

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

**ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ**

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6  
по дисциплине  
**«НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»**  
на тему  
**«СИНТЕЗ ФИНИТНОГО ОДНОРОДНОГО РЕГУЛЯТОРА»**

Выполнили: студенты  
Румянцев А. А., Р3441  
Дьячихин Д. Н., Р3480

Проверил: преподаватель  
Зименко К. А.

Санкт-Петербург  
2025

## **Содержание**

<b>1 Задание</b>	<b>3</b>
1.1 Условие . . . . .	3
1.2 Выполнение . . . . .	3

## 1. Задание

### 1.1. Условие

1. Выберите нелинейную управляемую систему с одним входом, одним выходом;
2. Предполагая, что математическая модель содержит существенные неопределенности, представьте систему в виде цепи интеграторов с согласованной обобщенной неизвестной динамикой, используя безмодельный подход;
3. Реализуйте финитный однородный регулятор с дополнительной компенсацией обобщенной неизвестной динамики.

### 1.2. Выполнение

Рассмотрим нелинейную систему с одним входом и одним выходом – несимметричный маятник с сухим и вязким трением:

$$\ddot{y} = -\frac{g}{l} \sin y - \frac{b}{ml^2} \dot{y} - \frac{c}{ml^2} \operatorname{sign}(\dot{y}) + \frac{1}{ml^2} u,$$

где  $y$  угол отклонения от нижнего положения,  $|u| \leq u_{\max}$  момент на оси,  $m, l$  масса и длина стержня,  $g$  ускорение свободного падения,  $b$  коэффициент вязкого трения,  $c$  коэффициент сухого трения.

Обозначим момент инерции  $I = ml^2 > 0$ . Перепишем систему в виде:

$$\ddot{y} = d(t, y, \dot{y}) + \frac{1}{I} u,$$

где:

$$d(t, y, \dot{y}) = -\frac{g}{l} \sin y - \frac{b}{I} \dot{y} - \frac{c}{I} \operatorname{sign}(\dot{y})$$

обобщенная неизвестная динамика, содержащая существенные неопределенностии. В безмодельном подходе считаем  $d(\cdot)$  неизвестной, но ограниченной или растущей не быстрее некоторой однородной функции.

Введем состояние:

$$x_1 = y, \quad x_2 = \dot{y},$$

тогда, система примет канонический вид цепи интеграторов с возмущением:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = d(t, x) + \frac{1}{I} u$$

Выберем веса матрицы расширения  $D(\lambda > 0)$ :

$$r_1 = 1, \quad r_2 = 1 - \rho, \quad \rho \in (0, 1),$$

что соответствует отрицательной степени однородности  $-\rho$  для цепи интеграторов  $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = v$ . При таком выборе переменные связаны масштабированием:

$$x_2 \sim x_1^{r_2/r_1} = x_1^{1-\rho}$$

Определим нелинейную скользящую поверхность:

$$s(x) = x_2 + \gamma [x_1]^{1-\rho},$$

где  $[s]^\alpha = |s|^\alpha \operatorname{sign}(s)$  – однородная нелинейность,  $\gamma > 0$  коэффициент усиления.

Поверхность  $s(x)$  взвешенно-однородна степени  $r_2 = 1 - \rho$  относительно матрицы расширения  $D(\lambda) = \operatorname{diag}(\lambda^{r_1}, \lambda^{r_2})$ , что обеспечивает однородность замкнутой системы при соответствующем выборе управления.

Для системы с возмущением  $|d(t, x)| \leq \bar{d}$  стабилизирующий регулятор имеет вид:

$$u = -I \left[ \hat{d}(t) + k [s(x)]^\rho \right], \quad k > 0, \rho \in (0, 1),$$

где  $\hat{d}(t)$  оценка (компенсация) неизвестной динамики  $d(t, x)$ ,  $[s]^\rho = |s|^\rho \operatorname{sign}(s)$  обеспечивает конечное время сходимости:

$$\sigma = \rho < 1 \Rightarrow T(x_0) \leq \frac{V_0^{1-\rho}}{\beta(1-\rho)} < \infty, \quad V_0 : Q(V_0, x_0) = 0$$

Для уменьшения дрожания в управлении заменим  $\operatorname{sign}(s)$  на  $\tanh(s/\varepsilon)$ ,  $\varepsilon > 0$ . Тогда, закон управления:

$$u(t) = -I \left[ \hat{d}(t) + k |s(t)|^\rho \tanh(s(t)/\varepsilon) \right],$$

где:

$$s(t) = \dot{y}(t) + \gamma \operatorname{sign}(y(t))|y(t)|^{1-\rho}, \hat{d}(t) \approx d(t, y, \dot{y})$$

Так как  $\ddot{y} = d + u/I$ , то:

$$d = \ddot{y} - u/I$$

Построим оценку  $\hat{d}$  на основе двухступенчатой фильтрации для вычисления  $\hat{y}, \hat{\dot{y}}$  из измерения  $y$ :

$$\hat{y}(t) = \frac{2}{2\tau_1 + \Delta t} [y(t) - y(t - \Delta t)] - \frac{2\tau_1 - \Delta t}{2\tau_1 + \Delta t} \hat{y}(t - \Delta t),$$

$$\hat{\dot{y}}(t) = \frac{2}{2\tau_2 + \Delta t} [\hat{y}(t) - \hat{y}(t - \Delta t)] - \frac{2\tau_2 - \Delta t}{2\tau_2 + \Delta t} \hat{\dot{y}}(t - \Delta t)$$

– билинейная дискретизация фильтров первого порядка.

**ФНЧ-сглаживания оценки:**

$$\hat{d}(t) = (1 - \beta_F)\hat{d}(t - \Delta t) + \beta_F [\hat{y}(t) - u(t - \Delta t)/I], \beta_F = \frac{\Delta t}{\tau_F + \Delta t},$$

что обеспечивает ограниченную погрешность  $\|\hat{d} - d\|_\infty \leq \delta$ . Для решения задачи достаточно, чтобы ошибка была согласованной.

Выполним моделирование системы: