МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8

по дисциплине

«АДАПТИВНОЕ И РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»

на тему

«АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ПО ВЫХОДУ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА АДАПТАЦИИ С РАСШИРЕННОЙ ОШИБКОЙ»

Вариант 21

Выполнили: студенты

Дьячихин Д. Н., R3480

Румянцев А. А., R3441

Проверил: преподаватель

Парамонов А. В.

Санкт-Петербург

2025

Содержание

1. Цель работы

Освоение метода расширенной ошибки в задачах адаптивного управления по выходу.

2. Постановка задачи

Рассмотрим минимально-фазовую линейную модель объекта, представленную в форме «вход-выход»:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_0 y = b_m u^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + ... + b_0 u, \qquad (1)$$

где $a_i, i = \overline{0, n-1}, b_j = \overline{0, m}$ – неизвестные параметры объекта.

Задача – слежение выходной переменной y за эталонным сигналом y_M, формируемым эталонной моделью вида:

$$y_M(t) = \frac{k_0}{K_M(s)}\left[g(t)\right], \qquad (2)$$

где g – сигнал задания, $K_M(s)$ – гурвицевый полином, определяющий желаемую динамику замкнутой системы. Полином $K_M(s)$ строится на основе метода стандартных полиномов, исходя из заданных динамических характеристик.

Цель управления заключается в синтезе управления u, компенсирующего неопределенности объекта и обеспечивающего при условии ограниченности всех сигналов выполнение целевого равенства:

$$\lim_{t\to\infty}(y_M(t) - y(t)) = 0 \qquad (3)$$

3. Теоретическая часть

Для синтеза адаптивного регулятора используется параметризованное представление выхода объекта:

$$y(t) = \frac{1}{K_M(s)}\left[\Psi^T\omega(t) + b_m u(t)\right] + \delta(t), \qquad (4)$$

где регрессор $\omega^T = \left[\nu_1^T, \nu_2^T, y\right], \delta(t)$ – экспоненциально затухающая функция, определяемая ненулевыми начальными условиями, $K_M(s)$ – нормированный устойчивый полином степени $n-m$.

Вместе с моделью рассмотрим динамические фильтры:

$$\dot{\nu}_1 = \Lambda\nu_1 + e_{n-1}u, \tag{5}$$

$$\dot{\nu}_2 = \Lambda\nu_2 + e_{n-1}y, \tag{6}$$

где $\nu_1, \nu_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$ – векторы состояния фильтров, $e_{n-1} = \mathrm{col}(0, ..., 0, 1), e_{n-1} \in \mathbb{R}^{n-1}$,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_0 & -k_1 & -k_2 & \dots & -k_{n-2} \end{bmatrix}$$

Матрица Λ имеет сопровождающий полином:

$$K(s) = s^{n-1} + k_{n-2}s^{n-2} + k_{n-3}s^{n-3} + ... + k_0$$

Решение задачи адаптивного управления по выходу предполагает ограниченный класс объектов вида (1). Класс ограничивается строго положительно вещественными (СПВ) передаточными функциями. Так, например, передаточная функция

$$H(s) = \frac{1}{K_M(s)}$$

модели ошибки

$$\varepsilon = y_M - y = \frac{1}{K_M(s)}\left[\tilde{\Psi}_p^T\omega_p\right],\ \tilde{\Psi}_p^T = \left[\tilde{\Psi}^T, \tilde{b}_m\right],\ \omega_p^T = \left[-\omega^T, -u\right] \tag{7}$$

с $\tilde{\Psi} = \Psi - \hat{\Psi}, \tilde{b}_m = b_m - \hat{b}_m$ при порядке полинома $K_M(s)$ больше единицы не является СПВ, а значит, алгоритм адаптации

$$\dot{\hat{\Psi}}_p = \gamma\Gamma\omega_p\varepsilon,\ \gamma > 0,\ \hat{\Psi}_p^T = \left[\hat{\Psi}^T, \hat{b}_m\right],\ \Gamma = \begin{cases} I_{2n}, & \hat{b}_m(t) \geq b_{\min}, \\ I_{2n} - \zeta_{2n}\zeta_{2n}^T, & \hat{b}_m(t) < b_{\min} \end{cases} \tag{8}$$

с $\zeta_{2n} = [0, 0, ..., 0, 1]$ не применим.

