

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

**ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6**  
по дисциплине  
**«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»**  
на тему  
**«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.  
 $H_{\infty}$ -ОПТИМИЗАЦИЯ»**

Вариант 31

Выполнил: студент гр. Р3441  
Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель  
Парамонов А. В.

Санкт-Петербург  
2025

## **Содержание**

<b>1 Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2 Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>3 Экспериментальная часть</b>	<b>4</b>
3.1 Исходные данные . . . . .	4
3.2 Расчет оптимального регулятора . . . . .	4
3.3 Минимальное значение коэффициента . . . . .	4
3.4 Моделирование системы . . . . .	4
3.5 Вычисление $H_\infty$ -нормы для передаточных функций $W_1, W_2$ . .	7
3.6 Вычисление $H_\infty$ -нормы для передаточной функции $W$ . . . . .	7
<b>4 Вывод</b>	<b>7</b>

## 1. Цель работы

Исследовать  $H_\infty$ -оптимальный регулятор и определить  $H_\infty$ -нормы передаточных функций.

## 2. Постановка задачи

Дан возмущённый линейный объект управления:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_f f, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Возмущение:

$$f = 10 \sin 6t + 5 \cos 2t + 4 \cos 3t + 3 \cos 8t$$

Необходимо:

1. Построить  $H_\infty$ -оптимальный регулятор вида  $u = Kx$ . Расчет произвести на основе уравнения Риккати:

$$\begin{cases} A^T P + PA + Q - PBB^T P + \gamma^{-2} PB_f B_f^T P = 0, \\ K = -B^T P \end{cases}$$

2. Экспериментально определить минимальное значение коэффициента  $\gamma = \gamma_{\min}$ , при котором существует положительно полуопределённая матрица  $P$  в качестве решения уравнения Риккати.
3. Построить графики управления  $u$  и переменных состояния  $x_1, x_2$  для  $\gamma_{\min}$ .
4. Определить  $H_\infty$ -нормы передаточных функций  $C_1 (Is - (A + BK))^{-1} B_f$  и  $C_2 (Is - (A + BK))^{-1} B_f$ , где  $C_1 = [1, 0]$  и  $C_2 = [0, 1]$ .
5. Определить  $H_\infty$ -норму передаточной функции  $(Is - (A + BK))^{-1} B_f$ .

### 3. Экспериментальная часть

#### 3.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, матрицы  $A, B, B_f, Q$ :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

#### 3.2. Расчет оптимального регулятора

Выберем  $\gamma = 10$  и проведем расчет  $K$ :

$$K = \begin{bmatrix} -1.6711 & -15.2927 \end{bmatrix}$$

Собственные числа замкнутой системы:

$$\sigma(A + BK) = \{-11.7411, -14.1997\}$$

Замкнутая система асимптотически устойчива.

#### 3.3. Минимальное значение коэффициента

Экспериментально подобран минимальный коэффициент  $\gamma_{\min} = 5.6061$ , при котором существует положительно полуопределённая матрица  $P$  как решение уравнения Риккати:

$$P = \begin{bmatrix} 2530 & -28630 \\ -28630 & 323900 \end{bmatrix}, \sigma(P) = \{0, 326430\}$$

$$K = \begin{bmatrix} 44600 & -504670 \end{bmatrix}, \sigma(A + BK) = \{-10, -786330\}$$

#### 3.4. Моделирование системы

Схема моделирования:

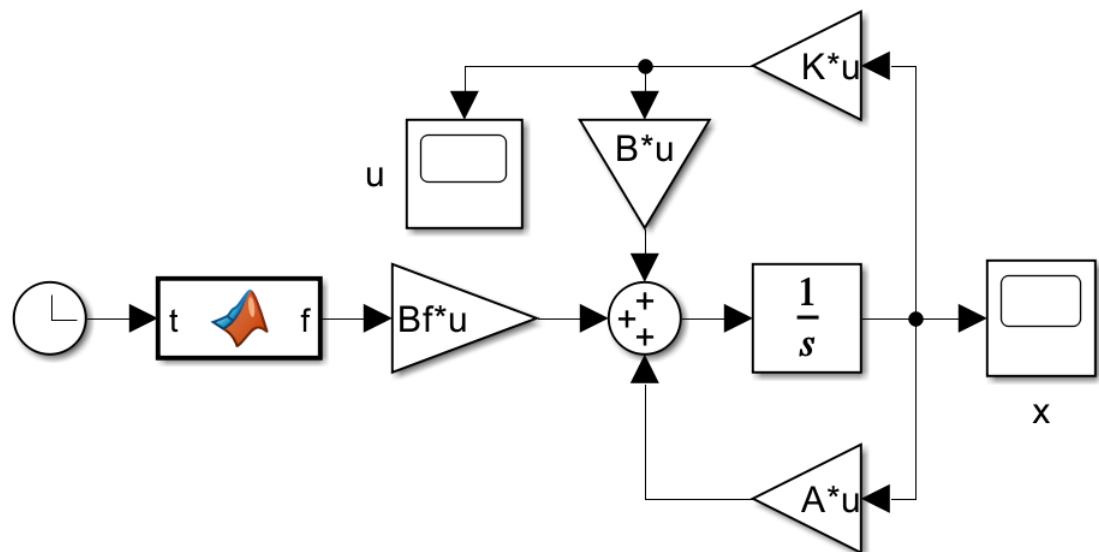


Рис. 1: Схема моделирования замкнутой системы

Результаты моделирования:

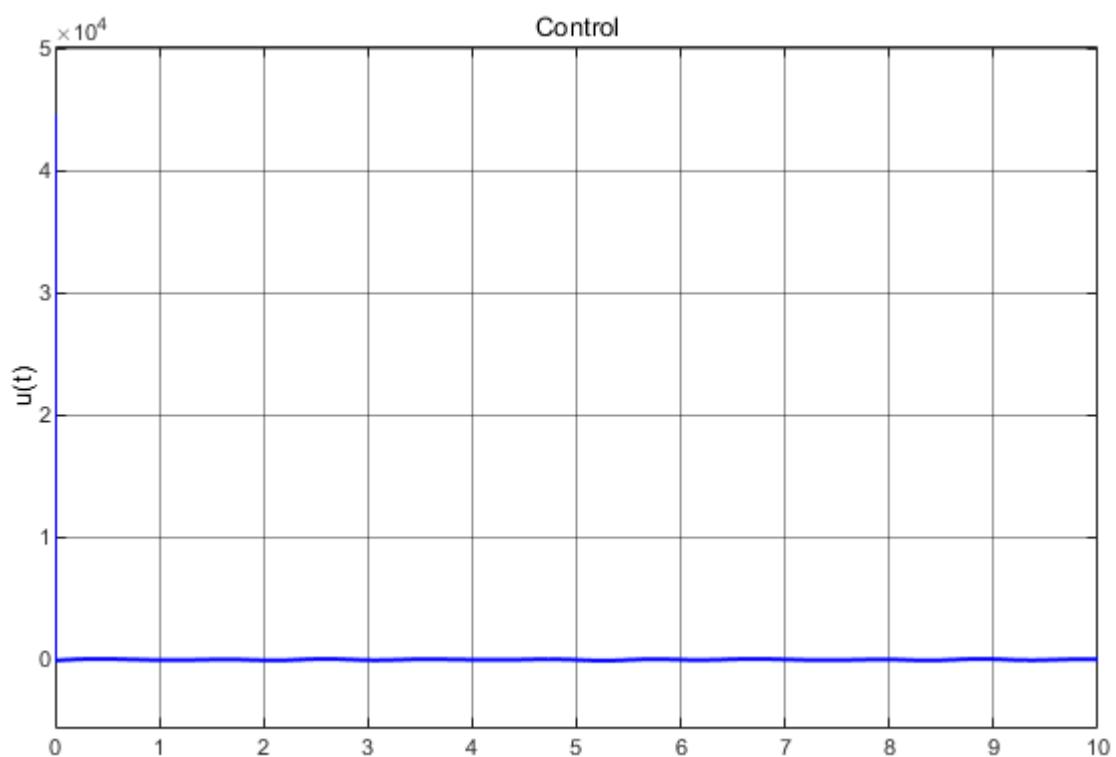


Рис. 2: Управление  $u(t)$  для  $\gamma_{\min}$  полностью

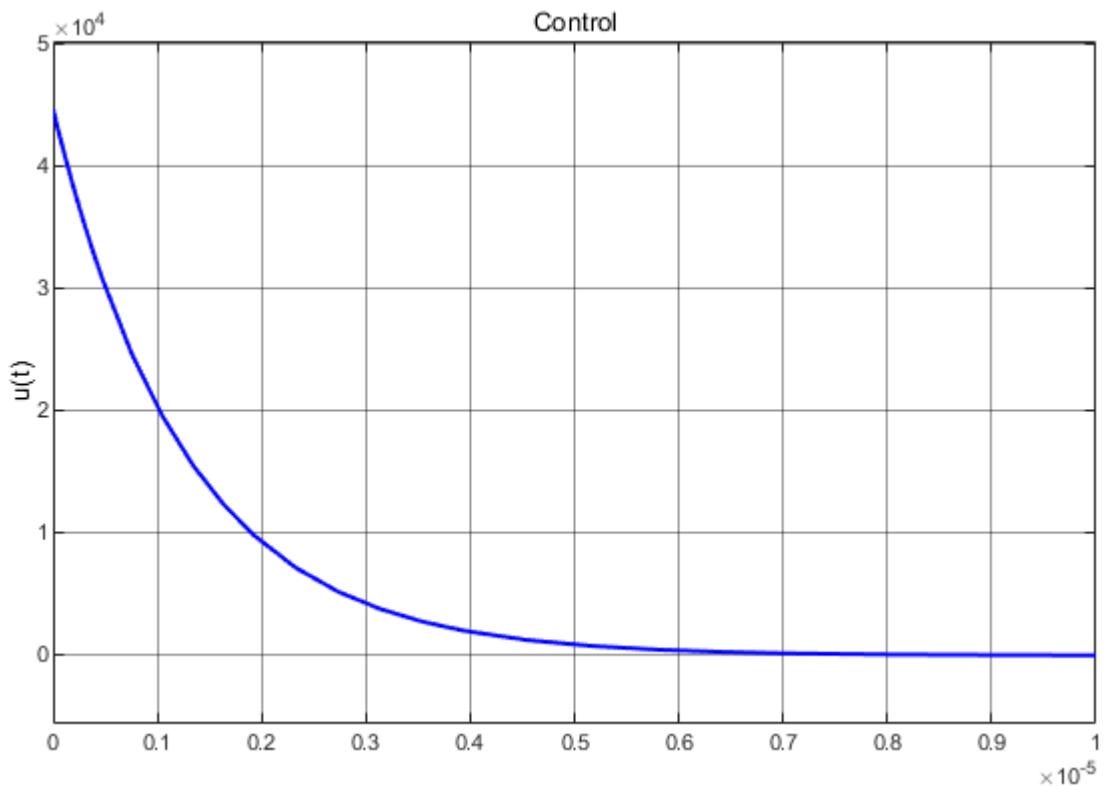


Рис. 3: Управление  $u(t)$  для  $\gamma_{\min}$  вблизи (1)

