

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4
по дисциплине
«ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»
на тему
**«АПЕРИОДИЧЕСКИЙ, ДАЛИНА И С ЗАДАННЫМ
РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПОЛЮСОВ РЕГУЛЯТОРЫ»**

Вариант 20

Выполнил: студент гр. Р3441
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель
Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1	Исходные данные	3
2	Выполнение работы	3
2.1	Апериодический регулятор	3
2.2	Регулятор Далина	7
2.3	Регулятор с заданным расположением полюсов	11
3	Вывод	11

1. Исходные данные

Исходные данные варианта 20:

T	a	b	ζ	ω_d	K_v
0.55	1.1	10	0.35	4	0.1

2. Выполнение работы

ОУ задан непрерывной передаточной функцией

$$G(s) = \frac{e^{-as}}{1 + bs} = \frac{e^{-1.1s}}{1 + 10s}$$

2.1. Апериодический регулятор

Синтезируем для непрерывного ОУ апериодический регулятор при периоде дискретизации $T = 1$.

Желаемая передаточная функция системы:

$$T(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = z^{-k}, \quad k \geq 1$$

Замкнутая система:

$$T(z) = \frac{D(z)G(z)H}{1 + D(z)G(z)H}$$

Передаточная функция регулятора:

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \frac{T(z)}{1 - T(z)} = \frac{1}{HG(z)} \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}}$$

Экспонента e^{-as} описывает задержку в непрерывной системе.

При дискретизации представляем задержку через z^{-n_d} , где:

$$n_d = \frac{a}{T}$$

Если n_d целое, то задержка точная в дискретной модели.

Если n_d дробное, то округляем задержку до ближайшего целого.

Таким образом,

$$n_d = \frac{1.1}{1} = 1.1 \Rightarrow n_d \sim 1 \Rightarrow e^{-1.1s} \sim e^{-s} \Rightarrow Z\{e^{-1.1s}\} \sim Z\{e^{-s}\} = z^{-1}$$

Дискретная передаточная функция ОУ с ЭНП:

$$\begin{aligned} HG(z) &= Z\left\{\frac{1 - e^{-sT}}{s}G(s)\right\} = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{e^{-1.1s}}{s(1 + 10s)}\right\} = \\ &= (1 - z^{-1})z^{-1}Z\left\{\frac{1}{s(1 + 10s)}\right\} = (1 - z^{-1})z^{-1}Z\left\{\frac{0.1}{s(s + 0.1)}\right\} = \\ &= (1 - z^{-1})z^{-1}\frac{z(1 - e^{-0.1})}{(z - 1)(z - e^{-0.1})} = z^{-2}\frac{1 - e^{-0.1}}{1 - e^{-0.1}z^{-1}} = \frac{0.095z^{-2}}{1 - 0.905z^{-1}} = \\ &= \frac{0.095}{z^2 - 0.905z} \end{aligned}$$

Подставим в передаточную функцию регулятора:

$$D(z) = \frac{1 - 0.905z^{-1}}{0.095z^{-2}} \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}}$$

Из условия физической реализуемости $k \geq 2$ выберем $k = 2$, тогда:

$$D(z) = \frac{1 - 0.905z^{-1}}{0.095z^{-2}} \frac{z^{-2}}{1 - z^{-2}} = \frac{z^2 - 0.905z}{0.095(z^2 - 1)}$$

Модель системы в симулинк:

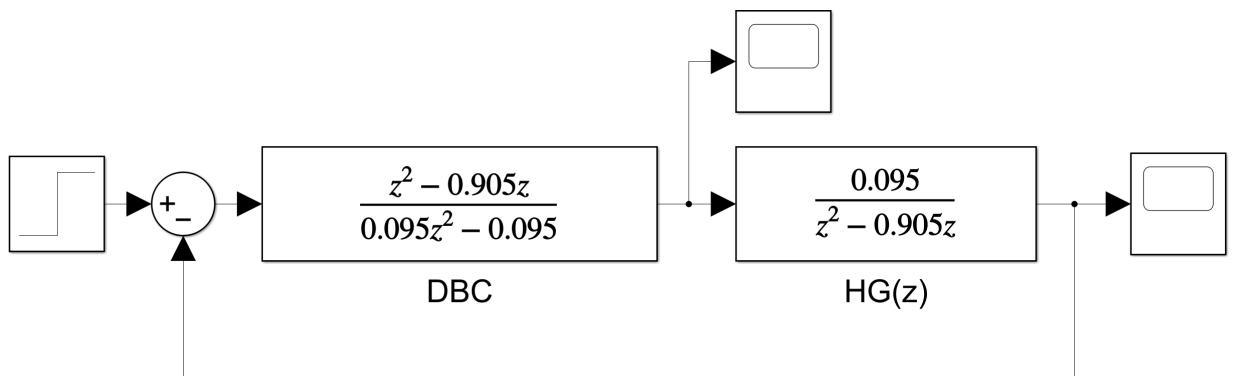


Рис. 1: Схема моделирования системы с апериодическим регулятором

Графики управления и выхода системы при ступенчатом задающем воздействии $r(m)$ при $T = 1, k = [2, 3]$:

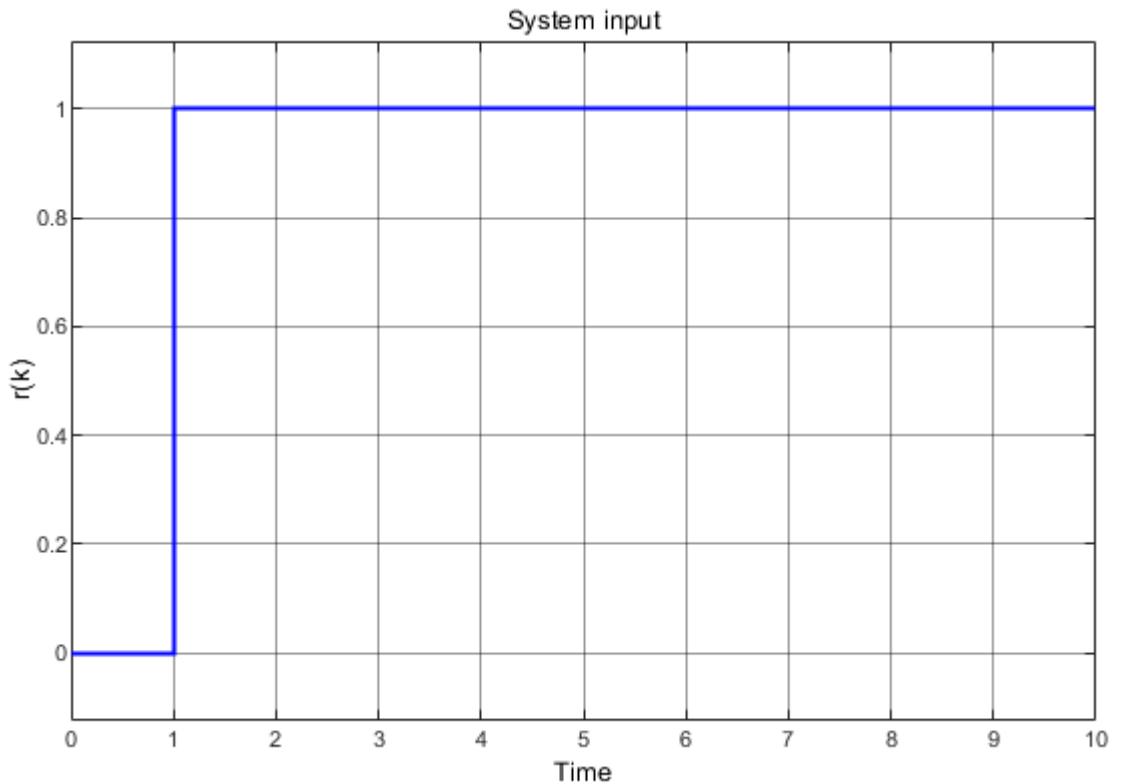


Рис. 2: Задающее воздействие

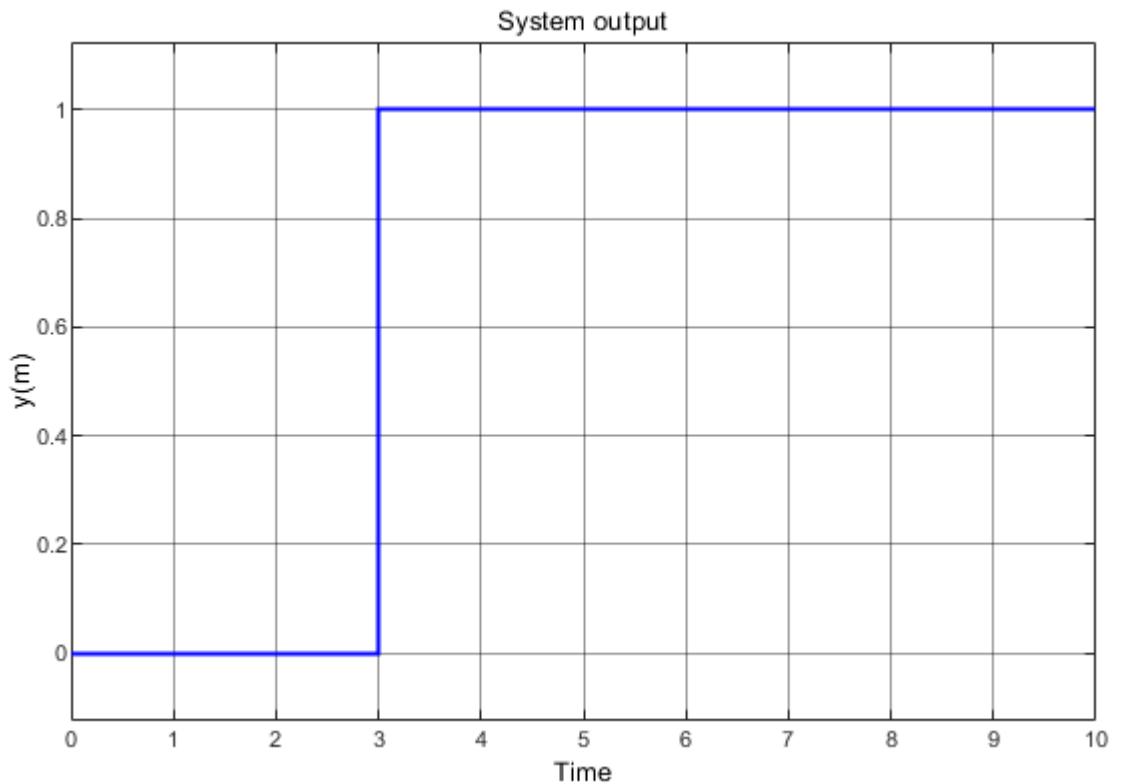


Рис. 3: Выход системы с апериодическим регулятором, $T = 1, k = 2$

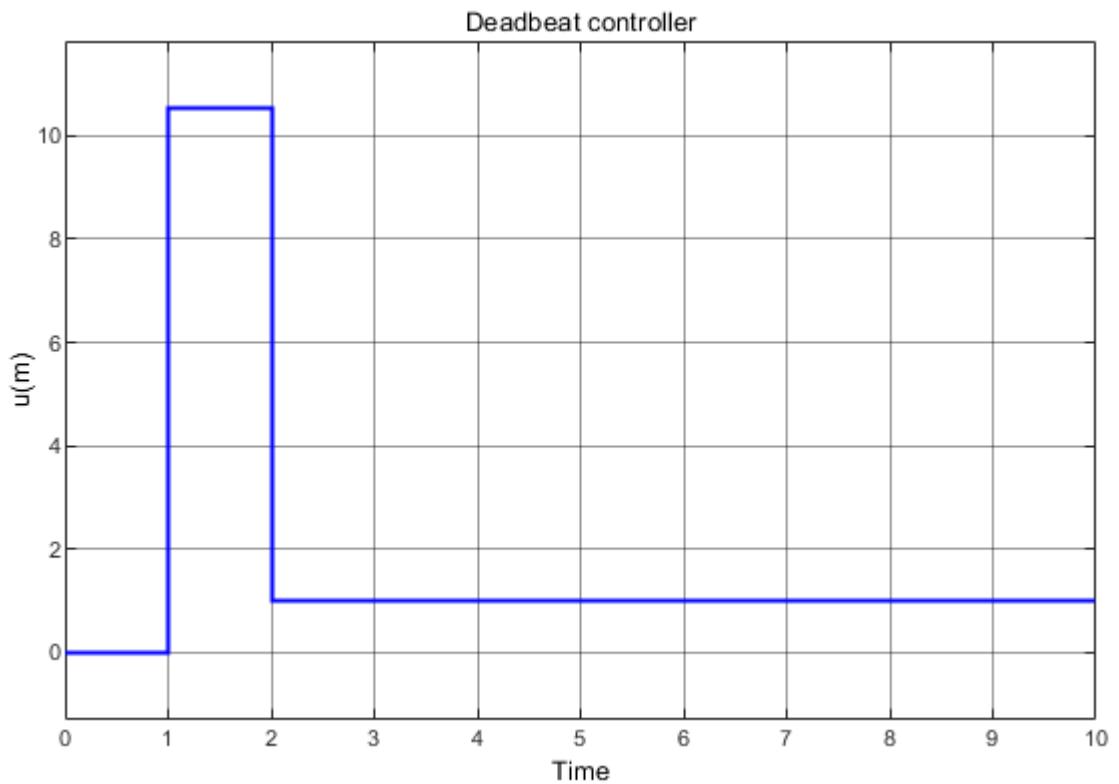


Рис. 4: Апериодический регулятор, $T = 1, k = 2$

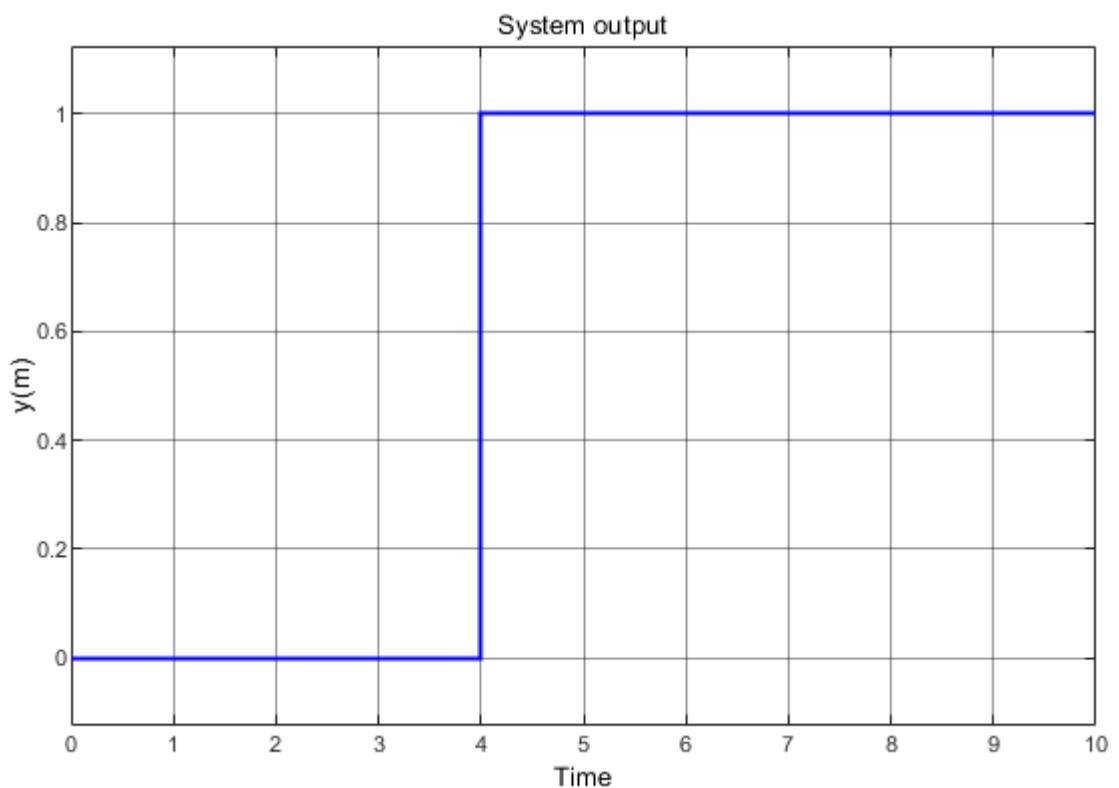


Рис. 5: Выход системы с апериодическим регулятором, $T = 1, k = 3$

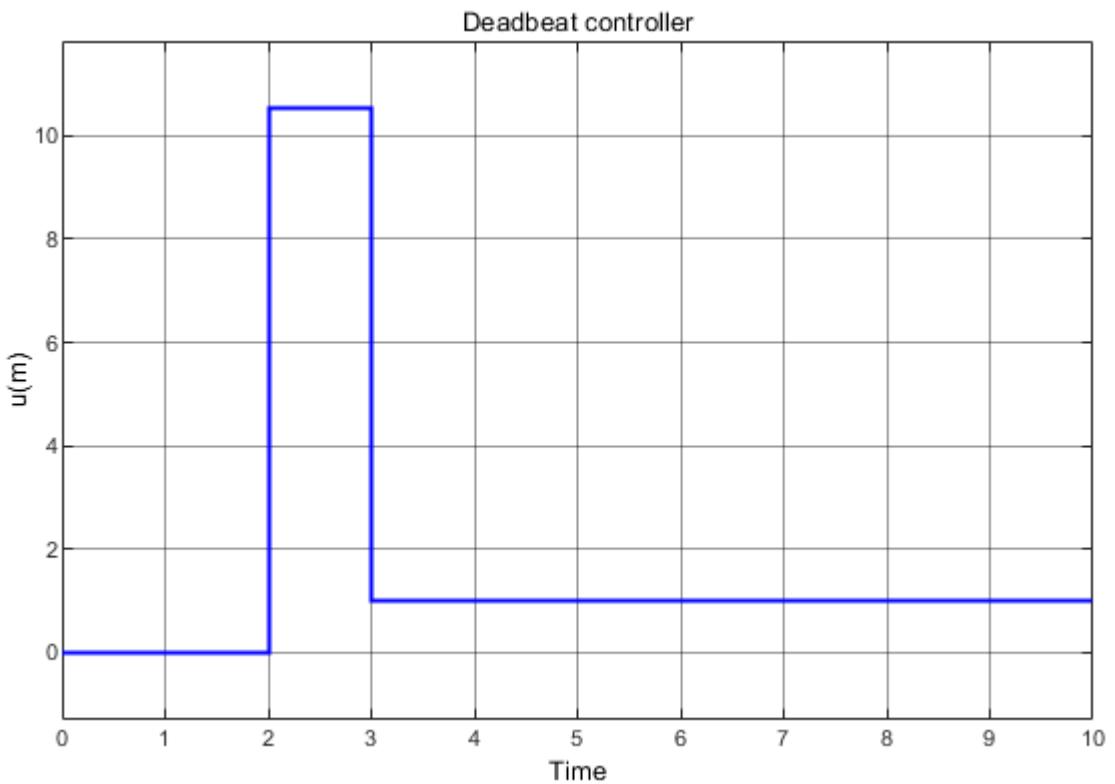


Рис. 6: Апериодический регулятор, $T = 1, k = 3$

Выход системы отстает на $m = 2$ шага от входа при $k = 2$, при $k = 3$ на $m = 3$ шага.

2.2. Регулятор Далина

