

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

**ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ**

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4  
по дисциплине  
**«НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»**  
на тему  
**«СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ МЕТОДА  
БЭКСТЕППИНГА»**

Выполнил: студент гр. Р3441  
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель  
Зименко К. А.

Санкт-Петербург  
2025

## **Содержание**

<b>1 Задание 1</b>	<b>3</b>
1.1 Условие . . . . .	3
1.2 Выполнение . . . . .	3
<b>2 Задание 2</b>	<b>6</b>
2.1 Условие . . . . .	6
2.2 Выполнение . . . . .	6
<b>3 Задание 3</b>	<b>6</b>
3.1 Условие . . . . .	6
3.2 Выполнение . . . . .	6
<b>4 Вывод</b>	<b>7</b>

## 1. Задание 1

### 1.1. Условие

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \sin(x_1) + x_1^2, \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + (2 + \sin(x_1)) u \end{cases} \quad (1)$$

Весь вектор состояния измерим. Необходимо синтезировать стабилизирующий регулятор на основе метода бэкстеппинга и провести математическое моделирование.

### 1.2. Выполнение

Компонента  $x_2$  является виртуальным управлением подсистемы  $\dot{x}_1$ :

$$\dot{x}_1 = f(x_1) + \varphi(x_1), \quad f(x_1) = \sin(x_1) + x_1^2, \quad \varphi(x_1) = x_2$$

Функция Ляпунова:

$$V_1(x_1) = 0.5x_1^2, \quad V_1(x_1) > 0 \quad \forall x_1 \neq 0, \quad V_1(0) = 0$$

Ее производная:

$$\dot{V}_1(x_1) = x_1 \dot{x}_1 = x_1 (x_2 + \sin(x_1) + x_1^2) = x_1 x_2 + x_1 \sin(x_1) + x_1^3$$

Необходимо, чтобы  $\dot{V}_1(x_1) < 0 \quad \forall x_1 \neq 0$ . В таком случае нужно компенсировать неопределенные по знаку слагаемые  $x_1 \sin(x_1)$ ,  $x_1^3$  и сделать слагаемое  $x_1 x_2$  отрицательным четной степени через  $x_2 = \varphi(x_1)$ :

$$\varphi(x_1) = -\sin(x_1) - x_1^2 - k_1 x_1, \quad k_1 > 0 \Rightarrow \dot{x}_1 = -k_1 x_1$$

Тогда, производная функции Ляпунова:

$$\dot{V}_1(x_1) = -k_1 x_1^2 < 0 \quad \forall x_1 \neq 0$$

Сделаем замену, чтобы определить ошибку между реальным  $x_2$  и вирту-

альным управлением:

$$z = x_2 - \varphi(x_1) = x_2 + \sin(x_1) + x_1^2 + k_1 x_1$$

Тогда:

$$x_2 = z - \sin(x_1) - x_1^2 - k_1 x_1$$

Подставим  $x_2$  в подсистему  $\dot{x}_1$ :

$$\dot{x}_1 = x_2 + \sin(x_1) + x_1^2 = z - k_1 x_1$$

Найдем  $\dot{z}$ :

$$\dot{z} = \dot{x}_2 - \dot{\varphi}_t(x_1)$$

Найдем  $\dot{\varphi}_t(x_1)$ :

$$\dot{\varphi}_t(x_1) = (-\cos(x_1) - 2x_1 - k_1) \dot{x}_1 = -(\cos(x_1) + 2x_1 + k_1)(z - k_1 x_1)$$

Тогда:

$$\dot{z} = x_1^2 + (2 + \sin(x_1)) u + (\cos(x_1) + 2x_1 + k_1)(z - k_1 x_1)$$

Полная функция Ляпунова:

$$V = V_1 + 0.5z^2, \quad V_1 = 0.5x_1^2$$

Ее производная:

$$\dot{V} = x_1 \dot{x}_1 + z \dot{z},$$

$$\dot{V} = x_1(z - k_1 x_1) + z(x_1^2 + (2 + \sin(x_1)) u + (\cos(x_1) + 2x_1 + k_1)(z - k_1 x_1)),$$

$$\dot{V} = -k_1 x_1^2 + z(2 + \sin(x_1)) u + z x_1 + z x_1^2 + z(\cos(x_1) + 2x_1 + k_1)(z - k_1 x_1),$$

Выберем управление  $u(t)$  так, чтобы компенсировать неопределенные по знаку слагаемые и добавить отрицательно определенное слагаемое с  $z$ :

$$u = \frac{1}{2 + \sin(x_1)} (-x_1 - x_1^2 - (\cos(x_1) + 2x_1 + k_1)(z - k_1 x_1) - k_2 z), \quad k_2 > 0,$$

$$\dot{V} = -k_1 x_1^2 - k_2 z^2 < 0 \quad \forall (x_1, z) \neq (0, 0), k_1, k_2 > 0$$

Начало координат глобально асимптотически устойчиво с таким законом управления  $u$ .