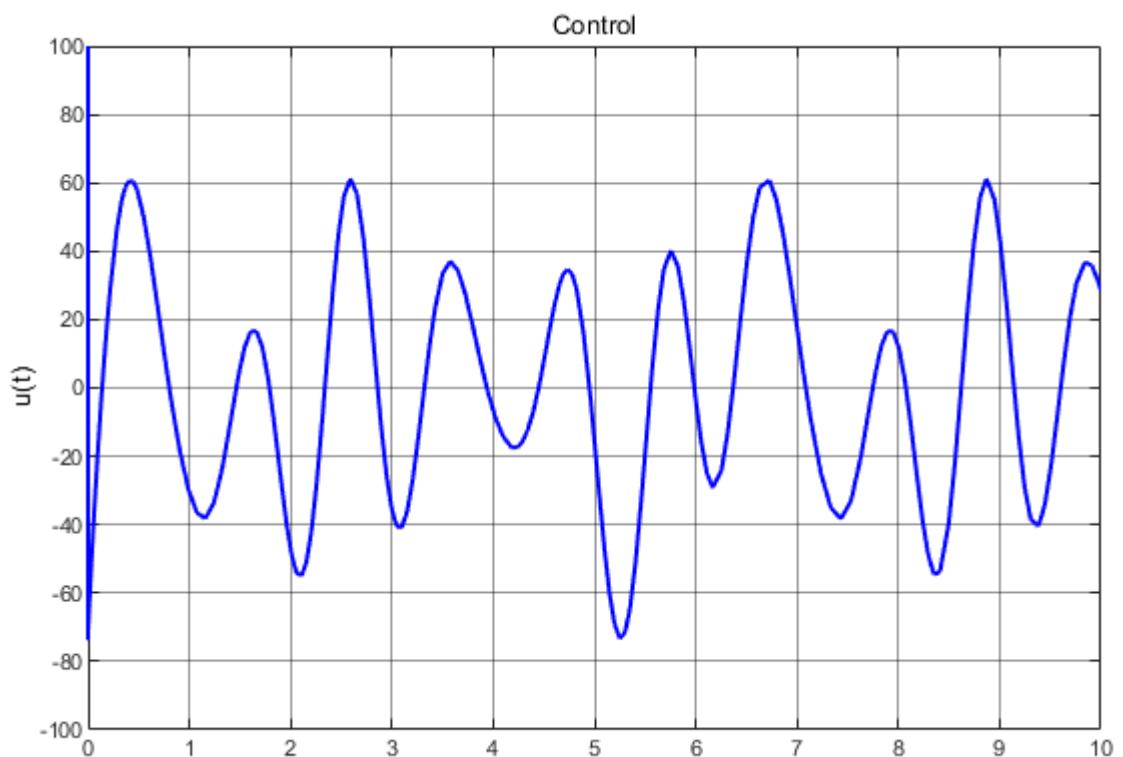


Рис. 4: Управление  $u(t)$  для  $\gamma_{\min}$  вблизи (2)

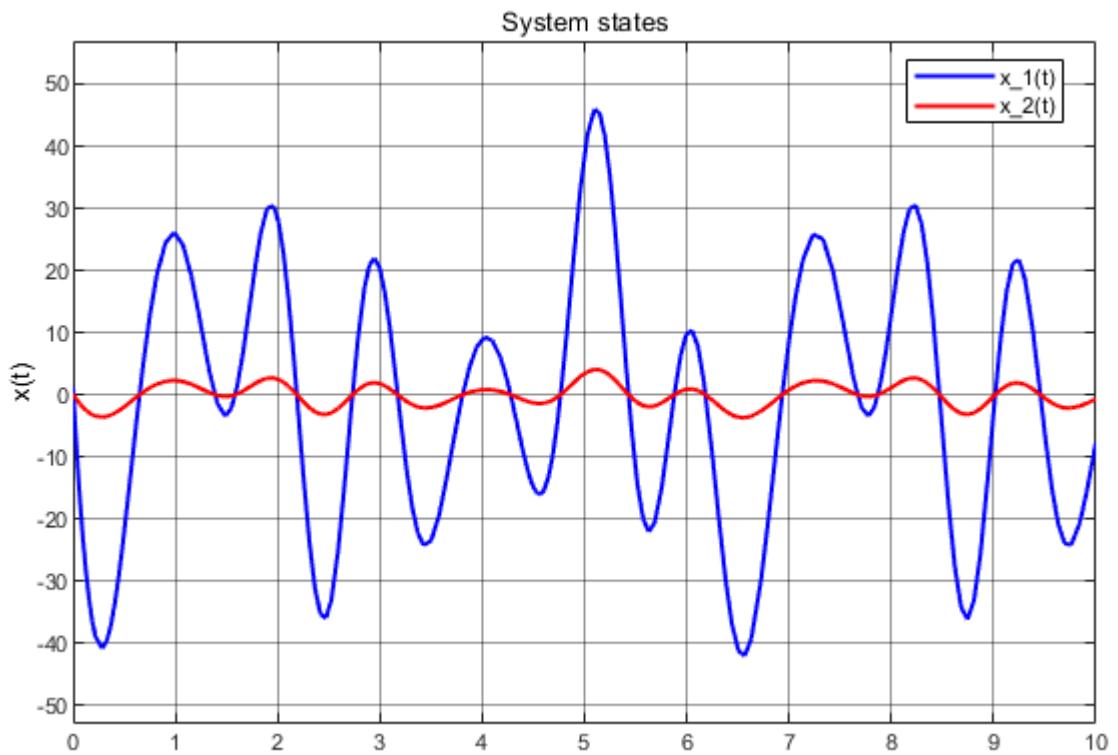


Рис. 5: Состояния системы  $x(t)$  для  $\gamma_{\min}$

На графике управления заметно значительное перерегулирование в начале.

### 3.5. Вычисление $H_\infty$ -нормы для передаточных функций $W_1, W_2$

...

### 3.6. Вычисление $H_\infty$ -нормы для передаточной функции $W$

...

## 4. Вывод

...