

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5
по дисциплине
«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»
на тему
**«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ (ФИЛЬТРА
КАЛМАНА) И ЛКГ-СИНТЕЗ»**
Вариант 31

Выполнил: студент гр. Р3441
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Цель работы	3
2 Постановка задачи	3
3 Экспериментальная часть	4
3.1 Исходные данные	4
3.2 Расчет матрицы коррекции наблюдателя	4
3.3 Моделирование системы	4
3.4 Моделирование системы с отклонениями коэффициентов в матрице коррекции наблюдателя	4
3.5 Моделирование системы с отклонениями значений в матрице энергии W	4
3.6 Моделирование системы с отклонением значения энергии V . .	5
3.7 Моделирование системы с ЛКГ регулятором и фильтром Калмана	5
4 Вывод	5
А Приложение	5

1. Цель работы

Исследовать оптимальный наблюдатель (фильтр Калмана) и линейно квадратичный гауссовский регулятор.

2. Постановка задачи

Дан объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu + Gw, & x(0), \\ y = Cx + \nu, \end{cases}$$

где w, ν – сигналы вида «белый шум» с нулевыми математическими ожиданиями $M[w] = M[\nu] = 0$ и автокорреляционными функциями $M[w(t)w^T(\tau)] = W\delta(t-\tau)$, $M[\nu(t)\nu(\tau)] = V\delta(t-\tau)$ с известными постоянными спектральными плотностями (энергиями) W и V соответственно.

Задача заключается в построении оптимального наблюдателя, генерирующего оценку \hat{x} :

$$\|x(t) - \hat{x}(t)\| \leq \Delta \quad \forall t \geq T,$$

где Δ и T – максимальная ошибка и время настройки наблюдателя соответственно. Критерий оптимальности представлен следующим функционалом:

$$J = M[e_L^T e_L],$$

где $e_L = x - \hat{x}$ – ошибка наблюдения, $M[\cdot]$ – математическое ожидание.

Наблюдатель задается следующей структурой:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + L(y - C\hat{x}), \quad \hat{x}(0),$$

где матрица L рассчитывается на основе уравнения Риккати:

$$\begin{cases} AP + PA^T + GWG^T - PC^T V^{-1} CP = 0, \\ L = PC^T V^{-1} \end{cases}$$

3. Экспериментальная часть

3.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, матрицы A, b, C, G, W, Q :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Параметры $V = 1, r = 4$.

3.2. Расчет матрицы коррекции наблюдателя

Решим в matlabе уравнение Риккати, получим:

$$P = \begin{bmatrix} 2.3813 & 0.0739 \\ 0.0739 & 0.7678 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 2.3813 \\ 0.0739 \end{bmatrix}$$

Собственные числа замкнутой системы:

$$\sigma(A - LC) = \{-3.1907 \pm 2.7713i\}$$

Замкнутая система асимптотически устойчива.

3.3. Моделирование системы

Схема моделирования системы:

Промоделируем систему при $u = \sin t, x(0) = [1, 0]^T, \hat{x}(0) = [0, 0]^T$.

3.4. Моделирование системы с отклонениями коэффициентов в матрице коррекции наблюдателя

...

3.5. Моделирование системы с отклонениями значений в матрице энергии W

...

3.6. Моделирование системы с отклонением значения энергии V

...

3.7. Моделирование системы с ЛКГ регулятором и фильтром Калмана

...

4. Вывод

...

A. Приложение

```
1 %% plant parameters
2 A=[0 -9;
3     1 -4];
4 b=[5;
5     0];
6 C=[1 0];
7 G=eye(2);
8 W=[7 5;
9     5 6];
10 Q=[3 0;
11     0 4];
12 V=1;
13 r=4;
14
15 %% Riccati
16 GWGT=G*W*G';
17 [P,L,e]=icare(A',C',GWGT,V);
18 P
19 L=P*C'*V^-1
20 e=eig(A-L*C)
```

Листинг 1: Программа для поиска L