

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

**ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8**

по дисциплине

**«АДАПТИВНОЕ И РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»**

на тему

**«АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ПО  
ВЫХОДУ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА АДАПТАЦИИ С  
РАСШИРЕННОЙ ОШИБКОЙ»**

Вариант 21

Выполнили: студенты  
Дьячихин Д. Н., Р3480  
Румянцев А. А., Р3441

Проверил: преподаватель  
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург  
2025

## **Содержание**

<b>1 Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2 Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>3 Теоретическая часть</b>	<b>3</b>
<b>4 Экспериментальная часть</b>	<b>7</b>
4.1 Параметры системы . . . . .	7
4.2 Стабилизирующее адаптивное управление . . . . .	7
<b>5 Вывод</b>	<b>7</b>

## 1. Цель работы

Освоение метода расширенной ошибки в задачах адаптивного управления по выходу.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим минимально-фазовую линейную модель объекта, представленную в форме «вход-выход»:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_0y = b_m u^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_0u, \quad (1)$$

где  $a_i, i = \overline{0, n-1}, b_j = \overline{0, m}$  – неизвестные параметры объекта. Предполагается, что знак величины  $b_m$  известен. Пусть в решаемой задаче  $b_m \geq b_{\min} > 0, b_{\min}$  – известная величина.

Задача – слежение выходной переменной  $y$  за эталонным сигналом  $y_M$ , формируемым эталонной моделью вида:

$$y_M(t) = \frac{k_0}{K_M(s)} [g(t)], \quad (2)$$

где  $g$  – сигнал задания,  $K_M(s)$  – гурвицевый полином, определяющий желаемую динамику замкнутой системы. Полином  $K_M(s)$  строится на основе метода стандартных полиномов, исходя из заданных динамических характеристик.

Цель управления заключается в синтезе управления  $u$ , компенсирующего неопределенности объекта и обеспечивающего при условии ограниченности всех сигналов выполнение целевого равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_M(t) - y(t)) = 0 \quad (3)$$

## 3. Теоретическая часть

Для синтеза адаптивного регулятора используется параметризованное представление выхода объекта:

$$y(t) = \frac{1}{K_M(s)} [\Psi^T \omega(t) + b_m u(t)] + \delta(t), \quad (4)$$

где регрессор  $\omega^T = [\nu_1^T, \nu_2^T, y]^T$ ,  $\delta(t)$  – экспоненциально затухающая функция, определяемая ненулевыми начальными условиями,  $K_M(s)$  – нормированный устойчивый полином степени  $n - m$ .

Вместе с моделью рассмотрим динамические фильтры:

$$\dot{\nu}_1 = \Lambda \nu_1 + e_{n-1} u, \quad (5)$$

$$\dot{\nu}_2 = \Lambda \nu_2 + e_{n-1} y, \quad (6)$$

где  $\nu_1, \nu_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$  – векторы состояния фильтров,  $e_{n-1} = \text{col}(0, \dots, 0, 1)$ ,  $e_{n-1} \in \mathbb{R}^{n-1}$ ,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_0 & -k_1 & -k_2 & \dots & -k_{n-2} \end{bmatrix}$$

Матрица  $\Lambda$  имеет сопровождающий полином:

$$K(s) = s^{n-1} + k_{n-2}s^{n-2} + k_{n-3}s^{n-3} + \dots + k_0$$

Решение задачи адаптивного управления по выходу предполагает ограниченный класс объектов вида (1). Класс ограничивается строго положительно вещественными (СПВ) передаточными функциями. Так, например, передаточная функция

$$H(s) = \frac{1}{K_M(s)}$$

модели ошибки

$$\varepsilon = y_M - y = \frac{1}{K_M(s)} \left[ \tilde{\Psi}_p^T \omega_p \right], \quad \tilde{\Psi}_p^T = \left[ \tilde{\Psi}^T, \tilde{b}_m \right], \quad \omega_p^T = [-\omega^T, -u] \quad (7)$$

с  $\tilde{\Psi} = \Psi - \hat{\Psi}$ ,  $\tilde{b}_m = b_m - \hat{b}_m$  при порядке полинома  $K_M(s)$  больше единицы не является СПВ, а значит, алгоритм адаптации

$$\dot{\hat{\Psi}}_p = \gamma \Gamma \omega_p \varepsilon, \quad \gamma > 0, \quad \hat{\Psi}_p^T = \left[ \hat{\Psi}^T, \hat{b}_m \right], \quad \Gamma = \begin{cases} I_{2n}, & \hat{b}_m(t) \geq b_{\min}, \\ I_{2n} - \zeta_{2n} \zeta_{2n}^T, & \hat{b}_m(t) < b_{\min} \end{cases} \quad (8)$$

с  $\zeta_{2n} = [0, 0, \dots, 0, 1]$  не применим.

