

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8

по дисциплине

«АДАПТИВНОЕ И РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»

на тему

**«АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ПО
ВЫХОДУ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА АДАПТАЦИИ С
РАСШИРЕННОЙ ОШИБКОЙ»**

Вариант 21

Выполнили: студенты
Дьячихин Д. Н., Р3480
Румянцев А. А., Р3441

Проверил: преподаватель
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Цель работы	3
2 Постановка задачи	3
3 Теоретическая часть	3
4 Экспериментальная часть	7
4.1 Параметры системы	7
4.2 Стабилизирующее адаптивное управление	7
4.3 Следящий адаптивный регулятор: устойчивая система	14
4.4 Следящий адаптивный регулятор: неустойчивая система	20
5 Вывод	22

1. Цель работы

Освоение метода расширенной ошибки в задачах адаптивного управления по выходу.

2. Постановка задачи

Рассмотрим минимально-фазовую линейную модель объекта, представленную в форме «вход-выход»:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_0y = b_m u^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_0u, \quad (1)$$

где $a_i, i = \overline{0, n-1}, b_j = \overline{0, m}$ – неизвестные параметры объекта. Предполагается, что знак величины b_m известен. Пусть в решаемой задаче $b_m \geq b_{\min} > 0, b_{\min}$ – известная величина.

Задача – слежение выходной переменной y за эталонным сигналом y_M , формируемым эталонной моделью вида:

$$y_M(t) = \frac{k_0}{K_M(s)} [g(t)], \quad (2)$$

где g – сигнал задания, $K_M(s)$ – гурвицевый полином, определяющий желаемую динамику замкнутой системы. Полином $K_M(s)$ строится на основе метода стандартных полиномов, исходя из заданных динамических характеристик.

Цель управления заключается в синтезе управления u , компенсирующего неопределенности объекта и обеспечивающего при условии ограниченности всех сигналов выполнение целевого равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_M(t) - y(t)) = 0 \quad (3)$$

3. Теоретическая часть

Для синтеза адаптивного регулятора используется параметризованное представление выхода объекта:

$$y(t) = \frac{1}{K_M(s)} [\Psi^T \omega(t) + b_m u(t)] + \delta(t), \quad (4)$$

где регрессор $\omega^T = [\nu_1^T, \nu_2^T, y]^T$, $\delta(t)$ – экспоненциально затухающая функция, определяемая ненулевыми начальными условиями, $K_M(s)$ – нормированный устойчивый полином степени $n - m$.

Вместе с моделью рассмотрим динамические фильтры:

$$\dot{\nu}_1 = \Lambda \nu_1 + e_{n-1} u, \quad (5)$$

$$\dot{\nu}_2 = \Lambda \nu_2 + e_{n-1} y, \quad (6)$$

где $\nu_1, \nu_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$ – векторы состояния фильтров, $e_{n-1} = \text{col}(0, \dots, 0, 1)$, $e_{n-1} \in \mathbb{R}^{n-1}$,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_0 & -k_1 & -k_2 & \dots & -k_{n-2} \end{bmatrix}$$

Матрица Λ имеет сопровождающий полином:

$$K(s) = s^{n-1} + k_{n-2}s^{n-2} + k_{n-3}s^{n-3} + \dots + k_0$$

Решение задачи адаптивного управления по выходу предполагает ограниченный класс объектов вида (1). Класс ограничивается строго положительно вещественными (СПВ) передаточными функциями. Так, например, передаточная функция

$$H(s) = \frac{1}{K_M(s)}$$

модели ошибки

$$\varepsilon = y_M - y = \frac{1}{K_M(s)} \left[\tilde{\Psi}_p^T \omega_p \right], \quad \tilde{\Psi}_p^T = \left[\tilde{\Psi}^T, \tilde{b}_m \right], \quad \omega_p^T = [-\omega^T, -u] \quad (7)$$

с $\tilde{\Psi} = \Psi - \hat{\Psi}$, $\tilde{b}_m = b_m - \hat{b}_m$ при порядке полинома $K_M(s)$ больше единицы не является СПВ, а значит, алгоритм адаптации

$$\dot{\hat{\Psi}}_p = \gamma \Gamma \omega_p \varepsilon, \quad \gamma > 0, \quad \hat{\Psi}_p^T = \left[\hat{\Psi}^T, \hat{b}_m \right], \quad \Gamma = \begin{cases} I_{2n}, & \hat{b}_m(t) \geq b_{\min}, \\ I_{2n} - \zeta_{2n} \zeta_{2n}^T, & \hat{b}_m(t) < b_{\min} \end{cases} \quad (8)$$

с $\zeta_{2n} = [0, 0, \dots, 0, 1]$ не применим.

Для решения этой проблемы преобразуем динамическую модель ошибки (7) к виду:

$$\varepsilon = \tilde{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p + \hat{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p - \frac{1}{K_M(s)} [\hat{\Psi}_p^T \omega_p], \quad \bar{\omega}_p = \frac{1}{K_M(s)} [\omega_p] \quad (9)$$

Введем в рассмотрение сигнал расширенной ошибки:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p + \frac{1}{K_M(s)} [\hat{\Psi}_p^T \omega_p] \quad (10)$$

С учетом (9) равенство (10) примет вид:

$$\hat{\varepsilon} = \tilde{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p \quad (11)$$

Выражение (11) представляет собой статическую модель ошибки, на базе которой строится алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\Psi}}_p = \gamma \Gamma \frac{\bar{\omega}_p}{1 + \bar{\omega}_p^T \bar{\omega}_p} \hat{\varepsilon}, \quad (12)$$

где Γ определена в выражении (8).

Алгоритм (12) с учетом (8) можно представить в виде:

$$\dot{\hat{\Psi}} = -\gamma_1 \frac{\bar{\omega}}{1 + \bar{\omega}^T \bar{\omega}} \hat{\varepsilon}, \quad (13)$$

$$\dot{\hat{b}}_m = \begin{cases} -\gamma_2 \frac{\bar{u}}{1 + \bar{\omega}^T \bar{\omega}} \hat{\varepsilon}, & \hat{b}_m(t) \geq b_{\min}, \\ 0, & \hat{b}_m(t) < b_{\min}, \end{cases} \quad (14)$$

$$u = \frac{1}{\hat{b}_m} (-\hat{\Psi}^T \omega + k_0 g), \quad (15)$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{1}{K_M(s)} [\omega], \quad \bar{u} = \frac{1}{K_M(s)} [u], \quad \gamma_{1,2} > 0$$

Таким образом, закон адаптивного управления состоит из настраиваемого регулятора (15), расширенной ошибки (10) и алгоритма адаптации (12). Алгоритм адаптации генерирует настраиваемые параметры регулятора, содержащиеся в векторе $\hat{\Psi}_p^T$.

Зададим функцию Ляпунова $V = \tilde{\Psi}_p^T \tilde{\Psi}_p / (2\gamma)$ для анализа устойчивости.

Ее производная:

$$\dot{V} = \frac{1}{\gamma} \tilde{\Psi}_p^T \dot{\tilde{\Psi}}_p = -\frac{1}{1 + \bar{\omega}_p^T \bar{\omega}_p} \hat{\varepsilon}^2 < 0$$

Следовательно, сигналы $\hat{\varepsilon}, \dot{\hat{\Psi}}_p$ стремятся к нулю асимптотически. Далее, применив к (10) Лемму о перестановке, получаем:

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = \varepsilon - H_{KC}(s) \left[H_{KB}(s) [\omega_p^T] \dot{\hat{\Psi}}_p \right] \quad (16)$$

В последнем выражении $H_{KC}(s) = C_K (Is - A_K)^{-1}$, $H_{KB}(s) = (Is - A_K)^{-1} b_K$ – передаточные матрицы, получаемые на основе модификации передаточной функции:

$$\frac{1}{K_M(s)} = C_K (Is - A_K)^{-1} b_K,$$

которая рассчитывается на основе тройки матриц (A_K, b_K, C_K) – минимальной реализации передаточной функции $1/K_M(s)$.

Так как $\hat{\varepsilon}, \dot{\hat{\Psi}}_p$ стремятся к нулю асимптотически, а передаточная функция $1/K_M(s)$ устойчива, то из выражения (16) следует сходимость ошибки управления ε к нулю асимптотически.

Таким образом, для любых начальных условий $y(0), \dots, y^{(n-1)}(0), \hat{\Psi}_p(0)$ закон адаптивного управления обеспечивает следующие свойства в замкнутой системе:

- все сигналы в системе ограничены;
- ошибка ε стремится к нулю асимптотически;
- параметрические ошибки $\tilde{\Psi}_p$ стремятся к нулю, если вектор $\bar{\omega}_p$ удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения. Это условие в конечном итоге зависит от частотной насыщенности сигнала задания g , который должен содержать «достаточное» количество гармоник.

4. Экспериментальная часть

4.1. Параметры системы

Согласно варианту 21, исходные данные:

$$a_0 = 9, a_1 = 6, b_0 = 9, k_{M,1} = 6, k_{M,0} = 9, k_0 = 1,$$

$$g(t) = 0.4 \sin 3t + \cos 0.1t$$

4.2. Стабилизирующее адаптивное управление

Построим стабилизирующее адаптивное управление ($g(t) = 0$), $m = 0$, $\hat{b}_m \equiv \hat{b}_0$, $b_m \equiv b_0$ на основе фильтров (5), (6), настраиваемого регулятора (15), алгоритма адаптации (13), (14), расширенной ошибки (10) и исходных данных. Начальное условие в алгоритме адаптации $\hat{b}_m(0) > b_0$.

