

03-05-17  
1st (D) day

①

## Statistics and its Application:-

Statistics: some Activities with data

- collection of organization
- Analysis
- Interpretation (visual fact identify)
- Presentation

- Research Question identification

{ - Data collection on the topic  
- Data Analysis  
- Conclusion

General process of investigation

→ Statics statistics वजे 3 के लिये कानून करदा।

A case study:- Using stents to prevent strokes

Question:- Does stents decrease the risk of strokes?

- treatment group = 224
- control group = 227

Patient	Group	0-30 days	0-365 days
1	T	no event	no event
2	T	no event	no event
3	T	stroke	stroke
450	C	no event	no event
451	C	no event	no event

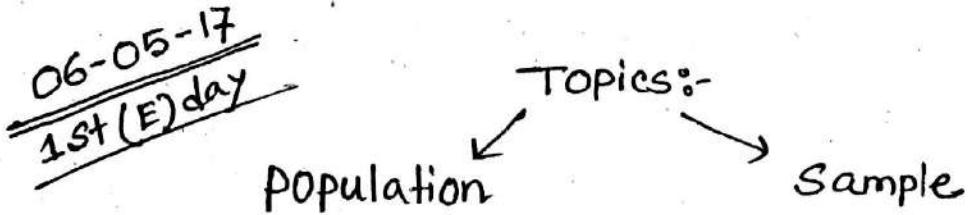
0-30 days		0-365 days	
	Stroke / no event		Stroke / no event
Treatment	33	191	45
Control	13	214	28
Total	49	405	73
			378

Proportion of patient in T group  
who had a stroke by the end of year 8

$$= \frac{45}{45+179} = 20\%$$

$$\text{For the C group} = \frac{28}{199+28} = 12\%$$

### Application अन्वान Net ग्रुप्प रखें



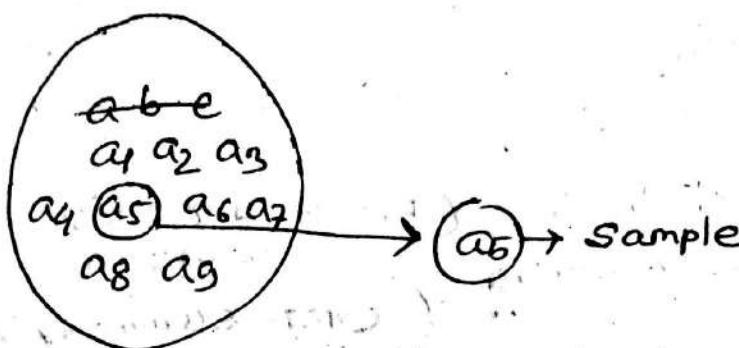
Population:- यादव के information consider करके आदरके statistics ग्रा जात्यान् population बने। परंपरा ऐपरेटन patient द्वा इन population, Data collect हो सकतान् population.

इसके data:-

- (i) primary data → Direct Experiment करके हो data
- (ii) secondary ↗ → निष्ठतापूर्ण हो data collect करका हो।

Research G use करका हो primary data.

Sample:- pick something from one specific one of one kind of population. अधिकारी धारापाठेकर्ता pick करवा।



Selection technique:-

Biased:- Mind के influence करते पहले data वा नियंत्रित data देखाकर बला।

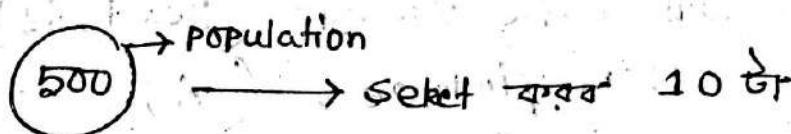
Selection technique वा biased जागता होना।

Selection proper वा टूल या अवधारणा:-

→ Accuracy decrease होते system हो-

Selection Method:-

→ Simple Random selection / Sampling:-



→ biasing नहीं हो

→ priority same हो

→ probability equal हो

→ Selective Selection:- ये problem तक selection होने लगते

जब आपके अवधारणे एवं उसके अनुकूल अवधारणाएँ होने selected करते selective selection करते।

→ biased होते हो

→ priority same नहीं होती। goal के fixed करते selection

→ probability not equal होती हो

08-05-17  
2nd (B) day

8

- Research idea
- Data collection
- Analysis

- Dami table (First अंत्ये table हेतु कार्रवाय)
- Data cleaning (लेख सम्पर्क table लेते करा इसका vital data का रूप निश्चित)

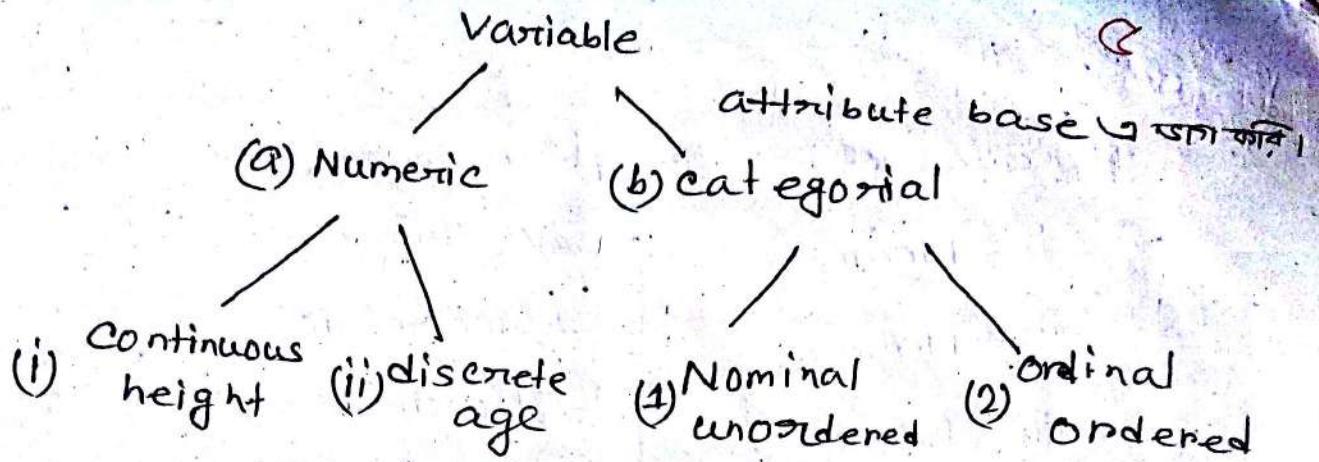
Data matrix:-

Patient	Patient type	Age	---
A	Heart	62	-----

column वाला attribute जैसा (Heart, 62)  
row वाला Name/instance (A)

variable → instance / sample जूला इन constant (एवर)

variable constant → attribute जूला इन variable (एवर)  
Heart, 62



(a) ये टकान अंदर आकर्षण, अंदर A Arithmetic operation apply करते पाएँ।

(i) Range specific करते हुए इसी रूप से विभव: 5 - 5.5 height

(ii) Discrete value अवश्यक integer, अंदर continuous fractional अंदर।  
negative अंदर ना

(b) ये Numerical value use करते नहीं। Categorical value को Numerical value द्वारा represent करते पाएँ यद्यपि उसे दो हीरे Yes or No

(1) attribute शूला sequence use करते  
रूप से: { very satisfied, satisfied, neutral, unsatisfied }

(2) attribut शूला sequence maintain करते नहीं।  
रूप से: { morning, night }

13-05-17  
2nd (D) day

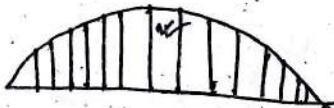
## Measure of central tendency

- i) - Mean
  - a) Arithmetic
  - b) Geometric
  - c) Harmonic
  - d) Weighted
- ii) - Median
- iii) - Mode

