops

- Arcetri 2016 Workshop on Plasma Astrophysics.
- 102 Reunión Anual Asociación Física, La Plata, Argentina, 2017.
- COLAGE XI - Eleventh Latin American Conference on Space Geophysics, Buenos Aires, Argentina, 2018.
- 27th International Conference on Statistical Physics, Buenos Aires, Argentina, 2019.

Bibliografía

[Alexakis 2007] ALEXAKIS, A: Nonlocal phenomenology for anisotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *The Astrophysical Journal Letters* 667 (2007), Nr. 1, S. L93

[Alexakis *et al.* 2007a] ALEXAKIS, A ; BIGOT, B ; POLITANO, Hélène ; GALTIER, S: Anisotropic fluxes and nonlocal interactions in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physical Review E* 76 (2007), Nr. 5, S. 056313

[Alexakis *et al.* 2007b] ALEXAKIS, A. ; MININNI, P. D. ; POUQUET, A.: Turbulent cascades, transfer, and scale interactions in magnetohydrodynamics. In: *New J. Phys.* 9 (2007), Nr. 8, 298. <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/9/8/298>. – DOI 10.1088/1367-2630/9/8/298. – ISSN 1367–2630

[Alexakis *et al.* 2005a] ALEXAKIS, Alex ; MININNI, PD ; POUQUET, Annick: Imprint of large-scale flows on turbulence. In: *Physical review letters* 95 (2005), Nr. 26, S. 264503

[Alexakis *et al.* 2005b] ALEXAKIS, Alexandros ; MININNI, Pablo D. ; POUQUET, Annick: Shell-to-shell energy transfer in magnetohydrodynamics. I. Steady state turbulence. In: *Physical Review E* 72 (2005), Nr. 4, S. 046301

[Aluie y Eyink 2010] ALUIE, Hussein ; EYINK, Gregory L.: Scale locality of magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physical review letters* 104 (2010), Nr. 8, S. 081101

[Andrés *et al.* 2017] ANDRÉS, N. ; CLARK DI LEONI, P. ; MININNI, P. D. ; DMITruk, P. ; SAHRAOUI, F. ; MATTHAEUS, W. H.: Interplay between Alfvén and magnetosonic waves in compressible magnetohydrodynamics turbulence. In: *Physics of Plasmas* 24 (2017), Nr. 10, S. 102314

[van Atta y Wyngaard 1975] ATTA, C. W. V. ; WYNGAARD, J. C.: On higher-order spectra of turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 72 (1975), Dezember, Nr. 4, 673–694. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112075003229>. – DOI 10.1017/S0022112075003229. – ISSN 0022–1120, 1469–7645

[Baerenzung *et al.* 2008] BAERENZUNG, J. ; POLITANO, H. ; PONTY, Y. ; POUQUET, A.: Spectral modeling of turbulent flows and the role of helicity. In: *Physical Review E* 77 (2008), Nr. 4, S. 046303

[Batchelor 1953] BATCHELOR, G. K.: *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, 1953. – ISBN 978–0–521–04117–1

[Belcher y Davis 1971] BELCHER, J. W. ; DAVIS, Leverett: Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2. In: *Journal of Geophysical Research* 76 (1971), Juni, Nr. 16, 3534–3563. <http://dx.doi.org/10.1029/JA076i016p03534>. – DOI 10.1029/JA076i016p03534. – ISSN 01480227

[Bieber *et al.* 1994] BIEBER, John W. ; MATTHAEUS, William H. ; SMITH, Charles W. ; WANNER, Wolfgang ; KALLENRODE, May-Britt ; WIBBERENZ, Gerd: Proton and electron mean free paths: The Palmer consensus revisited. In: *The Astrophysical Journal* 420 (1994), Januar, 294. <http://dx.doi.org/10.1086/173559>. – DOI 10.1086/173559. – ISSN 0004–637X, 1538–4357

[Bieber *et al.* 1996] BIEBER, John W. ; WANNER, Wolfgang ; MATTHAEUS, William H.: Dominant two-dimensional solar wind turbulence with implications for cosmic ray transport. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 101 (1996), Februar, Nr. A2, 2511–2522. <http://dx.doi.org/10.1029/95JA02588>. – DOI 10.1029/95JA02588. – ISSN 01480227

[Biskamp 1993] BISKAMP, D: Geometric Properties of Level Surfaces in MHD Turbulence. In: *Europhysics Letters (EPL)* 21 (1993), Februar, Nr. 5, 563–567. <http://dx.doi.org/10.1209/0295–5075/21/5/010>. – DOI 10.1209/0295–5075/21/5/010. – ISSN 0295–5075, 1286–4854