Для решения этой проблемы преобразуем динамическую модель ошибки (7) к виду:

$$\varepsilon = \tilde{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p + \hat{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p - \frac{1}{K_M(s)} [\hat{\Psi}_p^T \omega_p], \quad \bar{\omega}_p = \frac{1}{K_M(s)} [\omega_p] \quad (9)$$

Введем в рассмотрение сигнал расширенной ошибки:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p + \frac{1}{K_M(s)} [\hat{\Psi}_p^T \omega_p] \quad (10)$$

С учетом (9) равенство (10) примет вид:

$$\hat{\varepsilon} = \tilde{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p \quad (11)$$

Выражение (11) представляет собой статическую модель ошибки, на базе которой строится алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\Psi}}_p = \gamma \Gamma \frac{\bar{\omega}_p}{1 + \bar{\omega}_p^T \bar{\omega}_p} \hat{\varepsilon}, \quad (12)$$

где  $\Gamma$  определена в выражении (8).

Алгоритм (12) с учетом (8) можно представить в виде:

$$\dot{\hat{\Psi}} = -\gamma_1 \frac{\bar{\omega}}{1 + \bar{\omega}^T \bar{\omega}} \hat{\varepsilon}, \quad (13)$$

$$\dot{\hat{b}}_m = \begin{cases} -\gamma_2 \frac{\bar{u}}{1 + \bar{\omega}^T \bar{\omega}} \hat{\varepsilon}, & \hat{b}_m(t) \geq b_{\min}, \\ 0, & \hat{b}_m(t) < b_{\min}, \end{cases} \quad (14)$$

$$u = \frac{1}{\hat{b}_m} (-\hat{\Psi}^T \omega + k_0 g), \quad (15)$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{1}{K_M(s)} [\omega], \quad \bar{u} = \frac{1}{K_M(s)} [u], \quad \gamma_{1,2} > 0$$

Таким образом, закон адаптивного управления состоит из настраиваемого регулятора (15), расширенной ошибки (10) и алгоритма адаптации (12). Алгоритм адаптации генерирует настраиваемые параметры регулятора, содержащиеся в векторе  $\hat{\Psi}_p^T$ .

Зададим функцию Ляпунова  $V = \tilde{\Psi}_p^T \tilde{\Psi}_p / (2\gamma)$  для анализа устойчивости.

Ее производная:

$$\dot{V} = \frac{1}{\gamma} \tilde{\Psi}_p^T \dot{\tilde{\Psi}}_p = -\frac{1}{1 + \bar{\omega}_p^T \bar{\omega}_p} \hat{\varepsilon}^2 < 0$$

Следовательно, сигналы  $\hat{\varepsilon}, \dot{\hat{\Psi}}_p$  стремятся к нулю асимптотически. Далее, применив к (10) Лемму о перестановке, получаем:

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = \varepsilon - H_{KC}(s) \left[ H_{KB}(s) [\omega_p^T] \dot{\hat{\Psi}}_p \right] \quad (16)$$

В последнем выражении  $H_{KC}(s) = C_K (Is - A_K)^{-1}$ ,  $H_{KB}(s) = (Is - A_K)^{-1} b_K$  – передаточные матрицы, получаемые на основе модификации передаточной функции:

$$\frac{1}{K_M(s)} = C_K (Is - A_K)^{-1} b_K,$$

которая рассчитывается на основе тройки матриц  $(A_K, b_K, C_K)$  – минимальной реализации передаточной функции  $1/K_M(s)$ .

Так как  $\hat{\varepsilon}, \dot{\hat{\Psi}}_p$  стремятся к нулю асимптотически, а передаточная функция  $1/K_M(s)$  устойчива, то из выражения (16) следует сходимость ошибки управления  $\varepsilon$  к нулю асимптотически.

Таким образом, для любых начальных условий  $y(0), \dots, y^{(n-1)}(0), \hat{\Psi}_p(0)$  закон адаптивного управления обеспечивает следующие свойства в замкнутой системе:

- все сигналы в системе ограничены;
- ошибка  $\varepsilon$  стремится к нулю асимптотически;
- параметрические ошибки  $\tilde{\Psi}_p$  стремятся к нулю, если вектор  $\bar{\omega}_p$  удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения. Это условие в конечном итоге зависит от частотной насыщенности сигнала задания  $g$ , который должен содержать «достаточное» количество гармоник.