Sample statistic: ~~same जनसंख्या population द्वारा~~  
sample data द्वारा निरूपित यथात् कागद कागद द्वारा  
अधिक जारी sample statistic बनते हैं।

Data visualization: जोड़े कि

जोड़े लगाने Attribute व रेखीय आकृत्य, central  
व जोड़े रेखीय आकृत्य, जिनका central tendency  
बना रहा है।



i) प्रश्न :- central tendency use के अपेक्षा  
Mean use करा यास ना।  
\*\*\* कैसे use करा यास ना?

$$\begin{array}{l} 1\text{st} \rightarrow 40,000 \\ 2\text{nd} \rightarrow 50,000 \\ 3\text{rd} \rightarrow 60,000 \\ 4\text{th} \rightarrow 1,20,000/\_ \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Avg} \rightarrow 50,000/\_ \\ \rightarrow 75,000 \\ \rightarrow 67,500/\_ \end{array}$$

प्रश्न वाले अनियोन salary वाले बाहर काढ़ते ना जाए  
4th के cover करें। extreme case वाले mean

के central tendency के uses क्या याद हैं ?

a)  $\frac{\sum N_i}{i}$  ,  $N$  अंदरका term के उनका index होता

b)  $\sqrt{a+b}$ ,  $\sqrt[3]{a+b+c}$ ,  $\sqrt[4]{a+b+c+d}$ ,  $N_i$  के value

c) Signal पर avg. Normal mean G रख ना।

$$\bar{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \dots$$

जहां वे करने वाले

d) इनको value एवं corresponding Attribute

$$x_1 > x_2 > \dots > x_n \rightarrow \text{Observation}$$

$$\downarrow w_1 \quad \downarrow w_2 \quad \downarrow w_n$$

$$\text{mean} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

ii) Median:-

$$40,000, 50,000, 60,000, 120,000$$

$$55,000 =$$

extreme case Arrive करने median करें ऐसा

Aseending or descending order G आगामी, odd

इसे छाप दाने पर pick करें, even हो

छाप्या तुटेके 2 पिछे जग करें।

iii) Mode: यह अंदरको बोलि अंदर का यह use हो

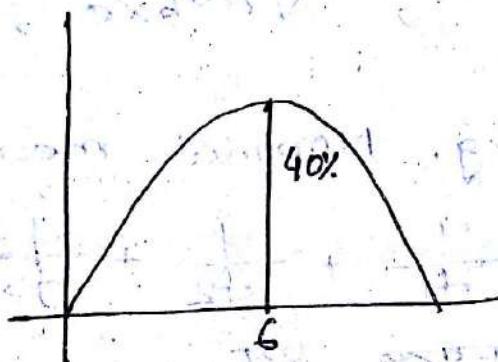
$$4, 5, 6, 7 \rightarrow \text{उत्तम आप}$$

$$15\%, 30\%, 40\%, 15\% \rightarrow \text{बहुमतीय अंदर}$$

$$\text{घण्टा} \text{ यादि } \frac{5+6}{2} = 5.5$$

5.5 : बारपत्र युज तो वानारस असर ना  
 फले गर्भाल mean & median दिई असर  
 ना फले गर्भाल mode case करवा।

प्रथम तर equation दें त्रिया।



किछि data देसो थाक्कवे, रक्काव way दे लाले  
 suitable जावे देव करवा, ज एवं perfect

हवे ?

14-05-17  
2nd (E) day

Data collection principal :-

किंचिय उपयाक dependent Data collection

(i) sample

(ii) Random selection / selective

Non responsive Bias :- Data लाहार असर,

यधन दुईटोकृ data। य diff अलक रोचि,

अस्त्रे श्रीन कर्वे - 80% } diff  $\rightarrow$  60%  
 ना - 20% }

diff. अलक रोचि हस। अलक रोचि हवे काढवा

उचित बिचार :- Proper knowledge वा ज्ञान से उत्पन्न  
Generalize होने के sample लम्हाएँ देखो रही हैं।

i) Convenience sample

ii) Explanatory and Response variable

Explanatory might affect response  
variable variable

i) Sample जूँ आए तो access करा याएँ।

ii) Explanatory : Independent variables, किसी अवधि  
जूँ dependent होते।

Response : डाकल अवधिय से independent.

Explanatory always depend करते Response variable  
हो जाएँ।

Type of data collection :- (Sir वा slide)

i) Observation

ii) Experiment

(i) सिर्फ़ देख करते data, लम्हाएँ कम्ती होती data  
entry कराएँ, यहाँ इसके basis, directly त्रिष्ठु, opinion  
basis.

(ii) यहाँ उक्ते experiment भालीटरा, Indirectly से  
data entry.

20

Summary statistics :- collected data  $\rightarrow$  summary table  
करा एस एको table द्वारा आकर्षण।

Data table - A descriptive summary आकर्षण  
पर्ने data cleaning & चाहें short  $\rightarrow$   
First lecture द्वारा table २ ठो।

Frequency :-  $\boxed{2}, 7, 3, \boxed{5}, 4, \boxed{5} \rightarrow$  उधारे ५ बाट  
frequency = 3. एको घटना  $\wedge$  कम्तीय घटेहो।

Histogram - अ frequency calculate करा रहो  
frequency table

meal	NO of sample
Rice	150.
bread	50.

Patient द्वारा नभए table १३,

Frequency table range रहेहो range ना रहेहो

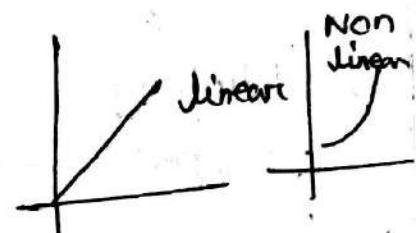
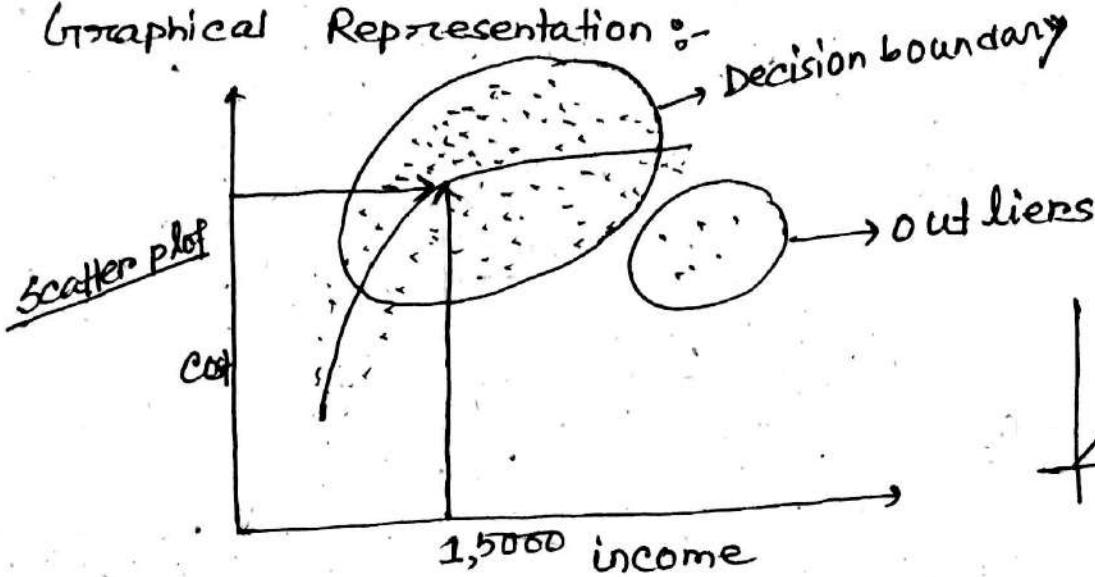
age	Speaking
12-14	NO
15-16	Yes

age	speaking
12	NO
17	Yes

16-05-17  
Board (B) day

22

### Graphical Representation :-



Scatter plot : x axis एवं respect value द्वारा plot करना आवश्यक है।  
कहां graph पर point plot करना आवश्यक है।

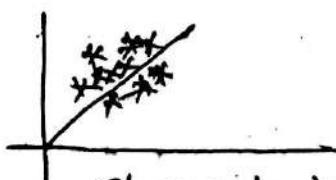
"income एवं वाले cost एवं उधान वाले"

इस point द्वारा proper analysis करना आवश्यक है।  
यहां इस outliers.