- [Biskamp 2003] BISKAMP, D.: *Magnetohydrodynamic Turbulence*. Cambridge University Press, 2003 <https://books.google.com.ar/books?id=6iDZWv2DC-EC>. – ISBN 978–1–139–44167–4
- [Biskamp y Welter 1989] BISKAMP, D. ; WELTER, H.: Dynamics of decaying twodimensional magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Fluids B: Plasma Physics* 1 (1989), Oktober, Nr. 10, 1964–1979. <http://dx.doi.org/10.1063/1.859060>. – DOI 10.1063/1.859060. – ISSN 0899–8221
- [Biskamp y Müller 2000] BISKAMP, Dieter ; MÜLLER, Wolf-Christian: Scaling properties of three-dimensional isotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 7 (2000), Dezember, Nr. 12, 4889–4900. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1322562>. – DOI 10.1063/1.1322562. – ISSN 1070–664X, 1089–7674
- [Bruno y Carbone 2005] BRUNO, R. ; CARBONE, V.: The solar wind as a turbulence laboratory. In: *Living Reviews in Solar Physics* 2 (2005), Nr. 1, S. 4
- [Busse *et al.* 2010] BUSSE, Angela ; MÜLLER, Wolf-Christian ; GOGOBERIDZE, Grigol: Lagrangian Frequency Spectrum as a Diagnostic for Magnetohydrodynamic Turbulence Dynamics. In: *Phys. Rev. Lett.* 105 (2010), Dec, 235005. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.235005>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.105.235005
- [Carbone *et al.* 1995] CARBONE, Vincenzo ; MALARA, Francesco ; VELTRI, Pierluigi: A model for the three-dimensional magnetic field correlation spectra of low-frequency solar wind fluctuations during Alfvénic periods. In: *Journal of Geophysical Research* 100 (1995), Nr. A2, 1763. <http://dx.doi.org/10.1029/94JA02500>. – DOI 10.1029/94JA02500. – ISSN 0148–0227
- [Carlier *et al.* 2001] CARLIER, Johan ; LAVAL, Jean-Philippe ; STANISLAS, Michel: Some experimental support at a high Reynolds number to a new hypothesis for turbulence modeling. In: *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics* 329 (2001), Nr. 1, S. 35–40
- [Chapman 1979] CHAPMAN, Dean R.: Computational Aerodynamics Development and Outlook. In: *AIAA Journal* 17 (1979), Dezember, Nr. 12, 1293–1313. <http://dx.doi.org/10.2514/3.61311>. – DOI 10.2514/3.61311. – ISSN 0001–1452, 1533–385X
- [Chen y Kraichnan 1989] CHEN, Shiyi ; KRAICHNAN, Robert H.: Sweeping decorrelation in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 1 (1989), Dezem-

ber, Nr. 12, 2019–2024. <http://dx.doi.org/10.1063/1.857475>. – DOI 10.1063/1.857475. – ISSN 0899–8213

[Chen y Kraichnan 1997] CHEN, Shiyi ; KRAICHNAN, Robert H.: Inhibition of turbulent cascade by sweep. In: *Journal of Plasma Physics* 57 (1997), Januar, Nr. 1, 187–193. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377896005326>. – DOI 10.1017/S0022377896005326. – ISSN 0022–3778, 1469–7807

[Cho y Vishniac 2000] CHO, Jungyeon ; VISHNIAC, Ethan T.: The Anisotropy of Magnetohydrodynamic Alfvenic Turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 539 (2000), August, Nr. 1, 273–282. <http://dx.doi.org/10.1086/309213>. – DOI 10.1086/309213. – ISSN 0004–637X, 1538–4357

[Coleman 1968] COLEMAN, Paul J. Jr.: Turbulence, Viscosity, and Dissipation in the Solar-Wind Plasma. In: *The Astrophysical Journal* 153 (1968), August, 371. <http://dx.doi.org/10.1086/149674>. – DOI 10.1086/149674. – ISSN 0004–637X, 1538–4357

[Comte-Bellot y Corrsin 1971] COMTE-BELLOT, G. ; CORRSIN, S.: Simple Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 48 (1971), Juli, Nr. 02, 273–337. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112071001599>. – DOI 10.1017/S0022112071001599. – ISSN 1469–7645

[Dar *et al.* 2001] DAR, Gaurav ; VERMA, Mahendra K. ; ESWARAN, V: Energy transfer in two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence: formalism and numerical results. In: *Physica D: Nonlinear Phenomena* 157 (2001), Nr. 3, S. 207–225

[Debliquy *et al.* 2005] DEBLIQUY, Olivier ; VERMA, Mahendra K. ; CARATI, Daniele: Energy fluxes and shell-to-shell transfers in three-dimensional decaying magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 12 (2005), Nr. 4, S. 042309

[Dmitruk y Matthaeus 2009] DMITRUK, P. ; MATTHAEUS, W. H.: Waves and turbulence in magnetohydrodynamic direct numerical simulations. In: *Physics of Plasmas (1994-present)* 16 (2009), Juni, Nr. 6, 062304. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3148335>. – DOI 10.1063/1.3148335. – ISSN 1070–664X, 1089–7674

[Dmitruk *et al.* 2001a] DMITRUK, P. ; MATTHAEUS, W. H. ; MILANO, L. J. ; OUGHTON, S.: Conditions for sustainment of magnetohydrodynamic turbulence driven by Alfvén waves.

- In: *Physics of Plasmas* 8 (2001), Mai, Nr. 5, 2377–2384. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1344563>. – DOI 10.1063/1.1344563. – ISSN 1070–664X, 1089–7674
- [Dmitruk *et al.* 2001b] DMITRUK, P. ; MATTHAEUS, W. H. ; MILANO, L. J. ; OUGHTON, S. ; MULLAN, D. J. ; ZANK, G. P.: Coronal Heating Distribution due to Alfvénic Driven Magnetohydrodynamic Turbulence. In: *AGU Spring Meeting Abstracts*, 2001
- [Dmitruk *et al.* 2002] DMITRUK, P. ; MATTHAEUS, W. H. ; MILANO, L. J. ; OUGHTON, S. ; ZANK, G. P. ; MULLAN, D. J.: Coronal Heating Distribution Due to LowFrequency, Wavedriven Turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 575 (2002), August, Nr. 1, 571–577. <http://dx.doi.org/10.1086/341188>. – DOI 10.1086/341188. – ISSN 0004–637X, 1538–4357
- [Dmitruk y Matthaeus 2003] DMITRUK, Pablo ; MATTHAEUS, William H.: LowFrequency Waves and Turbulence in an Open Magnetic Region: Timescales and Heating Efficiency. In: *The Astrophysical Journal* 597 (2003), November, Nr. 2, 1097–1105. <http://dx.doi.org/10.1086/378636>. – DOI 10.1086/378636. – ISSN 0004–637X, 1538–4357
- [Dobrowolny *et al.* 1980] DOBROWOLNY, M. ; MANGENEY, A. ; VELTRI, P.: Fully Developed Anisotropic Hydromagnetic Turbulence in Interplanetary Space. In: *Physical Review Letters* 45 (1980), Juli, Nr. 2, 144–147. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.144>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.45.144. – ISSN 0031–9007
- [Domaradzki 1988] DOMARADZKI, J A.: Analysis of energy transfer in direct numerical simulations of isotropic turbulence. In: *The Physics of fluids* 31 (1988), Nr. 10, S. 2747–2749
- [Elsässer 1956] ELSÄSSER, Walter M.: Hydromagnetism. II. A Review. In: *American Journal of Physics* 24 (1956), Februar, Nr. 2, 85–110. <http://dx.doi.org/10.1119/1.1934152>. – DOI 10.1119/1.1934152. – ISSN 0002–9505, 1943–2909
- [Eyink y Aluie 2009] EYINK, Gregory L. ; ALUIE, Hussein: Localness of energy cascade in hydrodynamic turbulence. I. Smooth coarse graining. In: *Physics of Fluids* 21 (2009), Nr. 11, S. 115107
- [Frisch 1995] FRISCH, U.: *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995. – ISBN 978–0–521–45713–2

