



Scholarship 2020 Statistics

2.00 p.m. Friday 20 November 2020

FORMULAE AND TABLES BOOKLET

Refer to this booklet to answer the questions for Scholarship Statistics 93201Q.

Check that this booklet has pages 2–4 in the correct order and that none of these pages is blank.

YOU MAY KEEP THIS BOOKLET AT THE END OF THE EXAMINATION.

STATISTICS - USEFUL FORMULAE AND TABLES

Permutations and Combinations

$${}^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\binom{n}{r} = {^{n}C_{r}} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Expectation Algebra

$$E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$Var[aX + b] = a^2 Var[X]$$

$$E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$$

$$Var[aX + bY] = a^2 Var[X] + b^2 Var[Y]$$

if X, Y are independent

Probability

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Mean and Variance of a Discrete Random Variable

$$\mu = E(X) \qquad \sigma^2 = Var(X)$$

$$= \Sigma x.P(X = x) \quad \sigma = SD(X)$$

$$= \sqrt{\Sigma(x - \mu)^2.P(X = x)}$$

$$= \sqrt{E(X^2) - [E(X)]^2}$$

Continuous Uniform Distribution

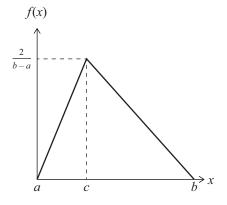
The probability density function, f(x), for a continuous uniform distribution is defined as:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{for } a \le x \le b \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Triangular Distribution

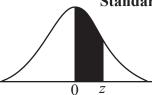
The probability density function, f(x), for a triangular distribution is defined as:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a \le x \le c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & c \le x \le b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



Area of a triangle = $\frac{1}{2}$ base × height

Standard Normal Distribution



3

$$\left(z = \frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

Each entry gives the probability that the standardised normal random variable Z lies between 0 and z.

Differences

		Differences																	
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1				.0517								-	12		20			32	
0.2	1			.0910							4		12		19		l	31	
0.3				.1293							4		11		19			30	
0.4	1			.1664							4		11		18		1	29	
0.5	1915	1950	1985	.2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224	3	7	10	14	17	21	24	27	31
0.6				.2357							3		10		16		l	26	
0.7				.2673							3	6	9	_	15		_	24	
0.8	1			.2967							3	6	8	1	14			22	
0.9	1			.3238							3	5	8		13			20	
1.0	.3413	3438	.3461	.3485	3508	.3531	3554	3577	3599	.3621	2	5	7	9	12	14	16	18	21
1.1				.3708							2	4	6		10		1	16	
1.2	1			.3907							2	4	5	7		11	l	15	
1.3	1			.4082							2	3	5	6		10	l	13	
1.4	1			.4236							1	3	4	6	7	8	l	11	
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441	1	2	4	5	6	7	8	10	11
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.7	4554	4564	4573	.4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633	1	2	3	3	4	5	6	7	8
1.8				.4664							1	1	2	3	4	4	5	6	6
1.9	1			.4732							1	1	2	2	3	4	4	5	5
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817	0	1	1	2	2	3	3	4	4
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857	0	1	1	2	2	2	3	3	4
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916	0	0	1	1	1	2	2	2	2
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936	0	0	1	1	1	1	1	2	2
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964	0	0	0	0	1	1	1	1	1
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974	0	0	0	0	0	1	1	1	1
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998	.4998	0	0	0	0	0	0	0	0	(
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.5000	.5000	.5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Binomial Distribution

Each entry gives the probability that a binomial random variable X, with the parameters n and π , has the value x.

$$P(X = x) = {n \choose x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x}$$