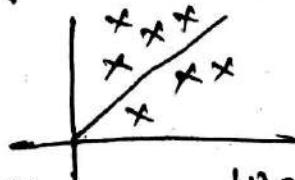
income एवं वाले पर्याप्त होने cost एवं constant  
किसी नहीं।

यह डेटा base करके decision त्रिव जाके decision  
boundary त्रिव

scatter point द्वारा decision boundary द्वारा बदलायी जाएगी।  
जब ताकि strong बल्कि decision boundary.



Strong decision boundary



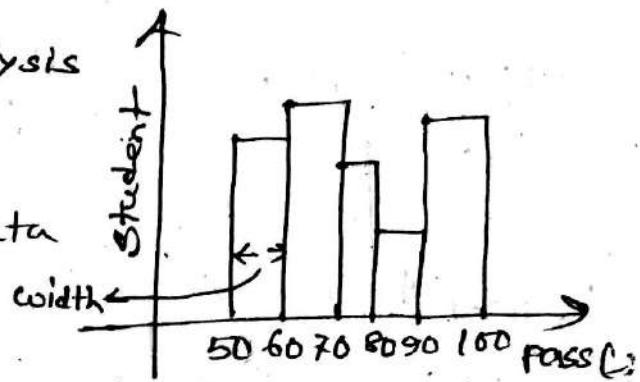
Weak decision boundary

Histogram:- frequency level को, represent करने।

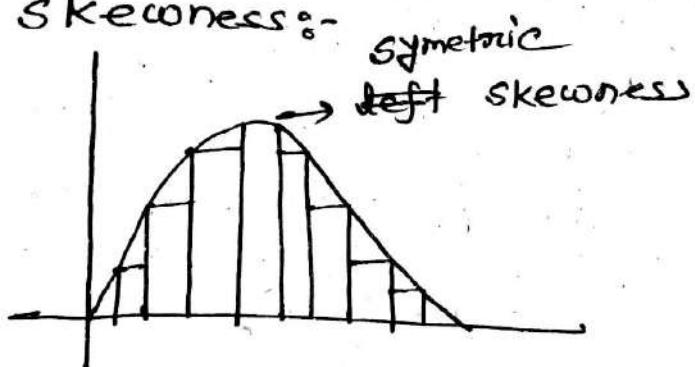
width येति इन्हे data analysis  
अवश्या होते।

width narrow इन्हे fine data  
missing होते पारते।

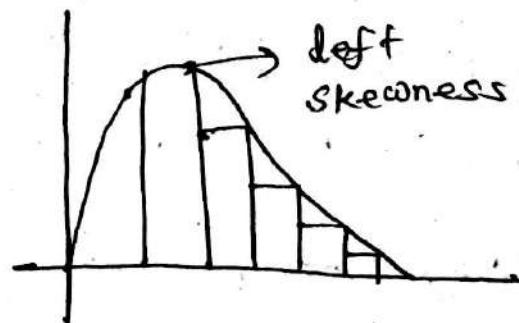
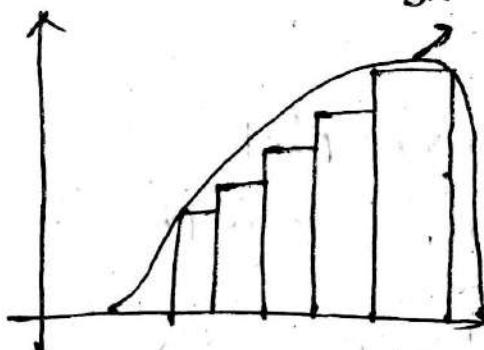
- Minimum & maximum value वाले के बीच depend करते width select करते।



Skewness:-

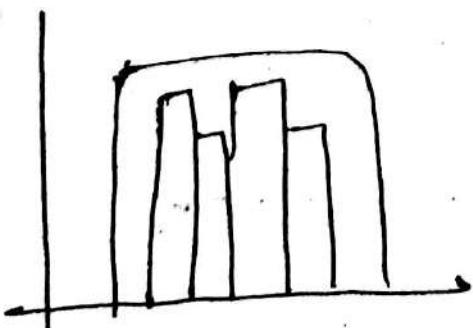


Right skewness

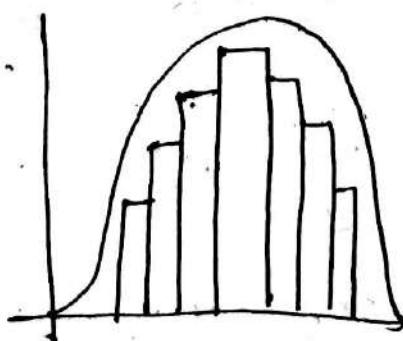


प्रकारधीय कार्यव्य - Skewness आदि

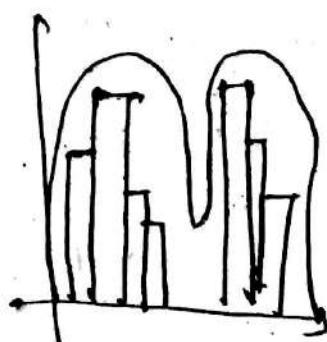
Modality:-



Skewness नाही  
असे uniform



Skewness नाही  
आदि असे modal  
~~multimodal~~

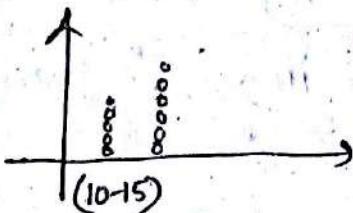


इदी आहे  
bi modal

इटेस्ट्रिब्युशन इलू  
multimodal

Dot plot: Element / data शूलाके dot आकारे Represent करते हुए graph पाठ्याया यास।

शुरुवीं इन प्रत्येको dot के आलाप्याये cancellation करते हुए



Intensity Map: Intensity focus करने से map हुए portion के focus / highlight करना यह जिते हुए colour वाले से दिखे हुए map हैं कि कहा हम अलग Intensity Map बने।

20-05-2017  
3rd (d) day

Variability / variation / spread :- एकत्र आदेकत्र तरफ़ अलग, विभिन्न type के data का range पर्याप्त cover करते हुए, data शूलाव वर्धे variation तो थाकत unique quality नाही याहवा। अष्टे property व्यालाप्य थालेत info शूला एथूला अथूला वापसी इते। तो थारें चले unique property performance decrease लावदे। तो थाकत होते थाकत होते data type वाले variation तो व्याली थाकत होते data type वाले अलग, unique property

spread: variation शूला कि परिवर्धाले, इधर मध्य बाहर

Spread :- विस्तृति type 6 measure करा रहे,

- i) range
- ii) variance
- iii) standard deviation

i) अल्पांक व अवधिकांक data के लिए पर्याप्त।  
extreme value आकर्षण problem हैं, total info प्राप्त ना।

ii) एकलाख से लेकर ज्यादा variance

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

10 का std dev avg एवं कम्बाइग =  $\bar{x}$

individual result =  $x_i$

Number of student = n

variance = s

इस case यात्रा तो हमें यात्रा positive & negative value neutral वा रहे। ऐसा square करना हमें इसी side  $\approx 1$