Схема моделирования симулинк:

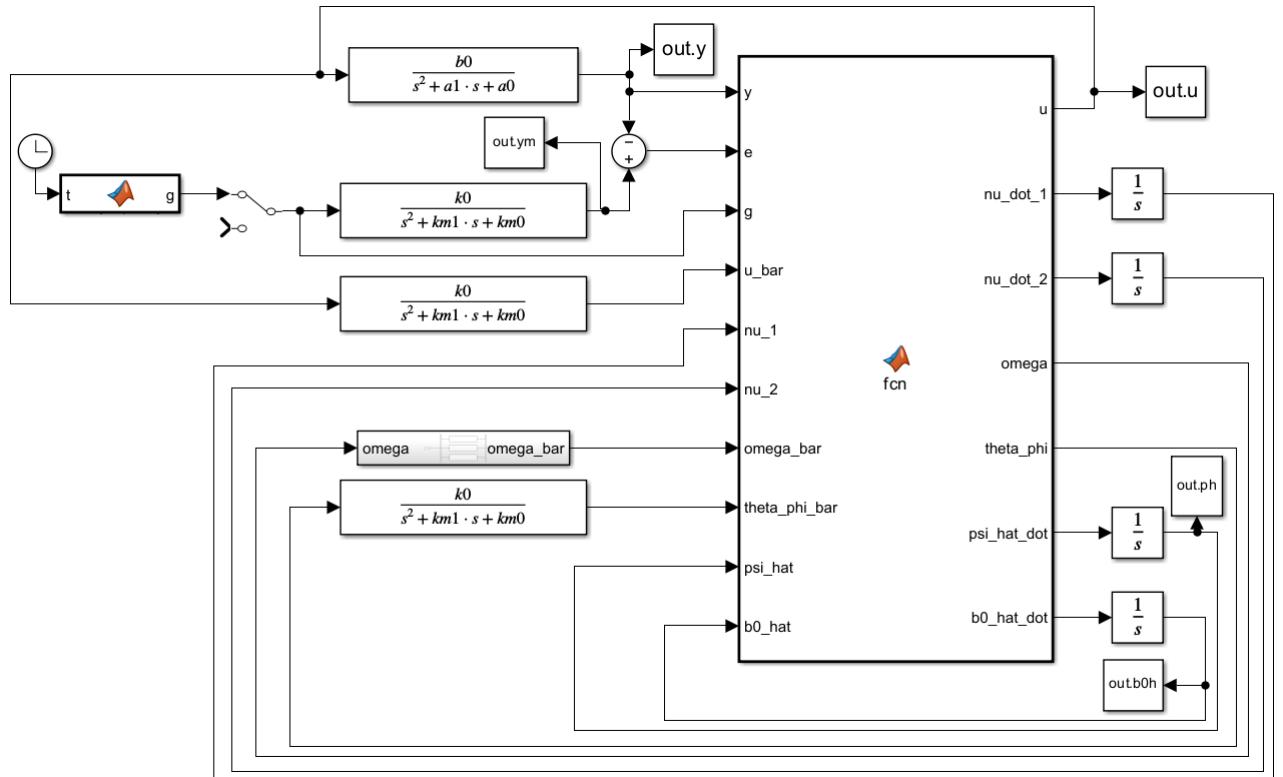


Рис. 1: Схема моделирования

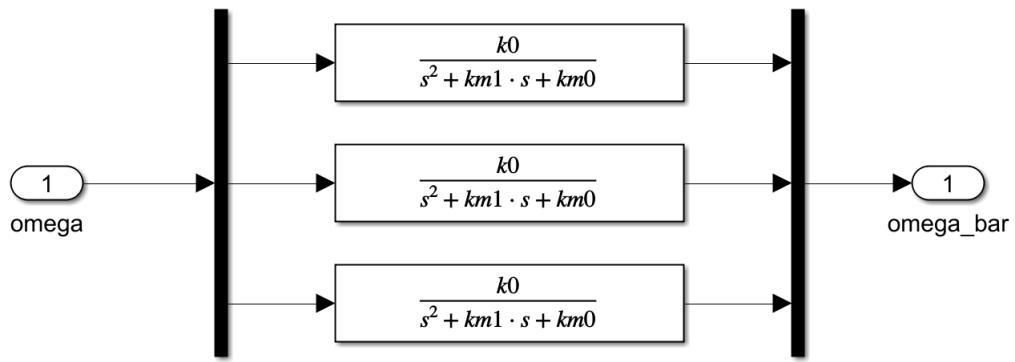


Рис. 2: Подсистема схемы моделирования

Программы, используемые в схеме:

```

1 function [u,nu_dot_1,nu_dot_2,omega,theta_phi, ...
2     psi_hat_dot,b0_hat_dot] = fcn(y,e,g,u_bar, ...
3     nu_1, nu_2,omega_bar,theta_phi_bar, ...
4     psi_hat,b0_hat,k0, bmin)
5 Lambda = -k0;
6 omega = [nu_1', nu_2', y]';
7
8 u = (-psi_hat'*omega + k0*g)/b0_hat;
9 nu_dot_1 = Lambda*nu_1 + u;
10 nu_dot_2 = Lambda*nu_2 + y;
11
12 theta_hat = [psi_hat; b0_hat];
13 omega_bar_p = [-omega_bar; -u_bar];
14 omega_p = [-omega; -u];
15 theta_phi = theta_hat'*omega_p;
16 e_hat = e - theta_hat'*omega_bar_p + theta_phi_bar;
17
18 gamma1 = 100;
19 gamma2 = 1;
20 psi_hat_dot = -gamma1*omega_bar / ...
21     (1 + omega_bar'*omega_bar)*e_hat;
22 b0_hat_dot = 10;
23 if b0_hat >= bmin
24     b0_hat_dot = -gamma2*u_bar / ...
25         (1 + omega_bar'*omega_bar)*e_hat;
26 elseif b0_hat < bmin
27     b0_hat_dot = 0;
28 end

```

Листинг 1: Код matlab-функции

```

1 a0=9 ;
2 a1=6 ;
3 b0=9 ;
4 bmin=1 ;
5 km1=6 ;
6 km0=9 ;
7 k0=1 ;

```

Листинг 2: Исходные данные схемы

```

1 set_param('sim1/phd_int','InitialCondition',[0.5;0.5;0.5]);
2 set_param('sim1/nd1_int','InitialCondition','0.5');
3 set_param('sim1/nd2_int','InitialCondition','0.5');
4 set_param('sim1/bhd_int','InitialCondition','10');
5 set_param('sim1','StopTime','15.0');

```

Листинг 3: Начальные значения интеграторов $\dot{\hat{\Psi}}, \dot{\hat{\nu}}_i, \dot{\hat{b}}_0$

Промоделируем систему (1) при $g(t) = 0$ и начальных значениях, представленных на листинге (3), для различных $\gamma_1 \gg \gamma_2$:

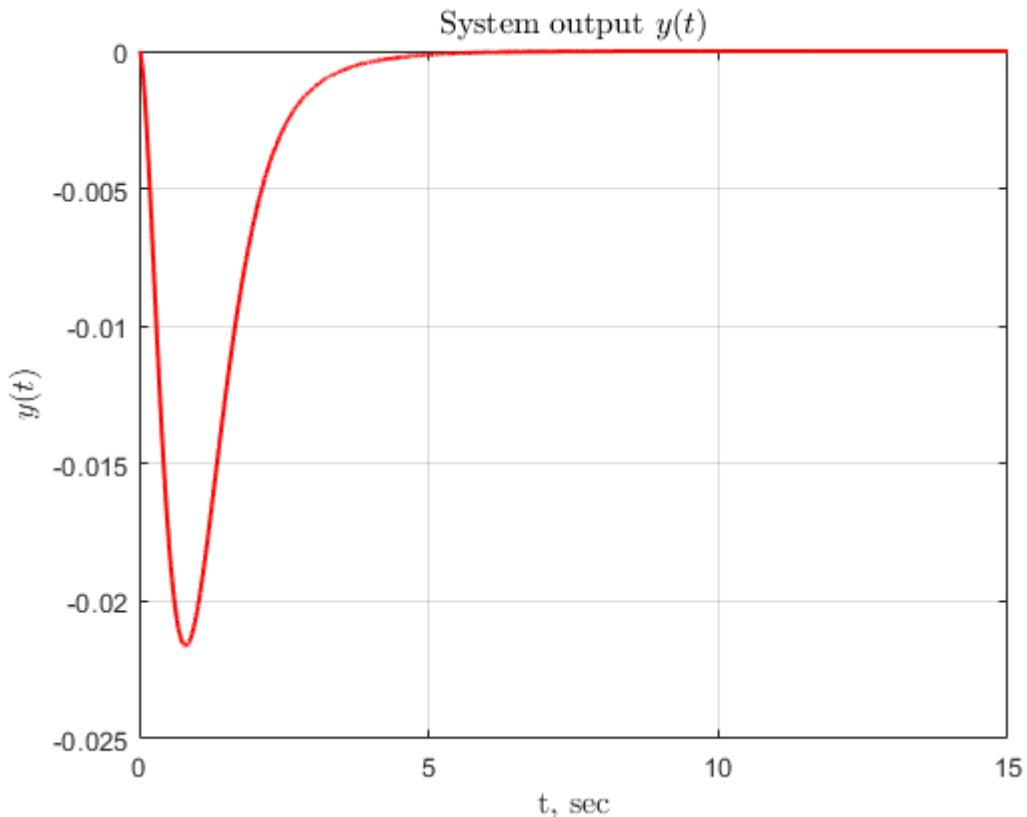


Рис. 3: Выход системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 1$

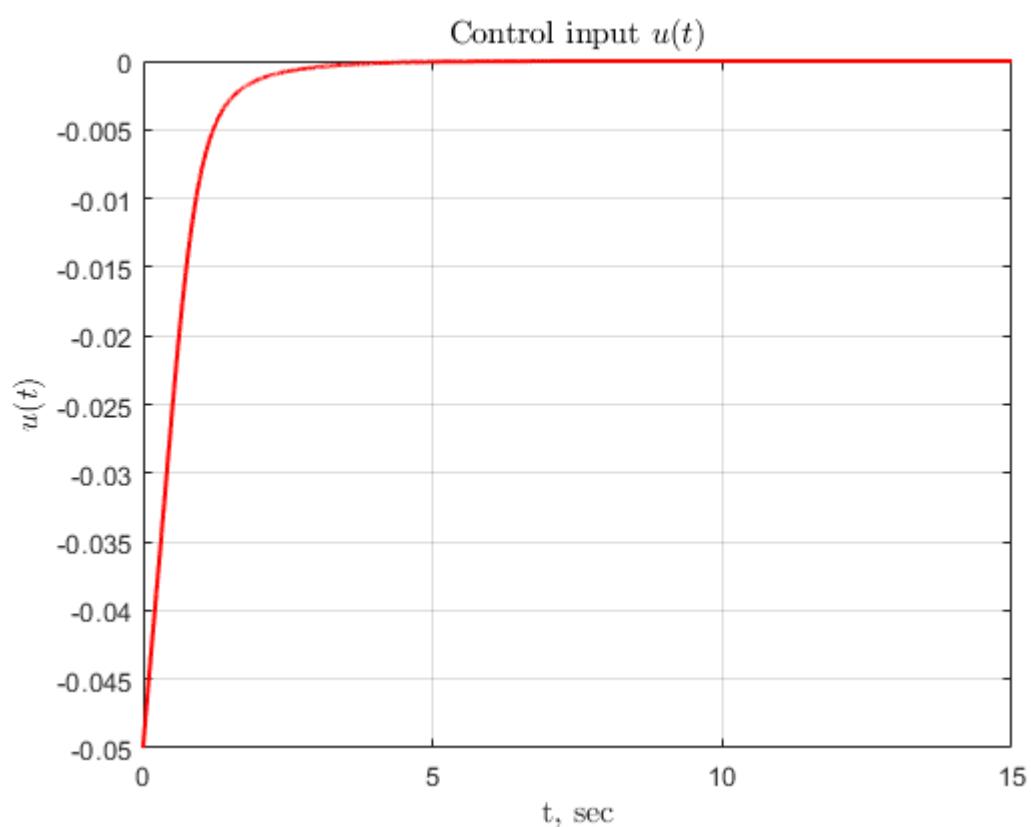


Рис. 4: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 1$

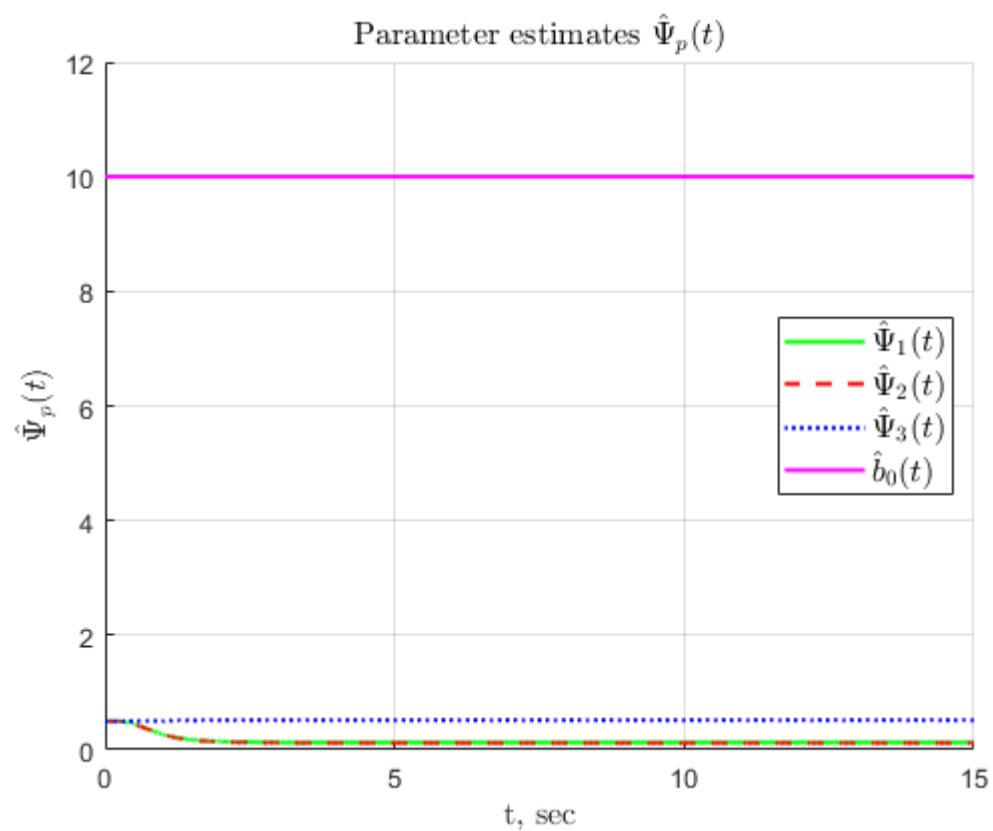


Рис. 5: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 1$

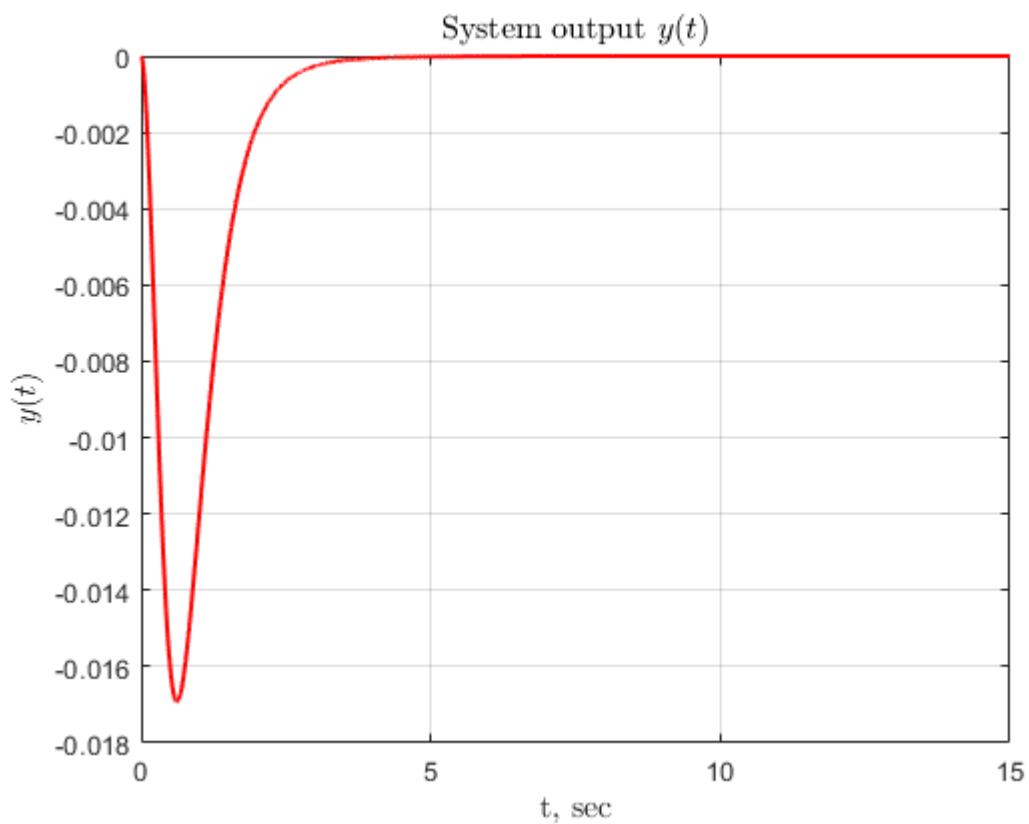


Рис. 6: Выход системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 10000, \gamma_2 = 10$

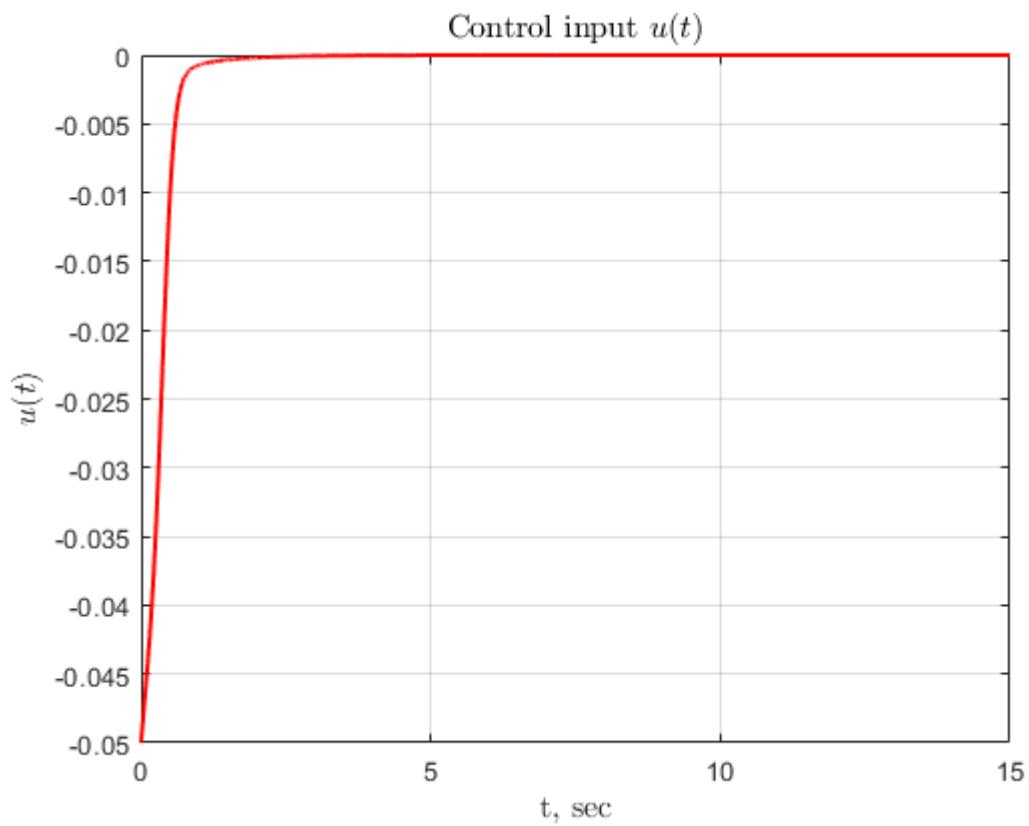


Рис. 7: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 10000, \gamma_2 = 10$

