МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6

по дисциплине

«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

на тему

«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ. H_∞-ОПТИМИЗАЦИЯ»

Вариант 31

Выполнил: студент гр. R3441

Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель

Парамонов А. В.

Санкт-Петербург

2025

Содержание

1. Цель работы

Исследовать H_∞-оптимальный регулятор и определить H_∞-нормы передаточных функций.

2. Постановка задачи

Дан возмущённый линейный объект управления:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_f f,\ x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Возмущение:

$$f = 10 \sin 6t + 5 \cos 2t + 4 \cos 3t + 3 \cos 8t$$

Необходимо:

1. Построить H_∞-оптимальный регулятор вида $u = Kx$. Расчет произвести на основе уравнения Риккати:

$$\begin{cases} A^T P + PA + Q - PBB^T P + \gamma^{-2} PB_f B_f^T P = 0, \\ K = -B^T P \end{cases}$$

2. Экспериментально определить минимальное значение коэффициента $\gamma = \gamma_{\min}$, при котором существует положительно полуопределённая матрица P в качестве решения уравнения Риккати.

3. Построить графики управления u и переменных состояния x_1, x_2 для $\gamma_{\min}$.

4. Определить H_∞-нормы передаточных функций $C_1 \left(Is - (A + BK)\right)^{-1} B_f$ и $C_2 \left(Is - (A + BK)\right)^{-1} B_f$, где $C_1 = [1, 0]$ и $C_2 = [0, 1]$.

5. Определить H_∞-норму передаточной функции $\left(Is - (A + BK)\right)^{-1} B_f$.

3. Экспериментальная часть

3.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, матрицы A, B, B_f, Q:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix},\ B_f = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix},\ Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

3.2. Расчет оптимального регулятора

Выберем $\gamma = 10$ и проведем расчет K:

$$K = \begin{bmatrix} -1.6711 & -15.2927 \end{bmatrix}$$

Собственные числа замкнутой системы:

$$\sigma\left(A + BK\right) = \{-11.7411, -14.1997\}$$

Замкнутая система асимптотически устойчива.

3.3. Минимальное значение коэффициента

Экспериментально подобран минимальный коэффициент $\gamma_{\min} = 5.6061$, при котором существует положительно полуопределённая матрица P как решение уравнения Риккати:

$$P = \begin{bmatrix} 2530 & -28630 \\ -28630 & 323900 \end{bmatrix},\ \sigma(P) = \{0, 326430\}$$

$$K = \begin{bmatrix} 44600 - 504670 \end{bmatrix},\ \sigma\left(A + BK\right) = \{-10, -786330\}$$

3.4. Моделирование системы

Схема моделирования:

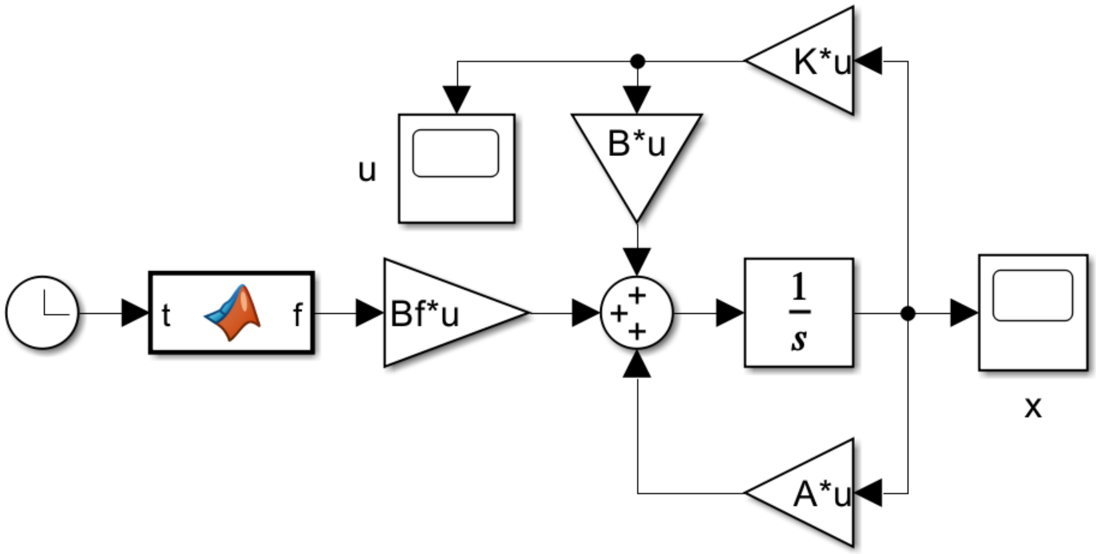

Рис. 1: Схема моделирования замкнутой системы

Результаты моделирования:

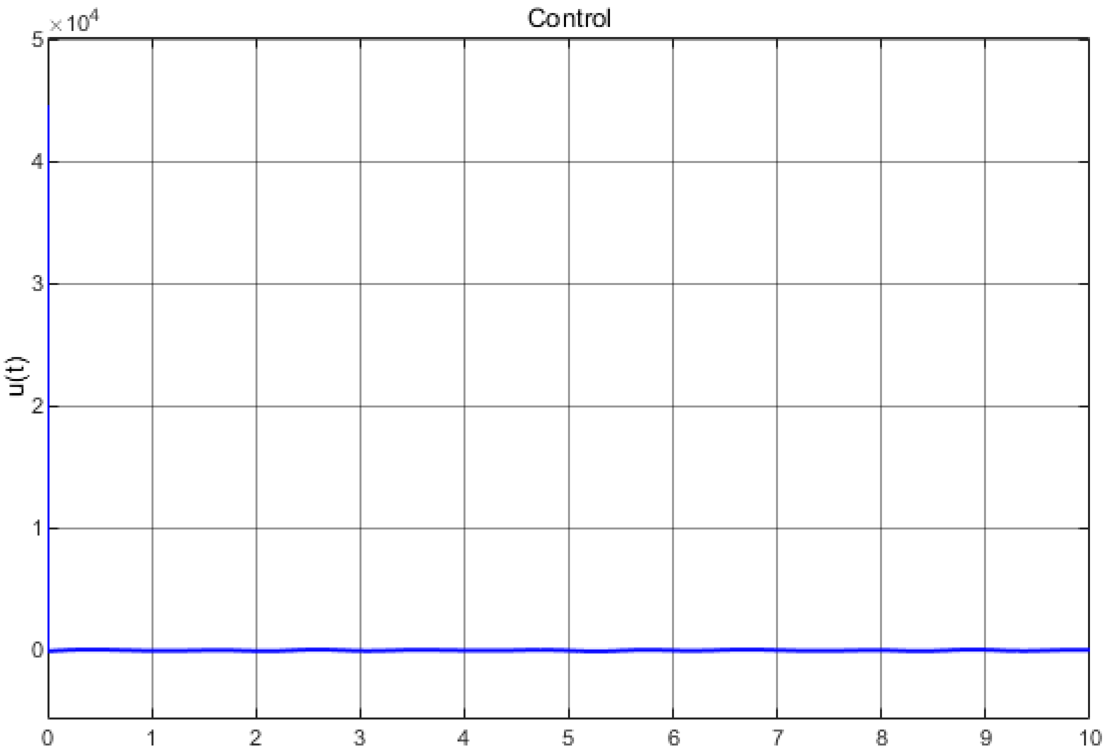

Рис. 2: Управление $u(t)$ для $\gamma_{\min}$ полностью

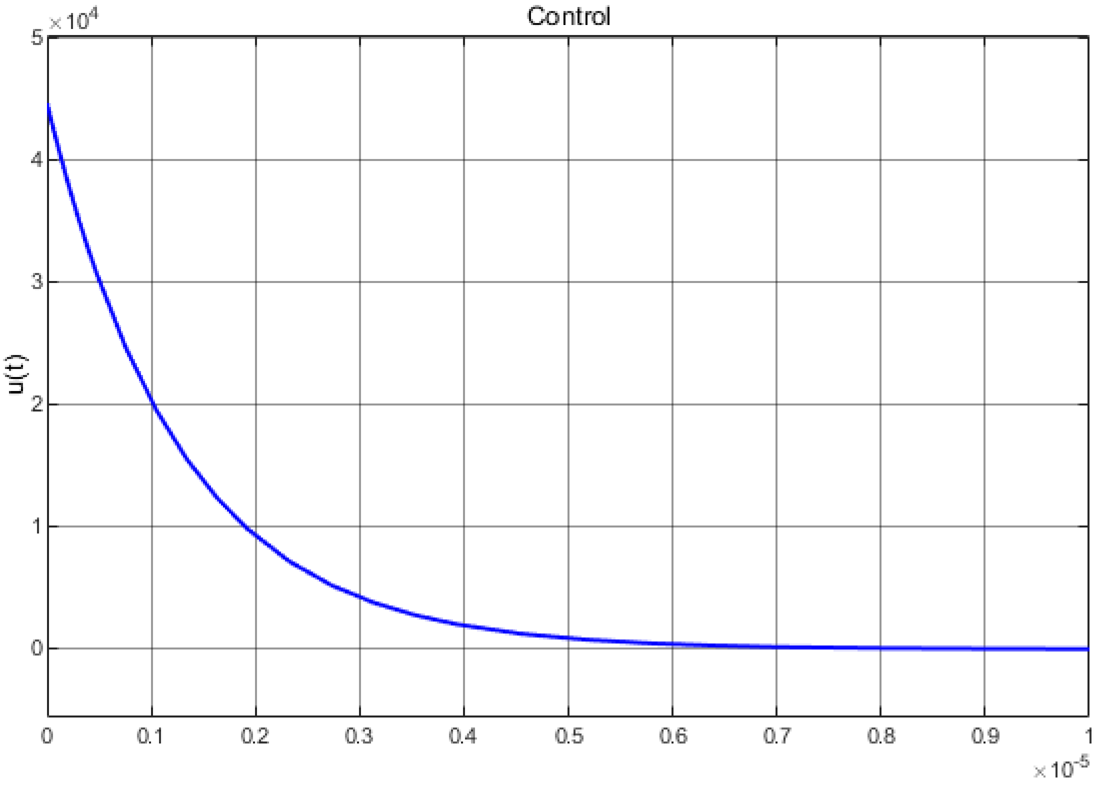

