

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2
по дисциплине
«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»
на тему
«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ. ПРИНЦИП
МАКСИМУМА»
Вариант 31

Выполнил: студент гр. R3441
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1	Цель работы	3
2	Постановка задачи	3
3	Экспериментальная часть	3
3.1	Исходные данные	3
3.2	Синтез оптимального управления	3

1. Цель работы

Исследовать метод динамической оптимизации и синтезировать оптимальное управление, обеспечивающее минимум функционала качества.

2. Постановка задачи

Дан объект, критерий, начальные условия и ограничения. Необходимо:

1. Построить оптимальный в смысле заданного критерия регулятор и промоделировать его работу на заданном интервале времени;
2. Построить графики управления, переменных состояния и критерия;
3. Рассчитать критерий при отклонениях параметров регулятора от оптимальных значений.

3. Экспериментальная часть

3.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, объект:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -8x_1 + u \end{cases}$$

Критерий:

$$J = \int_0^3 u^2(\tau) d\tau$$

Начальные условия:

$$x_1(0) = x_2(0) = 0$$

Ограничения:

$$x_1(3) = 5, \quad x_2(3) = 0$$

3.2. Синтез оптимального управления

Гамильтониан:

$$H = \varphi_0 u^2 + \varphi \dot{x},$$

где φ_i – динамические множители Лагранжа. Примем $\varphi_0 = -1$. Так как у объекта два состояния, Гамильтониан:

$$H = -u^2 + \varphi_1 \dot{x}_1 + \varphi_2 \dot{x}_2 = -u^2 + \varphi_1 x_2 + \varphi_2 (-8x_1 + u)$$

Система уравнений Эйлера-Лагранжа (принцип максимума):

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \\ \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\varphi}_1 = 8\varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = -\varphi_1, \\ -2u + \varphi_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\varphi}_1 = 8\varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = -\varphi_1, \\ u = \frac{1}{2}\varphi_2 \end{cases}$$

Задействуем уравнение объекта $\dot{x} = Ax + Bu$:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = 8\varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = -\varphi_1, \\ \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -8x_1 + \frac{1}{2}\varphi_2 \end{cases}$$

В матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & -8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$