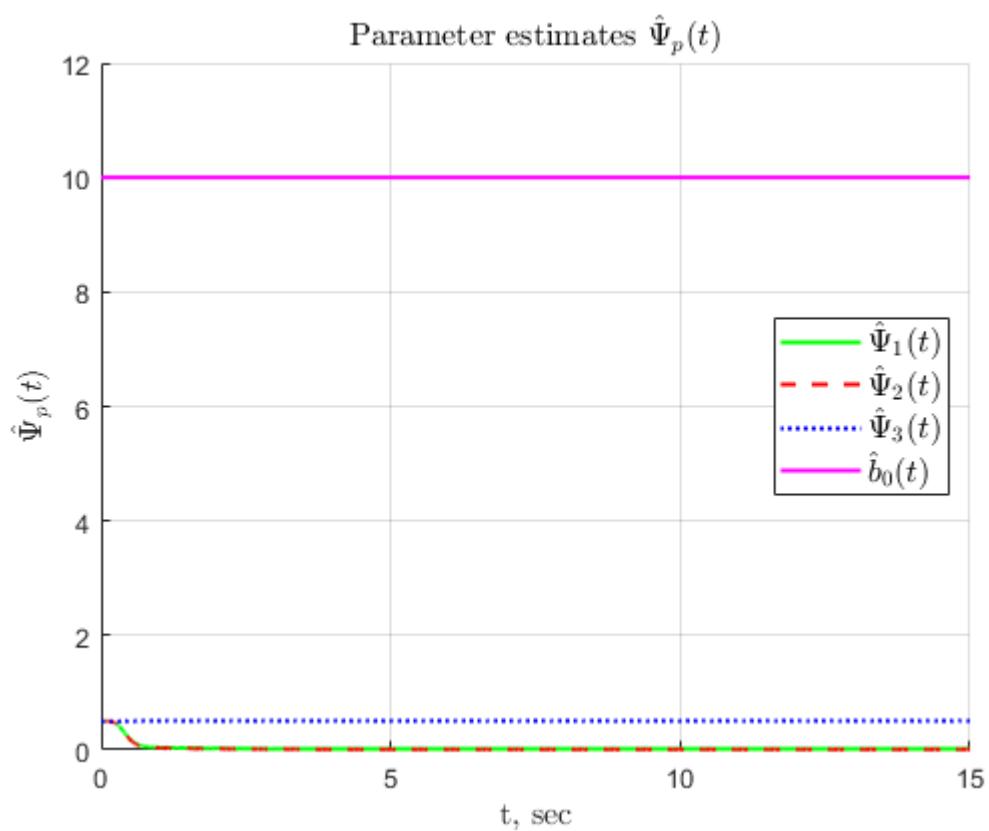


Рис. 8: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 10000, \gamma_2 = 10$

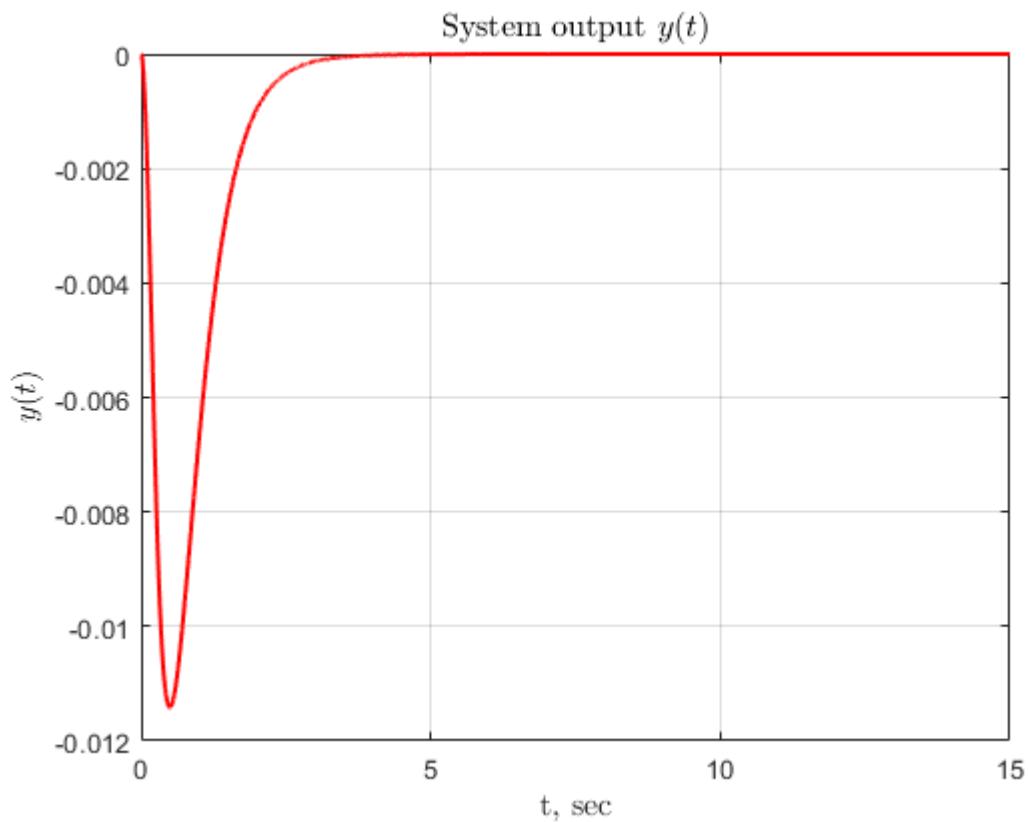


Рис. 9: Выход системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 100000, \gamma_2 = 100$

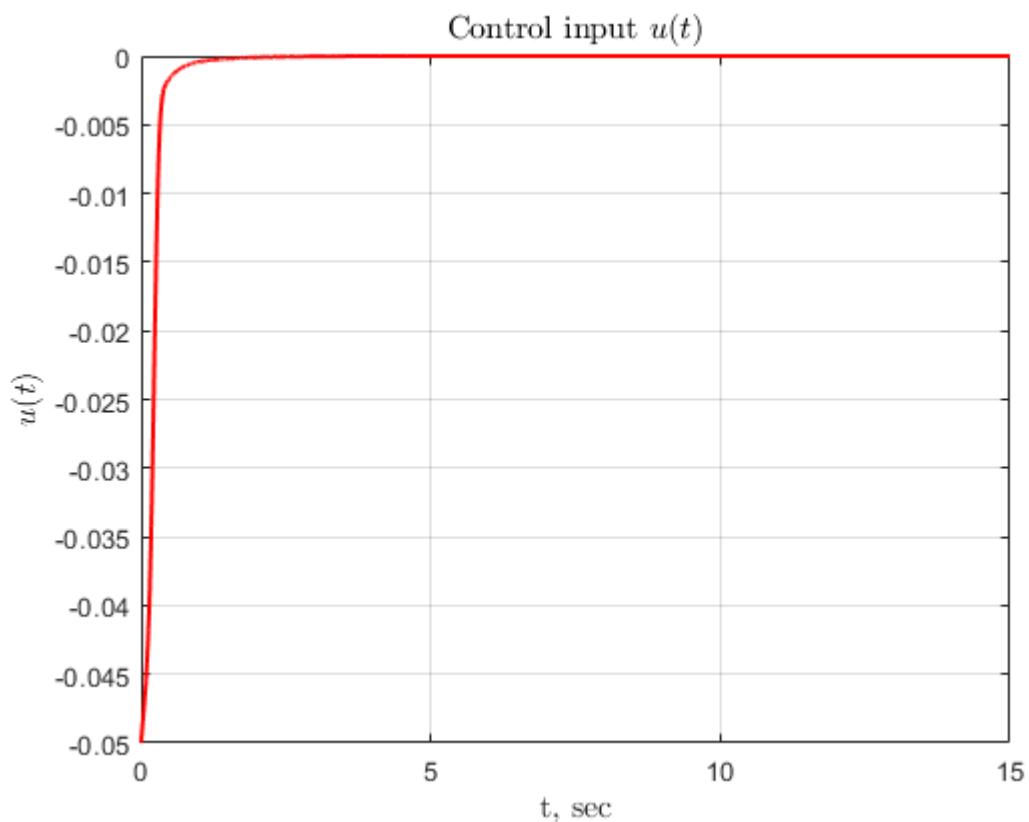


Рис. 10: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 100000, \gamma_2 = 100$

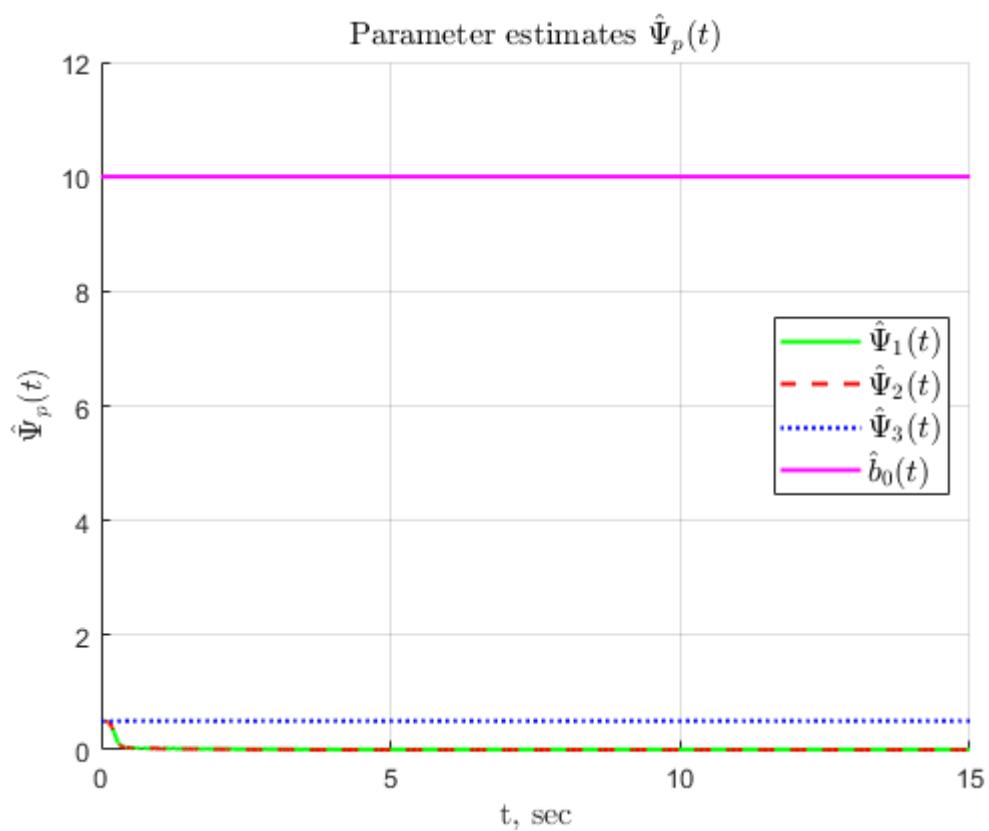


Рис. 11: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 100000, \gamma_2 = 100$

При увеличении коэффициентов γ_i выход системы быстрее сходится к нулю.

