Rasmus, 201303519

1 Opgave

1. Angiv estimat for middelvaerdien og variansen af vaegttabet.
   Et estimat for middelværdien findes ved følgende formel:

$$\mu \leftarrow \bar{x}. = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n}S \sim\sim N(\mu, \frac{\sigma_0^2}{n}),\ (3.1)\ \text{p. } 55$$

   Ligeledes kan estimatet for variansen findes ved følgende formel:

$$\sigma^2 \leftarrow s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}.)^2 = \frac{1}{n-1}(USS - \frac{S^2}{n}) \sim\sim \sigma^2\chi^2(f)/(f),\ (3.7)\ \text{p. } 57$$

   Da både $n = 12, S = 73.0$ og $USS = 503.12$ er kendt, kan estimaterne udregnes:

$$\begin{aligned} \bar{x}. &= \frac{1}{12}73.0 = 6.083 \\ s^2 &= \frac{1}{12-1}(503.12 - \frac{73.0^2}{12}) = 5.367 \end{aligned}$$

2. Angiv 95%-konfidensinterval for middelvaerdien og variansen af vaegttabet.
   Det er nu også muligt at udregne et 95 procent konfidenstinterval for middelværdien og variansen. Til formålet bruges følgende formeler:

$$\begin{aligned} C_\alpha(\mu) &= \left[\bar{x}. - \sqrt{\frac{s^2}{n}}t_{1-\alpha/2}(f), \bar{x}. + \sqrt{\frac{s^2}{n}}t_{1-\alpha/2}(f)\right],\ (3.23)\ \text{p. } 63. \\ C_\alpha(\sigma^2) &= \left[\frac{fs^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(f)}, \frac{fs^2}{\chi^2_{\alpha/2}(f)}\right],\ (3.15)\ \text{p. } 61 \end{aligned}$$

   Der kan nu indsættes og udregnes. Lad $\alpha = 0.05$ og $f = 11$ (antal frihedsgrader):

$$\begin{aligned} C_{0.05}(\mu) &= \left[6.083 - \sqrt{\frac{5.367}{12}}t_{0.975}(11); 6.083 + \sqrt{\frac{5.367}{12}}t_{0.975}(11)\right] \\ &= [4.611; 7.555], \quad \text{hvor } t_{0.975}(11) = 2.201 \\ C_{0.05}(\sigma^2) &= \left[\frac{11 * 5.367}{\chi^2_{0.975}(11)}; \frac{11 * 5.367}{\chi^2_{0.025}(11)}\right] \\ &= [2.696; 15.455], \quad \text{hvor } \chi^2_{0.975}(11) = 21.9 \text{ og } \chi^2_{0.025}(11) = 3.82 \end{aligned}$$