## 4. Экспериментальная часть

### 4.1. Параметры системы

Согласно варианту 21, исходные данные:

$$a_0 = 9, a_1 = 6, b_0 = 9, k_{M,1} = 6, k_{M,0} = 9, k_0 = 1,$$

$$g(t) = 0.4 \sin 3t + \cos 0.1t$$

### 4.2. Стабилизирующее адаптивное управление

Построим стабилизирующее адаптивное управление ( $g(t) = 0$ ),  $m = 0$ ,  $\hat{b}_m \equiv \hat{b}_0$ ,  $b_m \equiv b_0$  на основе фильтров (5,6), настраиваемого регулятора (15), алгоритма адаптации (13,14), расширенной ошибки (10) и исходных данных. Начальное условие в алгоритме адаптации  $\hat{b}_m(0) > b_0$ .

Схема моделирования симулинк:

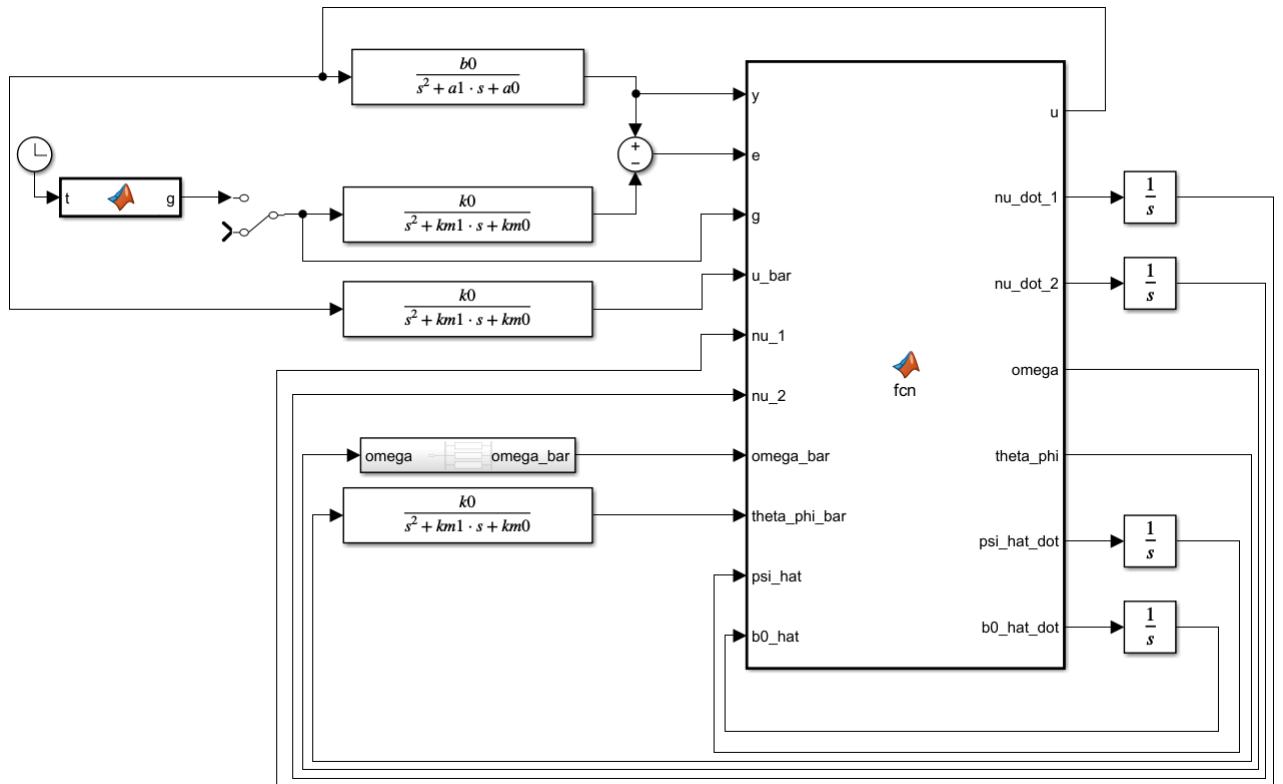


Рис. 1: Схема моделирования

## 5. Вывод

...