МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине
«ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»
на тему

«УСТОЙЧИВОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ. ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ КОМАНДНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ»

Вариант 20

Выполнил: студент гр. R3441
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель
Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1. Исследование влияния дискретного элемента на непрерывную систему

Исходные данные для задания:

$$T = 0.25 \text{ с},$$
$$K_{CO} = 8.8$$

T – период дискретизации, K_{CO} – коэффициент передачи ОУ.

Схема симуляции:

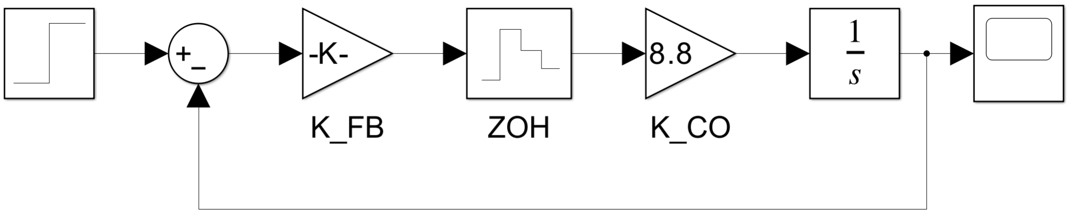

Рис. 1: Схема симуляции

Непрерывная система:

$$y(t) = \int\limits_0^t u\left(\tau\right) d\,\tau$$

Возьмем $\tau \in [t_k = kT, t_{k+1} = (k+1)\,T)$ – некоторый шаг дискретизации. Приращение интеграла за этот интервал:

$$y\left((k+1)\,T\right) - y\left(kT\right) = \int\limits_{kT}^{(k+1)T} u\left(\tau\right)\, d\tau$$

Обозначения:

$$y_k = y\left(kT\right),\; u_k = u\left(kT\right)$$

Дискретная система:

$$y_{k+1} - y_k = Tu_k,$$

$$Tu_k = \int\limits_{kT}^{(k+1)T} u_k \, d\tau \approx \int\limits_{kT}^{(k+1)T} u\left(\tau\right) \, d\tau,$$

$$u_k = K_{CO} K_{FB} \, e_k = K\left(r_k - y_k\right),$$

где r_k – вход системы.

Приведем систему к виду:

$$y_{k+1} = ay_k + br_k,$$

$$y_{k+1} = y_k + TK\left(r_k - y_k\right) = \left(1 - TK\right) y_k + TKr_k$$

Пусть вход – единичная ступень $r_k = 1 \, \forall k \geq 0$, тогда разностное уравнение:

$$y_{k+1} = ay_k + b$$

Соответствующая ему передаточная функция:

$$W\left(z\right) = \frac{b}{z - a}$$

Решение рекуррентного уравнения – сумма общего (h) и частного (p) решений:

$$y_{k+1}^{(h)} = ay_k^{(h)} \Rightarrow y_k^{(h)} = Ca^k,$$

$$y^{(p)} = ay^{(p)} + b \Rightarrow y^{(p)} \left(1 - a\right) = b \Rightarrow y^{(p)} = \frac{b}{1 - a} = const.,$$

$$y_k = Ca^k + \frac{b}{1 - a}$$

При начальном условии $y_0 = 0$:

$$Ca^0 + \frac{b}{1 - a} = 0 \Rightarrow C = -\frac{b}{1 - a}$$

Тогда:

$$y_k = b \, \frac{1 - a^k}{1 - a}$$

Переходный процесс описывается a_k.

При $k \to \infty, |a| < 1 : a^k \to 0$, остается установившееся значение:

$$y_\infty = \frac{b}{1-a}$$

Чем меньше $|a|$, тем быстрее убывает a^k – быстрее достигается установившееся значение.

Тогда, максимальная скорость сходимости будет при $a = 0$.

Система устойчива при $|a| < 1$:

$$|1 - TK| < 1 \Rightarrow 0 < K_{FB} < \frac{2}{TK_{CO}} \approx 0.909091$$

Рассмотрим границы устойчивости.