[Fyfe y Montgomery 1976] FYFE, David ; MONTGOMERY, David: High-beta turbulence in two-dimensional magnetohydrodynamics. In: *Journal of Plasma Physics* 16 (1976), Oktober, Nr. 2, 181–191. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377800020158>. – DOI 10.1017/S0022377800020158. – ISSN 0022–3778, 1469–7807

[Fyfe *et al.* 1977] FYFE, David ; MONTGOMERY, David ; JOYCE, Glenn: Dissipative, forced turbulence in two-dimensional magnetohydrodynamics. In: *Journal of Plasma Physics* 17 (1977), Juni, Nr. 3, 369–398. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377800020687>. – DOI 10.1017/S0022377800020687. – ISSN 0022–3778, 1469–7807

[Galtier *et al.* 2000] GALTIER, S. ; NAZARENKO, S. V. ; NEWELL, A. C. ; POUQUET, A.: A weak turbulence theory for incompressible magnetohydrodynamics. In: *Journal of Plasma Physics* 63 (2000), Juni, Nr. 5, 447–488. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377899008284>. – DOI 10.1017/S0022377899008284. – ISSN 0022–3778, 1469–7807

[Galtier *et al.* 1999] GALTIER, S. ; ZIENICKE, E. ; POLITANO, H. ; POUQUET, A.: Parametric investigation of self-similar decay laws in MHD turbulent flows. In: *Journal of Plasma Physics* 61 (1999), April, Nr. 3, 507–541. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377899007643>. – DOI 10.1017/S0022377899007643. – ISSN 0022–3778, 1469–7807

[Goldstein *et al.* 1995] GOLDSTEIN, M. L. ; ROBERTS, D. A. ; MATTHAEUS, W. H.: Magnetohydrodynamic Turbulence in the Solar Wind. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 33 (1995), September, Nr. 1, 283–325. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.33.090195.001435>. – DOI 10.1146/annurev.aa.33.090195.001435. – ISSN 0066–4146, 1545–4282

[Gómez *et al.* 2005a] GÓMEZ, D. O. ; MININNI, P. D. ; DMITruk, P.: MHD simulations and astrophysical applications. In: *Advances in Space Research* 35 (2005), Nr. 5, 899–907. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2005.02.099>. – DOI 10.1016/j.asr.2005.02.099. – ISSN 0273–1177

[Gómez *et al.* 2005b] GÓMEZ, D. O. ; MININNI, P. D. ; DMITruk, P.: Parallel Simulations in Turbulent MHD. In: *Phys. Scr.* 2005 (2005), Nr. T116, 123. <http://dx.doi.org/10.1238/Physica.Topical.116a00123>. – DOI 10.1238/Physica.Topical.116a00123. – ISSN 1402–4896

- [Gomez *et al.* 1999] GOMEZ, T ; POLITANO, H ; POUQUET, A: On the validity of a nonlocal approach for MHD turbulence. In: *Physics of Fluids* 11 (1999), Nr. 8, S. 2298–2306
- [Grappin *et al.* 1982] GRAPPIN, R ; FRISCH, U ; POUQUET, A ; LEORAT, J: Alfvénic fluctuations as asymptotic states of MHD turbulence. In: *Astronomy and Astrophysics* 105 (1982), S. 6–14
- [Grappin *et al.* 1983a] GRAPPIN, R ; LEORAT, J ; POUQUET, A: Dependence of MHD turbulence spectra on the velocity field-magnetic field correlation. In: *Astronomy and Astrophysics* 126 (1983), S. 51–58
- [Grappin *et al.* 1983b] GRAPPIN, R. ; LEORAT, J. ; POUQUET, A.: Dependence of MHD turbulence spectra on the velocity field-magnetic field correlation. In: *Astronomy and Astrophysics* 126 (1983), S. 51–58
- [Heisenberg 1948] HEISENBERG, W.: Zur statistischen Theorie der Turbulenz. In: *Z. Physik* 124 (1948), Juli, Nr. 7-12, 628–657. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01668899>. – DOI 10.1007/BF01668899. – ISSN 0044–3328
- [Hollweg 1990] HOLLWEG, J. V.: On WKB expansions for Alfvén waves in the solar wind. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A9, S. 14873–14879
- [Hollweg 1973] HOLLWEG, Joseph V.: Alfvén waves in the solar wind: Wave pressure, poynting flux, and angular momentum. In: *Journal of Geophysical Research* 78 (1973), Juli, Nr. 19, 3643–3652. <http://dx.doi.org/10.1029/JA078i019p03643>. – DOI 10.1029/JA078i019p03643. – ISSN 01480227
- [Hollweg 1974] HOLLWEG, Joseph V.: Transverse Alfvén waves in the solar wind: Arbitrary \mathbf{k} , \mathbf{v}_0 , \mathbf{B}_0 and $|\delta\mathbf{B}|$. In: *Journal of Geophysical Research* 79 (1974), April, Nr. 10, 1539–1541. <http://dx.doi.org/10.1029/JA079i010p01539>. – DOI 10.1029/JA079i010p01539. – ISSN 01480227
- [Hollweg 1986] HOLLWEG, Joseph V.: Transition region, corona, and solar wind in coronal holes. In: *Journal of Geophysical Research* 91 (1986), Nr. A4, 4111. <http://dx.doi.org/10.1029/JA091iA04p04111>. – DOI 10.1029/JA091iA04p04111. – ISSN 0148–0227
- [Hossain *et al.* 1996] HOSSAIN, M. ; GRAY, P. C. ; PONTIUS, D. H. J. ; MATTHAEUS, W. H. ; OUGHTON, S. ; WINTERHALTER, D. (Hrsg.) ; GOSLING, J. T. (Hrsg.) ; HABBAL,