Рис. 3: Управление $u(t)$ для $\gamma_{\min}$ вблизи (1)

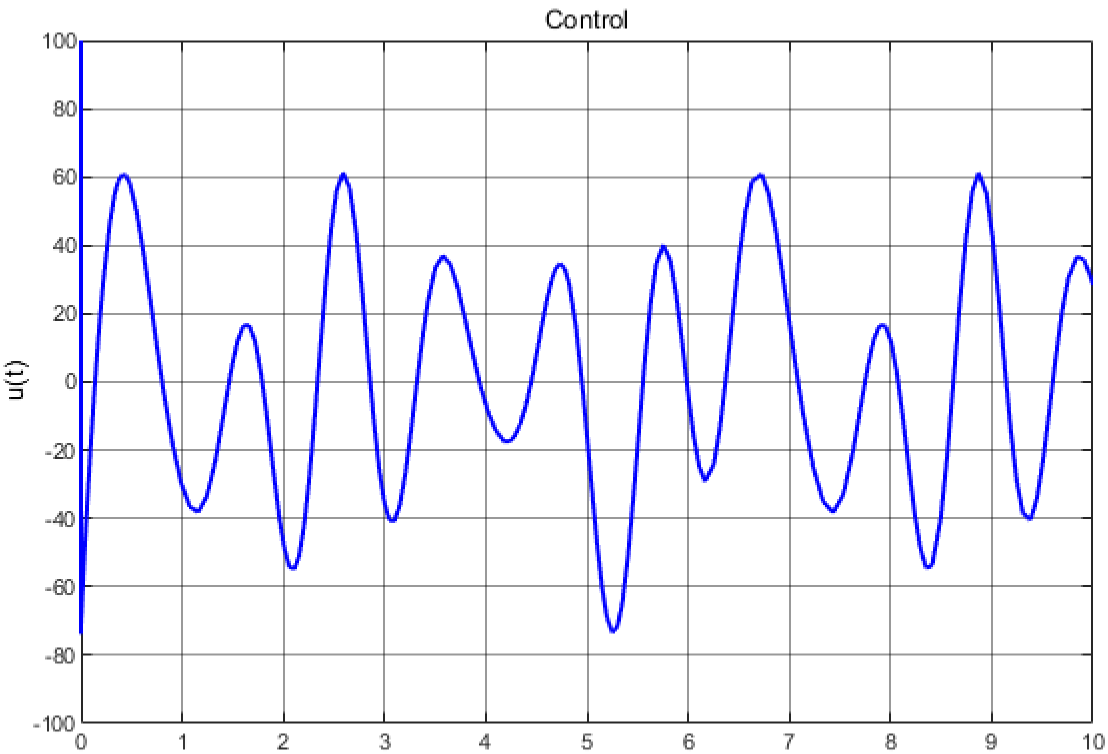

Рис. 4: Управление $u(t)$ для $\gamma_{\min}$ вблизи (2)

