

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

**ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ**

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1  
по дисциплине  
**«ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»**  
на тему  
**«УСТОЙЧИВОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ.  
ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ КОМАНДНЫХ  
ГЕНЕРАТОРОВ»**  
Вариант 20

Выполнил: студент гр. R3441

Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель

Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург  
2025

## Содержание

<b>1</b>	<b>Исследование влияния дискретного элемента на непрерывную систему</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Исследование устойчивости дискретных систем</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>Построение дискретных командных генераторов</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Вывод</b>	<b>10</b>

# 1. Исследование влияния дискретного элемента на непрерывную систему

Исходные данные для задания:

$$T = 0.25 \text{ с,}$$

$$K_{CO} = 8.8$$

$T$  – период дискретизации,  $K_{CO}$  – коэффициент передачи ОУ.

Схема симуляции:

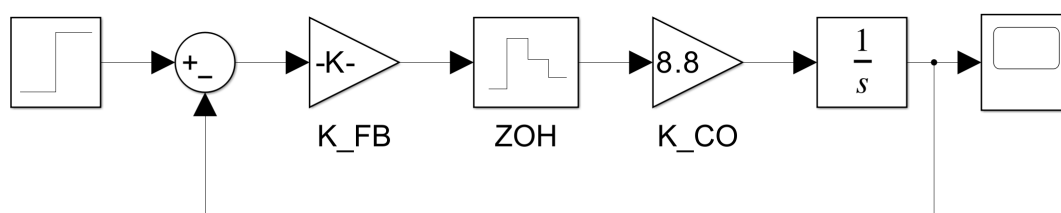


Рис. 1: Схема симуляции

Непрерывная система:

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$$

Возьмем  $\tau \in [t_k = kT, t_{k+1} = (k+1)T)$  – некоторый шаг дискретизации.

Приращение интеграла за этот интервал:

$$y((k+1)T) - y(kT) = \int_{kT}^{(k+1)T} u(\tau) d\tau$$

Обозначения:

$$y_k = y(kT), \quad u_k = u(kT)$$

Дискретная система:

$$y_{k+1} - y_k = T u_k,$$

$$T u_k = \int_{kT}^{(k+1)T} u_k d\tau \approx \int_{kT}^{(k+1)T} u(\tau) d\tau,$$

$$u_k = K_{CO} K_{FB} e_k = K(r_k - y_k),$$

где  $r_k$  – вход системы.

Приведем систему к виду:

$$y_{k+1} = ay_k + br_k,$$

$$y_{k+1} = y_k + TK(r_k - y_k) = (1 - TK)y_k + TKr_k$$

Пусть вход – единичная ступень  $r_k = 1 \forall k \geq 0$ , тогда разностное уравнение:

$$y_{k+1} = ay_k + b$$

Решение рекуррентного уравнения – сумма общего ( $h$ ) и частного ( $p$ ) решений:

$$y_{k+1}^{(h)} = ay_k^{(h)} \Rightarrow y_k^{(h)} = Ca^k,$$

$$y^{(p)} = ay^{(p)} + b \Rightarrow y^{(p)}(1 - a) = b \Rightarrow y^{(p)} = \frac{b}{1 - a} = const.,$$

$$y_k = Ca^k + \frac{b}{1 - a}$$

При начальном условии  $y_0 = 0$ :

$$Ca^0 + \frac{b}{1 - a} = 0 \Rightarrow C = -\frac{b}{1 - a}$$

Тогда:

$$y_k = b \frac{1 - a^k}{1 - a}$$

Переходный процесс описывается  $a_k$ .

При  $k \rightarrow \infty, |a| < 1 : a^k \rightarrow 0$ , остается установившееся значение:

$$y_\infty = \frac{b}{1 - a}$$

Чем меньше  $|a|$ , тем быстрее убывает  $a^k$  – быстрее достигается установившееся значение.

Тогда, максимальная скорость сходимости будет при  $a = 0$ .

Система устойчива при  $|a| < 1$ :

$$|1 - TK| < 1 \Rightarrow 0 < K_{FB} < \frac{2}{TK_{CO}} \approx 0.909091$$

Рассмотрим границы устойчивости.

Нейтральная устойчивость:

$$a = 1 \Rightarrow 1 - TK = 1 \Rightarrow K_{FB} = 0$$

При нейтральной устойчивости выход повторяет начальное значение  $y_0$ , задаваемое в интеграторе.

