Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»
(УНИВЕРСИТЕТ ИТМО)

Факультет «Систем управления и робототехники»

ОТЧЕТ
О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №11

По дисциплине «Адаптивное и робастное управление»
на тему:
«АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ВНЕШНЕГО ВОЗМУЩЕНИЯ»

Вариант №21.

Студенты:
Дьячихин Данила Никитич, R3480
Румянцев Алексей Александрович, R3441

Проверил:
Парамонов Алексей Владимирович,
ФСУиР, Ведущий научный сотрудник, Доцент

г. Санкт-Петербург
2025

Оглавление

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Освоение принципа адаптивной компенсации возмущения на примере решения задачи стабилизации многомерного линейного объекта.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу компенсации внешнего возмущения, действующего на объект

$$\dot{x} = Ax + bu + df, \qquad x(0) \tag{11.1}$$

$$y = Cx,$$

где $x \in R^n$ — измеряемый вектор состояния, u, y — измеряемые вход и выход объекта, A, b, C, d — известные матрицы соответствующих размерностей, f — неизмеряемое мультисинусоидальное возмущение с априори неизвестными амплитудами, частотами и фазами гармоник. Предполагается, что f моделируется с помощью автономного генератора

$$f^r + l_{r-1}f^{r-1} + l_{r-2}f^{r-2} + \cdots + l_0 f = 0 \tag{10.2}$$

— однородного дифференциального уравнения с неизвестными начальными условиями и неизвестными коэффициентами. Корни характеристического полинома модели (10.2) являются чисто мнимыми и некратными.

Примем допущение, что сигналы u и f согласованы и $b = d$.

Цель задачи заключается в построении управления, компенсирующего неизвестное возмущение так, чтобы

$$\lim_{t\to\infty} \|x(t)\| = 0. \tag{11.2}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Решение задачи. Воспользуемся решением задачи параметризации сигнала возмущения, приведенном в работе №10. С помощью наблюдателя

$$\hat{\xi}_f = \eta + Nx, \tag{10.5}$$

$$\dot{\eta} = A_0\eta + \left(A_{0f}N - NA\right)x - Nbu, \tag{10.6}$$

$$\hat{f} = \theta_f^T \hat{\xi}_f, \tag{10.7}$$

в котором матрица N находится из равенства $Nb = b_{0f}$, представим объект (11.1) в следующей форме:

$$\dot{x} = Ax + b\left(u + \theta_f^T \hat{\xi}_f\right), \qquad x(0). \tag{11.3}$$

Далее, используя метод непосредственной компенсации, построим стабилизирующее управление в виде

$$u = -Kx - \hat{\theta}_f^T \hat{\xi}_f, \tag{11.4}$$

где K — матрица линейных обратных стационарных связей такая, что матрица замкнутой системы $A_M = A - bK$ гурвицева и рассчитывается методом модального управления [4, 5], $\hat{\theta}_f$ — вектор оценки θ_f.

Подставляя (11.4) в (11.3), получаем динамическую модель ошибок с измеряемым состоянием:

$$\dot{x} = A_M x + b\tilde{\theta}_f^T \hat{\xi}_f, \tag{11.5}$$

где $\tilde{\theta}_f = \theta_f^T - \hat{\theta}_f^T$ — вектор параметрических ошибок. Структура модели (11.5) позволяет сформировать алгоритм адаптации вида (см. принцип построения алгоритма адаптации в работе №3)

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \hat{\xi}_f b^T P x, \qquad \hat{\theta}(0) = 0, \tag{11.6}$$

где P – симметричная положительно определенная матрица, являющаяся решением уравнения Ляпунова:

$$A_M^T P + P A_M = -Q, \tag{11.7}$$

где Q – произвольно выбранная симметричная положительно определенная матрица.

Свойства алгоритма адаптации (11.6) аналогичны свойствам алгоритма (3.13).