Нейтральная устойчивость:

$$a = 1 \Rightarrow 1 - TK = 1 \Rightarrow K_{FB} = 0$$

При нейтральной устойчивости выход повторяет начальное значение y_0, задаваемое в интеграторе.

Колебательная устойчивость:

$$a = -1 \Rightarrow 1 - TK = -1 \Rightarrow K_{FB} = \frac{2}{TK_{CO}} \approx 0.909091$$

При колебательной устойчивости система будет максимально колебательной без затухания.

Рассмотрим подробнее поведение системы при различных a:

При $a = -1$ – колебательная устойчивость,

При $-1 < a < 0$ – затухающие колебания (каждый шаг знак a^k меняется),

При $a = 0$ – максимальная скорость сходимости,

При $0 \leq a < 1$ – монотонное сходящееся поведение,

При $a = 1$ – нейтральная устойчивость,

При $|a| > 1$ – неустойчивость.

Граница между отсутствием колебаний и их появлением при $a = 0$:

$$1 - TK = 0 \Rightarrow K_{FB} = \frac{1}{TK_{CO}} \approx 0.454545$$

Таким образом:

При $K_{FB} = 0$ – выход повторяет y_0,

При $0 < K_{FB} \leq 0.454545$ – монотонный выход,

При $K_{FB} = 0.454545$ – оптимальный по быстродействию процесс,

При $0.454545 < K_{FB} < 0.909091$ – затухающие колебания,

При $K_{FB} = 0.909091$ – максимальные незатухающие колебания,

При $K_{FB} > 0.909091$ – растущие колебания.

Экстраполятор нулевого порядка (ZOH) удерживает сигнал управления постоянным на протяжении каждого шага дискретизации T и переносит полюса системы из s-плоскости в z-плоскость по преобразованию:

$$z = e^{sT}$$

Устойчивость сохраняется, когда все дискретные корни (полюса) попадают внутрь единичного круга на z-плоскости.

Задержка уменьшает запас устойчивости системы и делает ее чувствительной к выбору шага дискретизации T – вероятность смещения полюсов из единичного круга увеличивается при увеличении T, следовательно система с большей вероятностью может стать неустойчивой.

Выполним моделирование системы при различных K_{FB}.

Положим $K_{FB} = 0, y_0 = 0$:

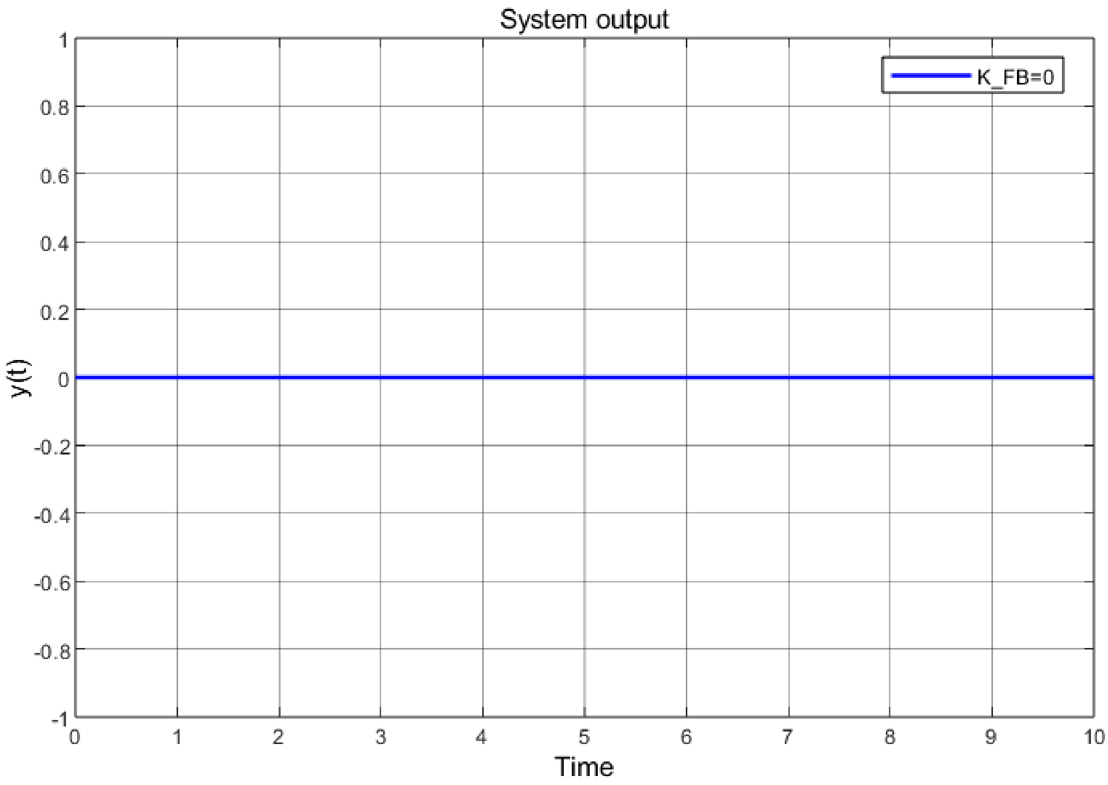

Рис. 2: Выход симуляции при $K_{FB} = 0, y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 0.3, y_0 = 0$:

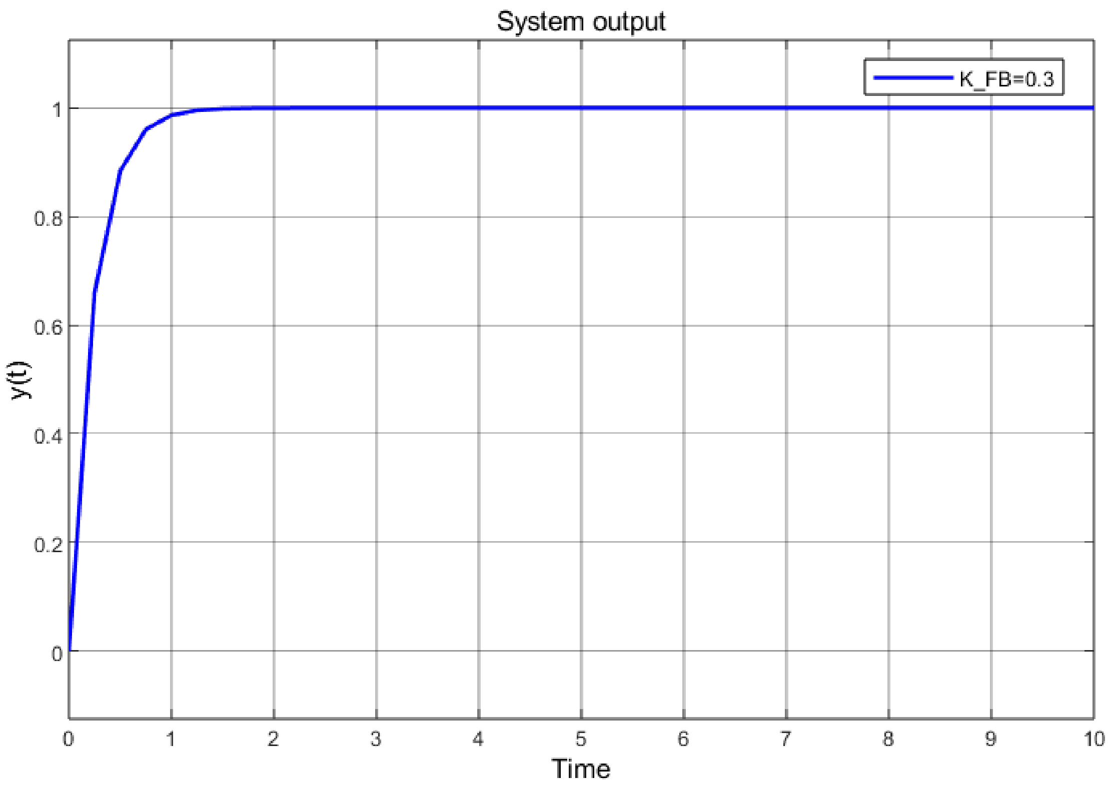

Рис. 3: Выход симуляции при $K_{FB} = 0.3, y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 1/\left(TK_{CO}\right), y_0 = 0$:

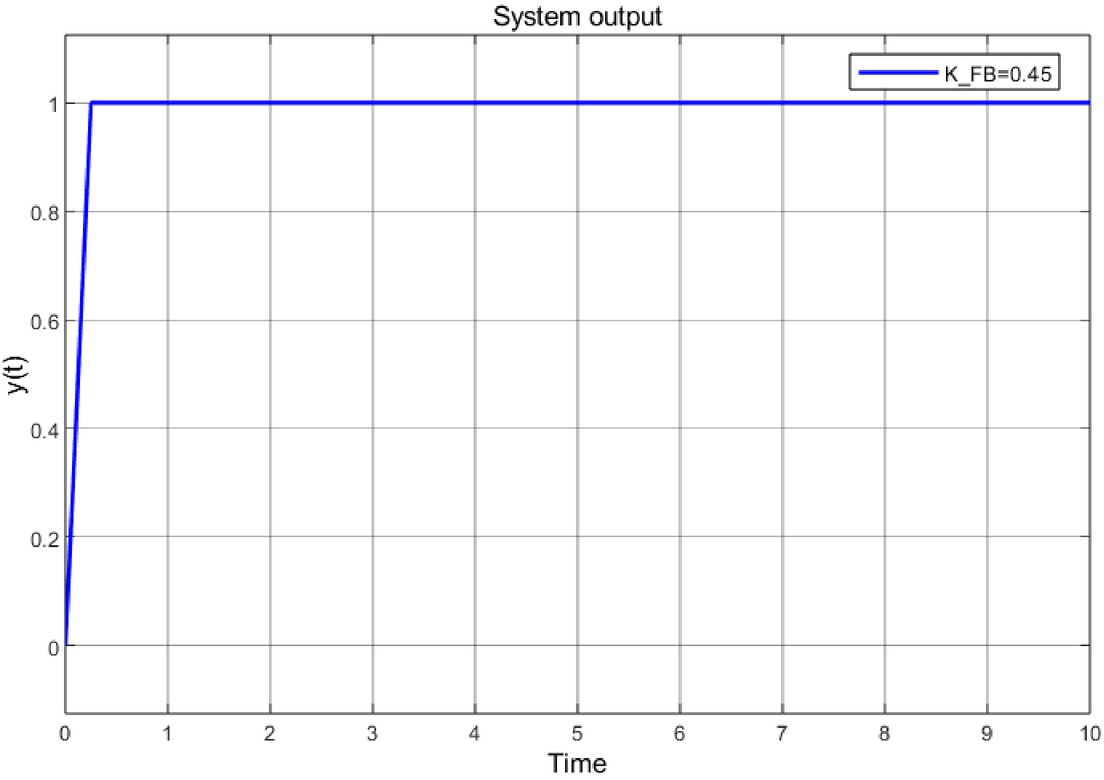

Рис. 4: Выход симуляции при $K_{FB} = 1/\left(TK_{CO}\right), y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 0.6, y_0 = 0$:

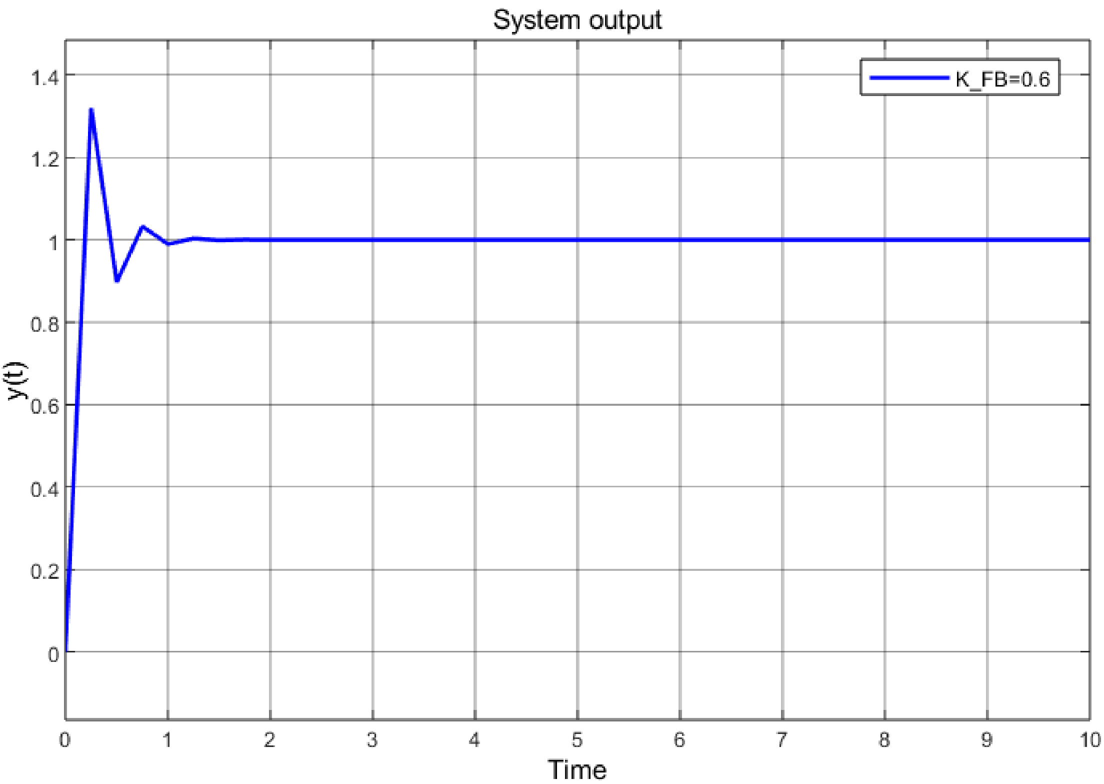

Рис. 5: Выход симуляции при $K_{FB} = 0.6, y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 2/\left(TK_{CO}\right), y_0 = 0$:

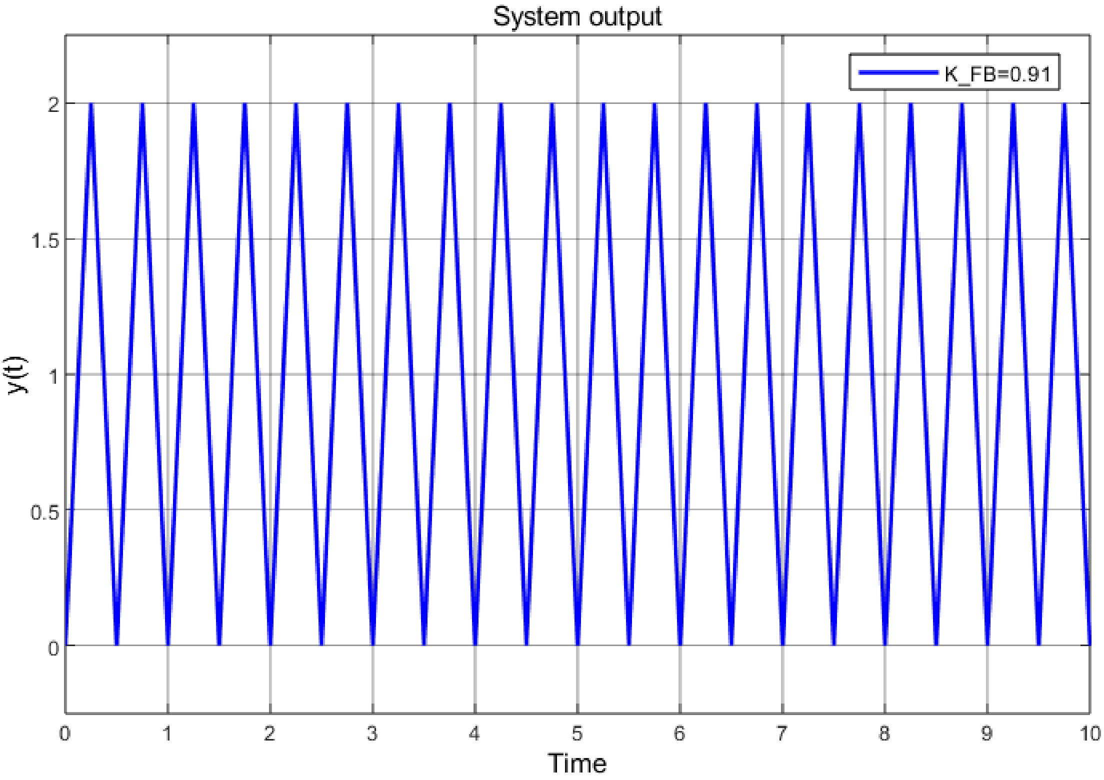

Рис. 6: Выход симуляции при $K_{FB} = 2/\left(TK_{CO}\right), y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 1, y_0 = 0$:

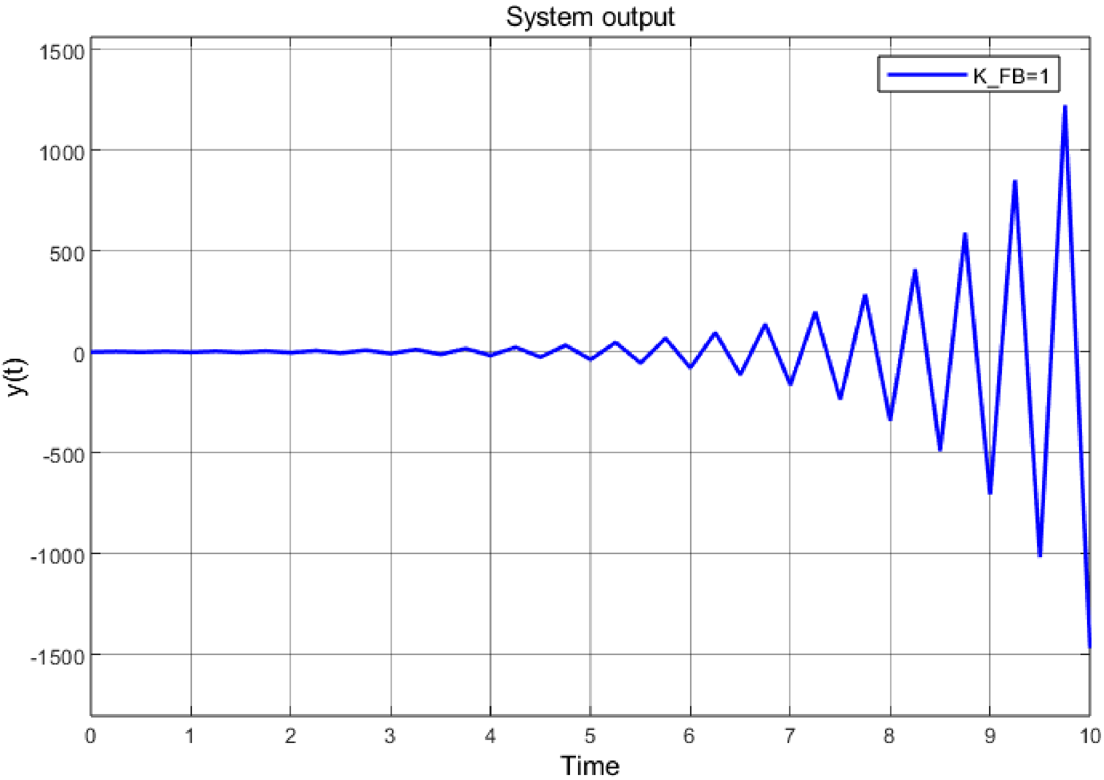

Рис. 7: Выход симуляции при $K_{FB} = 1, y_0 = 0$

2. Исследование устойчивости дискретных систем

...

3. Построение дискретных командных генераторов

...

4. Вывод

...