इसीलिए वहाँ इसी sample variance

$$\text{Population variance, } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{Sample variance, } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Population variance में biasing नहीं ना।

$\rightarrow$   $\rightarrow$   $\rightarrow$  ऐसे value की, sample variance

3, 5, 6, 7 तथा अंक

20

$$\bar{x} = 6$$

$$s^2 = \frac{(3-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2}{3}$$

→ sample variance.

$$s^2 = \frac{(3-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2}{4}$$

→ population variance

(iii)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

standard deviation ये value निर्णय, actual  
value आणे आणे याकृत्या आणे आणे याकृत्या।

अस अवश्य avg value विषेचन करू दृष्टि decision लाग्या  
यास ना, अस ये avg value अस ए प्रोबल  
म्यून करा, अस Z score लाग्यावै।

$$Z\text{-score} = \frac{x_i - \text{mean value } \bar{x}}{\text{standard deviation}}$$

प्रश्न:

Math

mean

S. D.

80

85

2.5

5

Eng

76

76

6

task

$$Z_1 = \frac{80 - 85}{2.5} = -2, Z_2 = \frac{76 - 76}{6} = -1$$

२८

एक विद्युत लाइन के Z score या रोके होंगे  
जोकि जाता जाता है। Rock curve पर यह  
Z-score measure कहा जाता है। यह  
बहुत आसानी से Math में अन्तर्विद्युत विधि  
जाता करता है, किंतु Z-score परिस्थिति calculate  
करने से इस गलते हैं English में अन्तर्विद्युत  
जाता करता है। तो Z-score use करना  
पर्याप्त है।

10-07-17  
5th (B) day

i) Correlation theory:-

ii) Regression :-

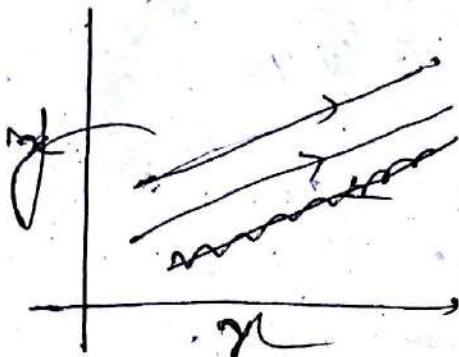
- (i) एको आवेदनोमध्ये जात्ये कानून bonding
- (ii), Change हले आवेदनोमध्ये केवल कानून  
effect पड़ता।

$$\cancel{x = y + 1}$$

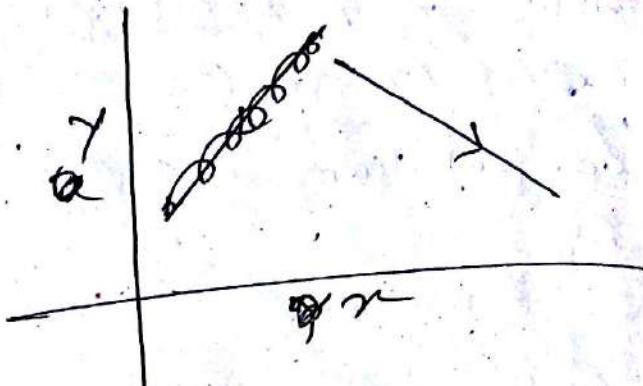
y independent, x dependent

correlation एवं आवेदन गणित Co-variance, दुर्बिन  
always दुर्बिन variable एवं शर्वे होते। x, y  
यदि दुर्बिन variable हो तो उनका dependent  
+ एवं छेपत। x, y यदि proportional ज्ञान  
जाते positive covariance. x आवेदन गणित

$x$  वाले  $y$  का तरीका  $x$  वाले then sign of  
proportional ना हो ज्यान आए negative co-variance  
वही।



~~$x$  वाले  $y$  वाले पूरे वाले~~  
 ~~$x$  का तरीका पूरे का~~  
positive covariance



$x$  वाले  $y$  का तरीका negative  
variance

statistics के दो गोपनीयः-

(i) variance, co-variance जो निकला जाए 1/ फल जो data  
के अंतर वाले choose करें।

Height,

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\text{var}(x) = \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$x$  वाले respect  $y$  वाले variance का उत्तर  
एकाही positive negative sign आयेगा।

$(x_i - \bar{x})$   $\rightarrow$  expected value

co-relation जूँ छान +1  $\rightarrow$  -1

correlation 0 इसे relation नाएँ

co-relation +1 इसे positive

co-relation -1 इसे negative

Temperature	Sales
14.2°	\$ 215
16.4°	\$ 325
11.9°	\$ 185
15.2°	\$ 332
18.5°	\$ 406
22.1°	\$ 522
25.1°	\$ 614
19.4°	\$ 622
22.6°	\$ 445
12.2°	\$ 408

→ वर्षान् अंतर् त्रिमासि temp. वाले  
Sales वाले

### Step

$$\textcircled{1} \quad \bar{x} \rightarrow x \text{ का mean}$$

$$\textcircled{2} \quad \bar{y} \rightarrow y \text{ का mean}$$

$$\textcircled{3} \quad s_x^2 \rightarrow x \text{ का variance}$$

$$\textcircled{4} \quad s_y^2 \rightarrow y \text{ का variance}$$

equation  $\rightarrow$  राशि

मानदें - 1 तरफ़ + 1 तरफ़  
वर्णि रूपे,

value मुलाकूल plot करले तरें याहैं positive फिल  
याहूं नाके negative फिल याहैं। किसी value  
मुलाकूल एवं कानून तक equation ट्रिप्युल करो

Rank co-relation: Ranking एवं गणि के Relation

A	5	2	9	8	1
B	10	5	1	3	8

A, B एवं Ranking एवं व्युत्पत्ति)- Relation एवं कठोर  
व्युत्पत्ति व्युत्पत्ति से वा value एवं व्युत्पत्ति-नम.

Rank co-relation  $\rightarrow$  equation net  $\rightarrow$

## Rank correlation

$$P = 1 - \frac{6 \sum d^r}{n(n^r - 1)}$$

5	5 · 10 - 5 · 9
2	20 - 29

## Rank Correlation

## Statistics কৈন প্রয়োগ :-

information वृत्त पैटर्न स्टॅटिस्टिक्स वृत्त नुसार follow  
करते computer or machine के लोकलोक शुद्ध

$\sigma = 10000$  data आहे, तर याचे) या data निम्या machine एल कॅप करत दिले time केला गेला १५००० संख्या इच्छा मर्यादा तर मार्गीच्या व्हार्स्ट variance या एवजन किंवा  $s^2 = 50$  आहू तर select करत, ते ५० नाडी निम्या जाण करूय.