$$\mu = n\pi, \qquad \sigma = \sqrt{n\pi(1 - \pi)}$$

N													
1	\	0.05	0.1	0.15	1/6	0.2	0.25	0.3	1/3	0.35	0.4	0.45	0.5
1	1 2 3	0.1715 0.0135	0.2916 0.0486 0.0036	0.3685 0.0975 0.0115	0.3858 0.1157 0.0154	0.4096 0.1536 0.0256	0.4219 0.2109 0.0469	0.4116 0.2646 0.0756	0.3951 0.2963 0.0988	0.3845 0.3105 0.1115	0.3456 0.3456 0.1536	0.2995 0.3675 0.2005	0.2500 0.3750 0.2500
6 0	1 2 3	0.2036 0.0214	0.3281 0.0729 0.0081	0.3915 0.1382 0.0244	0.4019 0.1608 0.0322	0.4096 0.2048 0.0512	0.3955 0.2637 0.0879	0.3602 0.3087 0.1323	0.3292 0.3292 0.1646	0.3124 0.3364 0.1811	0.2592 0.3456 0.2304	0.2059 0.3369 0.2757	0.1563 0.3125 0.3125
2	<u> </u>												
Color	1 2 3	0.0305	0.3543 0.0984 0.0146	0.3993 0.1762 0.0415	0.4019 0.2009 0.0536	0.3932 0.2458 0.0819	0.3560 0.2966 0.1318	0.3025 0.3241 0.1852	0.2634 0.3292 0.2195	0.2437 0.3280 0.2355	0.1866 0.3110 0.2765	0.1359 0.2780 0.3032	0.0938 0.2344 0.3125
1			0.0001	0.0004	0.0006								
R	1 2 3	0.2573 0.0406 0.0036	0.3720 0.1240 0.0230	0.3960 0.2097 0.0617	0.3907 0.2344 0.0781	0.3670 0.2753 0.1147	0.3115 0.3115 0.1730	0.2471 0.3177 0.2269	0.2048 0.3073 0.2561	0.1848 0.2985 0.2679	0.1306 0.2613 0.2903	0.0872 0.2140 0.2918	0.0547 0.1641 0.2734
1	5 6 7		0.0002				0.0013	0.0036	0.0064	0.0084	0.0172	0.0320	0.0547
6 7 7 8 0.0002 0.0004 0.0011 0.0003 0.0100 0.0171 0.0217 0.0213 0.0073 0.1094 7 8 9 0.06302 0.3874 0.2316 0.1938 0.1342 0.0751 0.0404 0.0002 0.0002 0.0007 0.0017 0.0039 9 0 0.6302 0.3874 0.2316 0.1938 0.1342 0.0751 0.0404 0.0260 0.0207 0.0101 0.0046 0.0020 1 0.2985 0.3874 0.3679 0.3489 0.3020 0.2253 0.1556 0.1171 0.1004 0.0605 0.0339 0.0176 2 0.0629 0.1722 0.2597 0.2791 0.3020 0.3003 0.2668 0.2341 0.2162 0.1612 0.1110 0.0703 3 0.0077 0.0446 0.1069 0.1302 0.1762 0.2336 0.2668 0.2731 0.2716 0.2508 0.2119 0.1641 4 0.0006 0.0074 0.0283 0.0391 0.0661 0.1168 0.1715 0.2048 0.2194 0.2508 0.2600 0.2461 5 0.0008 0.0050 0.0078 0.0165 0.0389 0.0735 0.1024 0.1181 0.1672 0.2128 0.2461 6 0.0001 0.0006 0.0010 0.0008 0.0010 0.0008 0.0012 0.0003 0.0012 0.0039 0.0073 0.0098 0.0212 0.0407 0.0703 8 0.0001 0.0004 0.0001 0.0003 0.0012 0.0004 0.0009 0.0013 0.0003 0.0008 0.0020 10 0 0.5987 