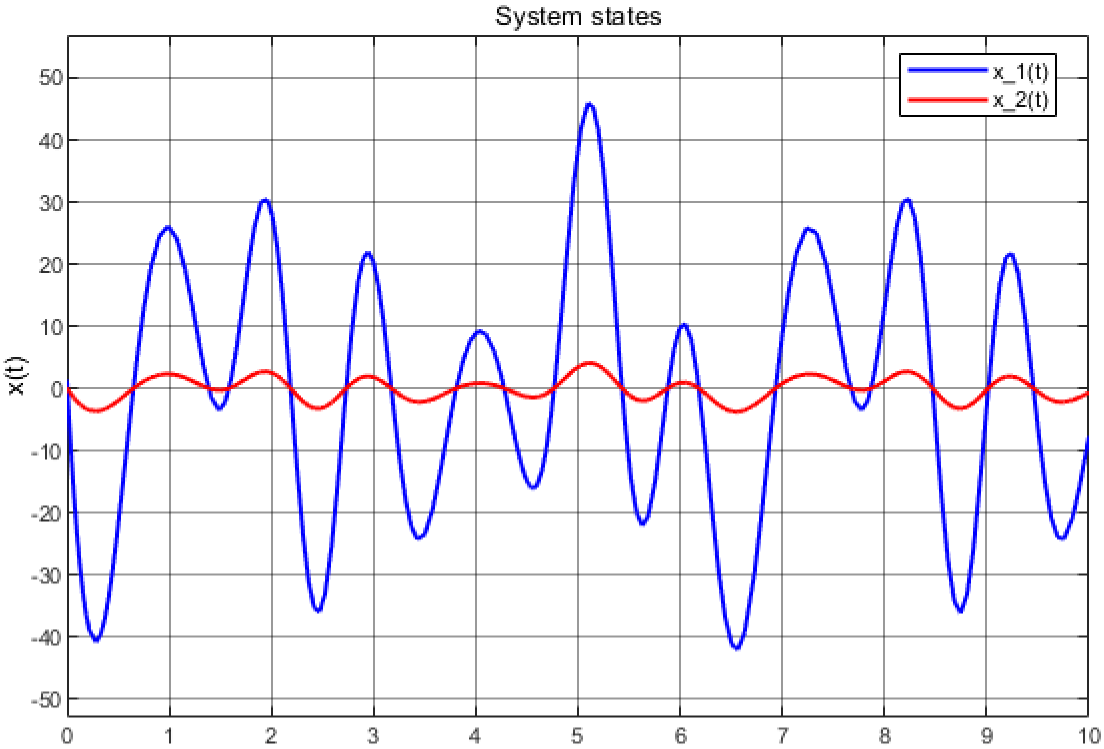

Рис. 5: Состояния системы $x(t)$ для $\gamma_{\min}$

На графике управления заметно значительное перерегулироване в начале.

3.5. Вычисление H_∞-нормы для передаточных функций W_1, W_2

Определим H_∞-нормы передаточных функций $W_1, W_2, C_1 = [1, 0]\,, C_2 = [0, 1]$:

$$W_1 = C_1 \left(Is - (A + BK)\right)^{-1} B_f,\ ||W_1||_\infty = 2.7162,$$

$$W_2 = C_2 \left(Is - (A + BK)\right)^{-1} B_f,\ ||W_2||_\infty = 0.24$$

Возмущение через B_f влияет на первую координату состояния в 11.3175 раз сильнее, чем на вторую.

3.6. Вычисление H_∞-нормы для передаточной функции W

Определим H_∞-норму передаточной функции $W, C = I$:

$$W = \left(Is - (A + BK)\right)^{-1} B_f,\ ||W||_\infty = 2.7268$$

Так как $||W||_\infty < \gamma = 5.6061$, замкнутая система обеспечивает гарантированное подавление возмущений: при любом входном воздействии конечной энергии энергия выходного сигнала не превышает γ^2-кратной энергии возмущения.

4. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы был синтезирован H_∞-оптимальный регулятор для линейного объекта с возмущениями. Также были исследованы H_∞-нормы передаточных функций – так как они меньше выбранного γ, то у системы есть запас робастности.

A. Приложение

```
%% plant parameters
A=[7 -4;
    5 6];
B=[5;
    2];
Bf=[3;
    9];
Q=[3 0;
    0 4];
%% solve Riccati
g=5.6061;
P=are(A,B*B'-g^(-2)*Bf*Bf',Q)
K=-B'*P
eP=eig(P)
eK=eig(A+B*K)
%% H_infty-norm
C1=[1 0];
C2=[0 1];
Acl=A+B*K;

sys1ss=ss(Acl,Bf,C1,0);
[ninf1,fpeak1]=hinfnorm(sys1ss)
sys2ss=ss(Acl,Bf,C2,0);
[ninf2,fpeak2]=hinfnorm(sys2ss)
sys3ss=ss(Acl,Bf,eye(2),0);
[ninf3,fpeak3]=hinfnorm(sys3ss)
```

Листинг 1: Программа для лабораторной работы