

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6
по дисциплине
«АДАПТИВНОЕ И РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»
на тему
**«СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ СОСТОЯНИЯ
ЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА»**

Вариант 21

Выполнили: студенты
Дьячихин Д. Н., Р3480
Румянцев А. А., Р3441

Проверил: преподаватель
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Цель работы	3
2 Постановка задачи	3
3 Теоретическая часть	4
4 Экспериментальная часть	6
4.1 Определение параметров системы	6
4.2 Моделирование адаптивного наблюдателя при синусоидальном входном сигнале	6
4.3 Моделирование адаптивного наблюдателя при входном сигнале, состоящем из суммы гармоник	9
4.4 Выводы	11
5 Вывод	11

1. Цель работы

Освоение процедуры синтеза адаптивного наблюдателя линейного объекта.

2. Постановка задачи

Дан асимптотически устойчивый объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0), \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1)$$

где x – недоступный прямому измерению вектор состояния, u, y – входной и выходной сигналы объекта, доступные прямым измерениям,

$$A = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ -a_0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_m \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$a_i, i = \overline{0, n-1}, b_j, j = \overline{0, m}$ – неизвестные коэффициенты модели.

Рассматриваемая задача состоит в построении оценки вектора состояния \hat{x} такой, что:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0 \quad (2)$$

Синтезируемый адаптивный наблюдатель должен одновременно оценивать неизвестные параметры объекта управления θ и генерировать оценку вектора состояния \hat{x} .

Отметим, что в задаче класс объектов (1) ограничен следующим допущением (условием согласования): для некоторого n -мерного вектора $\bar{\theta}$ матрицы A, C, A_0 связаны следующим соотношением:

$$A_0 = A - \bar{\theta}C$$

Можно показать, что для рассматриваемого класса объектов:

$$\bar{\theta} = \begin{bmatrix} k_{n-1} - a_{n-1} \\ k_{n-2} - a_{n-2} \\ \vdots \\ k_0 - a_0 \end{bmatrix}$$

3. Теоретическая часть

Для решения задачи используется параметризованное представление выходной переменной:

$$y = \theta^T \omega, \quad (3)$$

где ω – вектор регрессоров, состоящий из двух фильтрованных через A_0 компонент выхода y и двух фильтрованных компонент входа u , и вектора состояния:

$$x = \sum_{i=0}^{n-1} \theta_{i+1} (Is - A_0)^{-1} e_{n-i}[y] + \sum_{j=0}^m \theta_{j+1+n} (Is - A_0)^{-1} e_{n-j}[u] \quad (4)$$

Заменим в (3) параметры θ на оценки $\hat{\theta}$ и сформируем настраиваемую модель объекта:

$$\hat{y} = \hat{\theta}^T \omega, \quad (5)$$

где \hat{y} – оценка переменной y . Введем в рассмотрение ошибку идентификации:

$$\varepsilon = y - \hat{y}$$

Учитывая (3), (5), получаем:

$$\varepsilon = \tilde{\theta}^T \omega, \quad (6)$$

где $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ – вектор параметрических ошибок. Последнее выражение представляет собой стандартную статическую модель ошибок, на основе которой при помощи функции Ляпунова $V = \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} / 2\gamma$ и анализа ее производной строит-

ся алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \omega \varepsilon, \quad (7)$$

где $\gamma > 0$ – коэффициент адаптации.

Действительно, расчет производной \dot{V} дает:

$$\dot{V} = \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} = -\frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}$$

При выборе структуры алгоритма адаптации (7) имеем:

$$\dot{V} = -\frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \gamma \omega \varepsilon = -\varepsilon^2 < 0$$

Из последнего неравенства при условии ограниченности функции ω и ее первой производной $\dot{\omega}$ (условие накладывается на входной сигнал u) следуют свойства системы, состоящей (6), (7):

- все сигналы в системе ограничены;
- ошибка ε стремится к нулю асимптотически;
- параметрические ошибки $\tilde{\theta}$ стремятся к нулю экспоненциально, если вектор ω удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения:

$$\int_t^{t+T} \omega(\tau) \omega^T d\tau > \alpha I, \quad \alpha > 0, T > 0 \quad (8)$$

Условие (8) в конечном итоге зависит от частотной насыщенности сигнала u , который должен содержать «достаточное» количество гармоник;

- если ошибки $\tilde{\theta}$ стремятся к нулю, то оценка вектора состояния \hat{x} также стремится к x .