0.3487 0.1969 0.1615 0.1074 0.0563 0.0282 0.0173 0.0135 0.0060 0.0025 0.0010 1 0.3151 0.3874 0.3474 0.3230 0.2684 0.1877 0.1211 0.0867 0.0725 0.0403 0.0207 0.0098 2 0.0746 0.1937 0.2759 0.2907 0.3020 0.2816 0.2335 0.1951 0.1757 0.1209 0.0763 0.0439 3 0.0105 0.0574 0.1298 0.1550 0.2013 0.2503 0.2668 0.2601 0.2276 0.2377 0.2508 0.2384 0.2051	1 2 3	0.2793 0.0515 0.0054	0.3826 0.1488 0.0331	0.3847 0.2376 0.0839	0.3721 0.2605 0.1042	0.3355 0.2936 0.1468	0.2670 0.3115 0.2076	0.1977 0.2965 0.2541	0.1561 0.2731 0.2731	0.2587 0.2786	0.0896 0.2090 0.2787	0.0548 0.1569 0.2568	0.0313 0.1094 0.2188
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5 6 7 8		0.0004	0.0026 0.0002	0.0042 0.0004	0.0011	0.0038	$0.0100 \\ 0.0012$	$0.0171 \\ 0.0024$	0.0217 0.0033	0.0413 0.0079	$0.0703 \\ 0.0164$	0.1094 0.0313
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1 2 3	0.2985 0.0629 0.0077	0.3874 0.1722 0.0446	0.3679 0.2597 0.1069	0.3489 0.2791 0.1302	0.3020 0.3020 0.1762	0.2253 0.3003 0.2336	0.1556 0.2668 0.2668	0.1171 0.2341 0.2731	0.1004 0.2162 0.2716	0.0605 0.1612 0.2508	0.0339 0.1110 0.2119	0.0176 0.0703 0.1641
2 0.0746 0.1937 0.2759 0.2907 0.3020 0.2816 0.2335 0.1951 0.1757 0.1209 0.0763 0.0439 3 0.0105 0.0574 0.1298 0.1550 0.2013 0.2503 0.2668 0.2601 0.2522 0.2150 0.1665 0.1172 4 0.0010 0.0112 0.0401 0.0543 0.0881 0.1460 0.2001 0.2276 0.2377 0.2508 0.2384 0.2051	5 6 7 8 9				0.0010	0.0028	$0.0087 \\ 0.0012$	$0.0210 \\ 0.0039$	0.0341 0.0073 0.0009	0.0424 0.0098 0.0013	0.0743 0.0212 0.0035	0.1160 0.0407 0.0083	0.1641 0.0703 0.0176
5 0 0001 0 0015 0 0085 0 0130 0 0264 0 0584 0 1029 0 1366 0 1536 0 2007 0 2340 0 2461	1 2 3	0.3151 0.0746 0.0105	0.3874 0.1937 0.0574	0.3474 0.2759 0.1298	0.3230 0.2907 0.1550	0.2684 0.3020 0.2013	0.2816 0.2503	0.1211 0.2335 0.2668	0.0867 0.1951 0.2601	0.0725 0.1757 0.2522	0.0403 0.1209 0.2150	0.0207 0.0763 0.1665	0.0098 0.0439 0.1172
6	5 6 7 8 9	0.0001	0.0015 0.0001			0.0008	0.0031	0.0090 0.0014	$0.0163 \\ 0.0030$	$0.0212 \\ 0.0043$	0.0425 0.0106	$0.0746 \\ 0.0229$	0.1172 0.0439
10 (all other entries < 0.0001) 0.0001 0.0003 0.0010	10	(all o	ther entrie	es < 0.000	1)						0.0001	0.0003	0.0010