S. R. (Hrsg.) ; KURTH, W. S. (Hrsg.) ; NEUGEBAUER, M. (Hrsg.): *Solar wind eight: proceedings of the Eighth International Solar Wind Conference*. Woodbury, NY : American Institute of Physics, 1996 (AIP conference proceedings no. 382). – 358 S. – ISBN 978-1-56396-551-7

[Hossain *et al.* 1995] HOSSAIN, Murshed ; GRAY, Perry C. ; PONTIUS, Duane H. ; MATT-HAEUS, William H. ; OUGHTON, Sean: Phenomenology for the decay of energy-containing eddies in homogeneous MHD turbulence. In: *Physics of Fluids* 7 (1995), November, Nr. 11, 2886–2904. <http://dx.doi.org/10.1063/1.868665>. – DOI 10.1063/1.868665. – ISSN 1070-6631, 1089-7666

[Iroshnikov 1964] IROSHNIKOV, PS: Turbulence of a conducting fluid in a strong magnetic field. In: *Soviet Astronomy* 7 (1964), S. 566

[Jacques 1977] JACQUES, S. A.: Momentum and energy transport by waves in the solar atmosphere and solar wind. In: *The Astrophysical Journal* 215 (1977), August, 942. <http://dx.doi.org/10.1086/155430>. – DOI 10.1086/155430. – ISSN 0004-637X, 1538-4357

[Jokipii 1973] JOKIPII, J. R.: Turbulence and Scintillations in the Interplanetary Plasma. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 11 (1973), September, Nr. 1, 1–28. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.11.090173.000245>. – DOI 10.1146/annurev.aa.11.090173.000245. – ISSN 0066-4146, 1545-4282

[von Karman y Howarth 1938] KARMAN, Theodore von ; HOWARTH, Leslie: On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* 164 (1938), Januar, Nr. 917, 192–215. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1938.0013>. – DOI 10.1098/rspa.1938.0013. – ISSN 2053-9169

[von Karman y Lin 1949] KARMAN, Theodore von ; LIN, C. C.: On the Concept of Similiarity in the Theory of Isotropic Turbulence. In: *Reviews of Modern Physics* 21 (1949), Juli, Nr. 3, 516–519. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.21.516>. – DOI 10.1103/RevModPhys.21.516. – ISSN 0034-6861

[Kivelson y Russell 1995] KIVELSON, M. G. (Hrsg.) ; RUSSELL, C. T. (Hrsg.): *Introduction to space physics*. Cambridge ; New York : Cambridge University Press, 1995. – ISBN 978-0-521-45104-8 978-0-521-45714-9

- [Kolmogorov 1941a] KOLMOGOROV, Andrey N.: Energy scattering in locally isotropic turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 32 (1941), S. 19–21
- [Kolmogorov 1941b] KOLMOGOROV, Andrey N.: The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 30 (1941), S. 301–305
- [Kolmogorov 1941c] KOLMOGOROV, Andrey N.: On decay of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 31 (1941), S. 538–540
- [Kraichnan 1964] KRAICHNAN, R. H.: Kolmogorov's hypotheses and Eulerian turbulence theory. In: *The Physics of Fluids* 7 (1964), Nr. 11, S. 1723–1734
- [Kraichnan 1959] KRAICHNAN, Robert H.: The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers. In: *Journal of Fluid Mechanics* 5 (1959), Mai, Nr. 4, 497–543. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112059000362>. – DOI 10.1017/S0022112059000362. – ISSN 1469–7645, 0022–1120
- [Kraichnan 1965] KRAICHNAN, Robert H.: Inertial-Range Spectrum of Hydromagnetic Turbulence. In: *Physics of Fluids* 8 (1965), Nr. 7, 1385. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1761412>. – DOI 10.1063/1.1761412. – ISSN 00319171
- [Leamon *et al.* 1998] LEAMON, Robert J. ; SMITH, Charles W. ; NESS, Norman F. ; MATTHAEUS, William H. ; WONG, Hung K.: Observational constraints on the dynamics of the interplanetary magnetic field dissipation range. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 103 (1998), März, Nr. A3, 4775–4787. <http://dx.doi.org/10.1029/97JA03394>. – DOI 10.1029/97JA03394. – ISSN 01480227
- [Clark di Leoni *et al.* 2015] LEONI, P. Clark d. ; COBELLI, P. J. ; MININNI, P. D.: The spatio-temporal spectrum of turbulent flows. In: *Eur. Phys. J. E* 38 (2015), Dezember, Nr. 12, 136. <http://dx.doi.org/10.1140/epje/i2015-15136-x>. – DOI 10.1140/epje/i2015-15136-x. – ISSN 1292–8941, 1292–895X
- [Clark di Leoni *et al.* 2014] LEONI, P. Clark d. ; COBELLI, P. J. ; MININNI, P. D. ; DMITRUK, P. ; MATTHAEUS, W. H.: Quantification of the strength of inertial waves in a rotating turbulent flow. In: *Physics of Fluids (1994-present)* 26 (2014), März, Nr. 3, 035106. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4868280>. – DOI 10.1063/1.4868280. – ISSN 1070–6631, 1089–7666