Колебательная устойчивость:

$$a = -1 \Rightarrow 1 - TK = -1 \Rightarrow K_{FB} = \frac{2}{TK_{CO}} \approx 0.909091$$

При колебательной устойчивости система будет максимально колебательной без затухания.

Рассмотрим подробнее поведение системы при различных  $a$ :

При  $a = -1$  – колебательная устойчивость,

При  $-1 < a < 0$  – затухающие колебания (каждый шаг знак  $a^k$  меняется),

При  $a = 0$  – максимальная скорость сходимости,

При  $0 \leq a < 1$  – монотонное сходящееся поведение,

При  $a = 1$  – нейтральная устойчивость,

При  $|a| > 1$  – неустойчивость.

Граница между отсутствием колебаний и их появлением при  $a = 0$ :

$$1 - TK = 0 \Rightarrow K_{FB} = \frac{1}{TK_{CO}} \approx 0.454545$$

Таким образом:

При  $K_{FB} = 0$  – выход повторяет  $y_0$ ,

При  $0 < K_{FB} \leq 0.454545$  – монотонный выход,

При  $K_{FB} = 0.454545$  – оптимальный по быстродействию процесс,

При  $0.454545 < K_{FB} < 0.909091$  – затухающие колебания,

При  $K_{FB} = 0.909091$  – максимальные незатухающие колебания,

При  $K_{FB} > 0.909091$  – растущие колебания.

Экстраполятор нулевого порядка (ЗОН) удерживает сигнал управления постоянным на протяжении каждого шага дискретизации  $T$ .

ЗОН переносит полюса системы из  $s$ -плоскости в  $z$ -плоскость по преобразованию:

$$z = e^{sT}$$

Устойчивость сохраняется, когда все дискретные корни (полюса) попадают внутрь единичного круга на  $z$ -плоскости.

Задержка уменьшает запас устойчивости системы и делает ее чувствительной к выбору шага дискретизации  $T$  – вероятность смещения полюсов из единичного круга увеличивается при увеличении  $T$ , следовательно система с большей вероятностью может стать неустойчивой.

Выполним моделирование системы при различных  $K_{FB}$ .

Положим  $K_{FB} = 0, y_0 = 0$ :

