

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине
«ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»
на тему
**«УСТОЙЧИВОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ.
ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ КОМАНДНЫХ
ГЕНЕРАТОРОВ»**

Вариант 20

Выполнил: студент гр. Р3441
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель
Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Исследование влияния дискретного элемента на непрерывную систему	3
2 Исследование устойчивости дискретных систем	10
3 Построение дискретных командных генераторов	10
4 Вывод	10

1. Исследование влияния дискретного элемента на непрерывную систему

Исходные данные для задания:

$$T = 0.25 \text{ с},$$

$$K_{CO} = 8.8$$

T – период дискретизации, K_{CO} – коэффициент передачи ОУ.

Схема симуляции:

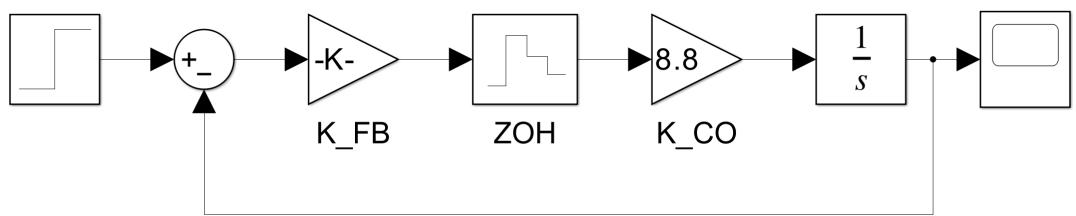


Рис. 1: Схема симуляции

Непрерывная система:

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$$

Возьмем $\tau \in [t_k = kT, t_{k+1} = (k + 1)T]$ – некоторый шаг дискретизации.

Приращение интеграла за этот интервал:

$$y((k + 1)T) - y(kT) = \int_{kT}^{(k+1)T} u(\tau) d\tau$$

Обозначения:

$$y_k = y(kT), \quad u_k = u(kT)$$

Дискретная система:

$$y_{k+1} - y_k = Tu_k,$$

$$Tu_k = \int_{kT}^{(k+1)T} u_k d\tau \approx \int_{kT}^{(k+1)T} u(\tau) d\tau,$$

$$u_k = K_{CO}K_{FB} e_k = K(r_k - y_k),$$

где r_k – вход системы.

Приведем систему к виду:

$$y_{k+1} = ay_k + br_k,$$

$$y_{k+1} = y_k + TK(r_k - y_k) = (1 - TK)y_k + TKr_k$$

Пусть вход – единичная ступень $r_k = 1 \forall k \geq 0$, тогда разностное уравнение:

$$y_{k+1} = ay_k + b$$

Решение рекуррентного уравнения – сумма общего ((h)) и частного ((p)) решений:

$$y_{k+1}^{(h)} = ay_k^{(h)} \Rightarrow y_k^{(h)} = Ca^k,$$

$$y^{(p)} = ay^{(p)} + b \Rightarrow y^{(p)}(1-a) = b \Rightarrow y^{(p)} = \frac{b}{1-a} = const.,$$

$$y_k = Ca^k + \frac{b}{1-a}$$

При начальном условии $y_0 = 0$:

$$Ca^0 + \frac{b}{1-a} = 0 \Rightarrow C = -\frac{b}{1-a}$$

Тогда:

$$y_k = b \frac{1-a^k}{1-a}$$

Переходный процесс описывается a^k .

При $k \rightarrow \infty, |a| < 1 : a^k \rightarrow 0$, остается установившееся значение:

$$y_\infty = \frac{b}{1-a}$$

Чем меньше $|a|$, тем быстрее убывает a^k – быстрее достигается установившееся значение.

Тогда, максимальная скорость сходимости будет при $a = 0$.

Система устойчива при $|a| < 1$:

$$|1 - TK| < 1 \Rightarrow 0 < K_{FB} < \frac{2}{TK_{CO}} \approx 0.909091$$

Рассмотрим границы устойчивости.

Нейтральная устойчивость:

$$a = 1 \Rightarrow 1 - TK = 1 \Rightarrow K_{FB} = 0$$

При нейтральной устойчивости выход повторяет начальное значение y_0 , задаваемое в интеграторе.