[Lesieur 2008] LESIEUR, Marcel: *Turbulence in Fluids*. 4. Springer Netherlands, 2008 (Fluid Mechanics and Its Applications). <https://www.springer.com/gp/book/9781402064340>. – ISBN 978–1–4020–6434–0

[Leslie 1973] LESLIE, David C.: *Developments in the theory of turbulence*. Oxford : Clarendon Press [u.a.], 1973. – ISBN 978–0–19–856318–1. – OCLC: 829257

[Lugones *et al.* 2016] LUGONES, R. ; DMITRUK, P. ; MININNI, P. D. ; WAN, M. ; MATTHAEUS, W. H.: On the spatio-temporal behavior of magnetohydrodynamic turbulence in a magnetized plasma. In: *Physics of Plasmas* 23 (2016), Nr. 11, 112304. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4968236>. – DOI 10.1063/1.4968236

[Matthaeus y Bieber 1999] MATTHAEUS, W. H. ; BIEBER, J. W.: Dynamical scattering theory and observations of particle diffusion in the heliosphere. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 471, AIP Publishing, Juni 1999, 515–518

[Matthaeus y Lamkin 1986] MATTHAEUS, W. H. ; LAMKIN, S. L.: Turbulent magnetic reconnection. In: *Physics of Fluids* 29 (1986), Nr. 8, 2513. <http://dx.doi.org/10.1063/1.866004>. – DOI 10.1063/1.866004. – ISSN 00319171

[Matthaeus *et al.* 2016] MATTHAEUS, W. H. ; WEYGAND, J. M. ; DASSO, S.: Ensemble Space-Time Correlation of Plasma Turbulence in the Solar Wind. In: *Phys. Rev. Lett.* 116 (2016), Juni, Nr. 24, 245101. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.245101>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.116.245101

[Matthaeus *et al.* 1999] MATTHAEUS, W. H. ; ZANK, G. P. ; OUGHTON, S. ; MULLAN, D. J. ; DMITRUK, P.: Coronal Heating by Magnetohydrodynamic Turbulence Driven by Reflected Low-Frequency Waves. In: *The Astrophysical Journal* 523 (1999), September, Nr. 1, L93–L96. <http://dx.doi.org/10.1086/312259>. – DOI 10.1086/312259. – ISSN 0004637X

[Matthaeus *et al.* 1995] MATTHAEUS, William H. ; BIEBER, John W. ; ZANK, Gary P.: Unquiet on any front: Anisotropic turbulence in the solar wind. In: *Reviews of Geophysics* 33 (1995), 609. <http://dx.doi.org/10.1029/95RG00496>. – DOI 10.1029/95RG00496. – ISSN 8755–1209

[Matthaeus *et al.* 1996] MATTHAEUS, William H. ; GHOSH, Sanjoy ; OUGHTON, Sean ; ROBERTS, D. A.: Anisotropic three-dimensional MHD turbulence. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 101 (1996), April, Nr. A4, 7619–7629. [http:](http://)

//dx.doi.org/10.1029/95JA03830. – DOI 10.1029/95JA03830. – ISSN 01480227

[Matthaeus y Goldstein 1982] MATTHAEUS, William H. ; GOLDSTEIN, Melvyn L.: Measurement of the rugged invariants of magnetohydrodynamic turbulence in the solar wind. In: *Journal of Geophysical Research* 87 (1982), Nr. A8, 6011. <http://dx.doi.org/10.1029/JA087iA08p06011>. – DOI 10.1029/JA087iA08p06011. – ISSN 0148-0227

[Matthaeus *et al.* 1990] MATTHAEUS, William H. ; GOLDSTEIN, Melvyn L. ; ROBERTS, D. A.: Evidence for the presence of quasi-two-dimensional nearly incompressible fluctuations in the solar wind. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A12, S. 20673–20683

[Matthaeus y Zhou 1989] MATTHAEUS, William H. ; ZHOU, Ye: Extended inertial range phenomenology of magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Fluids B: Plasma Physics* 1 (1989), September, Nr. 9, 1929–1931. <http://dx.doi.org/10.1063/1.859110>. – DOI 10.1063/1.859110. – ISSN 0899–8221

[Matthaeus *et al.* 1994] MATTHAEUS, William H. ; ZHOU, Ye ; ZANK, Gary P. ; OUGHTON, Sean: Transport theory and the WKB approximation for interplanetary MHD fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 99 (1994), Nr. A12, S. 23421–23430

[McComb 1990] MCCOMB, W. D.: *The physics of fluid turbulence*. 1990 <http://adsabs.harvard.edu/abs/1990cp...book.....M>

[McComb 1992] MCCOMB, W. D.: *The Physics of Fluid Turbulence*. Clarendon Press, 1992. – ISBN 978-0-19-856256-6

[Meyrand *et al.* 2016] MEYRAND, R. ; GALTIER, S. ; KIYANI, K. H.: Direct Evidence of the Transition from Weak to Strong Magnetohydrodynamic Turbulence. In: *Phys. Rev. Lett.* 116 (2016), März, Nr. 10, 105002. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.105002>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.116.105002

[Meyrand *et al.* 2015] MEYRAND, R. ; KIYANI, K. H. ; GALTIER, S.: Weak magnetohydrodynamic turbulence and intermittency. In: *Journal of Fluid Mechanics* 770 (2015), Mai, R1 (11 pages). <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2015.141>. – DOI 10.1017/jfm.2015.141. – ISSN 1469–7645

- [Milano *et al.* 2001] MILANO, L. J. ; MATTHAEUS, W. H. ; DMITruk, P. ; MONTGOMERY, D. C.: Local anisotropy in incompressible magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics of Plasmas* 8 (2001), Juni, Nr. 6, 2673–2681. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1369658>. – DOI 10.1063/1.1369658. – ISSN 1070–664X, 1089–7674
- [Miller *et al.* 1997] MILLER, J. A. ; CARGILL, P. J. ; EMSLIE, A. G. ; HOLMAN, G. D. ; DENNIS, B. R. ; LAROSA, T. N. ; WINGLEE, R. M. ; BENKA, S. G. ; TSUNETA, S.: Critical issues for understanding particle acceleration in impulsive solar flares. In: *J. Geophys. Res.* 102 (1997), Januar, Nr. A7, 14631–14659. <http://dx.doi.org/10.1029/97JA00976>. – DOI 10.1029/97JA00976. – ISSN 2156–2202
- [Millionshchikov 1941] MILLIONSHCHIKOV, M. D.: In: *C. R. Acad. Sci. URSS* 32 (1941), S. 619
- [Mininni *et al.* 2012] MININNI, P. D. ; ROSENBERG, D. ; POUQUET, A.: Isotropization at small scales of rotating helically driven turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 699 (2012), Mai, 263–279. <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2012.99>. – DOI 10.1017/jfm.2012.99. – ISSN 1469–7645
- [Mininni 2011] MININNI, Pablo D.: Scale interactions in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 43 (2011), S. 377–397
- [Mininni *et al.* 2008] MININNI, Pablo D. ; ALEXAKIS, A ; POUQUET, A: Nonlocal interactions in hydrodynamic turbulence at high Reynolds numbers: The slow emergence of scaling laws. In: *Physical review E* 77 (2008), Nr. 3, S. 036306
- [Mininni *et al.* 2006] MININNI, PD ; ALEXAKIS, A ; POUQUET, Annick: Large-scale flow effects, energy transfer, and self-similarity on turbulence. In: *Physical Review E* 74 (2006), Nr. 1, S. 016303
- [Monin y Yaglom 2013] MONIN, A. S. ; YAGLOM, A. M.: *Statistical Fluid Mechanics, Volume II: Mechanics of Turbulence.* Courier Corporation, 2013. – ISBN 978–0–486–31814–1. – Google-Books-ID: 6xPEAgAAQBAJ
- [Montgomery *et al.* 1987] MONTGOMERY, D. ; BROWN, M. R. ; MATTHAEUS, W. H.: Density fluctuation spectra in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Journal of Geophysical Research* 92 (1987), Nr. A1, 282. <http://dx.doi.org/10.1029/JA092iA01p00282>. – DOI 10.1029/JA092iA01p00282. – ISSN 0148–0227

- [Montgomery y Matthaeus 1995] MONTGOMERY, David ; MATTHAEUS, William H.: Anisotropic Modal Energy Transfer in Interstellar Turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 447 (1995), Juli, 706. <http://dx.doi.org/10.1086/175910>. – DOI 10.1086/175910. – ISSN 0004–637X, 1538–4357
- [Nelkin y Tabor 1990] NELKIN, Mark ; TABOR, M.: Time correlations and random sweeping in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 2 (1990), Januar, Nr. 1, 81–83. <http://dx.doi.org/10.1063/1.857684>. – DOI 10.1063/1.857684. – ISSN 0899–8213
- [Orszag y Patterson 1972] ORSZAG, S. A. ; PATTERSON, G. S.: Numerical Simulation of Three-Dimensional Homogeneous Isotropic Turbulence. In: *Phys. Rev. Lett.* 28 (1972), Januar, Nr. 2, 76–79. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.28.76>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.28.76
- [Orszag 1970] ORSZAG, Steven A.: Analytical theories of turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 41 (1970), April, Nr. 2, 363–386. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112070000642>. – DOI 10.1017/S0022112070000642. – ISSN 0022–1120, 1469–7645
- [Oughton *et al.* 1994] OUGHTON, Sean ; PRIEST, Eric R. ; MATTHAEUS, William H.: The influence of a mean magnetic field on three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 280 (1994), Dezember, 95–117. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112094002867>. – DOI 10.1017/S0022112094002867. – ISSN 0022–1120, 1469–7645
- [Parker 1958] PARKER, E. N.: Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields. In: *Astrophysical Journal* 28 (1958), S. 664–676
- [Parker 1965] PARKER, E. N.: Dynamical theory of the solar wind. In: *Space Science Reviews* 4 (1965), September, Nr. 5, 666–708. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00216273>. – DOI 10.1007/BF00216273. – ISSN 1572–9672
- [Parker 2019] PARKER, E. N.: *Cosmical Magnetic Fields: Their Origin and Their Activity*. Oxford University Press, 2019. – ISBN 978–0–19–882996–6. – Google-Books-ID: rgCvDwAAQBAJ
- [Politano *et al.* 1995] POLITANO, H. ; POUQUET, A. ; SULEM, P. L.: Current and vorticity dynamics in threedimensional magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physics*

of Plasmas 2 (1995), August, Nr. 8, 2931–2939. <http://dx.doi.org/10.1063/1.871473>. – DOI 10.1063/1.871473. – ISSN 1070–664X, 1089–7674

[Poulain *et al.* 2006] POULAIN, Cédric ; MAZELLIER, Nicolas ; CHEVILLARD, Laurent ; GAGNE, Yves ; BAUDET, Christophe: Dynamics of spatial Fourier modes in turbulence. In: *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems* 53 (2006), Nr. 2, S. 219–224

[Pouquet *et al.* 1976] POUQUET, A. ; FRISCH, U. ; LÉORAT, J.: Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect. In: *Journal of Fluid Mechanics* 77 (1976), September, Nr. 2, 321–354. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112076002140>. – DOI 10.1017/S0022112076002140. – ISSN 0022–1120, 1469–7645

[Pouquet *et al.* 1986] POUQUET, A. ; MENEGUZZI, M. ; FRISCH, U.: Growth of correlations in magnetohydrodynamic turbulence. In: *Physical Review A* 33 (1986), Juni, Nr. 6, 4266–4276. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.33.4266>. – DOI 10.1103/PhysRevA.33.4266. – ISSN 0556–2791