Синтезируем для непрерывного ОУ регулятор Далина при периоде дискретизации $T = 1$.

Регулятор Далина – модификация апериодического регулятора, имеющая более плавный экспоненциальный отклик.

Желаемое поведение системы в s -плоскости:

$$Y(s) = \frac{1}{s} \frac{e^{-as}}{1 + bs} = \frac{1}{s} \frac{e^{-1.1s}}{1 + 10s}$$

Параметры a, b определяют численные параметры желаемого поведения выходной величины.

Z -преобразование желаемой реакции системы при $a = kT$:

$$Y(z) = \frac{z^{-k-1} (1 - e^{-T/b})}{(1 - z^{-1}) (1 - e^{-T/b} z^{-1})}$$

Желаемая передаточная функция замкнутой системы:

$$T(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{z^{-k-1} (1 - e^{-T/b}) (1 - z^{-1})}{(1 - z^{-1}) (1 - e^{-T/b} z^{-1})} = \frac{z^{-k-1} (1 - e^{-T/b})}{1 - e^{-T/b} z^{-1}}$$

Передаточная функция регулятора:

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \frac{z^{-k-1} (1 - e^{-T/b})}{1 - e^{-T/b} z^{-1} - (1 - e^{-T/b}) z^{-k-1}}$$

Передаточная функция ОУ с ЭНП выражается аналогично пункту с апериодическим регулятором:

$$e^{-1.1s} \sim e^{-s}, HG(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s) \right\} = \frac{0.095z^{-2}}{1 - 0.905z^{-1}} = \frac{0.095}{z^2 - 0.905z}$$

Передаточная функция регулятора:

$$\begin{aligned} D(z) &= \frac{1 - 0.905z^{-1}}{0.095z^{-2}} \frac{z^{-k-1} (1 - e^{-0.1})}{1 - e^{-0.1} z^{-1} - (1 - e^{-0.1}) z^{-k-1}} = \\ &= \frac{1 - 0.905z^{-1}}{0.095z^{-2}} \frac{0.095z^{-k-1}}{1 - 0.905z^{-1} - 0.095z^{-k-1}} \end{aligned}$$

С учетом требования физической реализуемости $k \geq 1$ положим $k = 1$:

$$\begin{aligned} D(z) &= \frac{1 - 0.905z^{-1}}{0.095z^{-2}} \frac{0.095z^{-2}}{1 - 0.905z^{-1} - 0.095z^{-2}} = \\ &= \frac{1 - 0.905z^{-1}}{1 - 0.905z^{-1} - 0.095z^{-2}} = \frac{0.095z^2 - 0.086z}{0.095z^2 - 0.086z - 0.009} \end{aligned}$$

Схема моделирования замкнутой системы:

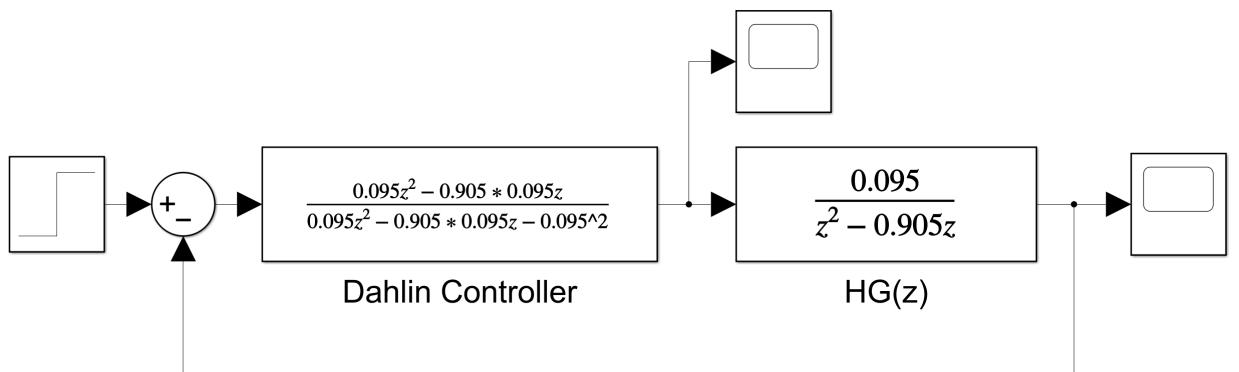


Рис. 7: Схема моделирования системы с регулятором Далина

Графики управления и выхода системы при ступенчатом задающем воздействии $r(m)$ (см. рис. (2)) при $T = 1$, $k = [1, 3]$:

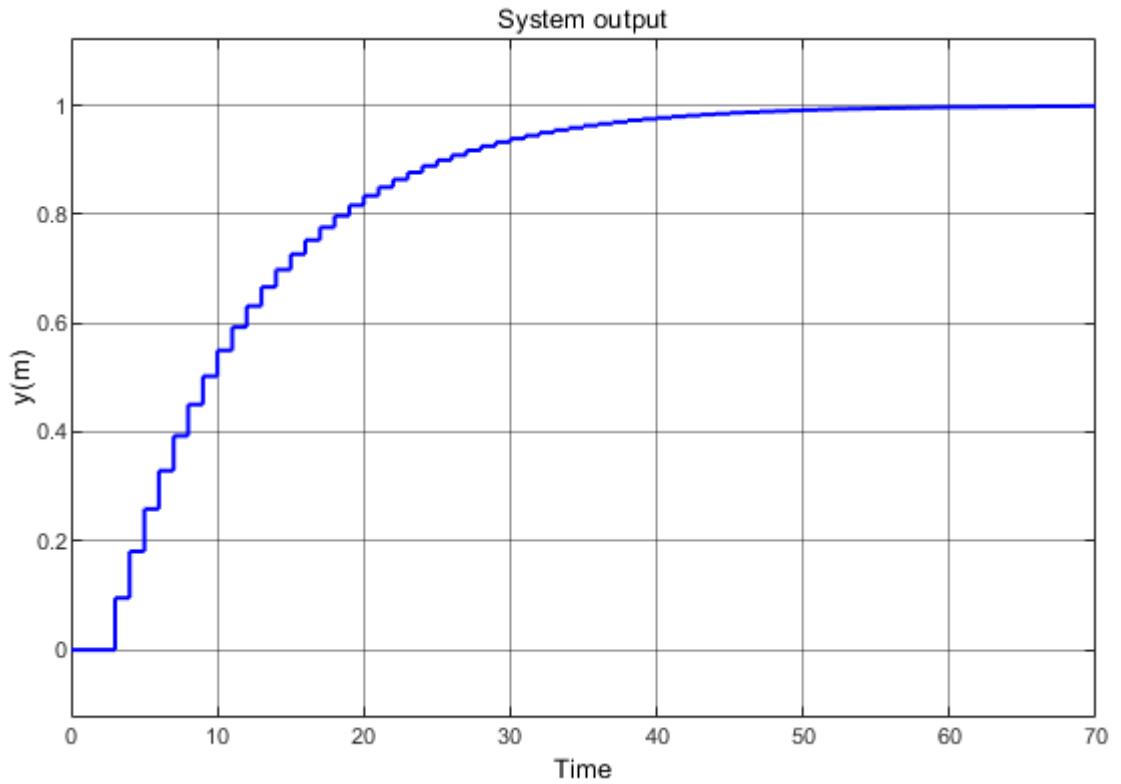


Рис. 8: Выход системы с регулятором Далина, $T = 1, k = 1$

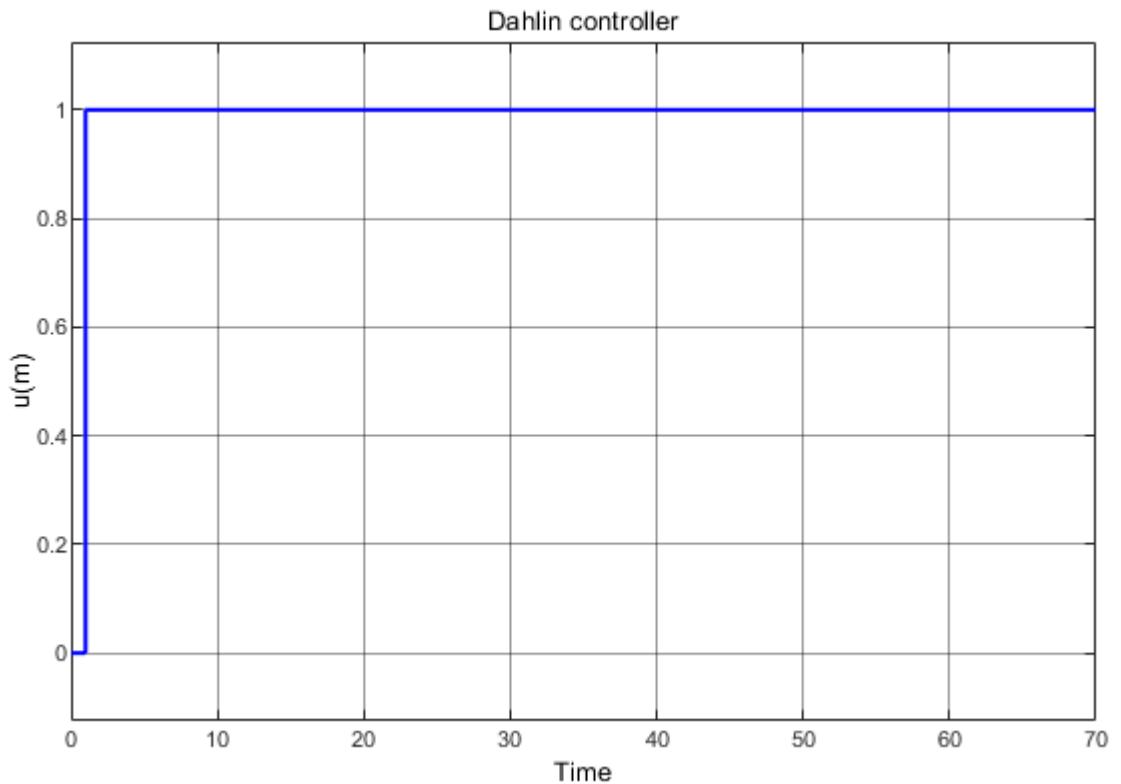


Рис. 9: Регулятор Далина, $T = 1, k = 1$

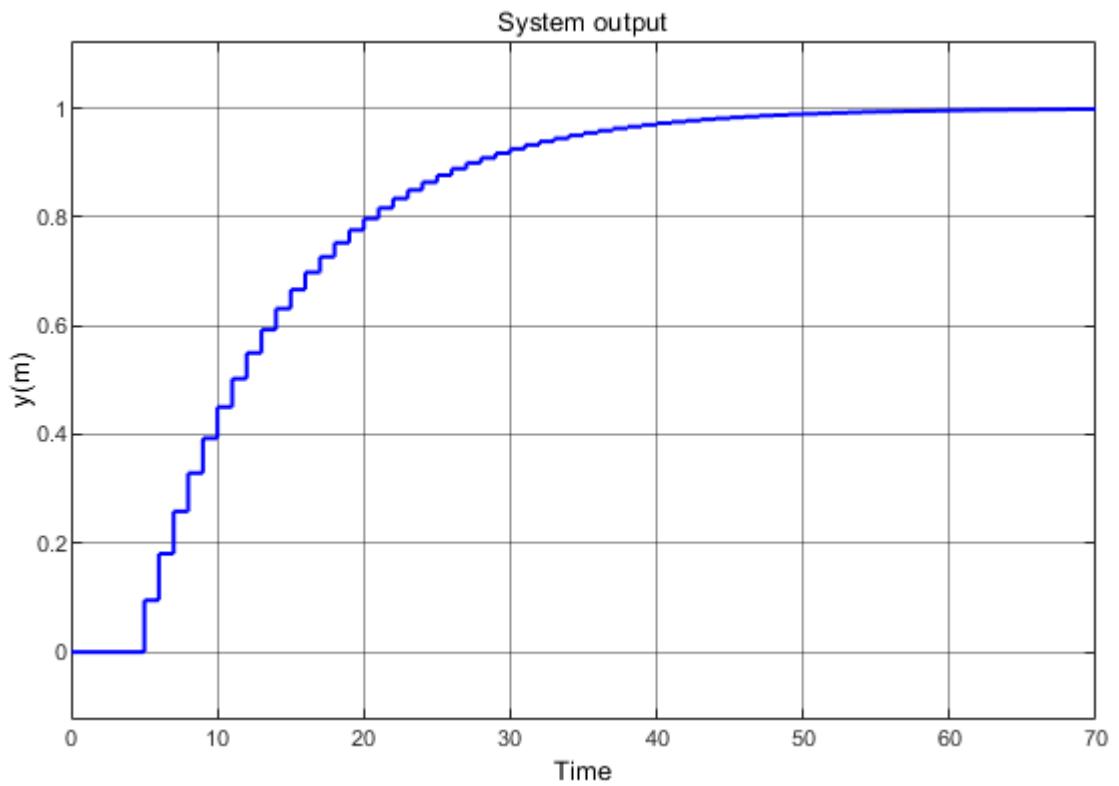


Рис. 10: Выход системы с регулятором Далина, $T = 1, k = 3$

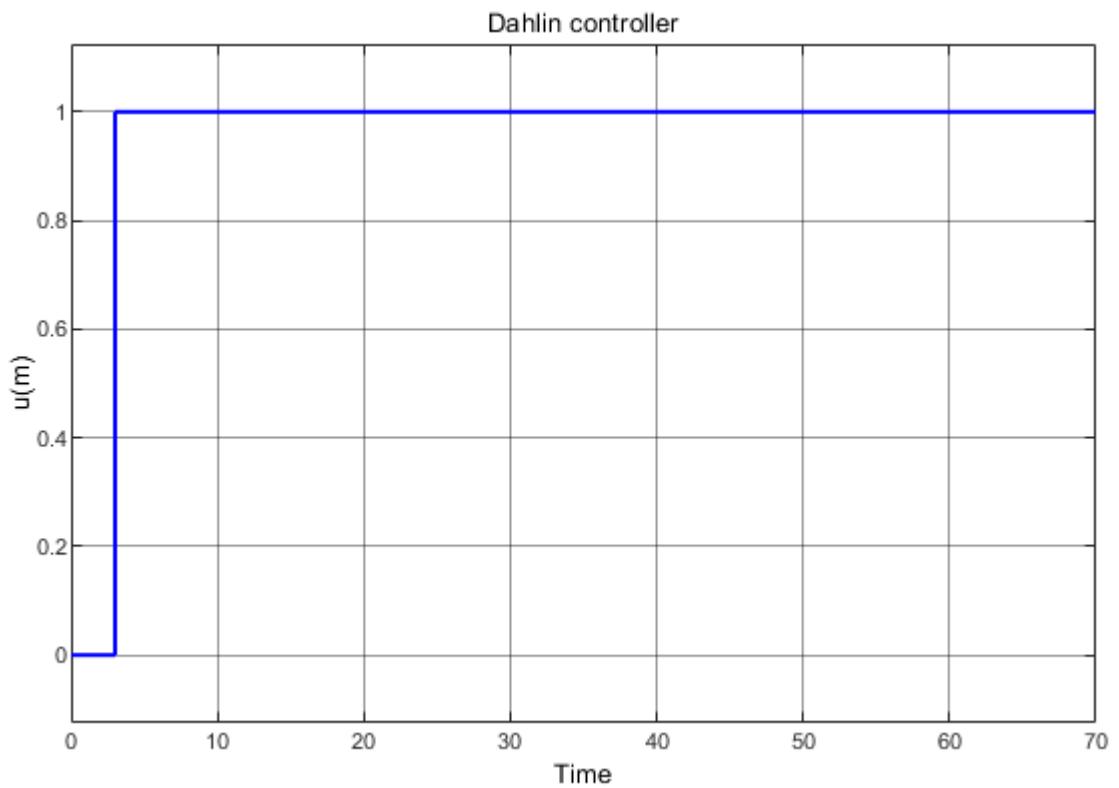


Рис. 11: Регулятор Далина, $T = 1, k = 3$

Величина управления меньше по сравнению с апериодическим регулятором, но выход сходится дольше к устоявшемуся значению. Отставание на $k + 1$.

2.3. Регулятор с заданным расположением полюсов

Дискретизованный ОУ с ЭНП задан передаточной функцией:

$$HG(z) = \frac{0.03(z + 0.75)}{z^2 - 1.5z + 0.5}$$

Разработаем дискретный регулятор, обеспечивающий заданное расположение полюсов замкнутой системы так, чтобы ее отклик был колебательным с $\zeta = 0.35$ и $\omega_d = 4$. Установившаяся ошибка для ступенчатого входа должна быть равна нулю. Установившаяся ошибка для линейно нарастающего входа должна быть равна $K_v = 0.1$. Период дискретизации $T = 0.55$.

3. Вывод

...