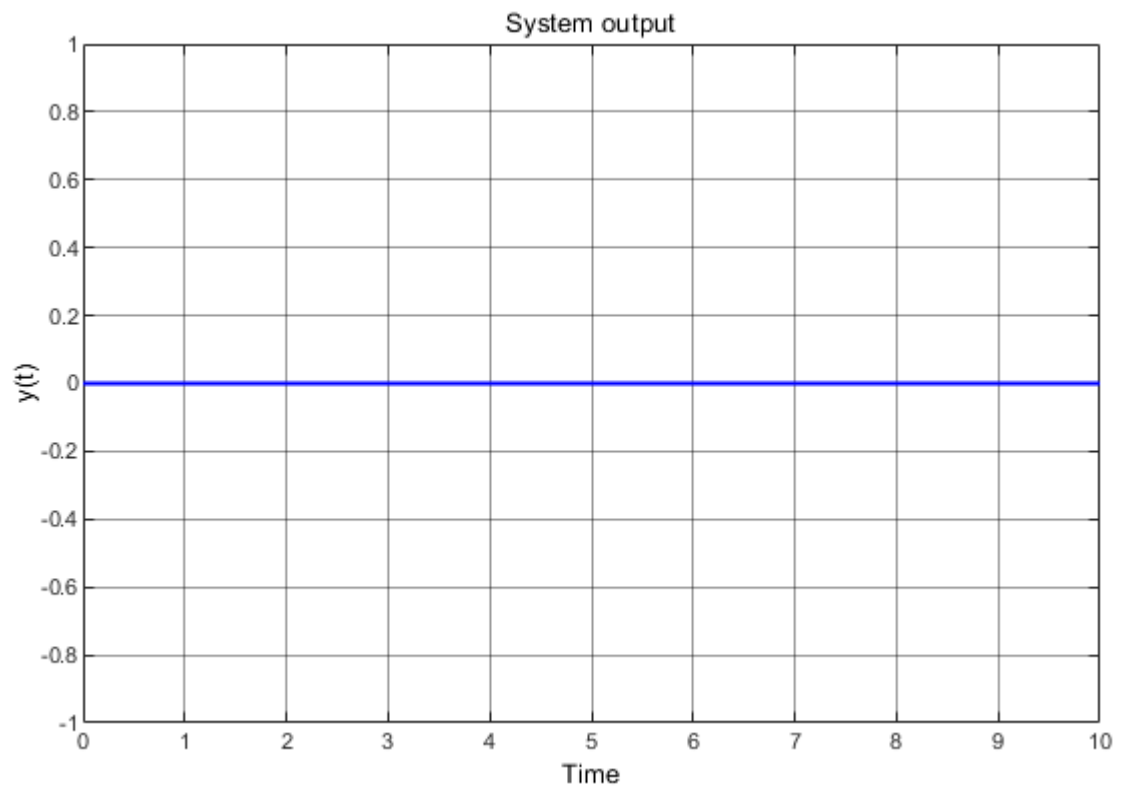


Рис. 2: Выход симуляции при  $K_{FB} = 0, y_0 = 0$

Положим  $K_{FB} = 0.3, y_0 = 0$ :

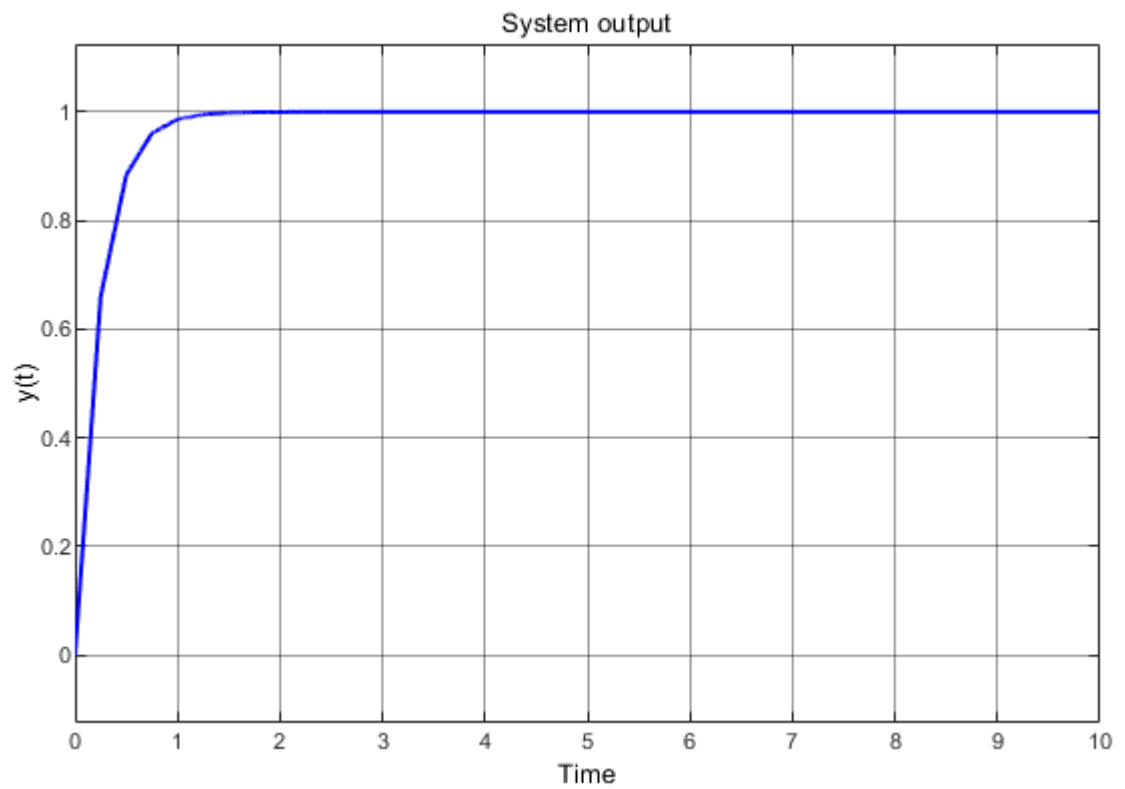


Рис. 3: Выход симуляции при  $K_{FB} = 0.3, y_0 = 0$

Положим  $K_{FB} = 1/(TK_{CO})$ ,  $y_0 = 0$ :

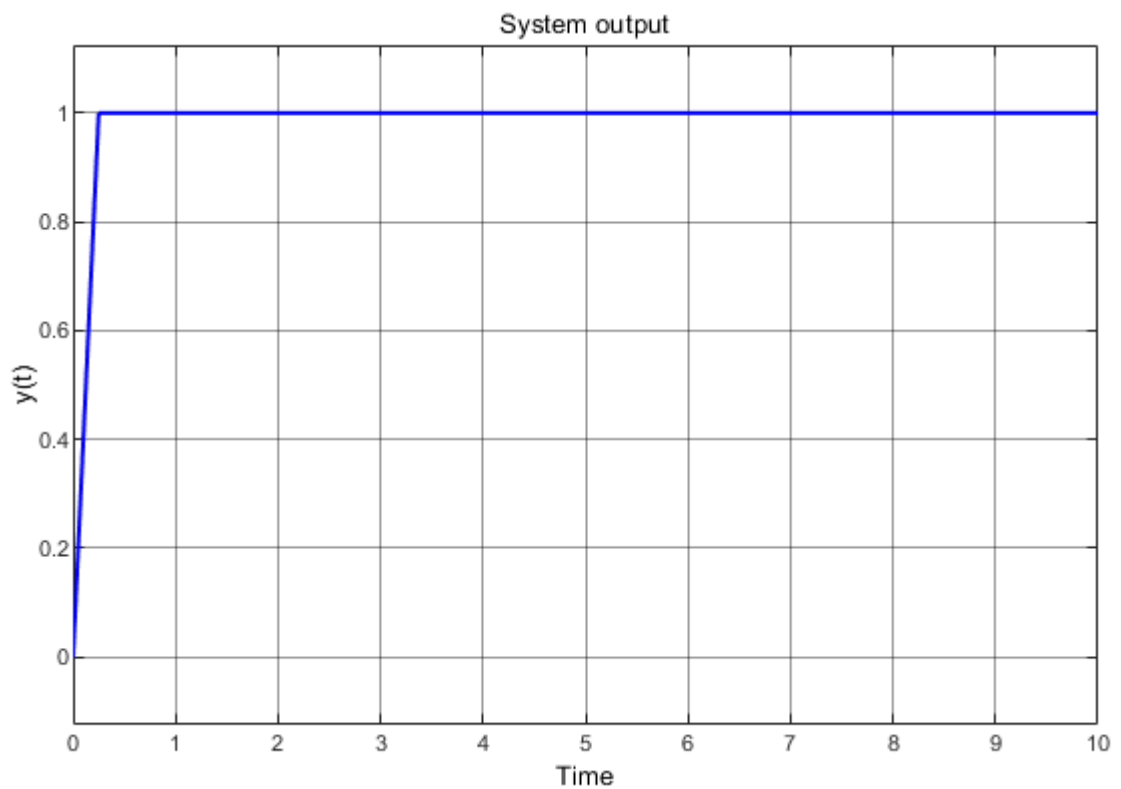


Рис. 4: Выход симуляции при  $K_{FB} = 1/(TK_{CO})$ ,  $y_0 = 0$

Положим  $K_{FB} = 0.6$ ,  $y_0 = 0$ :