[Roberts *et al.* 1990] ROBERTS, D. A. ; GOLDSTEIN, M. L. ; KLEIN, L. W.: The amplitudes of interplanetary fluctuations: Stream structure, heliocentric distance, and frequency dependence. In: *Journal of Geophysical Research* 95 (1990), Nr. A4, 4203. <http://dx.doi.org/10.1029/JA095iA04p04203>. – DOI 10.1029/JA095iA04p04203. – ISSN 0148–0227

[Roberts *et al.* 1987] ROBERTS, D. A. ; GOLDSTEIN, M. L. ; KLEIN, L. W. ; MATTHAEUS, W. H.: Origin and evolution of fluctuations in the solar wind: Helios observations and Helios-Voyager comparisons. In: *Journal of Geophysical Research* 92 (1987), Nr. A11, 12023. <http://dx.doi.org/10.1029/JA092iA11p12023>. – DOI 10.1029/JA092iA11p12023. – ISSN 0148–0227

[Robinson y Rusbridge 1971] ROBINSON, DC ; RUSBRIDGE, MG: Structure of Turbulence in the Zeta Plasma. In: *Physics of Fluids* 14 (1971), Nr. 11, 2499. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1693359>. – DOI 10.1063/1.1693359. – ISSN 00319171

[Rose y Sulem 1978] ROSE, H. A. ; SULEM, P. L.: Fully developed turbulence and statistical mechanics. In: *Journal de Physique* 39 (1978), Mai, Nr. 5, 441–484. <http://dx.doi.org/10.1051/jphys:01978003905044100>. – DOI 10.1051/jphys:01978003905044100. – ISSN 0302–0738

- [Sahraoui *et al.* 2009] SAHRAOUI, F. ; GOLDSTEIN, M. L. ; ROBERT, P. ; KHOTYAITSEV, Yu. V.: Evidence of a Cascade and Dissipation of Solar-Wind Turbulence at the Electron Gyroscale. In: *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009), Jun, 231102. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.231102>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.102.231102
- [Sanada y Shanmugasundaram 1992] SANADA, T. ; SHANMUGASUNDARAM, V.: Random sweeping effect in isotropic numerical turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)* 4 (1992), Juni, Nr. 6, 1245–1250. <http://dx.doi.org/10.1063/1.858242>. – DOI 10.1063/1.858242. – ISSN 0899–8213
- [Schlickeiser y Achatz 1993] SCHLICKEISER, R. ; ACHATZ, U.: Cosmic-ray particle transport in weakly turbulent plasmas. Part 1. Theory. In: *Journal of Plasma Physics* 49 (1993), Februar, Nr. 01, 63–77. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377800016822>. – DOI 10.1017/S0022377800016822. – ISSN 1469–7807
- [Servidio *et al.* 2011] SERVIDIO, S. ; CARBONE, V. ; DMITruk, P. ; MATTHAEUS, W. H.: Time decorrelation in isotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *EPL* 96 (2011), Nr. 5, 55003. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/96/55003>. – DOI 10.1209/0295–5075/96/55003. – ISSN 0295–5075
- [Shebalin *et al.* 1983a] SHEBALIN, J. V. ; MATTHAEUS, W. H. ; MONTGOMERY, D.: Anisotropy in MHD turbulence due to a mean magnetic field. In: *Journal of Plasma Physics* 29 (1983), Nr. 3, S. 525–547
- [Shebalin *et al.* 1983b] SHEBALIN, John V. ; MATTHAEUS, William H. ; MONTGOMERY, David: Anisotropy in MHD turbulence due to a mean magnetic field. In: *Journal of Plasma Physics* 29 (1983), Juni, Nr. 3, 525–547. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377800000933>. – DOI 10.1017/S0022377800000933. – ISSN 0022–3778, 1469–7807
- [Shen y Warhaft 2000] SHEN, X. ; WARHAFT, Z.: The anisotropy of the small scale structure in high Reynolds number ($R \lambda \approx 1000$) turbulent shear flow. In: *Physics of Fluids* 12 (2000), Nr. 11, S. 2976–2989
- [Smith *et al.* 2001] SMITH, Charles W. ; MATTHAEUS, W. H. ; ZANK, Gary P. ; NESS, Norman F. ; OUGHTON, Sean ; RICHARDSON, John D.: Heating of the low-latitude solar wind by dissipation of turbulent magnetic fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 106 (2001), Mai, Nr. A5, 8253–8272. <http://dx.doi.org/10.1029/2000JA000366>. – DOI 10.1029/2000JA000366. – ISSN 01480227