Подставляя  $z = x_2 + \sin(x_1) + x_1^2 + k_1 x_1$  в  $u$ , итоговый закон управления:

$$u = \frac{1}{2 + \sin(x_1)} (-x_1 - x_1^2 - (\cos(x_1) + 2x_1 + k_1)(x_2 + \sin(x_1) + x_1^2) + -k_2(x_2 + \sin(x_1) + x_1^2 + k_1 x_1))$$

Выполним моделирование системы при  $k_1 = 2, k_2 = 3, x_0 = (1, -0.5)$ :

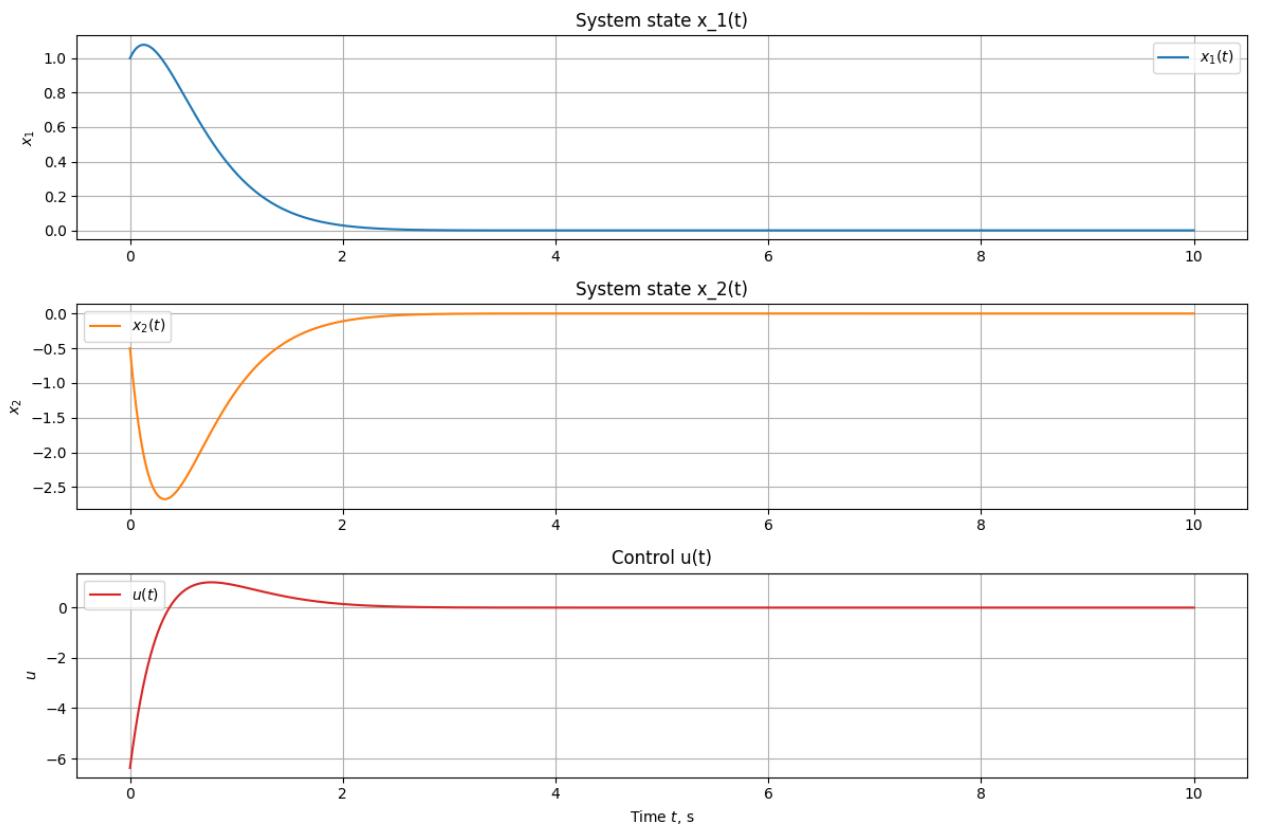


Рис. 1: Графики  $x_i(t), u(t)$

Вектор состояния и управление стремятся к нулю с течением времени.

## 2. Задание 2

### 2.1. Условие

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_1^3, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u \end{cases} \quad (2)$$

Весь вектор состояния измерим. Необходимо синтезировать стабилизирующий регулятор на основе метода бэкстеппинга и провести математическое моделирование.

### 2.2. Выполнение

...

## 3. Задание 3

### 3.1. Условие

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \cos(x_1) - x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1x_3 + (2 - \sin(x_3))x_4, \\ \dot{x}_4 = x_2x_3 + 2u \end{cases} \quad (3)$$

Весь вектор состояния измерим. Необходимо синтезировать стабилизирующий регулятор на основе метода бэкстеппинга и провести математическое моделирование.

### 3.2. Выполнение

...

#### **4. Вывод**

...