

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6

по дисциплине

«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

на тему

«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.
 H_{∞} -ОПТИМИЗАЦИЯ»

Вариант 31

Выполнил: студент гр. R3441

Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель

Парамонов А. В.

Санкт-Петербург

2025

Содержание

1	Цель работы	3
2	Постановка задачи	3
3	Экспериментальная часть	4
3.1	Исходные данные	4
3.2	Расчет оптимального регулятора	4
3.3	Минимальное значение коэффициента	4
3.4	Моделирование системы	4
3.5	Вычисление H_∞ -нормы для передаточных функций W_1, W_2 . .	7
3.6	Вычисление H_∞ -нормы для передаточной функции W	7
4	Вывод	7

1. Цель работы

Исследовать H_∞ -оптимальный регулятор и определить H_∞ -нормы передаточных функций.

2. Постановка задачи

Дан возмущённый линейный объект управления:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_f f, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Возмущение:

$$f = 10 \sin 6t + 5 \cos 2t + 4 \cos 3t + 3 \cos 8t$$

Необходимо:

1. Построить H_∞ -оптимальный регулятор вида $u = Kx$. Расчет произвести на основе уравнения Риккати:

$$\begin{cases} A^T P + PA + Q - PBB^T P + \gamma^{-2} PB_f B_f^T P = 0, \\ K = -B^T P \end{cases}$$

2. Экспериментально определить минимальное значение коэффициента $\gamma = \gamma_{\min}$, при котором существует положительно полуопределённая матрица P в качестве решения уравнения Риккати.
3. Построить графики управления u и переменных состояния x_1, x_2 для γ_{\min} .
4. Определить H_∞ -нормы передаточных функций $C_1 (Is - (A + BK))^{-1} B_f$ и $C_2 (Is - (A + BK))^{-1} B_f$, где $C_1 = [1, 0]$ и $C_2 = [0, 1]$.
5. Определить H_∞ -норму передаточной функции $(Is - (A + BK))^{-1} B_f$.

3. Экспериментальная часть

3.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, матрицы A, B, B_f, Q :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

3.2. Расчет оптимального регулятора

Выберем $\gamma = 10$ и проведем расчет K :

$$K = \begin{bmatrix} -1.6711 & -15.2927 \end{bmatrix}$$

Собственные числа замкнутой системы:

$$\sigma(A + BK) = \{-11.7411, -14.1997\}$$

Замкнутая система асимптотически устойчива.

3.3. Минимальное значение коэффициента

Экспериментально подобран минимальный коэффициент $\gamma_{\min} = 5.6061$, при котором существует положительно полуопределённая матрица P как решение уравнения Риккати:

$$P = \begin{bmatrix} 2530 & -28630 \\ -28630 & 323900 \end{bmatrix}, \sigma(P) = \{0, 326430\}$$

$$K = \begin{bmatrix} 44600 & -504670 \end{bmatrix}, \sigma(A + BK) = \{-10, -786330\}$$

3.4. Моделирование системы

Схема моделирования:

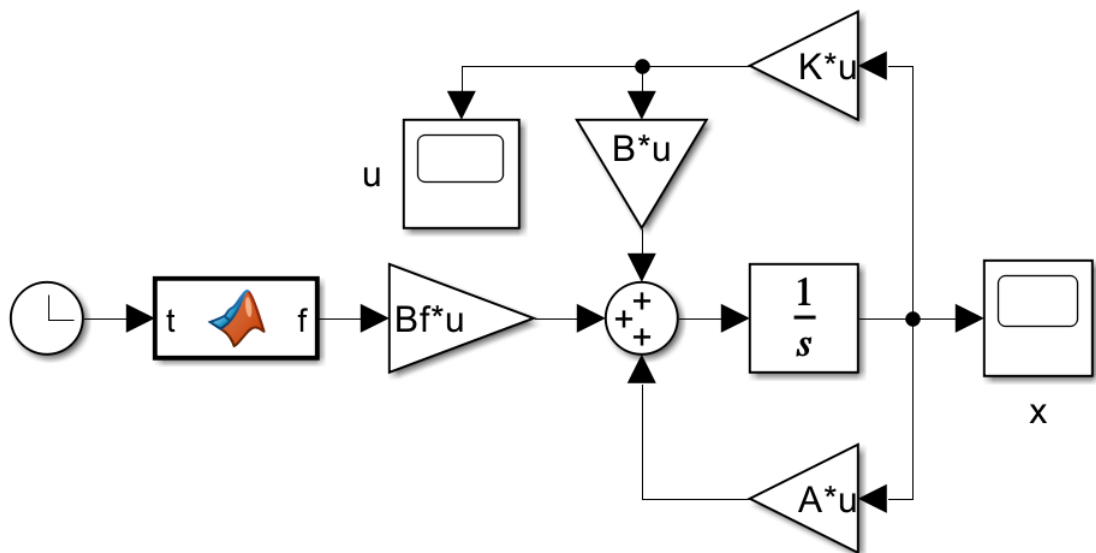


Рис. 1: Схема моделирования замкнутой системы

Результаты моделирования:

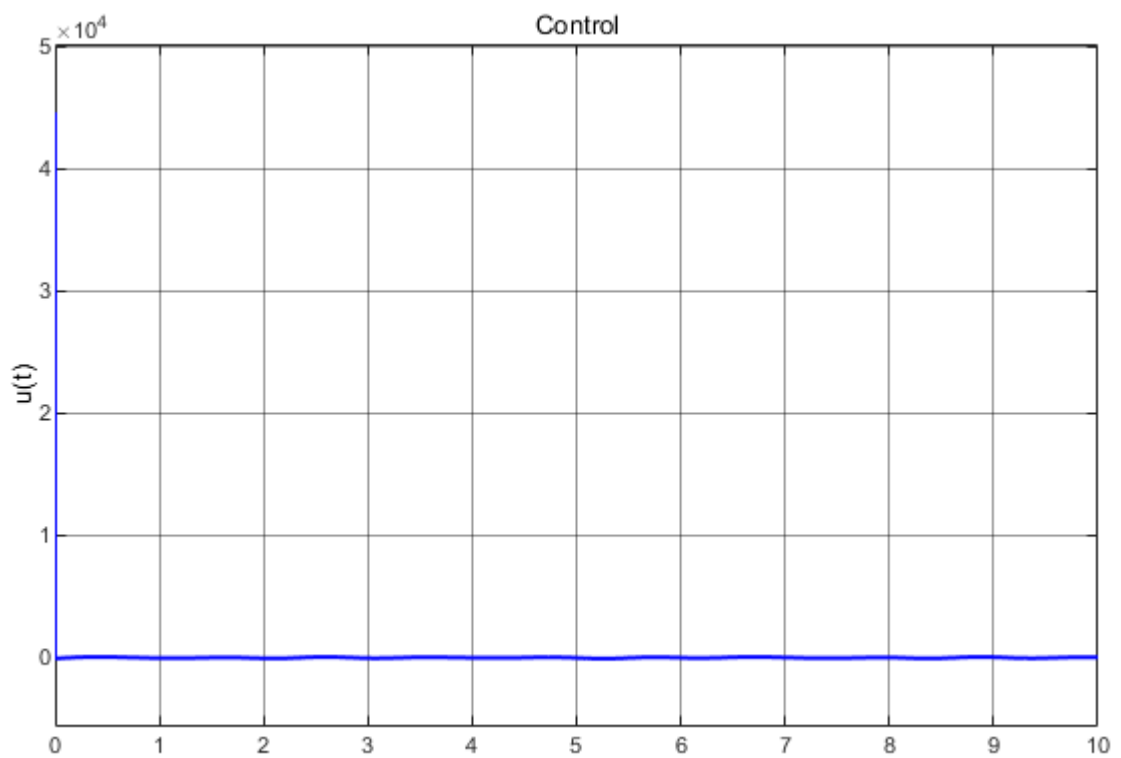


Рис. 2: Управление $u(t)$ для γ_{\min} полностью

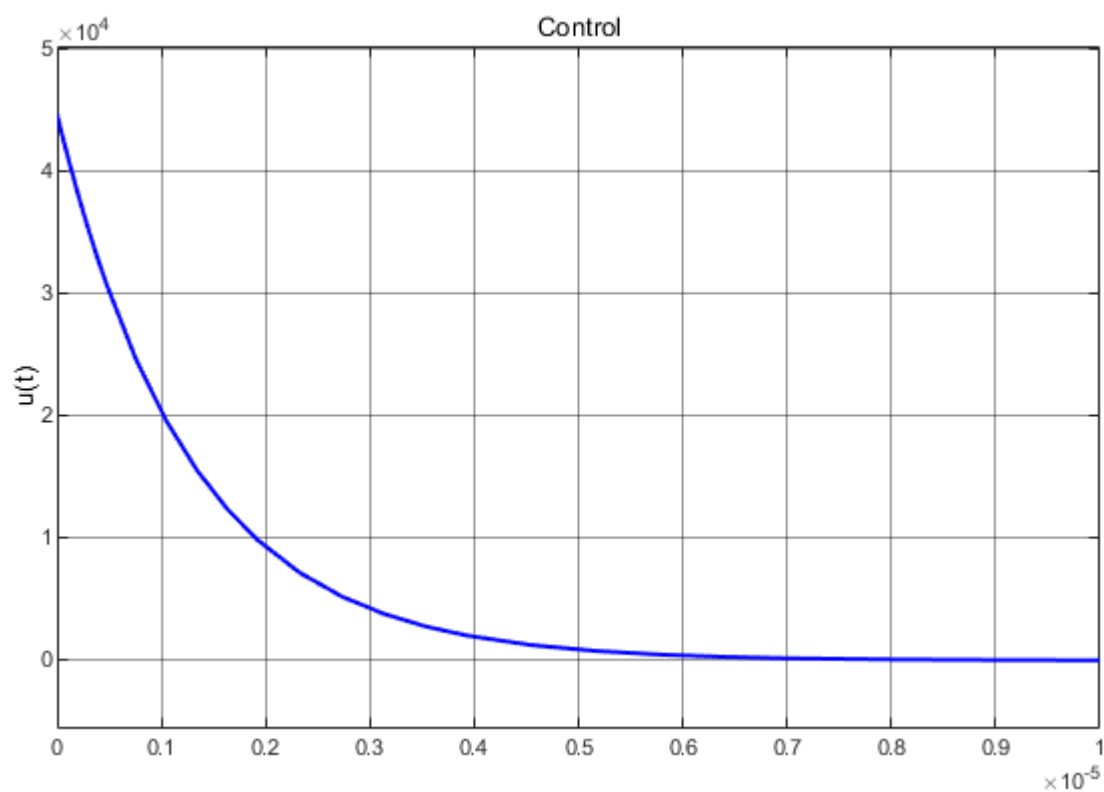


Рис. 3: Управление $u(t)$ для γ_{\min} вблизи (1)