- [Sreenivasan 1995] SREENIVASAN, Katepalli R.: On the universality of the Kolmogorov constant. In: *Physics of Fluids* 7 (1995), November, Nr. 11, 2778–2784. <http://dx.doi.org/10.1063/1.868656>. – DOI 10.1063/1.868656. – ISSN 1070–6631, 1089–7666
- [Sridhar y Goldreich 1994] SRIDHAR, S. ; GOLDREICH, P.: Toward a theory of interstellar turbulence. 1: Weak Alfvénic turbulence. In: *The Astrophysical Journal* 432 (1994), September, 612. <http://dx.doi.org/10.1086/174600>. – DOI 10.1086/174600. – ISSN 0004–637X, 1538–4357
- [Taylor 1935] TAYLOR, G. I.: Statistical Theory of Turbulence. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* 151 (1935), September, Nr. 873, 421–444. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1935.0158>. – DOI 10.1098/rspa.1935.0158. – ISSN 2053–9169
- [Taylor 1938] TAYLOR, G. I.: The Spectrum of Turbulence. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* 164 (1938), Februar, Nr. 919, 476–490. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1938.0032>. – DOI 10.1098/rspa.1938.0032. – ISSN 2053–9169
- [Teaca *et al.* 2009] TEACA, B. ; VERMA, M. K. ; KNAEPEN, B. ; CARATI, D.: Energy transfer in anisotropic magnetohydrodynamic turbulence. In: *Phys. Rev. E* 79 (2009), April, Nr. 4, 046312. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.79.046312>. – DOI 10.1103/PhysRevE.79.046312
- [Tennekes *et al.* 1972] TENNEKES, Emeritus Professor of Aeronautical Engineering H. ; TENNEKES, Hendrik ; LUMLEY, John L. ; LUMLEY, J. L. ; TECHNOLOGY, Massachusetts Institute o.: *A First Course in Turbulence*. MIT Press, 1972. – ISBN 978–0–262–20019–6
- [Tennekes 1975] TENNEKES, H.: Eulerian and Lagrangian time microscales in isotropic turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* 67 (1975), Februar, Nr. 3, 561–567. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112075000468>. – DOI 10.1017/S0022112075000468. – ISSN 0022–1120, 1469–7645
- [Tu y Marsch 1995] TU, C. Y. ; MARSCH, E.: MHD structures, waves and turbulence in the solar wind: Observations and theories. In: *Space Science Reviews* 73 (1995), Juli, Nr. 1-2, 1–210. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00748891>. – DOI 10.1007/BF00748891. – ISSN 0038–6308, 1572–9672

- [Velli 1993] VELLI, M.: On the propagation of ideal, linear Alfvén waves in radially stratified stellar atmospheres and winds. In: *Astronomy and Astrophysics* 270 (1993), S. 304–314
- [Weygand *et al.* 2013] WEYGAND, James M. ; MATTHAEUS, W. H. ; KIVELSON, M. G. ; DASSO, S.: Magnetic correlation functions in the slow and fast solar wind in the Eulerian reference frame. In: *J. Geophys. Res. Space Physics* 118 (2013), Juli, Nr. 7, 3995–4004. <http://dx.doi.org/10.1002/jgra.50398>. – DOI 10.1002/jgra.50398. – ISSN 2169–9402
- [Wiltse y Glezer 1993] WILTSE, John M. ; GLEZER, Ari: Manipulation of free shear flows using piezoelectric actuators. In: *Journal of Fluid Mechanics* 249 (1993), S. 261–285
- [Wiltse y Glezer 1998] WILTSE, John M. ; GLEZER, Ari: Direct excitation of small-scale motions in free shear flows. In: *Physics of fluids* 10 (1998), Nr. 8, S. 2026–2036
- [Yeung y Zhou 1997] YEUNG, P. K. ; ZHOU, Ye: Universality of the Kolmogorov constant in numerical simulations of turbulence. In: *Physical Review E* 56 (1997), August, Nr. 2, 1746–1752. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.56.1746>. – DOI 10.1103/PhysRevE.56.1746. – ISSN 1063–651X, 1095–3787
- [Zakharov *et al.* 1992] ZAKHAROV, Vladimir E. ; L'VOV, Victor S. ; FALKOVICH, Gregory: *Kolmogorov Spectra of Turbulence I: Wave Turbulence*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1992 <http://public.eblib.com/choice/publicfullrecord.aspx?p=3090619>. – ISBN 978–3–642–50052–7 978–3–642–50054–1. – OCLC: 840291915
- [Zhou y Matthaeus 1989] ZHOU, Y. ; MATTHAEUS, W. H.: Non-WKB evolution of solar wind fluctuations: A turbulence modeling approach. In: *Geophysical Research Letters* 16 (1989), Nr. 7, S. 755–758
- [Zhou y Matthaeus 1990a] ZHOU, Y. ; MATTHAEUS, W. H.: Remarks on transport theories of interplanetary fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A9, S. 14863–14871
- [Zhou *et al.* 2004a] ZHOU, Y. ; MATTHAEUS, W. H. ; DMITruk, P.: Magnetohydrodynamic turbulence and time scales in astrophysical and space plasmas. In: *Rev. Mod. Phys.* 76 (2004), Dezember, Nr. 4, 1015–1035. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.76.1015>

[Zhou 1993a] ZHOU, Ye: Degrees of locality of energy transfer in the inertial range. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 5 (1993), Nr. 5, S. 1092–1094

[Zhou 1993b] ZHOU, Ye: Interacting scales and energy transfer in isotropic turbulence. In: *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 5 (1993), Oktober, Nr. 10, 2511–2524. <http://dx.doi.org/10.1063/1.858764>. – DOI 10.1063/1.858764. – ISSN 0899–8213

[Zhou *et al.* 2004b] ZHOU, Ye ; MATTHAEUS, WH ; DMITRU, P: Colloquium: Magnetohydrodynamic turbulence and time scales in astrophysical and space plasmas. In: *Reviews of Modern Physics* 76 (2004), Nr. 4, S. 1015

[Zhou y Matthaeus 1990b] ZHOU, Ye ; MATTHAEUS, William H.: Models of inertial range spectra of interplanetary magnetohydrodynamic turbulence. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A9, 14881–14892. <http://dx.doi.org/10.1029/JA095iA09p14881>. – DOI 10.1029/JA095iA09p14881. – ISSN 2156–2202

[Zhou y Matthaeus 1990c] ZHOU, Ye ; MATTHAEUS, William H.: Transport and turbulence modeling of solar wind fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A7, 10291–10311. <http://dx.doi.org/10.1029/JA095iA07p10291>. – DOI 10.1029/JA095iA07p10291. – ISSN 2156–2202

[Zhou *et al.* 1993] ZHOU, Ye ; PRASKOVSKY, Alexander A. ; VAHALA, George: A non-Gaussian phenomenological model for higher-order spectra in turbulence. In: *Physics Letters A* 178 (1993), Juli, Nr. 1-2, 138–142. [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601\(93\)90740-Q](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(93)90740-Q). – DOI 10.1016/0375-9601(93)90740-Q. – ISSN 03759601