Оценки параметров не сходятся к истинным значениям, так как условие неисчезающего возбуждения для $\bar{\omega}_p$ при $g(t) = 0$ не выполняется.

4.3. Следящий адаптивный регулятор: устойчивая система

На основе эталонной модели (2), фильтров (5), (6), настраиваемого регулятора (15), алгоритма адаптации (12) и исходных данных, построим следящий адаптивный регулятор.

Используемые в схеме программы:

```
1 function g = set_signal(t)
2 g = 0.4*sin(3*t)+cos(0.1*t);
```

Листинг 4: Матлаб-функция задающего воздействия

Промоделируем систему (1) при $g(t) \neq 0$, $\dot{\Psi}(0) = [0; 0; 0]$, $\dot{\nu}_i(0) = 0$, $\hat{b}_0(0) = 10$ для различных $\gamma_1 \gg \gamma_2$:

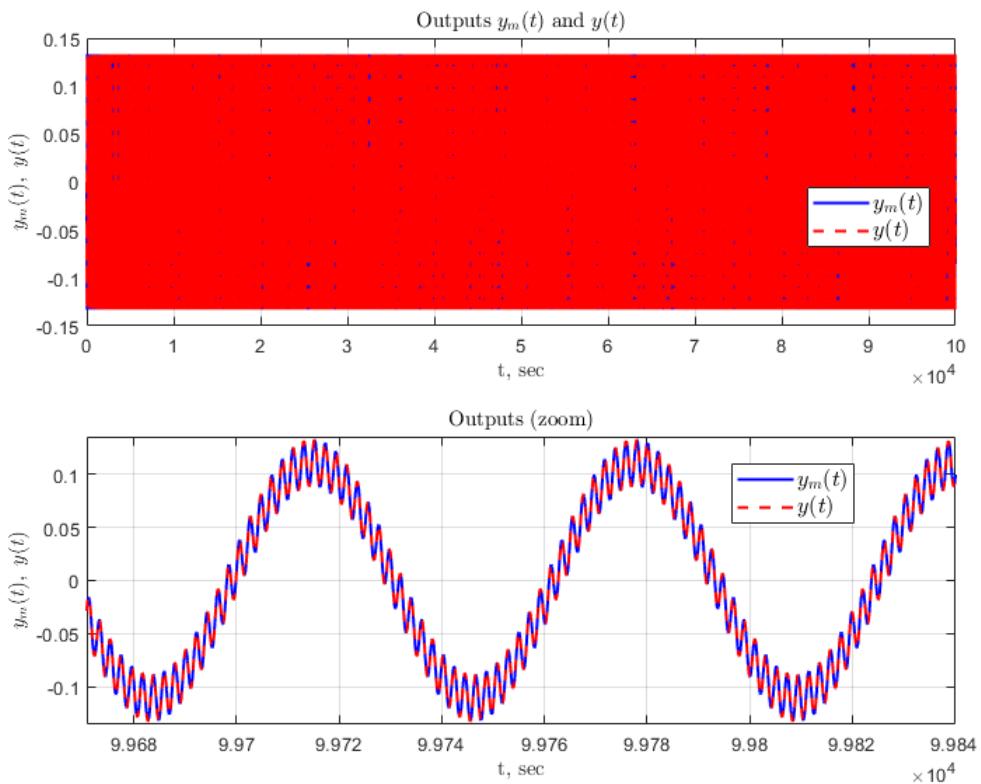


Рис. 12: Выход сигнала $y_M(t)$ и системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 100000$, $\gamma_2 = 100$

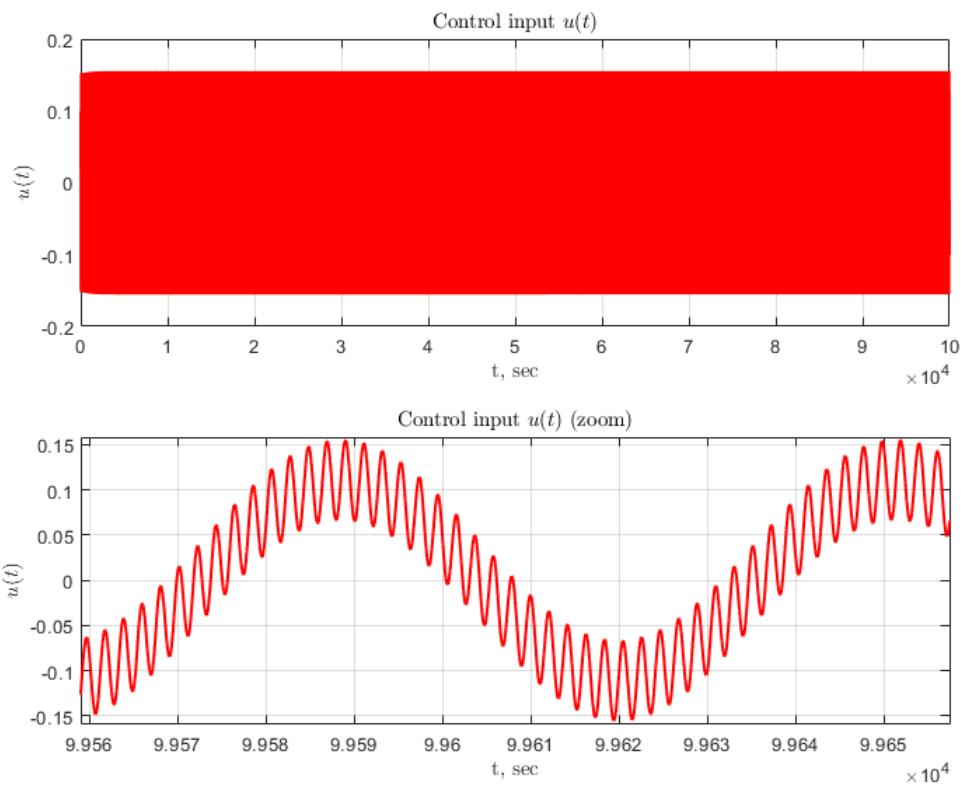


Рис. 13: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 100000, \gamma_2 = 100$

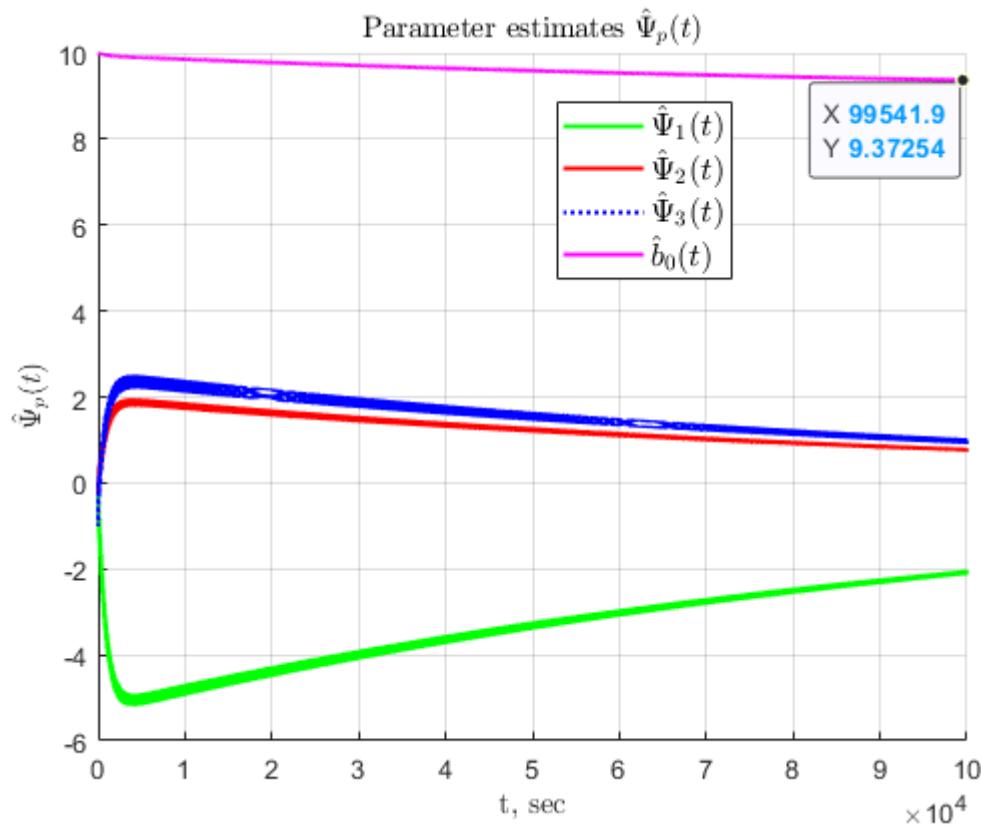


Рис. 14: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 100000, \gamma_2 = 100$