После замены в (4) параметров θ на оценки $\hat{\theta}$ получаем оценку вектора состояния:

$$\hat{x} = \sum_{i=0}^{n-1} \hat{\theta}_{i+1} (Is - A_0)^{-1} e_{n-i}[y] + \sum_{j=0}^m \hat{\theta}_{j+1+n} (Is - A_0)^{-1} e_{n-j}[u] \quad (9)$$

Таким образом, адаптивный наблюдатель, обеспечивающий выполнение условия (2) (при выполнении условия неисчезающего возбуждения (8)), состоит из настраиваемой модели (5), алгоритма адаптации (7) и алгоритма оценивания вектора состояния (9).

4. Экспериментальная часть

4.1. Определение параметров системы

Согласно варианту 21, в данной работе система (1) имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

Гурвицева матрица с коэффициентами фильтра:

$$A_0 = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 1 \\ -16 & 0 \end{bmatrix}$$

Вектор параметров:

$$\theta = \begin{bmatrix} k_0 - a_0 \\ k_1 - a_1 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

4.2. Моделирование адаптивного наблюдателя при синусоидальном входном сигнале

Промоделируем адаптивный наблюдатель вектора состояния объекта (5), (7), (9) при входном сигнале:

$$u(t) = 10 \sin t := u_1$$

и коэффициенте адаптации $\gamma = 1$.

Схема моделирования:

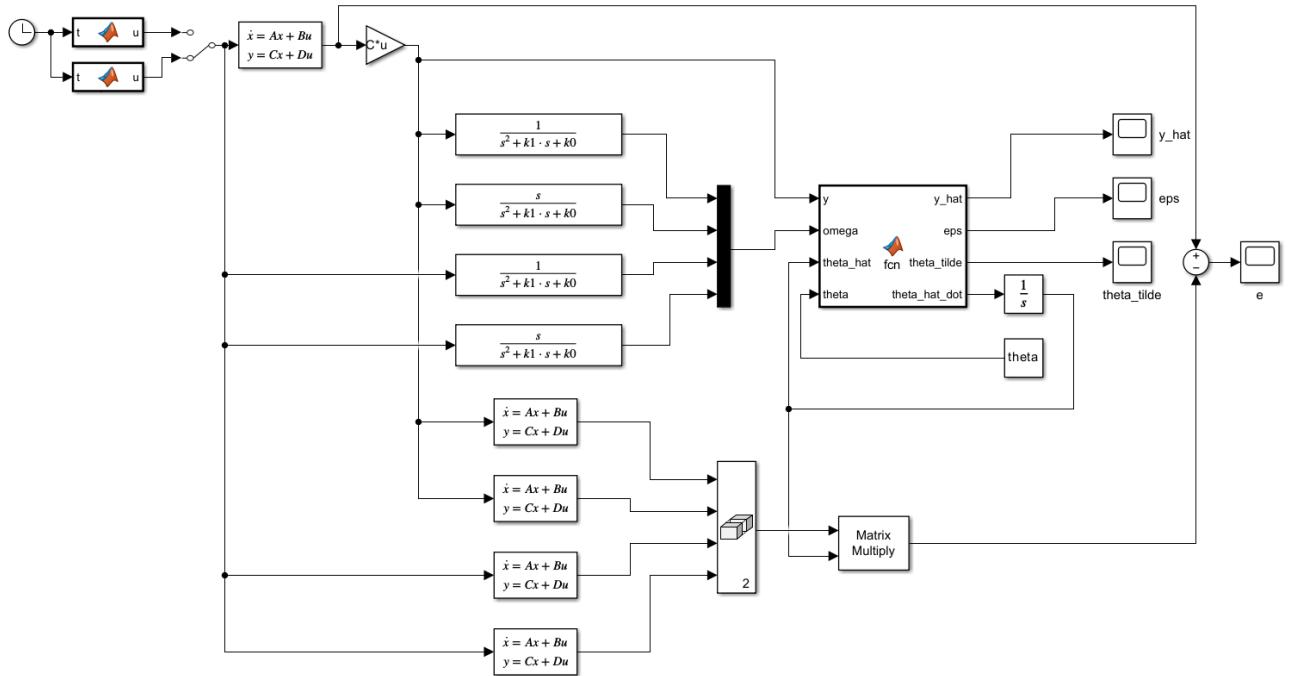


Рис. 1: Схема моделирования

Код блока matlab-функции сигнала u_1 :

```
1 function u = fcn(t)
2 u = 10*sin(t);
```

Листинг 1: Реализация matlab-функции u_1

Код блока matlab-функции, рассчитывающий \hat{y} , ε , $\tilde{\theta}$ и $\dot{\hat{\theta}}$:

```
1 function [y_hat, eps, theta_tilde, theta_hat_dot] = fcn(y,
    omega, theta_hat, theta)
2 gamma=1;
3 y_hat = theta_hat'*omega;
4 eps = y-y_hat;
5 theta_tilde = theta-theta_hat;
6 theta_hat_dot = gamma*omega*eps;
```

Листинг 2: Реализация matlab-функции расчета \hat{y} , ε , $\tilde{\theta}$ и $\dot{\hat{\theta}}$

Исходные данные схемы:

```
1 k0=16;
2 k1=8;
3 a0=5;
4 a1=1;
5 b0=9;
6 b1=3;
7 theta=[k0-a0;k1-a1;b0;b1];
```

```

8 A0=[-k1 1; -k0 0];
9 A=[-a1 1; -a0 0];
10 b=[b1;b0];
11 C=[1 0];
12 D=[0;0];

```

Листинг 3: Исходные данные схемы симулинк: $a_i, b_i, k_i, \theta, A_0, A, b, C, D$

Выполним моделирование:

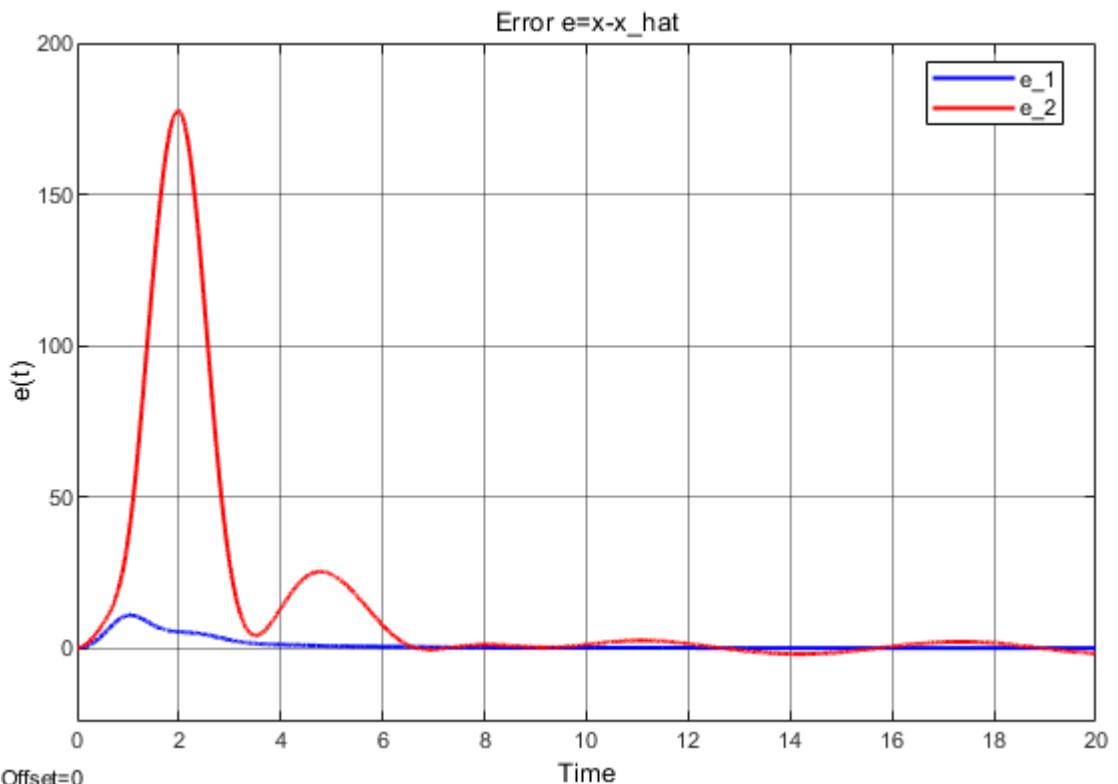


Рис. 2: График нормы ошибки $\|x(t) - \hat{x}(t)\|$ при u_1

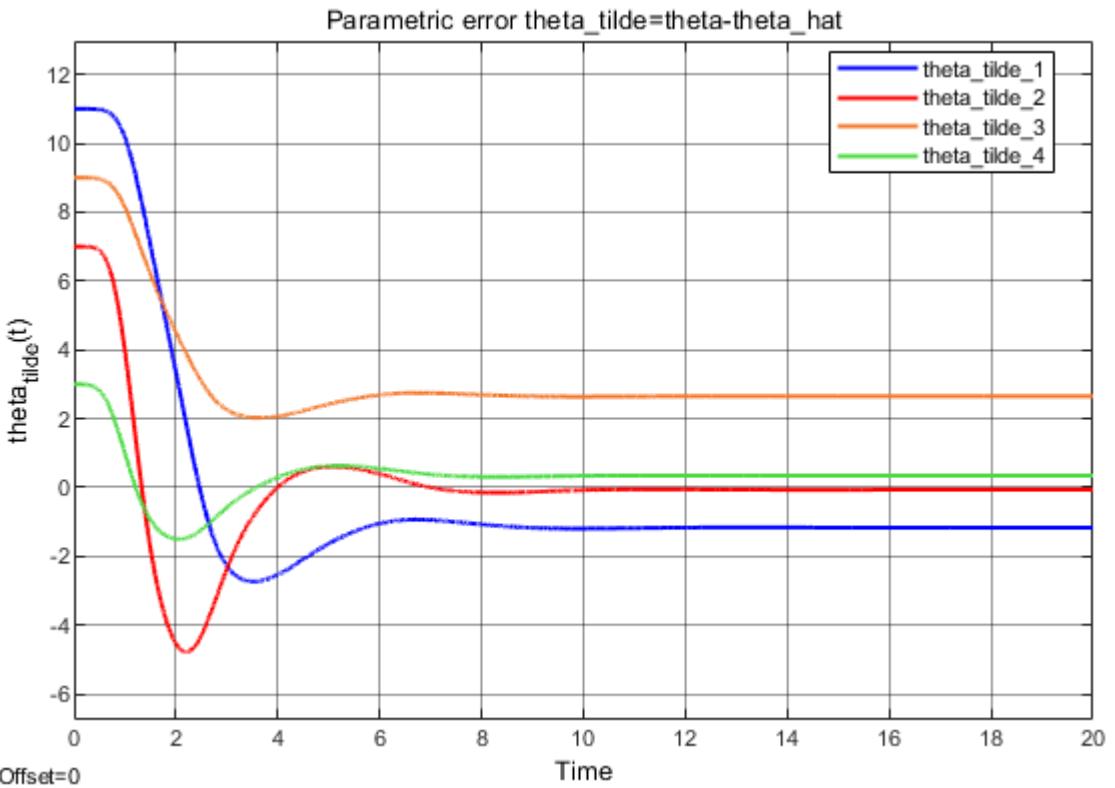


Рис. 3: График параметрической ошибки $\tilde{\theta}$ при u_1

4.3. Моделирование адаптивного наблюдателя при входном сигнале, состоящем из суммы гармоник