ХОД РАБОТЫ

Дано по варианту:

Вар.	Матрица A	Матрица b	Время переходного процесса, $t_п$	Максимальное перерегулирование $\bar{\sigma}, \%$
21	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$	1.5 с	0

Проверим объект (11.1) на предмет управляемости:

Для этого воспользуемся критерием Калмана для управляемости

$$U = [b\ Ab]$$

$$rank\ U = n$$

$$rank\ U = rank\ \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} = 2 = n.$$

Система является полностью управляемой.

Требуется построить матрицу линейных обратных стационарных связей K с помощью метода модального управления. Матрица K может быть найдена как

$$K = HM^{-1},$$

где H — матрица, выбранная из условия полной наблюдаемости пары $(A_ж, H)$, M находится из решения уравнения Сильвестра:

$$AM - MA_ж = bH.$$

Матрица $A_ж$ определяет желаемое качество поведения системы при отсутствии возмущения, представляется, как правило, в каноническом управляемом базисе и составляется из коэффициентов стандартного полинома (например, Ньютона или Баттерворта):

$$A_ж = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\omega_0^n & -C_1\omega_0^{n-1} & -C_2\omega_0^{n-2} & \cdots & -C_{n-1}\omega_0 \end{bmatrix},$$

где $C_i, i = \overline{1, n-1}$ — коэффициенты стандартного полинома, выбираемые на основе максимального перерегулирования, ω_0 — среднегеометрический корень, рассчитываемый как

$$\omega_0 = \frac{t_п^*}{t_п},$$

где $t_п$ — желаемое время переходного процесса, задаваемое в Таблице 11.1, $t_п^*$ — нормированное время переходного процесса.

В случае нулевого перерегулирования целесообразно обратиться к коэффициентам бинома Ньютона второго порядка:

$$\omega_0 = \frac{t_п^*}{t_п} = \frac{4.8}{1.5} = 3.2$$

$$-\omega_0^2 = -10.24$$

$$-C_1\omega_0^1 = -2 * 3.2 = -6.4$$

На основе данных, приведенных в Таблице 10.1:

$$f(t) = 20\sin t\,, \qquad k_{f1} = 8, \qquad k_{f0} = 16.$$

построим наблюдатель вектора состояния модели возмущения $\hat{\xi}_f$ (10.5), (10.6).

На основании вышесказанного получаем следующие параметры для запуска схемы моделирования:

Листинг 1 - Параметры запуска схемы моделирования

```
A=[1 0; 1 1];
b=[3; 5];
d=b;
```

```
A0f=[0 1; -16 -8];
b0f=[0; 1];
N=b0f/d;


Ad=[0 1; -10.24 -6.4];
H=[1 0];
M=lyap(A,-Ad,-b*H);
K=H*inv(M);
Am=A-b*K;
Q=eye(2);
P=lyap(Am',Q);
```

Построим схему:

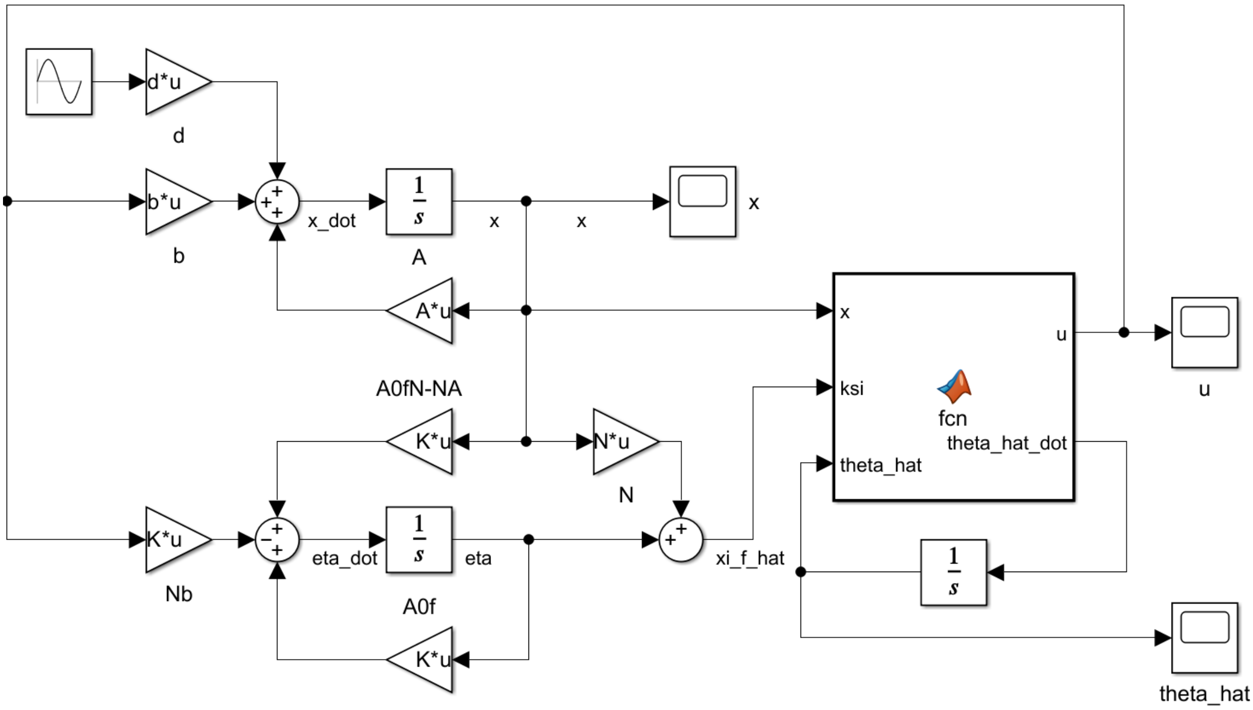

Рисунок 1 - Схема моделирования

Листинг 2 - Код блока Matlab Function

```
function [u, theta_hat_dot] = fcn(x, ksi, theta_hat, b, P, K)
gamma=10;
u=-K*x-theta_hat'*ksi;
theta_hat_dot=gamma*ksi*b'*P*x;
```

Выполним моделирование с различными $\gamma = [10, 100]$:

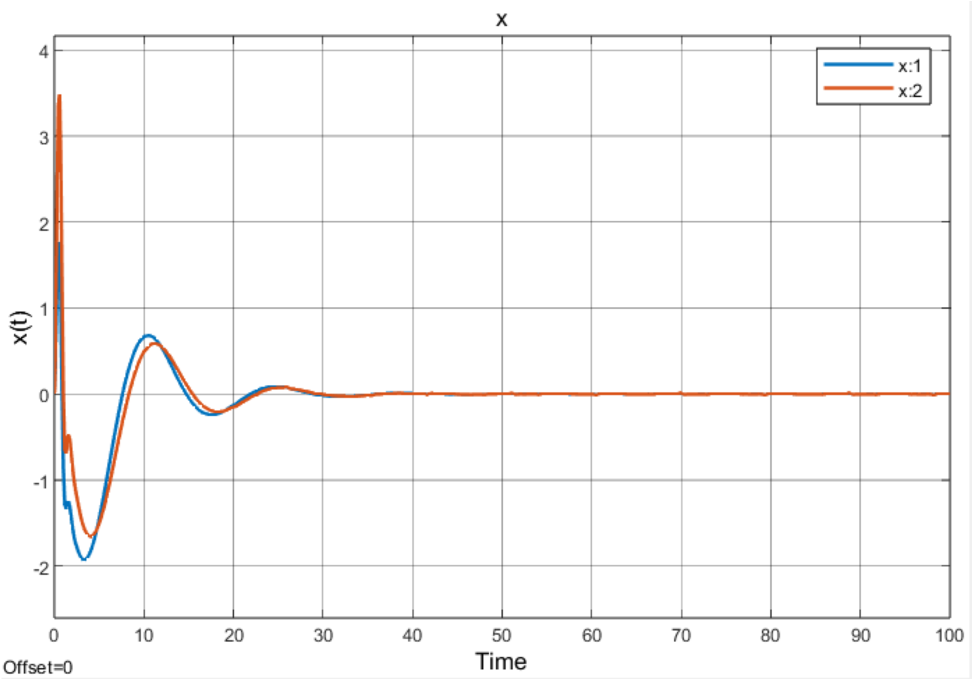

Рисунок 2 - Состояние системы с $\gamma = 10$

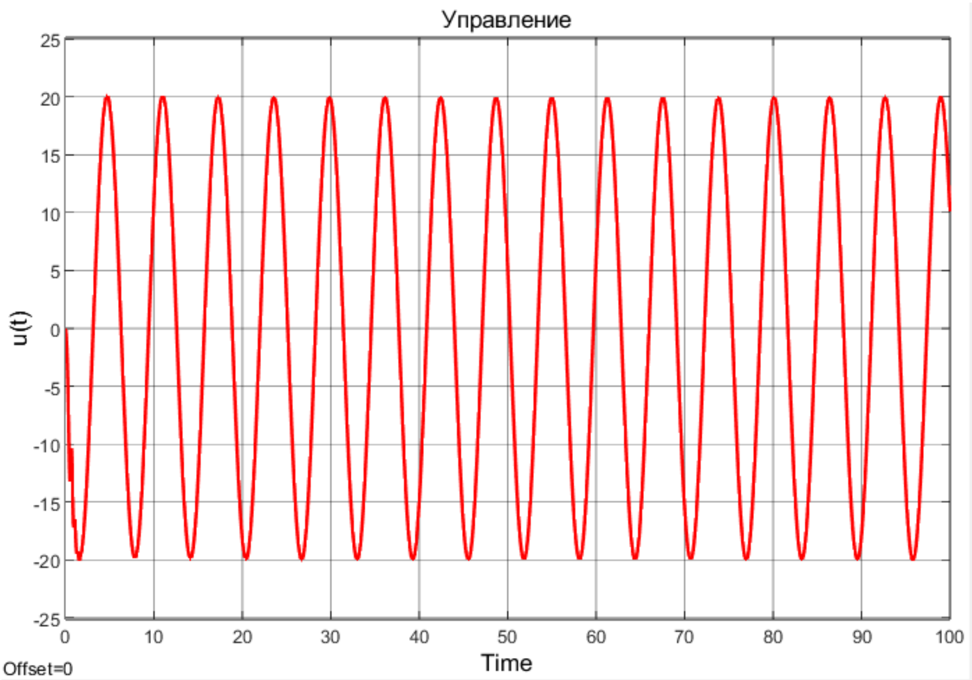

Рисунок 3 - Управление при $\gamma = 10$

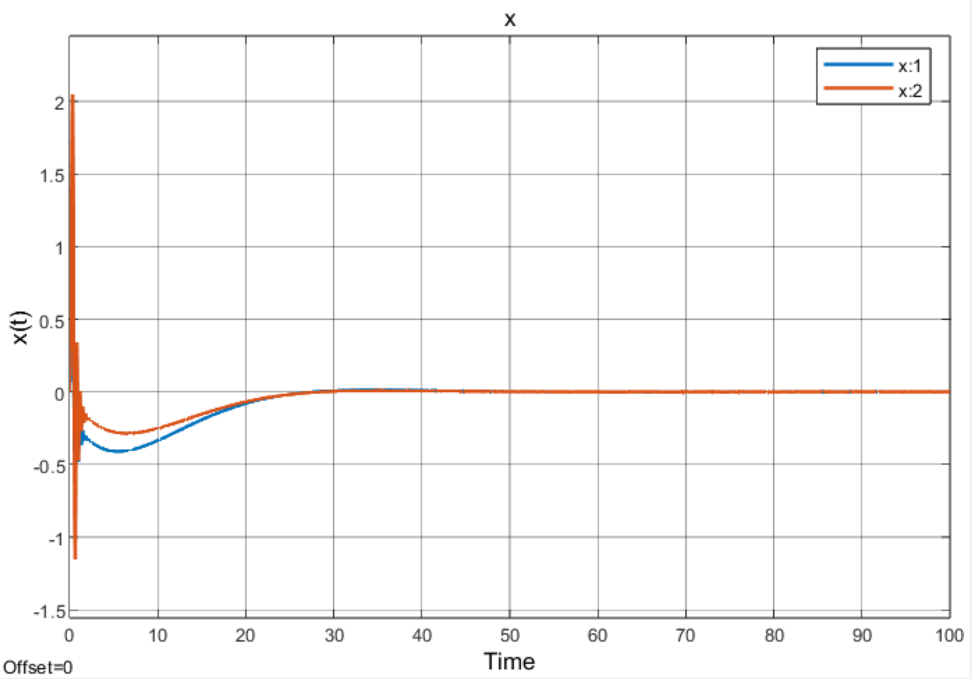

Рисунок 4 - Состояние системы с $\gamma = 100$

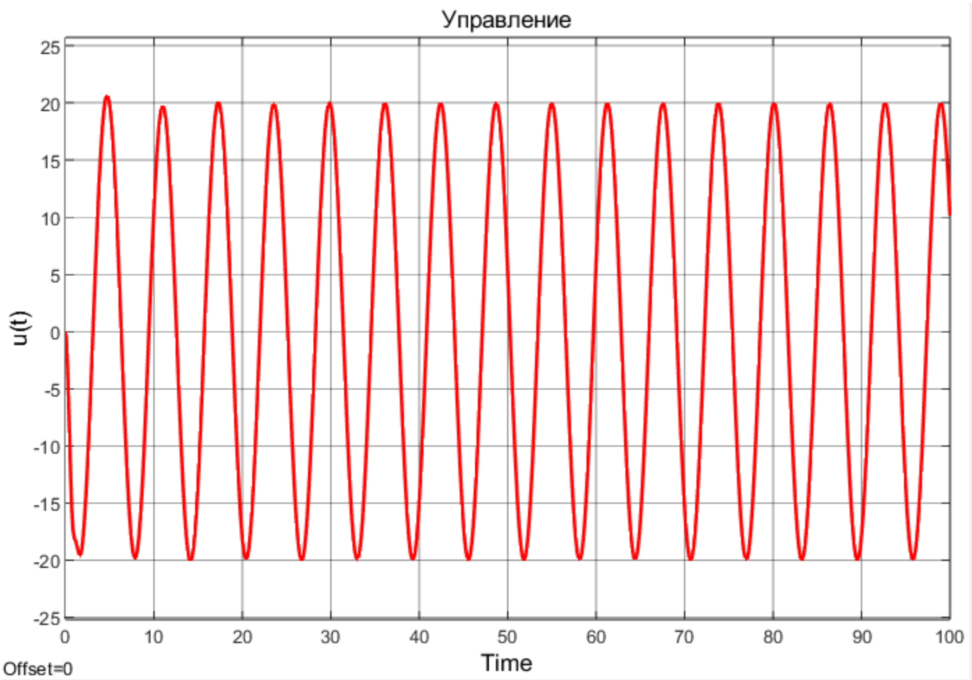

Рисунок 5 - Управление при $\gamma = 100$

ВЫВОДЫ

В ходе выполнения лабораторной работы для полностью управляемой системы был синтезирован наблюдатель и компенсирующий регулятор, состоящий из модальной и адаптивной компоненты. Увеличение параметра γ напрямую повлияло на ускорение стабилизации состояния системы. График управления в данном случае визуально не изменился. Все сигналы были ограничены. Целевое условие было достигнуто.