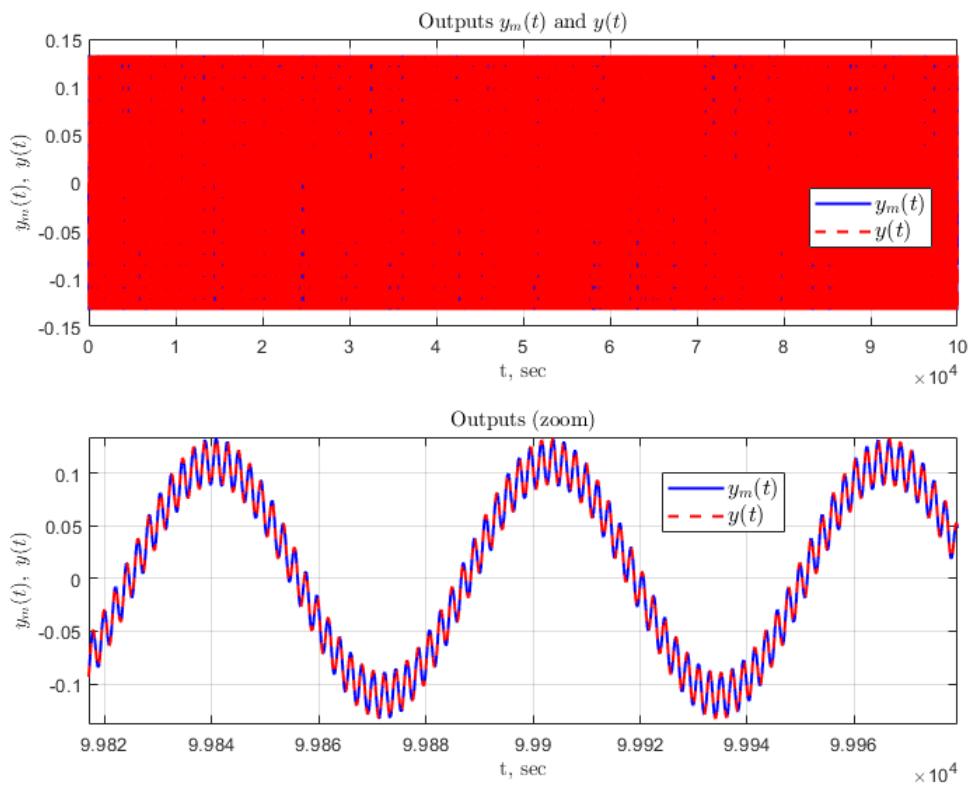


Рис. 15: Выход сигнала $y_M(t)$ и системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 1000000, \gamma_2 = 1000$

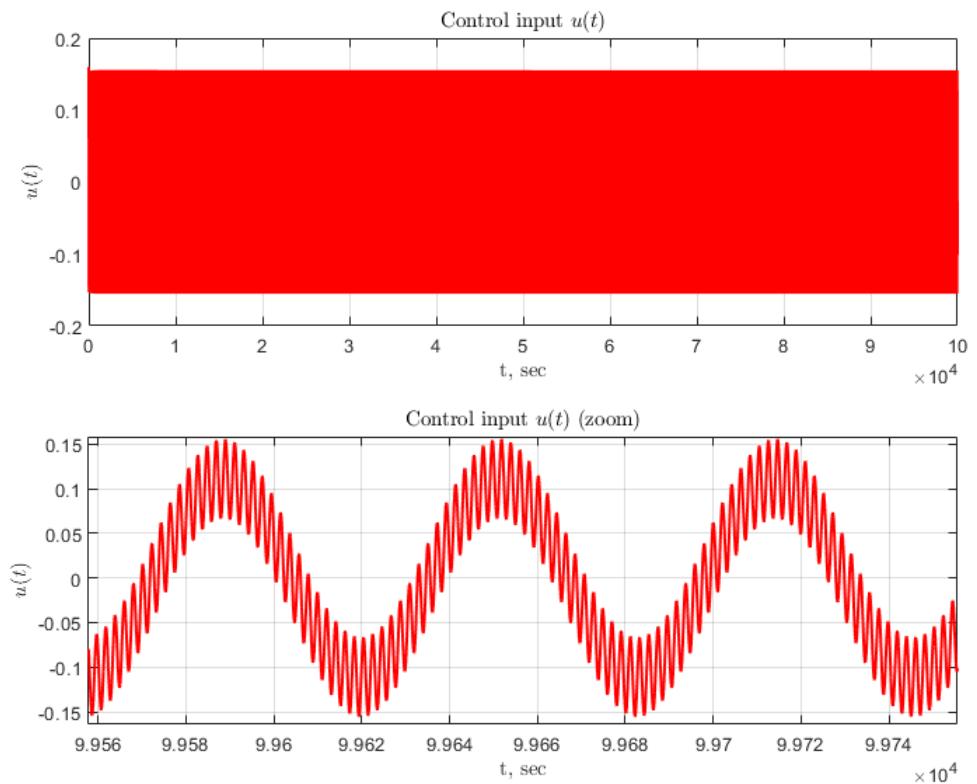


Рис. 16: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 1000000, \gamma_2 = 1000$

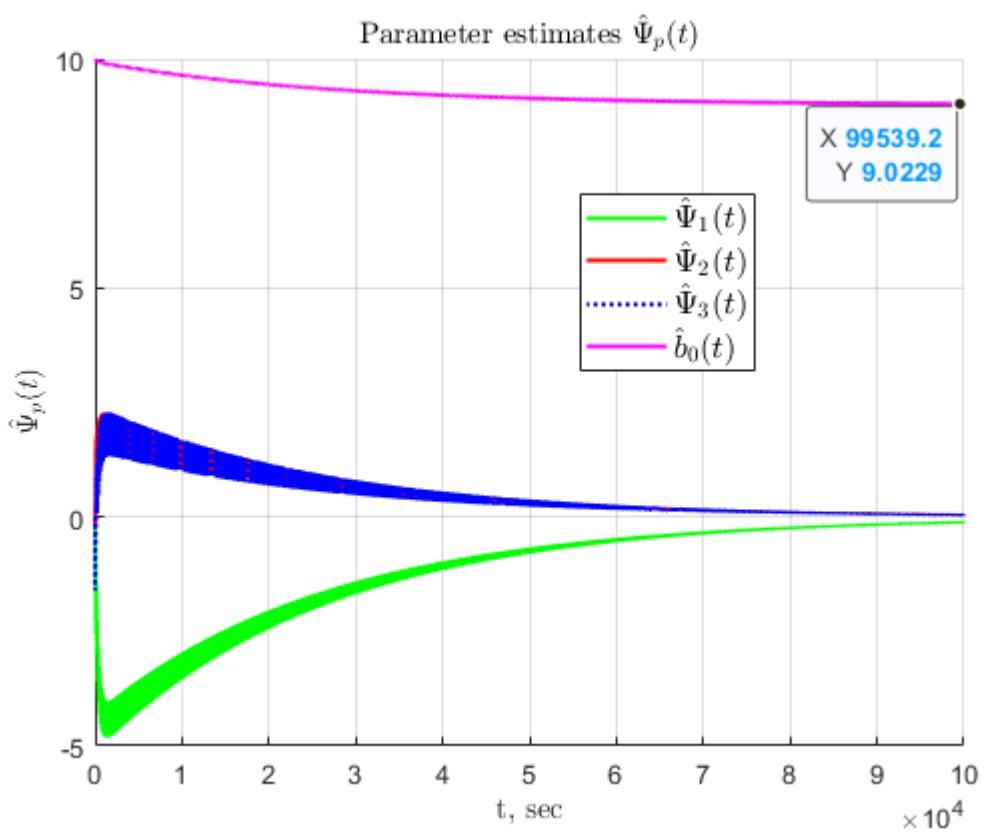


Рис. 17: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 1000000, \gamma_2 = 1000$

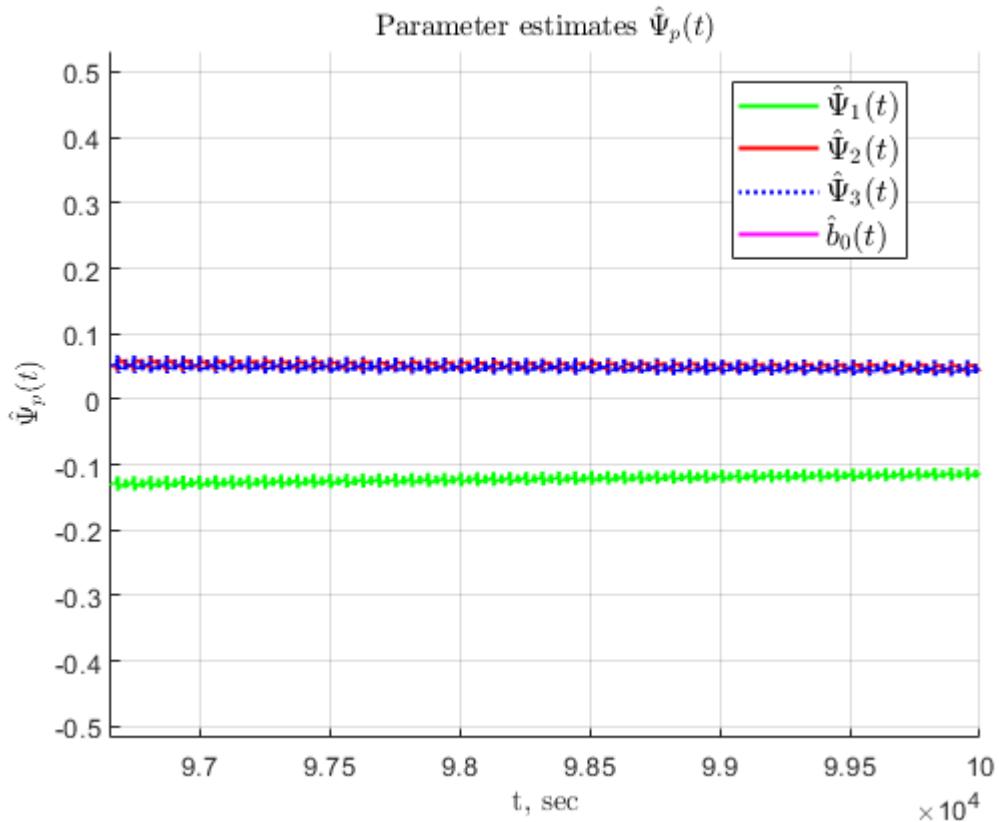


Рис. 18: Оценки параметров $\hat{\Psi}(t)$ вблизи при $\gamma_1 = 1000000, \gamma_2 = 1000$