12-07-17  
5th (d) day

22

Regression:-

$$y = x + 1$$

$x \rightarrow$  independent

$y \rightarrow$  dependent

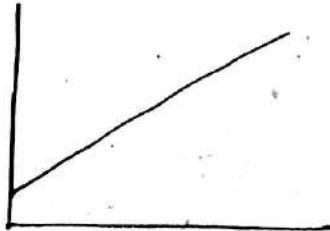
Independent value एवं Corresponding  $\Rightarrow$  dependent value  
परमा यास अके Regression, dependent & independent  
variable एवं व्युत्पत्ति relation परमा।

(i) Linear Regression

(ii) Non,

(i)

$$y = ax + b$$



dependent & independent variable एवं व्युत्पत्ति परमा  
linear Relation युक्ति हम।

(ii)  $y = \frac{ax^r}{bx} + c \Rightarrow y = ax^r + bx + c$

equation युक्ति एवं linear ना, यद्यपि एक  
relation युक्ति हम। dependent & independent  
variable एवं व्युत्पत्ति अन अके Non linear Regress  
परमा हम।

Example :

22

$$Y = ax_1 + bx_2 + c$$

$x$  এবং  $y$  এই দুটি পৰামিত আছে। এই দুটি পৰামিত একে linear equation কৰে। এবং  $x$  এবং  $y$  এই দুটি পৰামিত একে regression কৰে।

Non linear & linear equation কৰে নিবা

Dependent & Independent variable এবং অঙ্গ-  
নেধাস্থির জন্যে linear relation বলে।

$$Y = a(x_1 + x_2)$$

$$= ax_1 + ax_2$$

এখন সেখাৰ, linear regression কৰে।

Non linear relation, , Non ,

$$= 0 =$$

যদি  $x, y$  দুটো value হয়

তবে এককজ অন্ত দুটা pair হ'লো,

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$$

এখন বুঝে নিবা, linear regression, now

তাইলে graph ~ point মূল্যায় প্রাপ্ত কৰলৈ

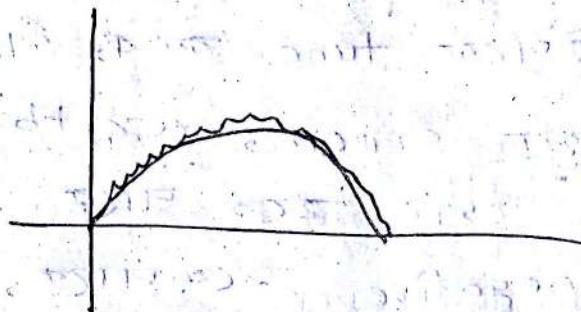


curve আজাব কৰা। Linear Regressio

Artificial intelligence  $\rightarrow$  use কৰা। Output  
predict কৰা। তাৰে use কৰা হয়।

26

प्रैक्टिकल करण आणि अंदाजाते करणे वाले।



$$\text{for } \alpha x + b = 0 \approx$$

$$y = ax + b$$

over fitting

$a$  आणि  $b$  नवीन आणि अंदाजाते set करून येणे curve fiting on smooth रूप, आवडे  $a$  आणि  $b$  नवीन अंदाजाते म्हणून याचे fitting नाही असे असू असू over fitting वाले।

### Least square

$$ax_1 + b = y_1$$

$$ax_2 + b = y_2$$

$$ax_n + b = y_n$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$y = \hat{a}x + \hat{b}$$

$$s_1 = (ax_1 + b) - y_1$$

$$s_2 = (ax_2 + b) - y_2$$

$$\delta = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}$$

28

$a, b$  value पूर्वोत्तर तैयार करवा,  $s_1, s_2, \dots$

Represent करने देने error,  $ax_i + b$  एवं  $y_i$  बीच का अंतर उत्तर पारदर्शक,  $s_1, s_2, \dots$

Positive वा negative उत्तर पारदर्शक, एवं

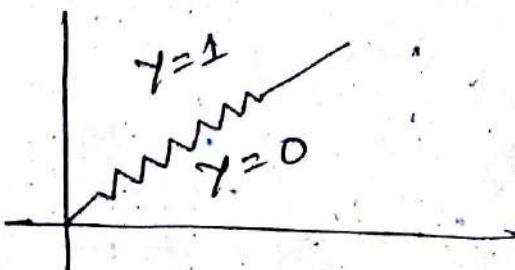
square का उत्तर, always positive करवा

उत्तर, square root का उत्तर -

जबकि एक least square का इसका

निश्चिन एवं कठोर value प्राप्त करवा

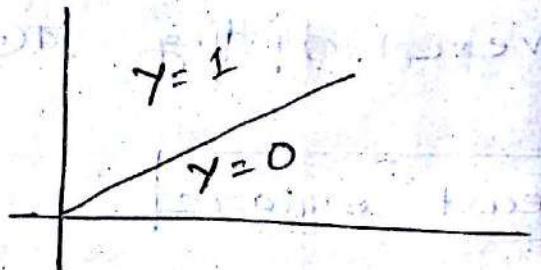
विटेंड curve वा व्याख्या,



curve fitting एवं आगे

एकल decision लेना याप्त है

कठिन उत्तर पारदर्शक



curve fitting एवं आगे

एकल decision

लेना आश्चर्य, एवं

value के 1 उत्तर से

0 उत्तर

$s_1, s_2, \dots, s_n$  एवं निम्नान्वयन या कठोर

आगे चले जाएं कठोर उत्तर ! एकल व्याख्या

0 उत्तर डिवलेस एवं आगे उत्तर !

## Probability

• Sample Space	union of events
Event	component of an event
Simple event	mutually exclusive events
Joint event	

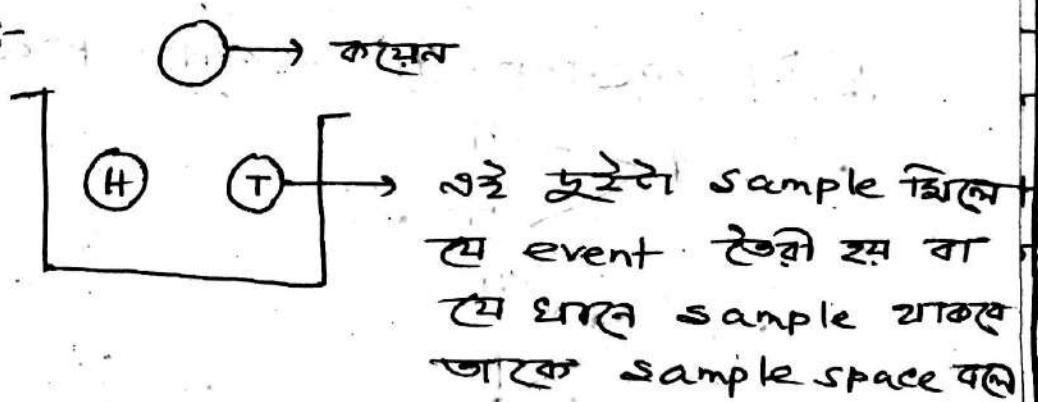
## Relative frequency

## Probability

## Complex event

Probability: अव्याप्त कोरे event या काणे नवे possibility  
 अट्टेकू, आर्के  $\Rightarrow$  event नवे probability वस्त्रे।  
 Numerical अस्त्री value घारा represent करावे, कोरे  
 गम दर, नवे evaluate करावे तरजु।

Sample space :-



Event :- इकान element वा इंटरेक्शन तृप्ति,

H) नक्ते event, T) नक्ते event, इफार {1}, {2}, --- {6} नम्बर event.

Simple event: অব্যক্ত সমূহ small event  $\Sigma$  search  
event tailৰুজি single event

22

Joint set:- Intersection, And operator एवं और  
 इकला घटेहेव अद्यता ३ ३ एवं घटे इकला किसी।  
 $\{1, 3, 5\}$ ,  $\{1, 2, 3\}$  then  $\{1, 3\}$

Union of events:  $\{1, 3, 5\}$ ,  $\{1, 2, 3\}$   
 $\Rightarrow \{1, 2, 3, 5\}$

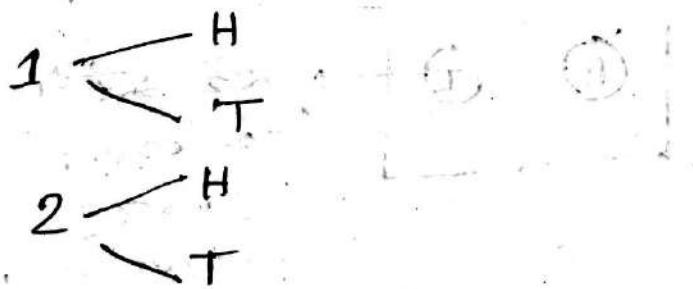
Complement of an event:- अप्य एवं घटा इकला  
 अद्यता घटेहेव न घटा वापस।  
 mutually exclusive events:-

Relative frequency :- प्रायोजनीय गमन दर,  
 अडोहरा combination करता दर, 11 वाला अडोहरा  
 2 चुनते select करता combination करता होता।  

$$\frac{\text{ए घटेना घटेहेव छाहि}}{\text{All Sample}} = \text{probability}$$

दुखकार अडुकालो तरीका prob. =  $\frac{1}{6}$

दुखें करते हुए H इकला prob. क्या?



