

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

**ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3**

по дисциплине

«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

на тему

«СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ  
ЛИНЕЙНОГО СТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА»

Вариант 31

Выполнил: студент гр. R3441

Румянцев А. А.

Проверил: преподаватель

Парамонов А. В.

Санкт-Петербург

2025

## Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическая часть</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Экспериментальная часть</b>	<b>3</b>
4.1	Исходные данные . . . . .	3
4.2	Коэффициенты оптимального регулятора . . . . .	4
4.3	Моделирование замкнутой системы . . . . .	4
4.4	Коэффициенты оптимального регулятора с отклонением . . . . .	7
4.5	Моделирование системы с регулятором с отклонением . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Вывод</b>	<b>9</b>

## 1. Цель работы

Разработать и исследовать оптимальный регулятор для линейного объекта управления на основе решения уравнения Риккати, оценить его эффективность по критерию качества, а также проанализировать влияние параметров регулятора на динамику системы и значение целевого функционала.

## 2. Постановка задачи

Дан линейный объект:

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0)$$

Необходимо рассчитать коэффициенты оптимального регулятора для этого объекта.

## 3. Теоретическая часть

Структура регулятора  $u = -Kx$ . Расчет произвести на основе уравнения Риккати

$$\begin{cases} A^T P + PA + Q - Pbr^{-1}b^T P = 0, \\ K = r^{-1}b^T P, \end{cases}$$

и критерия качества вида

$$J = \int_0^{\infty} x^T(\tau)Qx(\tau) + ru^2(\tau) d\tau$$

## 4. Экспериментальная часть

### 4.1. Исходные данные

Согласно варианту 31, матрицы  $A, b, Q$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Параметр  $r = 4$ .

## 4.2. Коэффициенты оптимального регулятора

Программа для подсчета  $K$ :

```
1 %% plant parameters
2 A=[0 1;
3     -2 4];
4 b=[8;
5     9];
6 Q=[3 0;
7     0 4];
8 r=4;
9 v = 1;
10
11 %% solve Riccati
12 [P,K,e]=icare(A,sqrt(v)*b,Q,r);
13 P
14 K=inv(r)*b'*P
15 eK=eig(A-b*K)
```

Листинг 1: Программа MATLAB для вычисления  $K$  через Риккати

Результаты:

$$P \approx \begin{bmatrix} 40.795 & -39.067 \\ -39.067 & 38.101 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -6.310 & 7.594 \end{bmatrix}$$

Спектр замкнутой системы:

$$\sigma(A - BK) = \{-2.1961, -11.6695\}$$

Замкнутая система асимптотически устойчива.

## 4.3. Моделирование замкнутой системы

Проведем моделирование замкнутой системы при начальных условиях:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Схема моделирования:

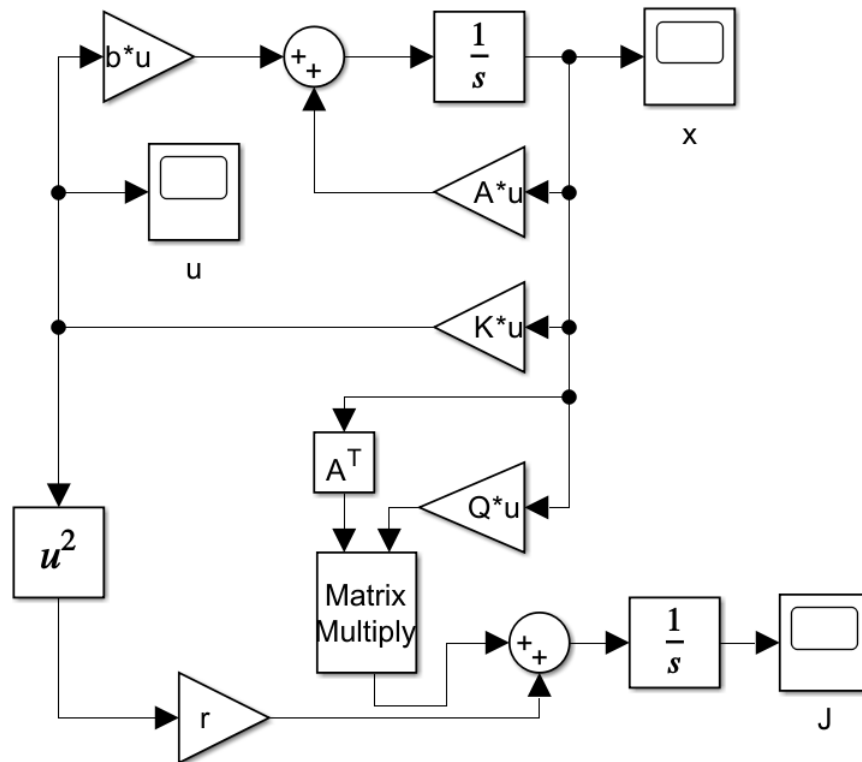


Рис. 1: Схема моделирования замкнутой системы,  $u = -Kx$

Результаты моделирования:

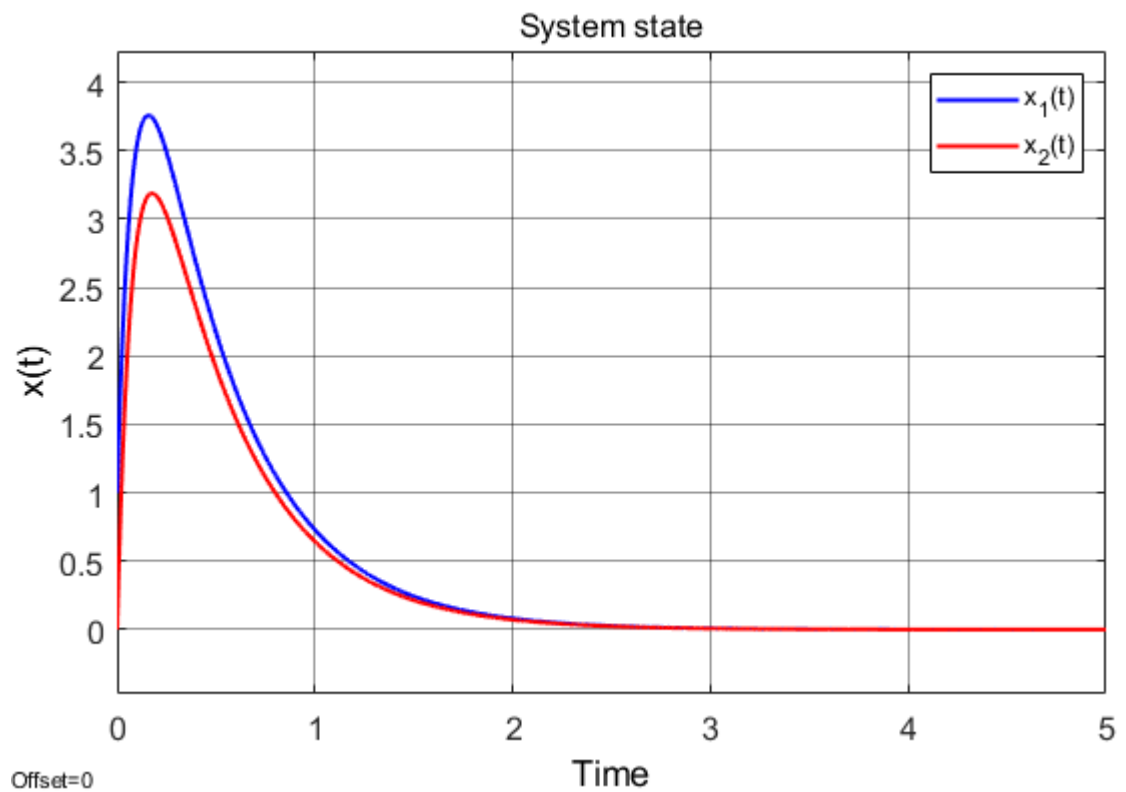


Рис. 2: Вектор состояния объекта  $x(t)$ ,  $u = -Kx$

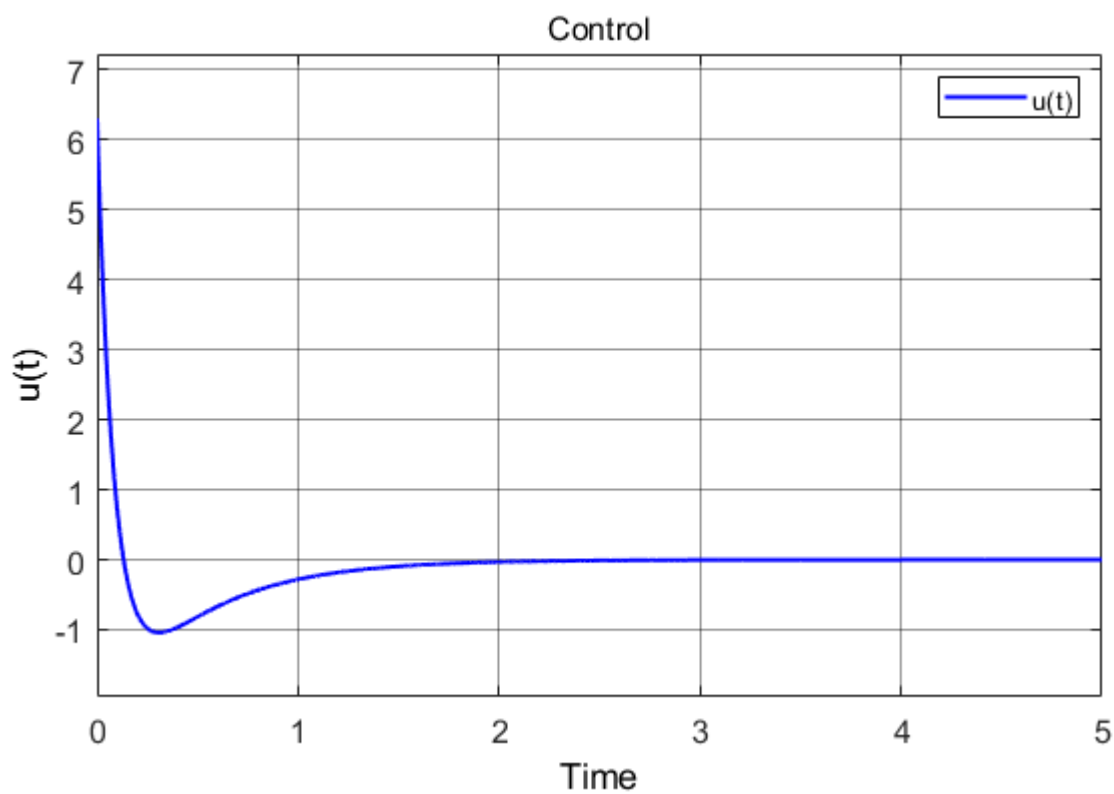


Рис. 3: Управление  $u = -Kx$

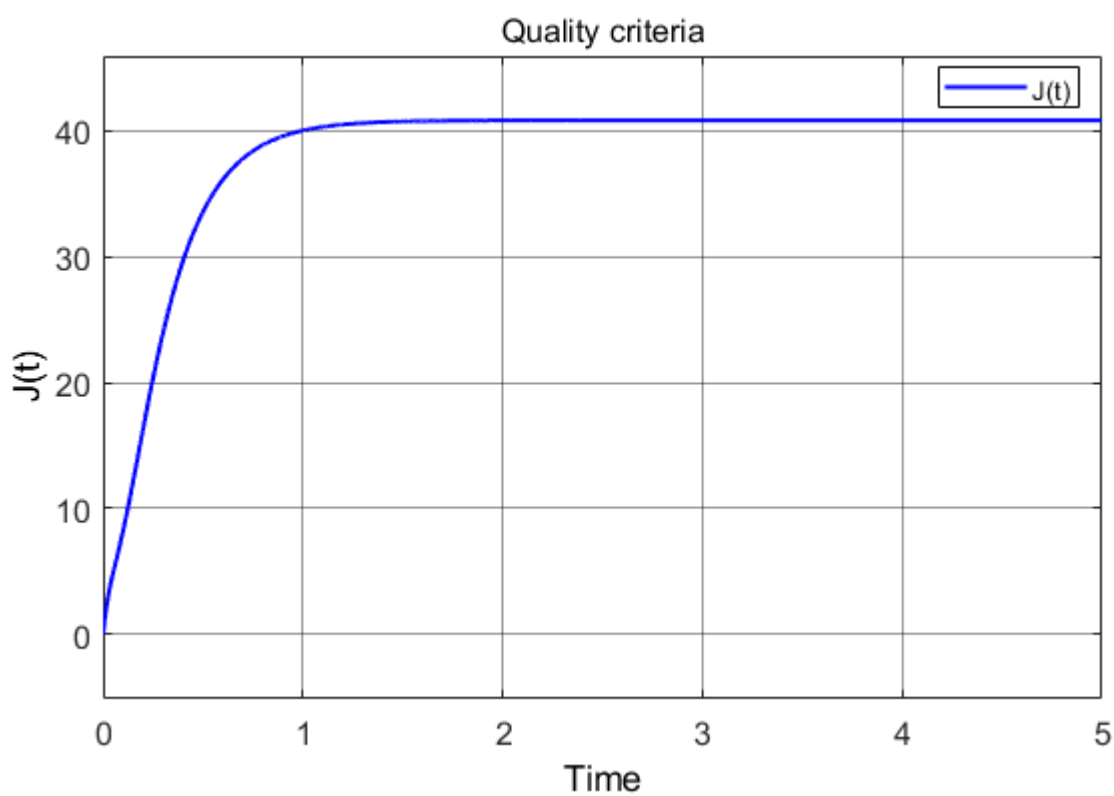


Рис. 4: Критерий качества  $J(t)$ ,  $u = -Kx$

Установившееся значение критерия качества на интервале моделирования составило  $J = 40.795$ .

#### 4.4. Коэффициенты оптимального регулятора с отклонением

Отклоним расчетные значения  $K$  на 5%:

$$K_b = 1.05K = \begin{bmatrix} -6.6255 & 7.9737 \end{bmatrix}$$

Спектр замкнутой системы:

$$\sigma(A - BK_b) = \{-2.1211, -12.6382\}$$

Замкнутая система осталась асимптотически устойчивой.

#### 4.5. Моделирование системы с регулятором с отклонением

Проведем аналогичное моделирование:

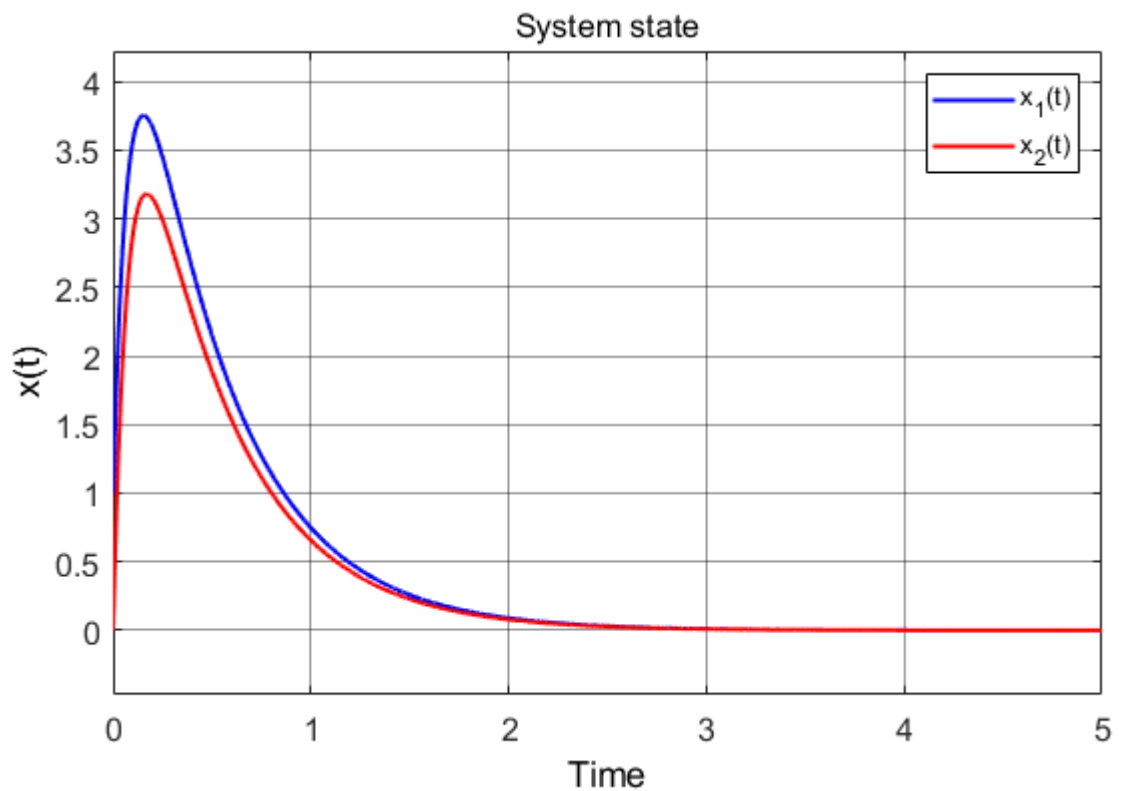


Рис. 5: Вектор состояния объекта  $x(t)$ ,  $u = -K_b x$

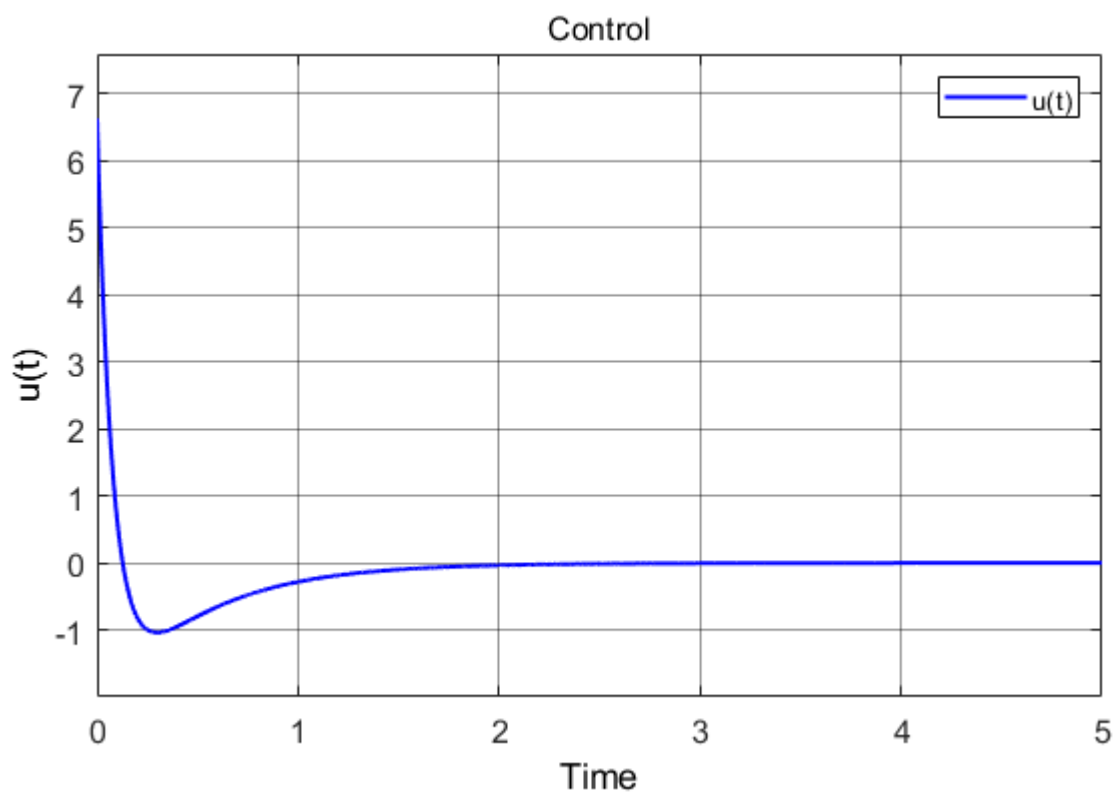


Рис. 6: Управление  $u = -K_b x$

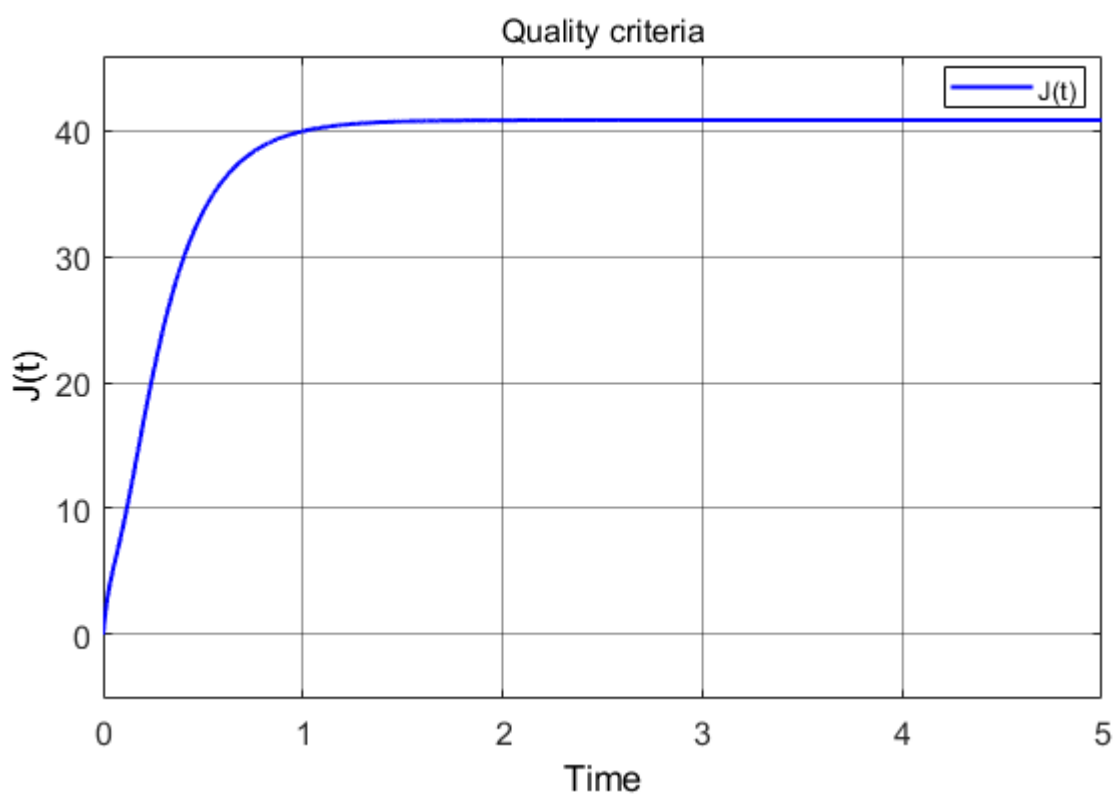


Рис. 7: Критерий качества  $J(t)$ ,  $u = -K_b x$

Установившееся значение критерия качества на интервале моделирования составило  $J = 40.810$ .



Небольшое отклонение коэффициентов оптимального регулятора несколько увеличило установившееся значение критерия качества  $J$ :  $40.810 > 40.795$ , то есть штрафы за отклонение состояния от нуля  $Q$  и на затраты на управление  $r$  увеличились, регулятор стал менее эффективным.

## 5. Вывод

...