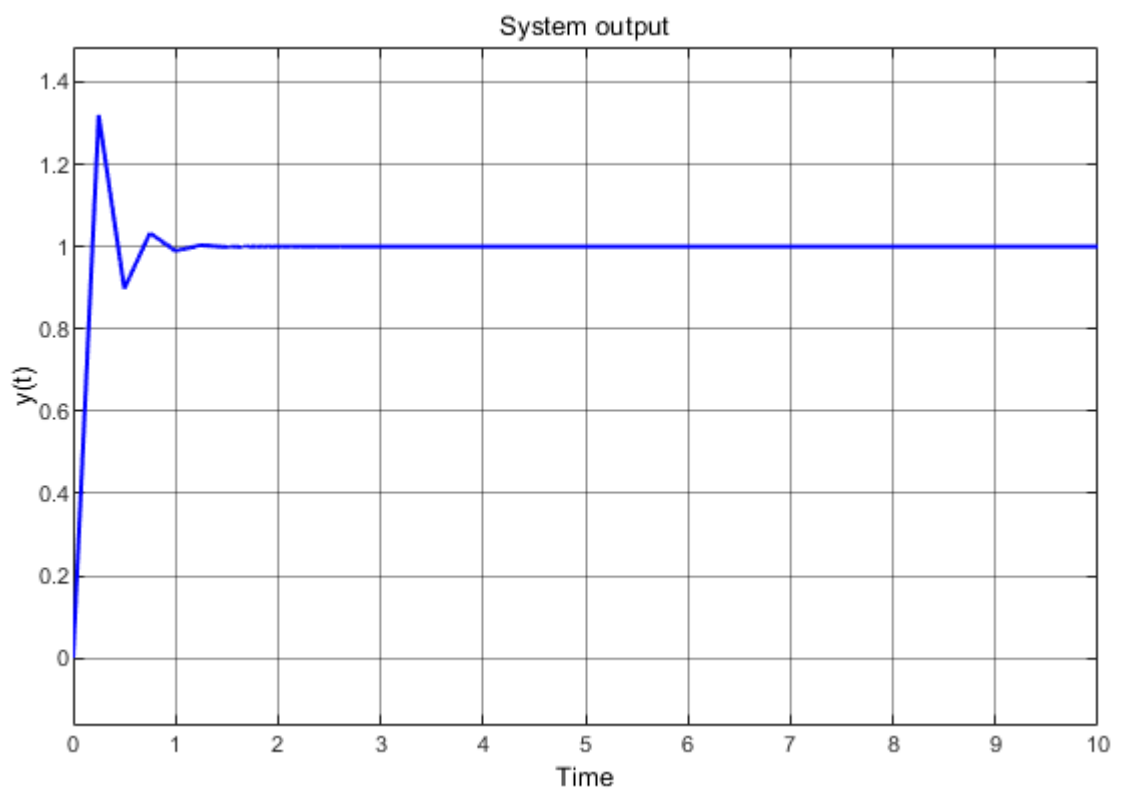


Рис. 5: Выход симуляции при  $K_{FB} = 0.6$ ,  $y_0 = 0$



Положим  $K_{FB} = 2 / (TK_{CO})$ ,  $y_0 = 0$ :