(HH) यद्यपि इनका sample space ~ event की  
 जीवन अधिक संभव 1 में, उनका permutation  
 $= \frac{1}{4}$

1 + 0.2

29-07-17  
6th (E) day

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Disjoint or mutually exclusive:-

29

$P(H)$  } → Addition Rule: ~~if~~ Independent हुईं  
 $P(T)$  } प्राप्ति यथा calculation करव यथा  
 एकत्र add करवा।

$$P(H) + P(T) \rightarrow \text{Head or Tail}$$

Diamond इन 13 दो

$$\text{Diamond इसका probability} = \frac{13}{52}$$

$$\text{face} \quad , \quad , \quad = \frac{12}{52}$$

$$\cancel{P} \text{ Now diamond on face} = \frac{16}{52} + \frac{13}{52} - \frac{4}{52}$$

प्राप्त common  $\frac{4}{52}$ , common term है  
 अ. यानि एकत्र common term के विपरीत

Probability distribution:- यद्यन प्रत्येक घटोना 1 के बिन्दु  
 event का distribute करते table representation करते हैं।  
 P.d. Independent event:- एकाएँ event जो output  
 अन्य लाते event वे सेवन effect ना करते तब उन्हें  
 बता Independent event.

हुईं Independent प्रक्रिया एकाएँ आया पड़ते then

$$P(A \text{ and } B) = P(A) * P(B)$$

$$= \frac{1}{2} * \frac{1}{6}$$

$$\text{आवाय आलादा आलादा घटना} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

31-07-2017  
7th (B) day

25

Conditional probability :-

Parents

degree not total :-

teen	College	231	214	445
	not	49	298	347
		280	512	792

यावाहास्त्रे degree आए एवं college व यादेतह

=  $\frac{231}{280}$ , जोको चला हम conditional probability  
कोतन condition पर base करते probability

Parents एवं degree को एवं college यादे ना =  $\frac{49}{280}$ .

i) Marginal probability

ii) Joint

i) एकलकालीन individual एवं total एवं against  
अब event युनार घोषकल के बला हम Marginal

teen ager से college व यादे,  $\frac{445}{792}$

ii) इसीले individual event, not. conditional event  
एवं individual event के joint करवा।

Now, example,

$$P(\text{teen college, Parents not}) = \frac{214}{792}$$

$$P(\text{teen college and parent not}) = \frac{214}{792} \quad \boxed{2}$$

Table proportion:-

	parent degree	parent not	total
teen : college	0.29	0.27	0.56
teen : not	0.06	0.38	0.44
Total	0.35	0.65	1.00

Joint probability, 222 event  $\cap$  যোগ

parent degree

মেঘন:  $0.29 + 0.27$

Conditional probability:-

$P(A/B)$  = probability of outcome A given B.

$P(\text{teen college} / \text{parent degree}) = \frac{231}{280}$

$= \frac{\text{teen college} \cap \text{parent degree}}{\text{parent degree}}$

$$= \frac{P(A \text{ and } B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = \frac{231}{280}$$

$A \otimes B$  independent ना,  $A$  जो  $B$  पर विशेष नियम नहीं हैं।

$$P(A \text{ and } B) = P(A) * P(B)$$

$$= P(A/B) * P(B)$$

$A_1 \dots A_K$  = individual घटना  $B$  पर विशेष नियम नहीं हैं।

then

$$P(A_1/B) + P(A_2/B) + P(A_3/B) + \dots + P(A_K/B) = 1$$

विशेष घटना इसके independent ना

Independent event के conditional probability क्या है?

काम करते

$X, Y$  इसके जाइज़

first die,  $X=1$  then  $P = \frac{1}{6}$

$X=1, Y=1$  then,  $P = \frac{1}{6} * \frac{1}{6}$

NOCO,  $P(Y=1 | X=1)$

$$\frac{P(Y=1 \text{ and } X=1)}{P(X=1)}$$

$$= \frac{1/36}{1/6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

इसके independent घटना conditional probability  
ना थाले, आधिकार जाति पर probability के बाबत  
तो conditional probability वा आधिकार जाति।

07-08-2017  
8th (B) day

63

Sample from a small population:-

অল্প কোষ্টে Population ইত্তে কোন variable select.

16-ball

8- White

8- Red

with replacement  $\rightarrow$  replacement করবে

without  $\rightarrow$   $\rightarrow$  না  $\rightarrow$  (এখানে  
decrease করবে)

Random variable:-

Total Student = 100

Not buy = 20

Buy one book = 55

$\Rightarrow$  two  $\Rightarrow$  = 25

Text book = \$ 137

Study guide = \$ 33

SUM = \$ 170

মুক্তি Number/variable হলো Numeric value process

করবে then আরেক Random variable বল্ব। একে

Capital letter দ্বারা represent করা হবে।

Now, Buy one book =  $55 \times 137$

Buy two book =  $25 \times (137 + 33)$

মুক্তি Random value generate করবে।

## 62

### Expectation:-

$X = \text{Random Variable}$

$\swarrow \quad \searrow$

Total Book	Total Amount (\$)
$x_1$	$x_2$

$x_1, x_2$  (small suffix) इन  $x$  (capital suffix) का  
outcome.

$i$	1	2	3	Total
$x_i$	\$6	\$137	\$170	
$P(X=x_i)$	0.20	0.55	0.25	1.00
$P(x)$				

1 → रुपये वटे कित्तवा ना-

2 → एकटे " "

3 → दोटे " "

वटे ना रुपारे probability = 0.20  $[P(X=x_1)]$

एकटे वटे " " = 0.55  $[P(X=x_2)]$

दोटे " " = 0.25  $[P(X=x_3)]$

Normally expected value इन avg.

कित्तवा वटा probability आरे जटि avg होगा

Normally expected value इन रुपारे।

$$\begin{aligned}
 E(X) &= 0 \times 0.20 + 137 \times 0.55 + 170 \times 0.25 \\
 &= \text{(Ans)}
 \end{aligned}$$

NOW, Expectation Equation will be

$$E(x) = x_1 * P(x=x_1) + x_2 * P(x=x_2) + x_3 * P(x=x_3) \\ + \dots + x_n * P(x=x_n)$$

Random variable  $\Rightarrow$  ~~with~~ variances

$$\text{Variance, } \sigma^2 = (x_1 - \mu)^2 * P(x=x_1) + \dots + (x_k - \mu)^2 * P(x=x_k)$$

$$\therefore \text{Variance} = \sqrt{\sigma^2} \\ = \sigma$$

Linear combination:-

$$x + Y + Z \\ = \cancel{x * P(x)} + \cancel{Y * P(Y)} + \cancel{Z * P(Z)} \\ = x * P(x=x) + Y * P(Y=Y) + Z * P(Z=Z)$$