Для решения этой проблемы преобразуем динамическую модель ошибки

(7) к виду:

$$\varepsilon = \tilde{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p + \hat{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p - \frac{1}{K_M(s)} \left[\hat{\Psi}_p^T \omega_p \right], \; \bar{\omega}_p = \frac{1}{K_M(s)} \left[\omega_p \right] \tag{9}$$

Введем в рассмотрение сигнал расширенной ошибки:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p + \frac{1}{K_M(s)} \left[\hat{\Psi}_p^T \omega_p \right] \tag{10}$$

С учетом (9) равенство (10) примет вид:

$$\hat{\varepsilon} = \tilde{\Psi}_p^T \bar{\omega}_p \tag{11}$$

Выражение (11) представляет собой статическую модель ошибки, на базе которой строится алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\Psi}}_p = \gamma \Gamma \frac{\bar{\omega}_p}{1 + \bar{\omega}_p^T \bar{\omega}_p} \hat{\varepsilon}, \tag{12}$$

где Γ определена в выражении (8).

Алгоритм (12) с учетом (8) можно представить в виде:

$$\dot{\hat{\Psi}} = -\gamma_1 \frac{\bar{\omega}}{1 + \bar{\omega}^T \bar{\omega}} \hat{\varepsilon}, \tag{13}$$

$$\dot{\hat{b}}_m = \begin{cases} -\gamma_2 \frac{\bar{u}}{1 + \bar{\omega}^T \bar{\omega}} \hat{\varepsilon}, & \hat{b}_m(t) \geq b_{\min}, \\ 0, & \hat{b}_m(t) < b_{\min}, \end{cases} \tag{14}$$

$$u = \frac{1}{\hat{b}_m} \left(-\hat{\Psi}^T \omega + k_0 g \right), \tag{15}$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{1}{K_M(s)} [\omega], \; \bar{u} = \frac{1}{K_M(s)} [u], \; \gamma_{1,2} > 0$$

Таким образом, закон адаптивного управления состоит из настраиваемого регулятора (15), расширенной ошибки (10) и алгоритма адаптации (12). Алгоритм адаптации генерирует настраиваемые параметры регулятора, содержащиеся в векторе $\hat{\Psi}_p^T$.

Зададим функцию Ляпунова $V = \tilde{\Psi}_p^T \tilde{\Psi}_p / (2\gamma)$ для анализа устойчивости.

Ее производная:

$$\dot{V} = \frac{1}{\gamma}\tilde{\Psi}_p^T \dot{\tilde{\Psi}}_p = -\frac{1}{1+\bar{\omega}_p^T\bar{\omega}_p}\hat{\varepsilon}^2 < 0$$

Следовательно, сигналы $\hat{\varepsilon}$, $\dot{\hat{\Psi}}_p$ стремятся к нулю асимптотически. Далее, применяя к (10) Лемму о перестановке, получаем:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - H_{KC}(s)\left[H_{KB}(s)\left[\omega_p^T\right]\dot{\hat{\Psi}}_p\right] \tag{16}$$

В последнем выражении $H_{KC}(s) = C_K\left(Is - A_K\right)^{-1}$, $H_{KB}(s) = \left(Is - A_K\right)^{-1} b_K$ – передаточные матрицы, получаемые на основе модификации передаточной функции:

$$\frac{1}{K_M(s)} = C_K\left(Is - A_K\right)^{-1} b_K,$$

которая рассчитывается на основе тройки матриц (A_K, b_K, C_K) – минимальной реализации передаточной функции $1/K_M(s)$.

Так как $\hat{\varepsilon}$, $\dot{\hat{\Psi}}_p$ стремятся к нулю асимптотически, а передаточная функция $1/K_M(s)$ устойчива, то из выражения (16) следует сходимость ошибки управления ε к нулю асимптотически.

Таким образом, для любых начальных условий $y(0), ..., y^{(n-1)}(0), \hat{\Psi}_p(0)$ закон адаптивного управления обеспечивает следующие свойства в замкнутой системе:

- все сигналы в системе ограничены;
- ошибка ε стремится к нулю асимптотически;
- параметрические ошибки $\tilde{\Psi}_p$ стремятся к нулю, если вектор $\bar{\omega}_p$ удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения. Это условие в конечном итоге зависит от частотной насыщенности сигнала задания g, который должен содержать «достаточное» количество гармоник.

4. Экспериментальная часть

4.1. Параметры системы

Согласно варианту 21, исходные данные:

$$a_0 = 9,\ a_1 = 6,\ b_0 = 9,\ k_{M,1} = 6,\ k_{M,0} = 9,\ k_0 = 1,$$

$$g(t) = 0.4 \sin 3t + \cos 0.1t$$

5. Вывод

...