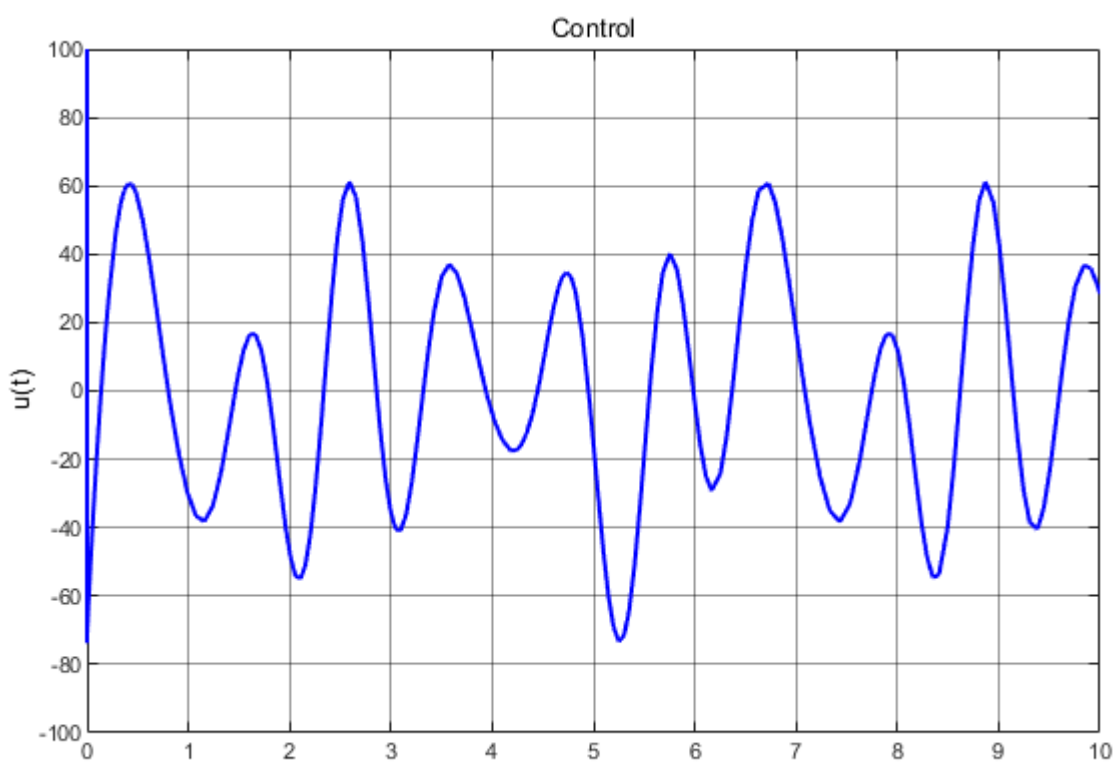


Рис. 4: Управление $u(t)$ для γ_{\min} вблизи (2)

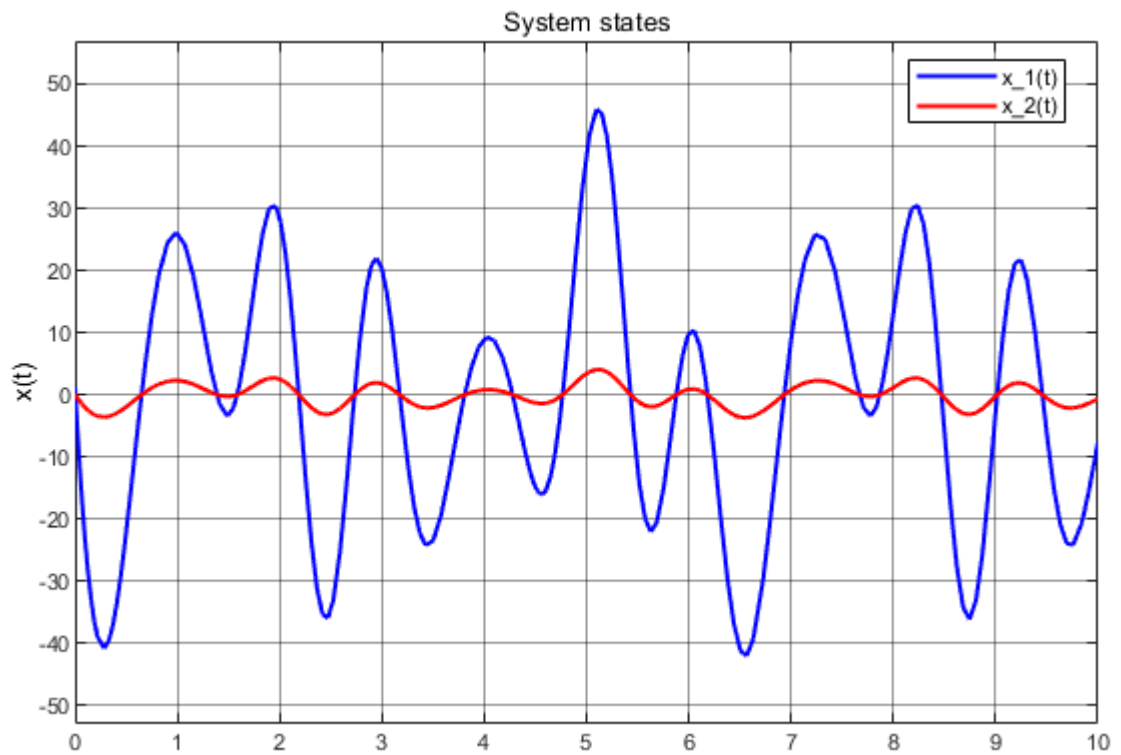


Рис. 5: Состояния системы $x(t)$ для γ_{\min}

На графике управления заметно значительное перерегулирование в начале.

3.5. Вычисление H_{∞} -нормы для передаточных функций W_1, W_2

...

3.6. Вычисление H_{∞} -нормы для передаточной функции W

...

4. Вывод

...