NOW Random variable  $\Rightarrow$  expected SUM:-

$$E(x+Y+Z) \\ = E(x) + E(Y) + E(Z)$$

$aX + bY$   $\leftarrow$  Linear combination

$$= a * P(x=x) * x + b * P(Y=Y) * Y$$

09-08-17  
8th (D) day

68

Random variable वा example:-

1st coin	2nd coin	combination
H	H	HH
H	T	HT
T	H	TH
T	T	TT

वर्धन Head के घटना  $\times$  फल वाले रूप से दर्शाया गया है। इसका अर्थ है कि एक घटना के फलों की संख्या एवं उनकी संभावना का अनुपात एवं उनकी संख्या के अनुपात में अपेक्षित है। यह एक अवधारणा है।

यहाँ एक घटना के फलों की संख्या  $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$  है।

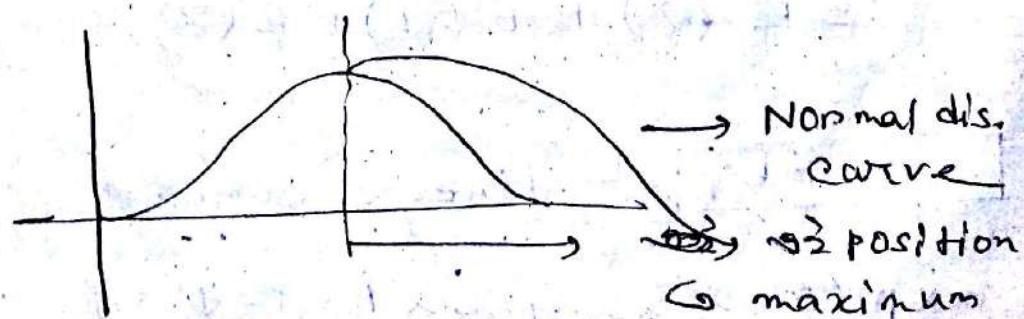
तब  $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$

वर्धन एवं घटनाएँ ग्राफिकली दर्शाया गया है। यहाँ एक अवधारणा है कि एक घटना के फलों की संख्या एवं उनकी संभावना के अनुपात में अपेक्षित है। यहाँ एक घटना के फलों की संख्या  $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$  है।

परन्तु

Normal distribution: continuous distribution है।

मुझमें।



किसी portion के धारणा, ज्ञान, Argon संग्रह  
ज्ञान रोकी। परन्तु value ज्ञान continuously change करता है।

Maximum Result  $\rightarrow$  curve  $\approx$ , 100% correct result  
 $\rightarrow$  तरं ना curve  $\approx$ .

\*  $\mu$  = mean,  $\sigma$  = standard deviation is very important Here to calculate.

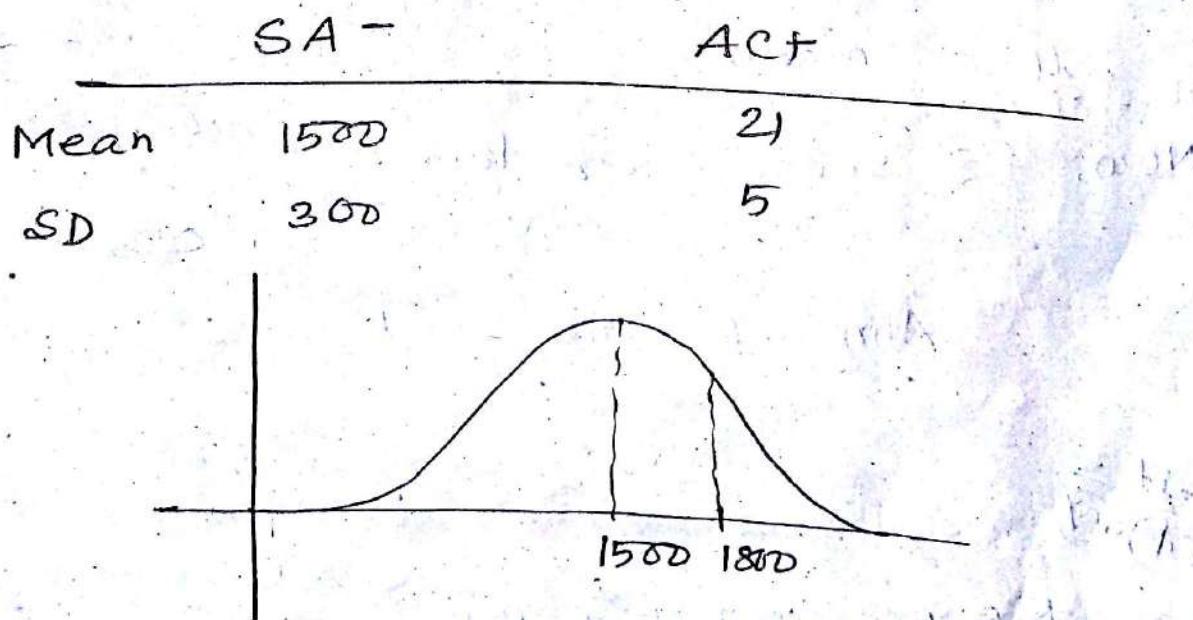
**Now example:-**

$$\text{mean} = 0$$

$$\text{standard deviation} = 1$$

then अतः यहाँ standard Normal deviation  $\approx$

Now draw,



Ann & Tom ने इन्हें select किया,

Ann ने probability best जैसा बोला

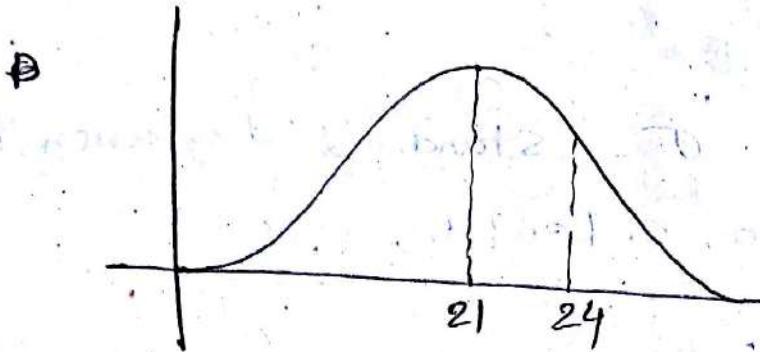
Ann का point कौन है. उम्मीदवाले का,

$$\text{point} = 1500 + SD \times P(\text{Ann})$$

$$= 1800 +$$

62

Now, Tom's probability = 0.6



$$0.6 \times 5 = 3$$

$$21 + 3 = 24$$

वर्धन Z score calculate करे तो यहाँ तक  
कठिन होता है।

$$Z\text{-score} = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$x$  = Observation form

$\sigma$  = standard deviation

$\mu$  = mean

$$\text{Now, } Z \text{ score for Tom} = \frac{24 - 21}{5} \\ = 0.6$$

Ann का अंक = 1

12-08-17  
8th (E) day

### Binomial Distribution:-

एको समेवा / independent Repeat करवा n अंदरमान  
प्रृष्ठीय head की प्राप्ति probability का (छाड़ा लेन)

$$\left\{ \begin{array}{l} HH TTT \\ H TH TT \\ \vdots \vdots \vdots \end{array} \right\} \rightarrow \text{प्रक्षेप } 5C_2 \text{ combination}$$

$$5C_2 = 10 \quad 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

10 की combination check करना है।

67

individual head probability ता तेल रखावा

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

जैसे normal way के रखना।

$$\text{Total probability} = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

The condition of Bio. dis :-

1. Trial (प्रयोग)  $\rightarrow$  independent
2. Number of trial =  $n$  is fixed
3. Output success or failure
4. Probability of success  $p$ , is same for each trial.