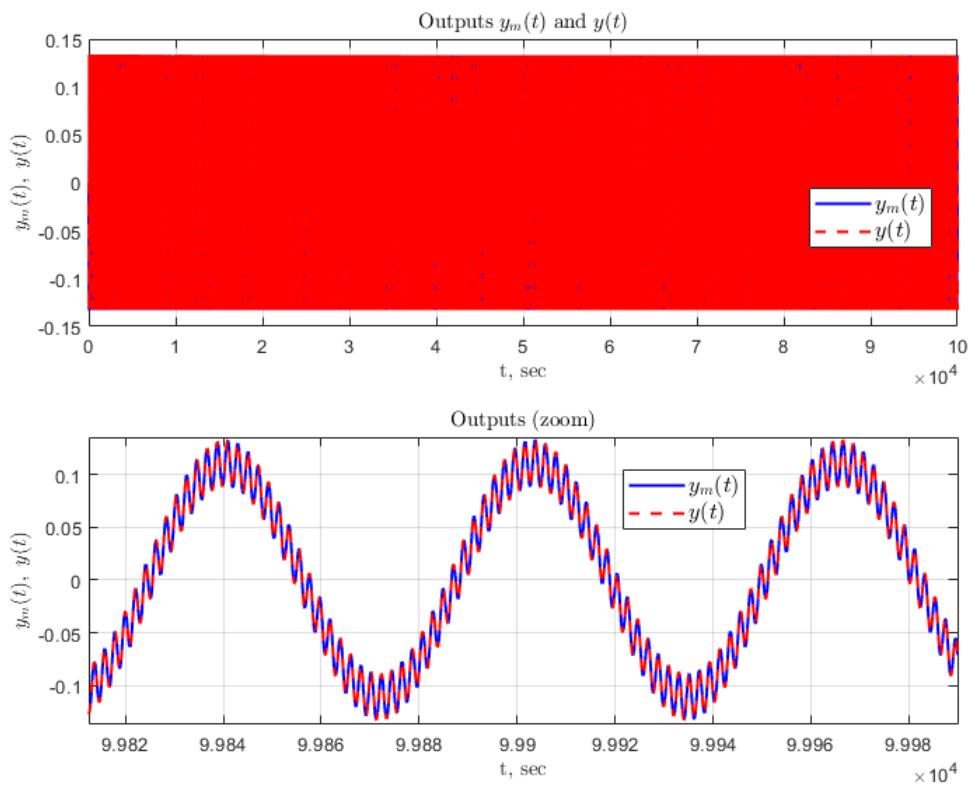


Рис. 19: Выход сигнала $y_M(t)$ и системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 5000000, \gamma_2 = 5000$

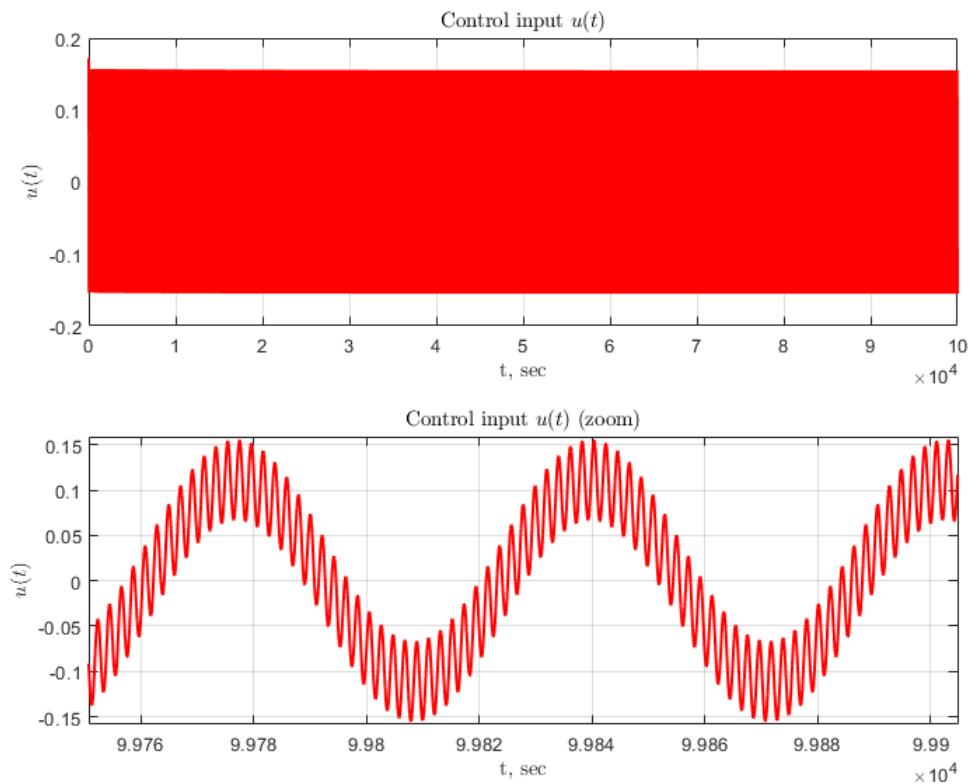


Рис. 20: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 5000000, \gamma_2 = 5000$

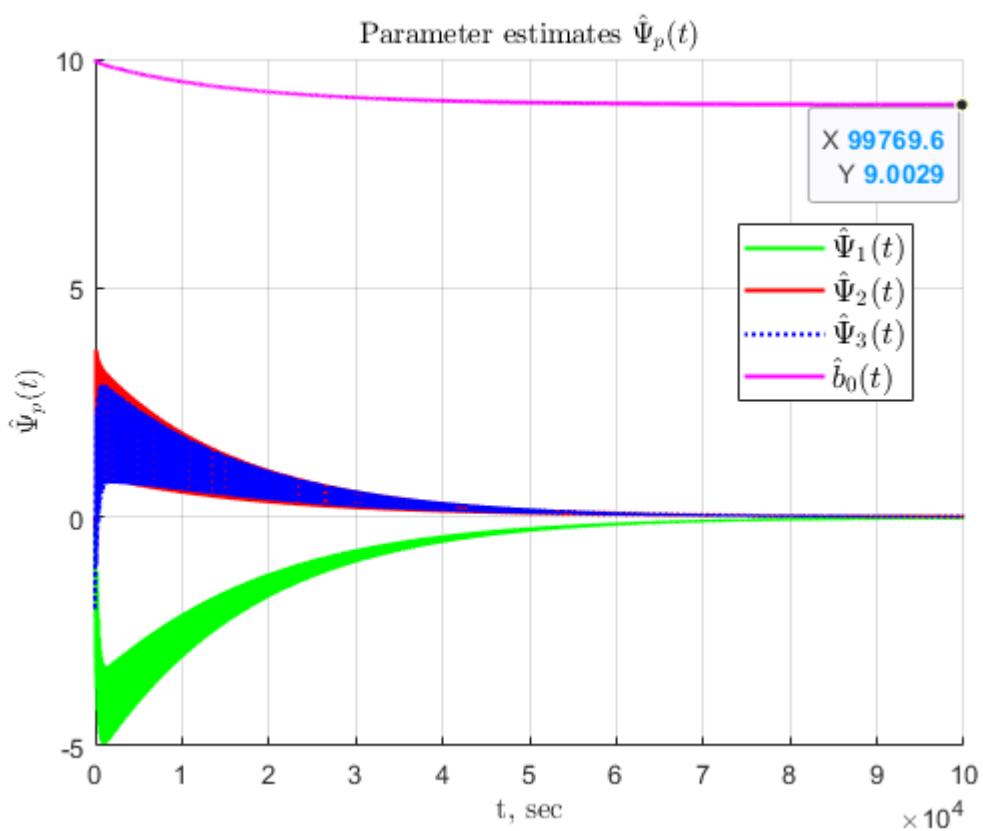


Рис. 21: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 5000000, \gamma_2 = 5000$

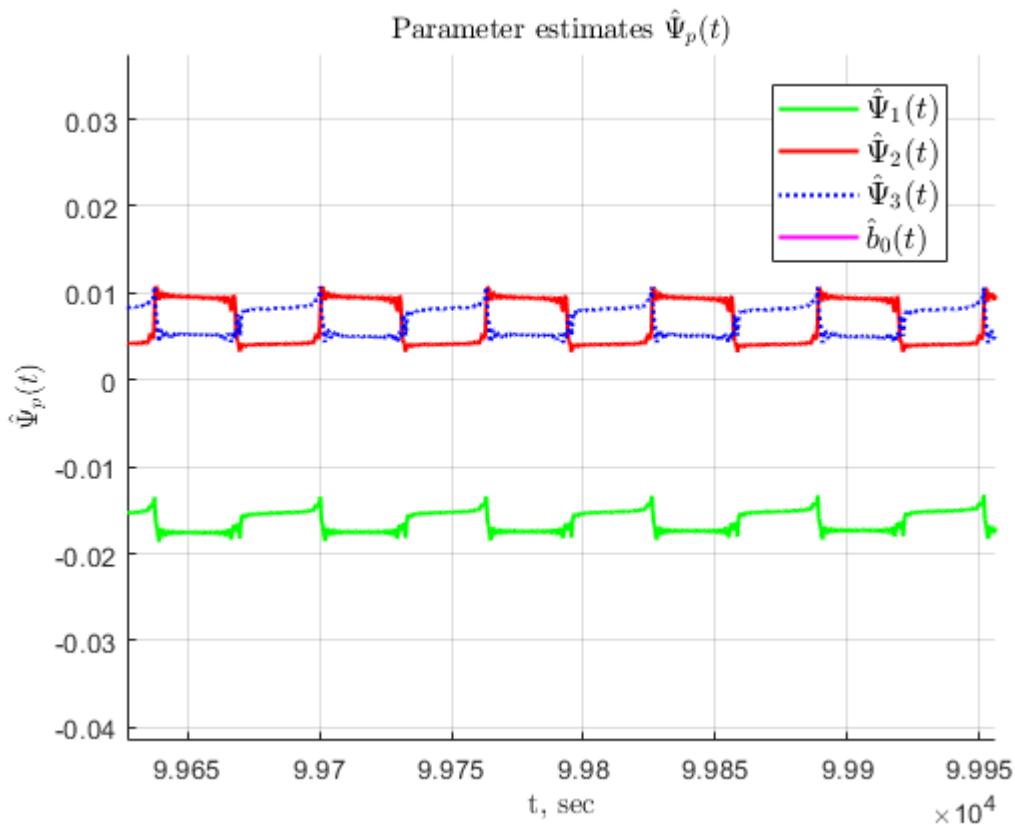


Рис. 22: Оценки параметров $\hat{\Psi}(t)$ вблизи при $\gamma_1 = 5000000, \gamma_2 = 5000$

Чем больше γ_i , тем быстрее выход системы сходится к желаемому сигналу, быстрее происходит адаптация параметров.