Повторим эксперимент при:

$$u(t) = 10 \sin t + 5 \cos 2t + 4 \cos 4t + 3 \cos 8t := u_2$$

Код блока matlab-функции сигнала u_2 :

```
1 function u = fcn(t)
2 u = 10*sin(t)+5*cos(2*t)+4*cos(4*t)+3*cos(8*t);
```

Листинг 4: Реализация matlab-функции u_2

Выполним моделирование:

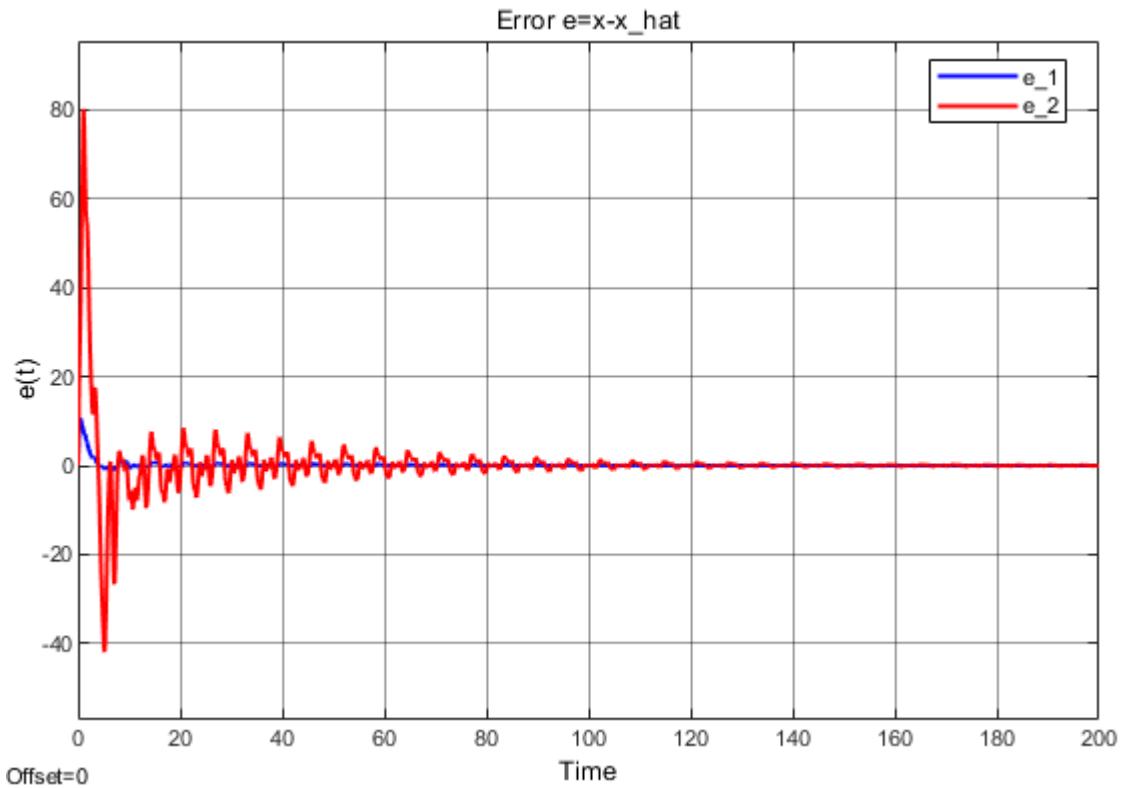


Рис. 4: График нормы ошибки $\|x(t) - \hat{x}(t)\|$ при u_2

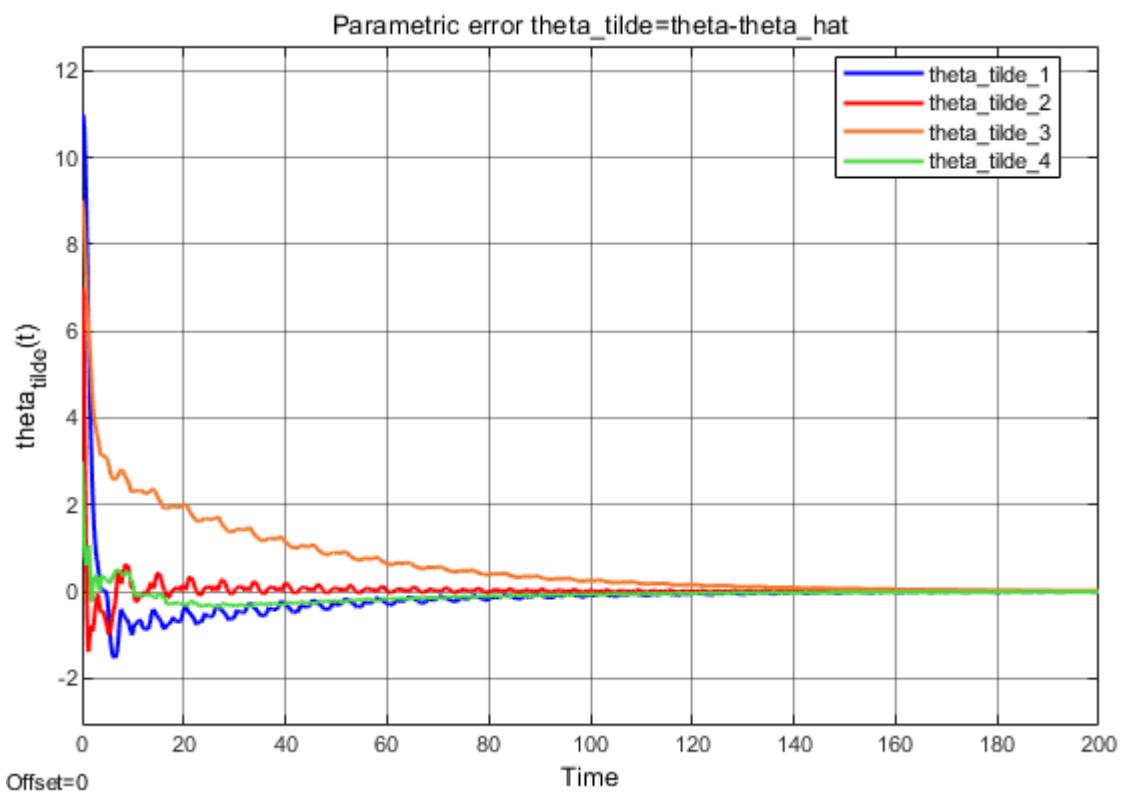


Рис. 5: График параметрической ошибки $\tilde{\theta}$ при u_2

4.4. Выводы

При входном сигнале в виде одной гармоники u_1 оценки состояния и параметров не сходятся с нулевой ошибкой к истинным значениям. Вместо этого получается устоявшаяся ошибка. Это можно объяснить тем, что условие неисчезающего возбуждения для ω при таком входе не выполняется – входной сигнал недостаточно разнообразен.

При входном сигнале из нескольких гармоник u_2 условие неисчезающего возбуждения для ω выполняется, ошибки оценок стремятся к нулю асимптотически. Это подтверждает корректность синтеза адаптивного наблюдателя.

5. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы был смоделирован адаптивный наблюдатель при различных входных сигналах. Результаты показали, что при невыполнении условия неисчезающего возбуждения для вектора регрессоров ошибки оценивания не стремятся асимптотически к нулю, а сходятся с устоявшейся ошибкой.