Колебательная устойчивость:

$$a = -1 \Rightarrow 1 - TK = -1 \Rightarrow K_{FB} = \frac{2}{TK_{CO}} \approx 0.909091$$

При колебательной устойчивости система будет максимально колебательной без затухания.

Рассмотрим подробнее поведение системы при различных a :

При $a = -1$ – колебательная устойчивость,

При $-1 < a < 0$ – затухающие колебания (каждый шаг знак a^k меняется),

При $a = 0$ – максимальная скорость сходимости,

При $0 \leq a < 1$ – монотонное сходящееся поведение,

При $a = 1$ – нейтральная устойчивость,

При $|a| > 1$ – неустойчивость.

Граница между отсутствием колебаний и их появлением при $a = 0$:

$$1 - TK = 0 \Rightarrow K_{FB} = \frac{1}{TK_{CO}} \approx 0.454545$$

Таким образом:

При $K_{FB} = 0$ – выход повторяет y_0 ,

При $0 < K_{FB} \leq 0.454545$ – монотонный выход,

При $K_{FB} = 0.454545$ – оптимальный по быстродействию процесс,

При $0.454545 < K_{FB} < 0.909091$ – затухающие колебания,

При $K_{FB} = 0.909091$ – максимальные незатухающие колебания,

При $K_{FB} > 0.909091$ – растущие колебания.

Экстраполятор нулевого порядка (ZOH) удерживает сигнал управления постоянным на протяжении каждого шага дискретизации T .

ZOH переносит полюса системы из s -плоскости в z -плоскость по преобразованию:

$$z = e^{sT}$$

Устойчивость сохраняется, когда все дискретные корни (полюса) попадают внутрь единичного круга на z -плоскости.

Задержка уменьшает запас устойчивости системы и делает ее чувствительной к выбору шага дискретизации T – вероятность смещения полюсов из единичного круга увеличивается при увеличении T , следовательно система с большей вероятностью может стать неустойчивой.

Выполним моделирование системы при различных K_{FB} .

Положим $K_{FB} = 0, y_0 = 0$:

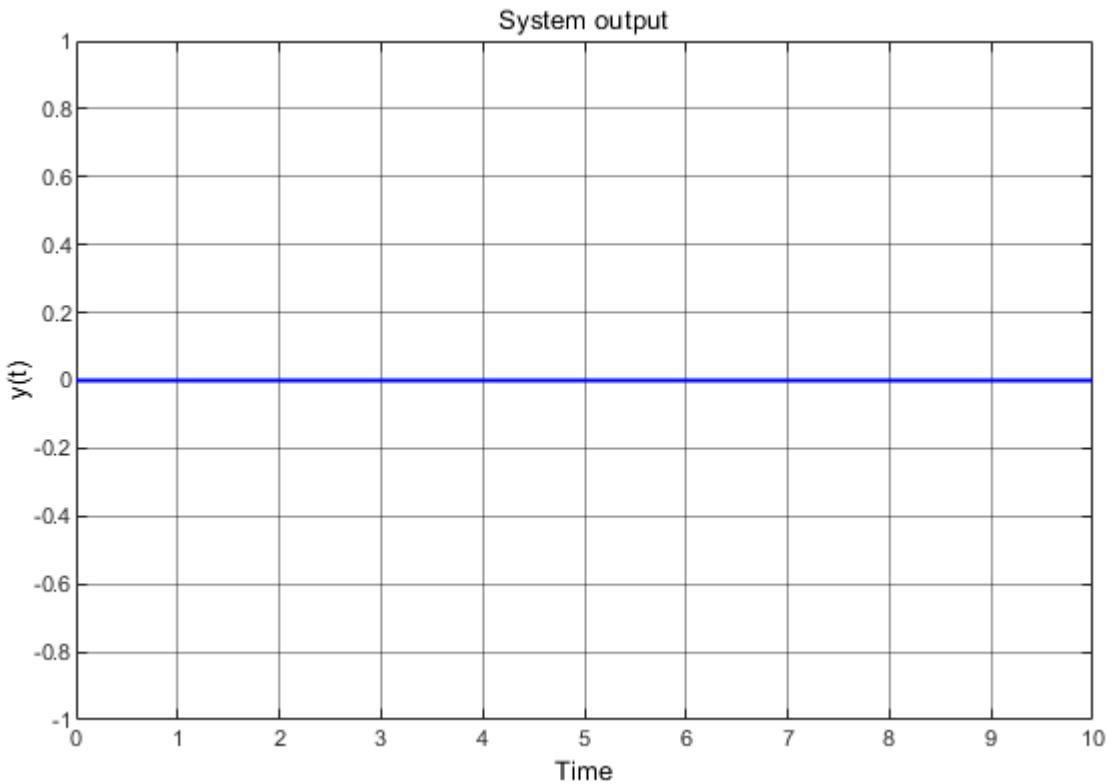


Рис. 2: Выход симуляции при $K_{FB} = 0, y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 0.3, y_0 = 0$:

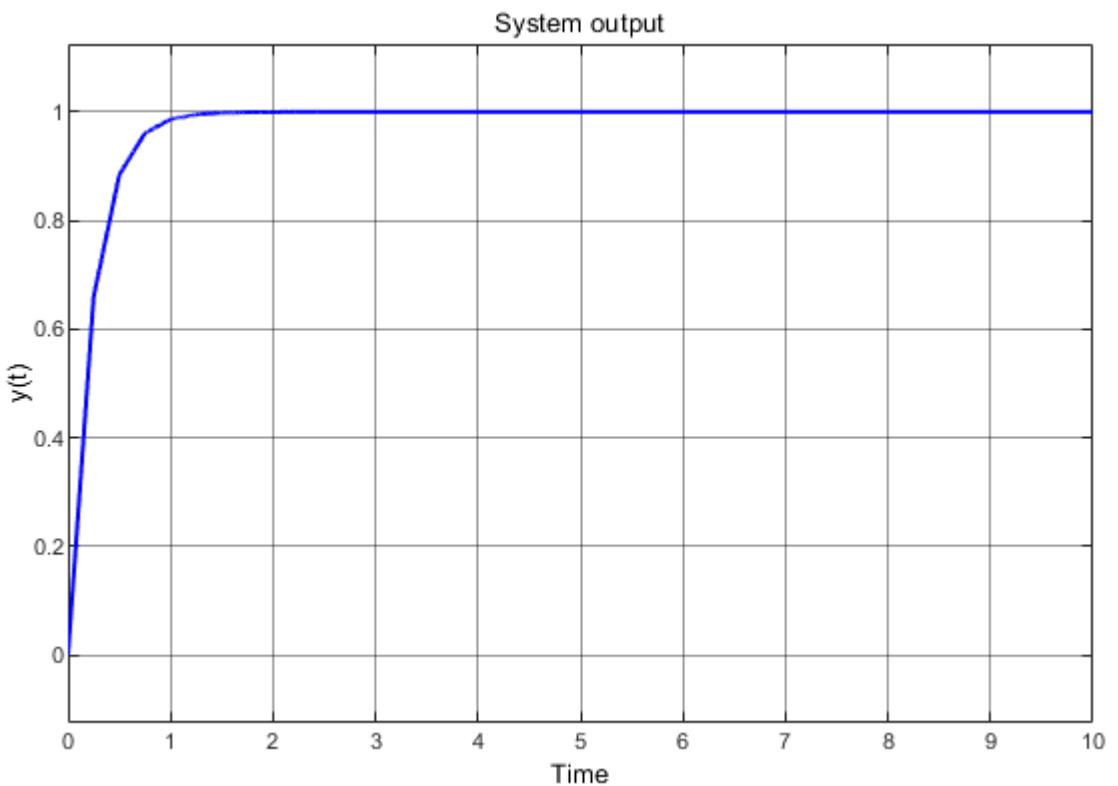


Рис. 3: Выход симуляции при $K_{FB} = 0.3, y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 1 / (T K_{CO})$, $y_0 = 0$:

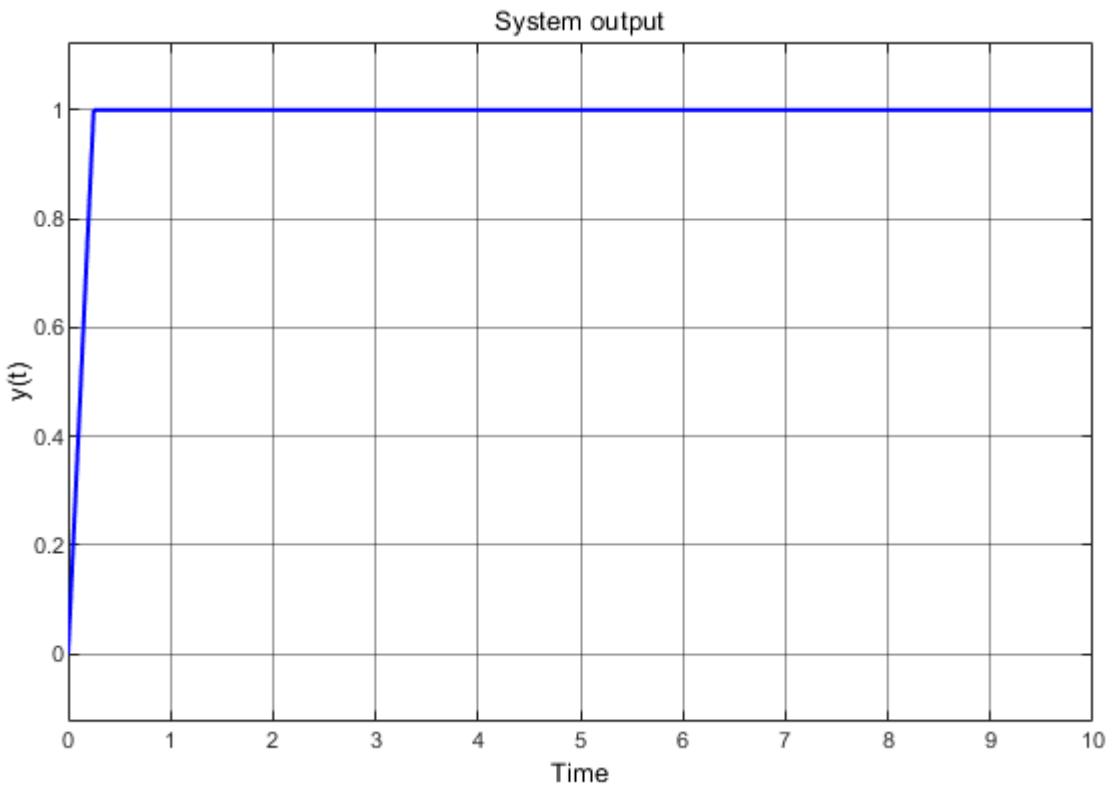


Рис. 4: Выход симуляции при $K_{FB} = 1 / (T K_{CO})$, $y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 0.6$, $y_0 = 0$:

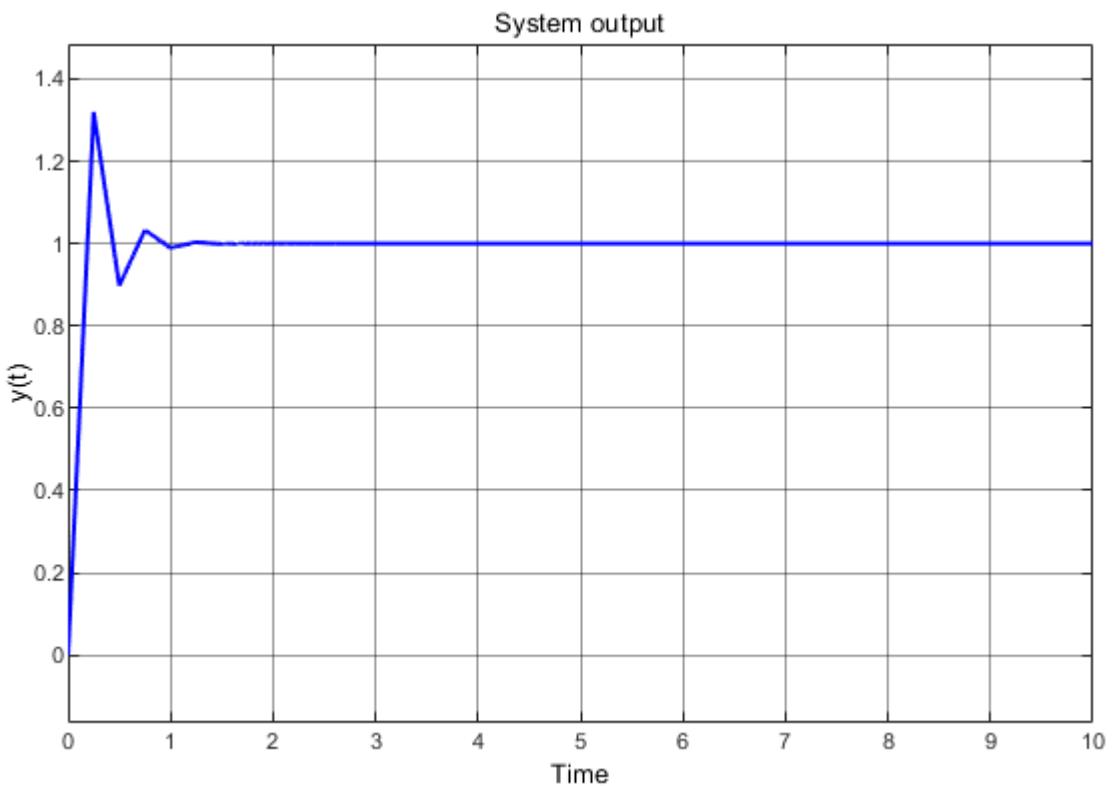


Рис. 5: Выход симуляции при $K_{FB} = 0.6$, $y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 2 / (TK_{CO})$, $y_0 = 0$:

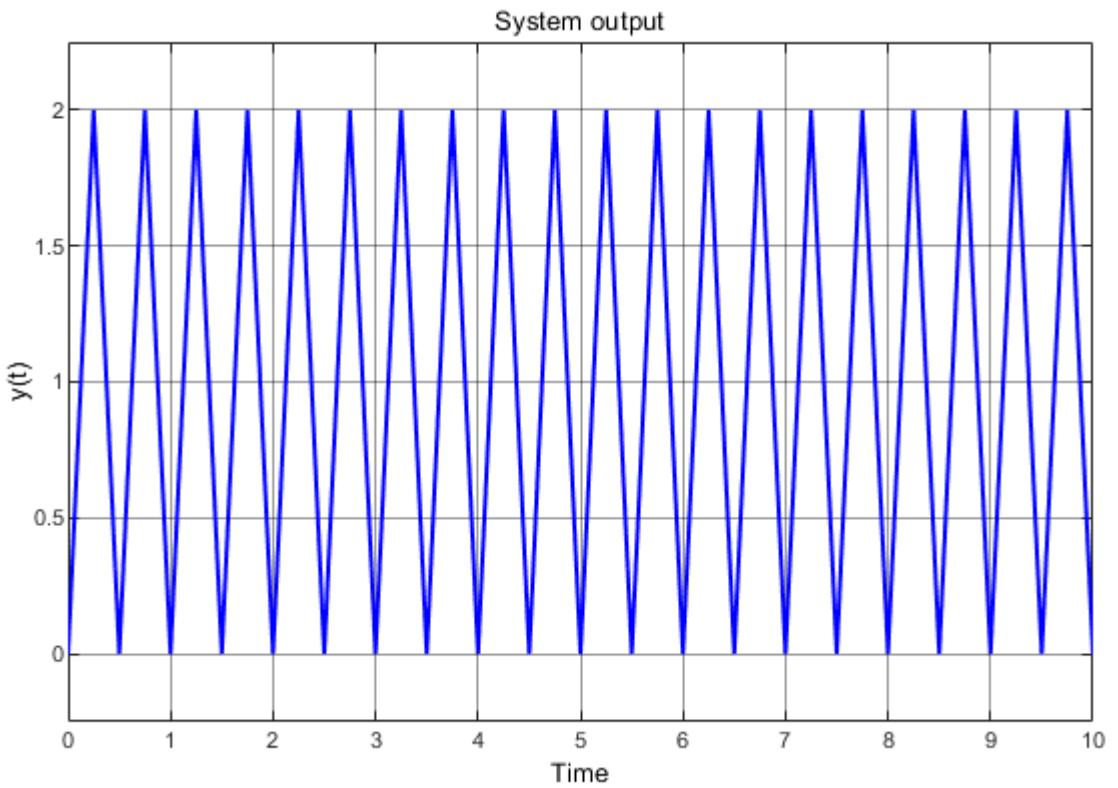


Рис. 6: Выход симуляции при $K_{FB} = 2 / (TK_{CO})$, $y_0 = 0$

Положим $K_{FB} = 1$, $y_0 = 0$:

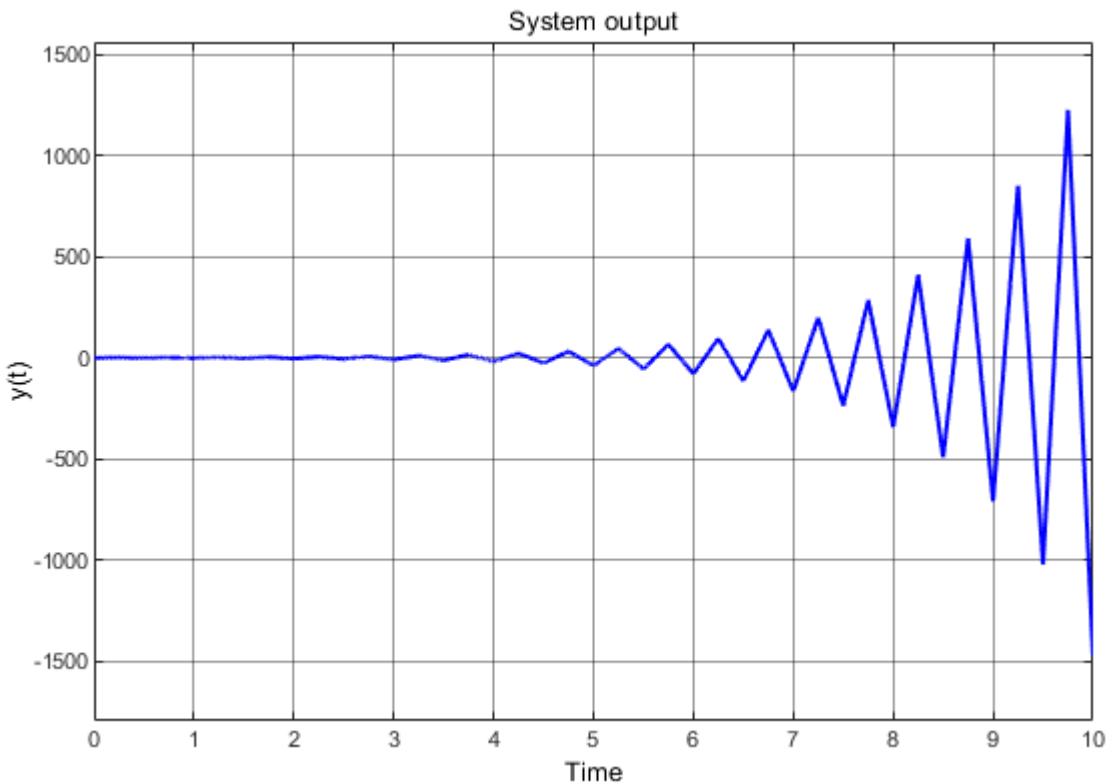


Рис. 7: Выход симуляции при $K_{FB} = 1$, $y_0 = 0$

2. Исследование устойчивости дискретных систем

...

3. Построение дискретных командных генераторов

...

4. Вывод

...