Оценки параметров сходятся к истинным значениям, так как условие неисчезающего возбуждения для $\bar{\omega}_p$ выполняется.

4.4. Следящий адаптивный регулятор: неустойчивая система

Выберем коэффициенты модели объекта a_i с обратным знаком:

$$a_1 = -6, \quad a_0 = -9$$

Проведем моделирование системы (1) при таких же начальных условиях, как и в предыдущем пункте, для одной пары γ_1, γ_2 :

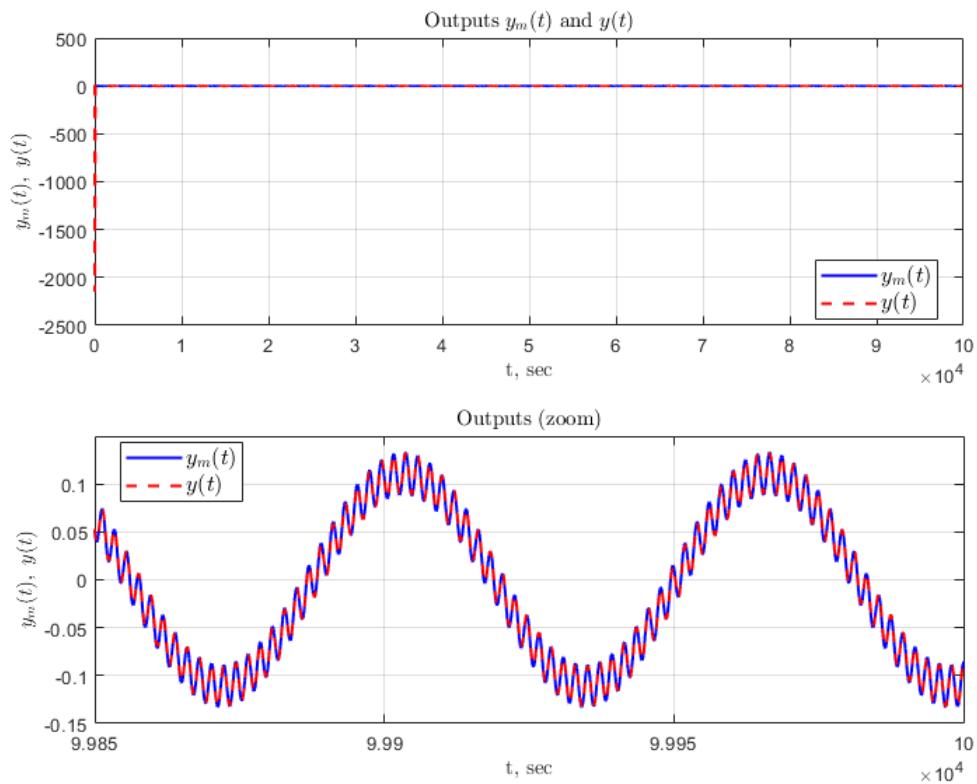


Рис. 23: Выход сигнала $y_M(t)$ и системы $y(t)$ при $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 1$

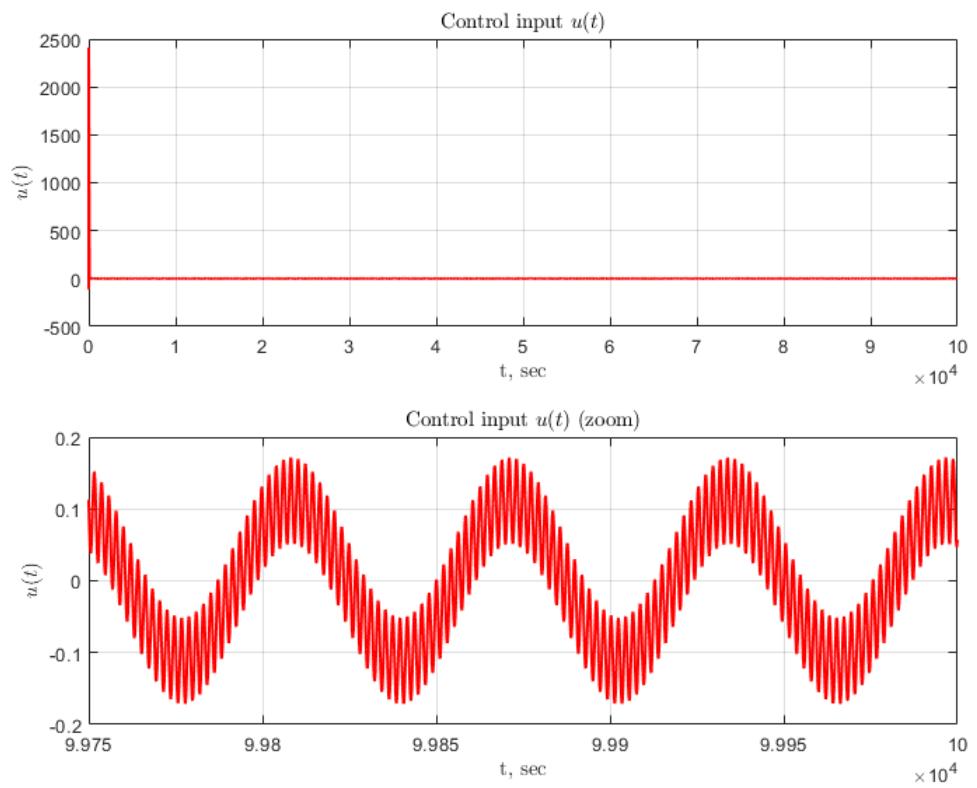


Рис. 24: Управление $u(t)$ при $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 1$

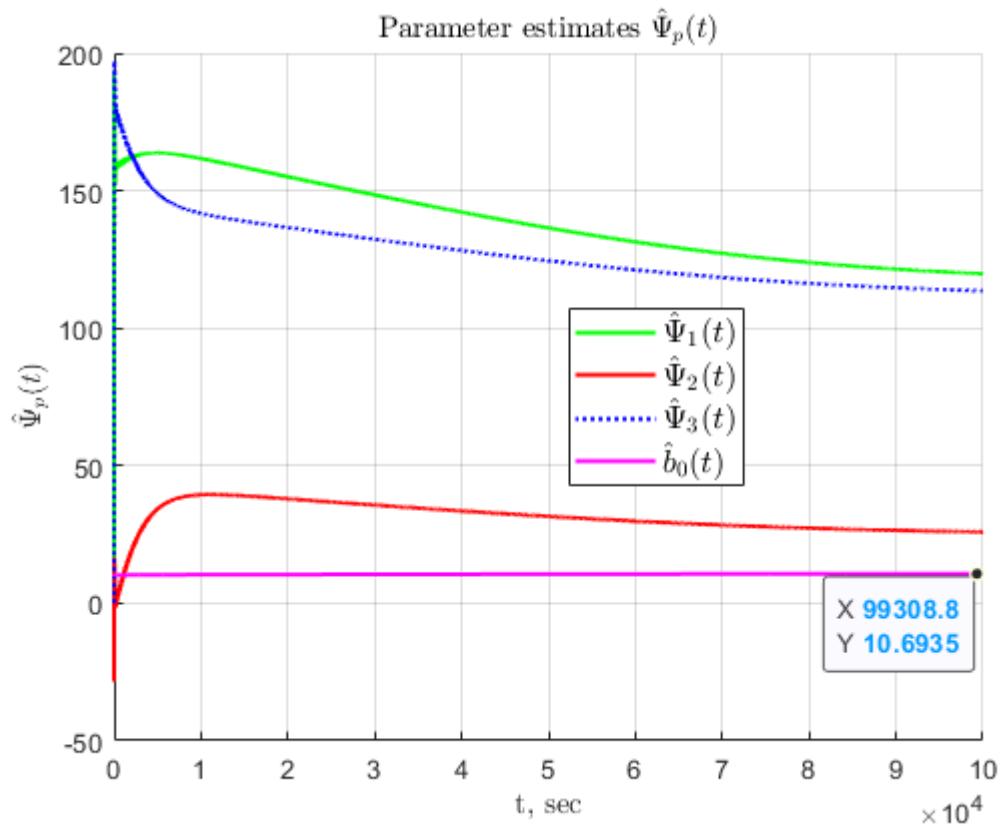


Рис. 25: Оценки параметров $\hat{\Psi}_p(t)$ при $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 1$

Управления стало затрачиваться значительно больше, в системе присутствует перерегулирование.

Оценки параметров не сходятся к истинным значениям.

5. Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы был синтезирован следующий адаптивный регулятор на основе метода расширенной ошибки. В случае устойчивого объекта и при выполнении условия неисчезающего возбуждения оценки параметров сошлись к истинным значениям. Было проведено исследование влияния параметров $\gamma_1, \gamma_2 : \gamma_1 \gg \gamma_2$ на работу адаптивного алгоритма. Чем больше их значения, тем быстрее адаптация параметров и схождение выхода системы к эталонному сигналу. В случае неустойчивого объекта или при невыполнении условия неисчезающего возбуждения оценки параметров не сошлись к истинным значениям.