Poisson Distribution

Each entry gives the probability that a Poisson random variable X, with parameter λ , has the value x.

$$\begin{cases} P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ \mu = \lambda, \quad \sigma = \sqrt{\lambda} \end{cases}$$

χ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0 1 2 3 4	0.9048 0.0905 0.0045 0.0002	0.8187 0.1637 0.0164 0.0011 0.0001	0.7408 0.2222 0.0333 0.0033 0.0003	0.6703 0.2681 0.0536 0.0072 0.0007	0.6065 0.3033 0.0758 0.0126 0.0016	0.5488 0.3293 0.0988 0.0198 0.0030	0.4966 0.3476 0.1217 0.0284 0.0050	0.4493 0.3595 0.1438 0.0383 0.0077	0.4066 0.3659 0.1647 0.0494 0.0111	0.3679 0.3679 0.1839 0.0613 0.0153
5 6 7				0.0001	0.0002	0.0004	0.0007 0.0001	0.0012 0.0002	0.0020 0.0003	0.0031 0.0005 0.0001
χ λ	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0 1 2 3 4	0.3329 0.3662 0.2014 0.0738 0.0203	0.3012 0.3614 0.2169 0.0867 0.0260	0.2725 0.3543 0.2303 0.0998 0.0324	0.2466 0.3452 0.2417 0.1128 0.0395	0.2231 0.3347 0.2510 0.1255 0.0471	0.2019 0.3230 0.2584 0.1378 0.0551	0.1827 0.3106 0.2640 0.1496 0.0636	0.1653 0.2975 0.2678 0.1607 0.0723	0.1496 0.2842 0.2700 0.1710 0.0812	0.1353 0.2707 0.2707 0.1804 0.0902
5 6 7 8 9	0.0045 0.0008 0.0001	0.0062 0.0012 0.0002	0.0084 0.0018 0.0003 0.0001	0.0111 0.0026 0.0005 0.0001	0.0141 0.0035 0.0008 0.0001	0.0176 0.0047 0.0011 0.0002	0.0216 0.0061 0.0015 0.0003 0.0001	0.0260 0.0078 0.0020 0.0005 0.0001	0.0309 0.0098 0.0027 0.0006 0.0001	0.0361 0.0120 0.0034 0.0009 0.0002
χ λ	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0 1 2 3 4	0.1108 0.2438 0.2681 0.1966 0.1082	0.0907 0.2177 0.2613 0.2090 0.1254	0.0743 0.1931 0.2510 0.2176 0.1414	0.0608 0.1703 0.2384 0.2225 0.1557	0.0498 0.1494 0.2240 0.2240 0.1680	0.0408 0.1304 0.2087 0.2226 0.1781	0.0334 0.1135 0.1929 0.2186 0.1858	0.0273 0.0984 0.1771 0.2125 0.1912	0.0224 0.0850 0.1615 0.2046 0.1944	0.0183 0.0733 0.1465 0.1954 0.1954
5 6 7 8 9	0.0476 0.0174 0.0055 0.0015 0.0004	0.0602 0.0241 0.0083 0.0025 0.0007	0.0735 0.0319 0.0118 0.0038 0.0011	0.0872 0.0407 0.0163 0.0057 0.0018	0.1008 0.0504 0.0216 0.0081 0.0027	0.1140 0.0608 0.0278 0.0111 0.0040	0.1264 0.0716 0.0348 0.0148 0.0056	0.1377 0.0826 0.0425 0.0191 0.0076	0.1477 0.0936 0.0508 0.0241 0.0102	0.1563 0.1042 0.0595 0.0298 0.0132
10 11 12 13 14	0.0001	0.0002	0.0003 0.0001	0.0005 0.0001	0.0008 0.0002 0.0001	0.0013 0.0004 0.0001	0.0019 0.0006 0.0002	0.0028 0.0009 0.0003 0.0001	0.0039 0.0013 0.0004 0.0001	0.0053 0.0019 0.0006 0.0002 0.0001
χ λ	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
0 1 2 3 4	0.0150 0.0630 0.1323 0.1852 0.1944	0.0123 0.0540 0.1188 0.1743 0.1917	0.0101 0.0462 0.1063 0.1631 0.1875	0.0082 0.0395 0.0948 0.1517 0.1820	0.0067 0.0337 0.0842 0.1404 0.1755	0.0055 0.0287 0.0746 0.1293 0.1681	0.0045 0.0244 0.0659 0.1185 0.1600	0.0037 0.0207 0.0580 0.1082 0.1515	0.0030 0.0176 0.0509 0.0985 0.1428	0.0025 0.0149 0.0446 0.0892 0.1339
5 6 7 8 9	0.1633 0.1143 0.0686 0.0360 0.0168	0.1687 0.1237 0.0778 0.0428 0.0209	0.1725 0.1323 0.0869 0.0500 0.0255	0.1747 0.1398 0.0959 0.0575 0.0307	0.1755 0.1462 0.1044 0.0653 0.0363	0.1748 0.1515 0.1125 0.0731 0.0423	0.1728 0.1555 0.1200 0.0810 0.0486	0.1697 0.1584 0.1267 0.0887 0.0552	0.1656 0.1601 0.1326 0.0962 0.0620	0.1606 0.1606 0.1377 0.1033 0.0688
10 11 12 13 14	0.0071 0.0027 0.0009 0.0003 0.0001	0.0092 0.0037 0.0013 0.0005 0.0001	0.0118 0.0049 0.0019 0.0007 0.0002	0.0147 0.0064 0.0026 0.0009 0.0003	0.0181 0.0082 0.0034 0.0013 0.0005	0.0220 0.0104 0.0045 0.0018 0.0007	0.0262 0.0129 0.0058 0.0024 0.0009	0.0309 0.0157 0.0073 0.0032 0.0013	0.0359 0.0190 0.0092 0.0041 0.0017	0.0413 0.0225 0.0113 0.0052 0.0022
15 16 17	(all c	ther entri	0.0001 es < 0.000	0.0001	0.0002	0.0002 0.0001	0.0003 0.0001	0.0005 0.0002 0.0001	0.0007 0.0002 0.0001	0.0009 0.0003 0.0001