

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

**ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5**  
по дисциплине  
«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»  
на тему  
«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ (ФИЛЬТРА  
КАЛМАНА) И ЛКГ-СИНТЕЗ»  
Вариант 31

Выполнил: студент гр. R3441  
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель  
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург  
2025

## Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Экспериментальная часть</b>	<b>4</b>
3.1	Исходные данные . . . . .	4
3.2	Расчет матрицы коррекции наблюдателя . . . . .	4
3.3	Моделирование системы . . . . .	4
3.4	Моделирование системы с отклонениями коэффициентов в матрице коррекции наблюдателя . . . . .	4
3.5	Моделирование системы с отклонениями значений в матрице энергии $W$ . . . . .	4
3.6	Моделирование системы с отклонением значения энергии $V$ . . . . .	5
3.7	Моделирование системы с ЛКГ регулятором и фильтром Калмана . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Вывод</b>	<b>5</b>
<b>A</b>	<b>Приложение</b>	<b>5</b>

## 1. Цель работы

Исследовать оптимальный наблюдатель (фильтр Калмана) и линейно квадратичный гауссовский регулятор.

## 2. Постановка задачи

Дан объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu + Gw, & x(0), \\ y = Cx + \nu, \end{cases}$$

где  $w, \nu$  – сигналы вида «белый шум» с нулевыми математическими ожиданиями  $M[w] = M[\nu] = 0$  и автокорреляционными функциями  $M[w(t)w^T(\tau)] = W\delta(t - \tau)$ ,  $M[\nu(t)\nu(\tau)] = V\delta(t - \tau)$  с известными постоянными спектральными плотностями (энергиями)  $W$  и  $V$  соответственно.

Задача заключается в построении оптимального наблюдателя, генерирующего оценку  $\hat{x}$ :

$$\|x(t) - \hat{x}(t)\| \leq \Delta \quad \forall t \geq T,$$

где  $\Delta$  и  $T$  – максимальная ошибка и время настройки наблюдателя соответственно. Критерий оптимальности представлен следующим функционалом:

$$J = M[e_L^T e_L],$$

где  $e_L = x - \hat{x}$  – ошибка наблюдения,  $M[\cdot]$  – математическое ожидание.

Наблюдатель задается следующей структурой:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + L(y - C\hat{x}), \quad \hat{x}(0),$$

где матрица  $L$  рассчитывается на основе уравнения Риккати:

$$\begin{cases} AP + PA^T + GWG^T - PC^T V^{-1} CP = 0, \\ L = PC^T V^{-1} \end{cases}$$

### 3. Экспериментальная часть

#### 3.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, матрицы  $A, b, C, G, W, Q$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Параметры  $V = 1, r = 4$ .

#### 3.2. Расчет матрицы коррекции наблюдателя

Решим в матлабе уравнение Риккати, получим:

$$P = \begin{bmatrix} 2.3813 & 0.0739 \\ 0.0739 & 0.7678 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 2.3813 \\ 0.0739 \end{bmatrix}$$

Собственные числа замкнутой системы:

$$\sigma(A - LC) = \{-3.1907 \pm 2.7713i\}$$

Замкнутая система асимптотически устойчива.

#### 3.3. Моделирование системы

Схема моделирования системы:

Промоделируем систему при  $u = \sin t, x(0) = [1, 0]^T, \hat{x}(0) = [0, 0]^T$ .

#### 3.4. Моделирование системы с отклонениями коэффициентов в матрице коррекции наблюдателя

...

#### 3.5. Моделирование системы с отклонениями значений в матрице энергии W

...

### 3.6. Моделирование системы с отклонением значения энергии $V$

...

### 3.7. Моделирование системы с ЛКГ регулятором и фильтром Калмана

...

## 4. Вывод

...

## А. Приложение

```
1 %% plant parameters
2 A=[0 -9;
3     1 -4];
4 b=[5;
5     0];
6 C=[1 0];
7 G=eye(2);
8 W=[7 5;
9     5 6];
10 Q=[3 0;
11     0 4];
12 V=1;
13 r=4;
14
15 %% Riccati
16 GWGT=G*W*G';
17 [P,L,e]=icare(A',C',GWGT,V);
18 P
19 L=P*C'*V^-1
20 e=eig(A-L*C)
```

Листинг 1: Программа для поиска  $L$