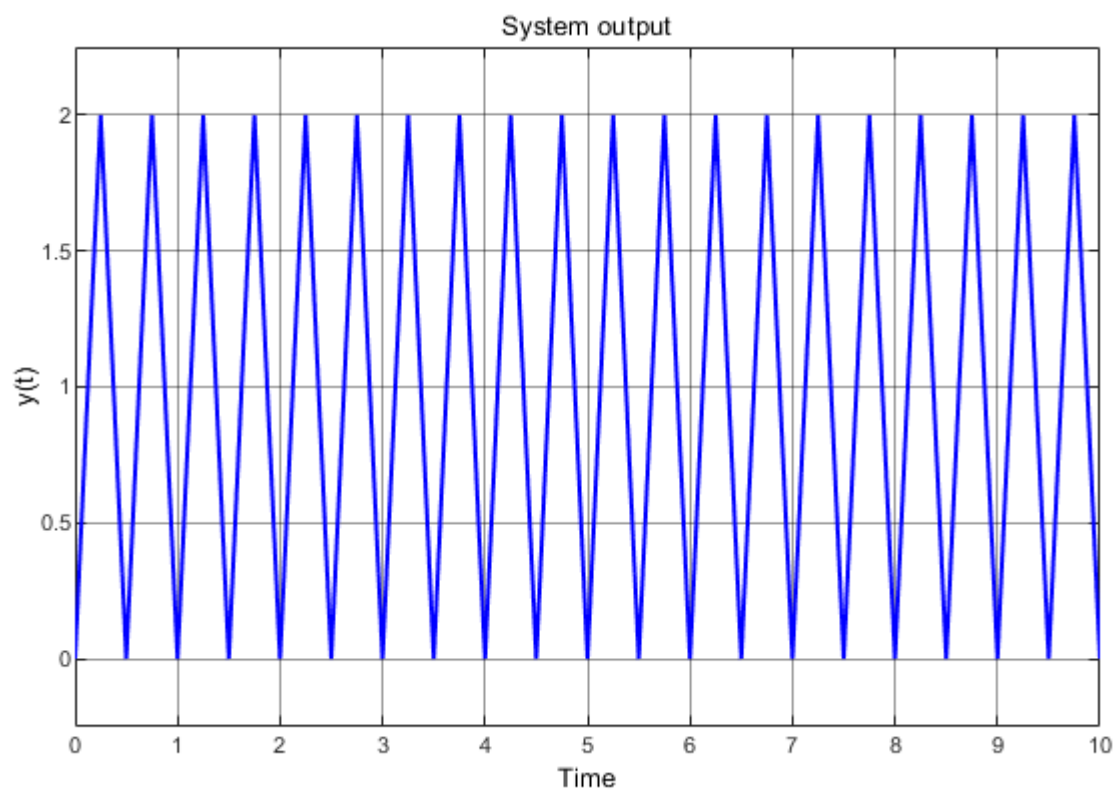


Рис. 6: Выход симуляции при  $K_{FB} = 2 / (TK_{CO})$ ,  $y_0 = 0$

Положим  $K_{FB} = 1$ ,  $y_0 = 0$ :

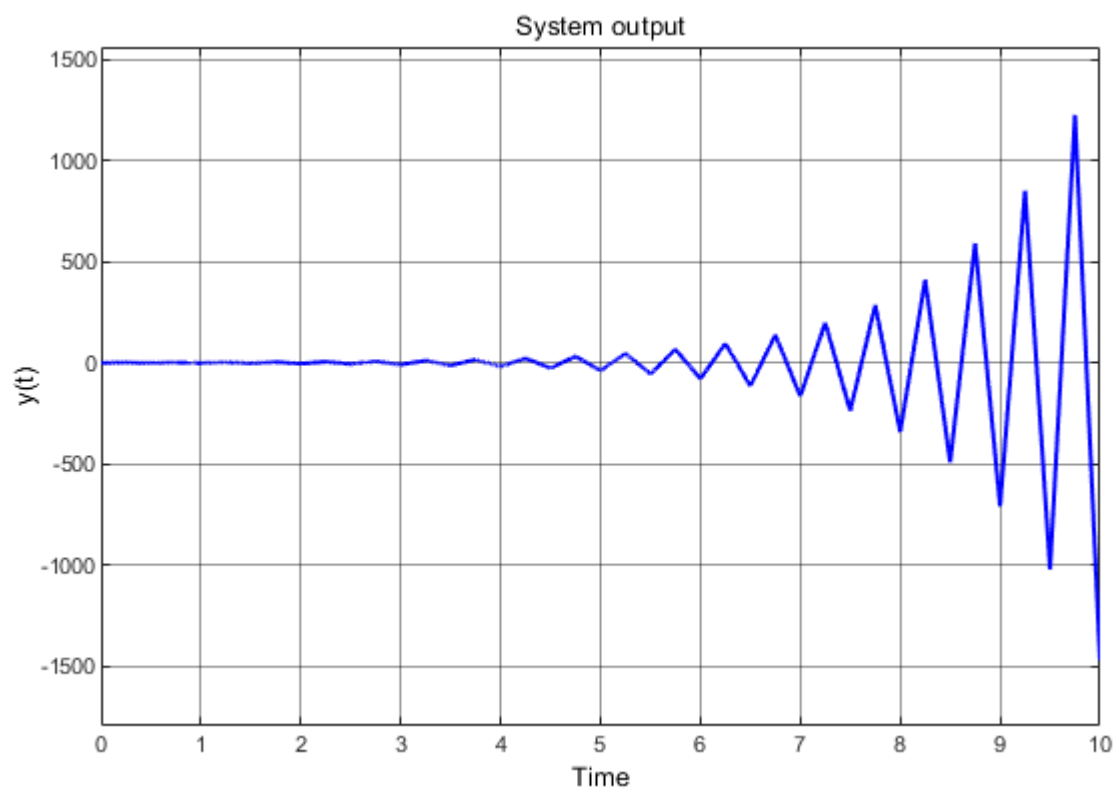


Рис. 7: Выход симуляции при  $K_{FB} = 1$ ,  $y_0 = 0$

## **2. Исследование устойчивости дискретных систем**

...

## **3. Построение дискретных командных генераторов**

...

## **4. Вывод**

...