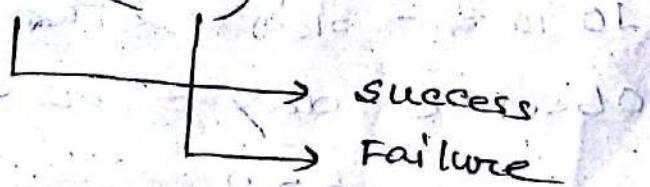
Here,

$n$  = Total trial

$k$  = Success rate/time

$p$  = probability Success probability

$$\text{Total probability} = p^k (1-p)^{n-k}$$



$$\text{Combination} = n C k$$

$$\text{Now, we get.} = n C k \cdot p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

आगे कैसे जाएँ,

$$n=5, k=2, p=\frac{1}{2}$$

60 টলা এবং 10 টন select করাই, তারা ক্ষমতা পুরো  
করে pos probability কি?

$$\begin{aligned} \text{Pass} &= 0.35 \\ \text{fail} &= 0.65 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{given} \\ \text{or} \end{array} \right.$$

$$\therefore \text{probability} = {}^{60}_{10} (0.35)^{10} \cdot (0.65)^{50}$$

Poisson distribution:-

পটো হচ্ছে time distribution.

Ruet  $\rightarrow$  bus Ruet  $\rightarrow$  bus 30 দিনের মধ্যে  
স্থিত বাস আভ্যন্তর। অধ্যন অব অবগতি নিয়ে calculate  
করব। avg  $\Rightarrow$  উপর dept.

$$P(\text{Observe } k \text{ events}) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$\lambda$  = mean

$k$  = event Number

10 দিনের মধ্যে 2টির স্থিত বাস lab ~ আভ্যন্তর  
Observe day = 10 days. 2টিন্টো করে কর্তৃত

$$\underline{k=2}$$

16-08-17  
9th (B) day

65

Application શુલાન દેખણે શવે, Math દેખણે શવે ?

Theory खुर का थाकरे ? . Cf - प्र Question त्रिधारक ?

જુણકો topic તૈયાર કરે શકત્તા ?

→ আজকের class পঁয়জ ~~জো~~ e. 3<sup>rd</sup>. ct?

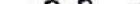
Math → Base rule

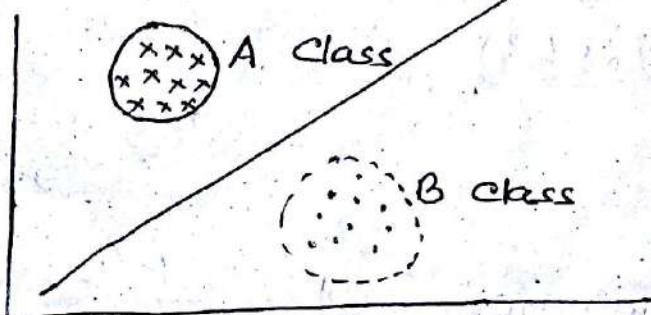
True positive → True आवास करना एक true Output

True Negative  $\rightarrow$  " " " " " False

False positive  $\rightarrow$  False  $\rightarrow$  ?  $\rightarrow$  true

False Negative  $\rightarrow$  " ? ? ? ? ? False

Curved fitting vs Outliers :-  → unwanted (outliers)



Outliers: যারা যেকোন class-এর under  
থাকে না, তাদেরকে outliers বলা হয়।

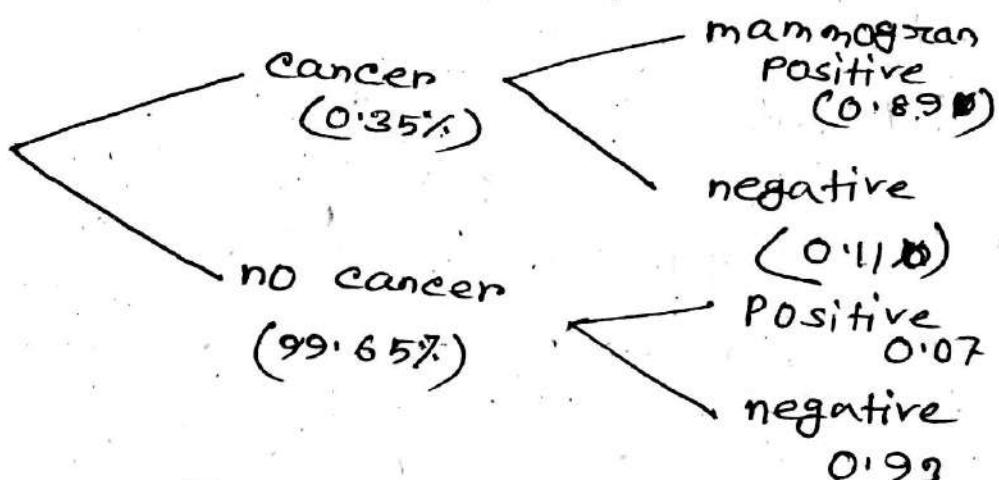
कुट्टें सेपरेट लेस व एज कराके बनाए Regretion  
A class, B class.

0.35% women याहें age 40 year ताळे असता  
 तरुंगे क्याकार होता | screening test  
 test - याकार test करा,  
 mammogram ] - ये लोक उकडे होते,  
 not ]

screening test or output तरुंगे % correct  
 आ येता?

Cancer

उकडे test - मा false positive  $\rightarrow$  11%



$$P(\text{has BC} \mid \text{mammogram}) = \frac{P(\text{BC and mammogram})}{P(\text{mammogram})}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{0.0035 \times 0.89}{(0.89 \times 0.0035) + (0.9965 \times 0.07)} \\
 &= 0.0428 \quad (\text{Ans!})
 \end{aligned}$$

B तरुंगे क्याकार आहेत तरुंगे mammogram positive  
 then पाऊसा याहेत 4%.

NOW,

$$P(\text{Not has mammogram} | \text{mammogram}) = \frac{0}{\text{SAME}}$$

$$= 0$$

$P(\text{outcome } A_1 \text{ of variable 1} | \text{outcome } B \text{ of variable 2})$

$$= \frac{P(B|A_1) P(A_1)}{P(B|A_1) P(A_1) + P(B|A_2) P(A_2) + \dots + P(B|A_K) P(A_K)}$$

21-08-17  
9th (E) day

What is queue?

FIFO  $\rightarrow$  First IN FIRST OUT

Queue Related:-

लोकांधा का? अवाई सेवा प्राप्ति

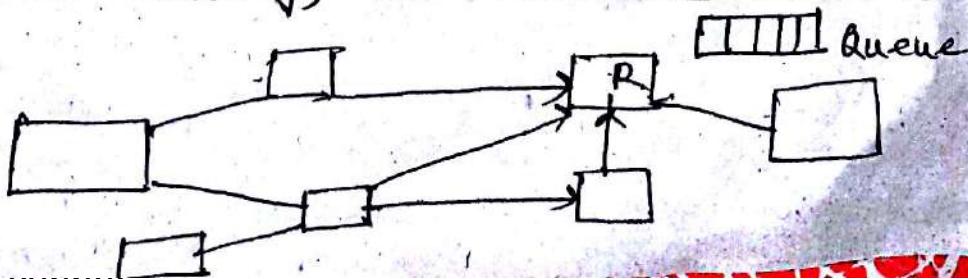
किना?

जैसे यह बिल Queuing theory द्वारा बाधा करता है।

Why queuing theory is important?

$\rightarrow$  Main Memory Allocation. यह data आगे आवाई memory तक data के आगे allocated हो।

$\rightarrow$  Networking, IP Address. इसका आवश्यक है।



→ Router ~ प्राप्त Connection आज आवश्यक ताके  
अंतर्गत access बाटे देखो । Queue जारी  
पूरी full असे ताले connection failed  
मेंडे Queue के access पास होता ।

= 0 =

यह एक service point थाकले service  
दृष्टिकोण time के (कठा नाम हो) समझनेकोलाई  
कठा service नामहो जेहो consider कर्नु  
waiting time calculate कर्नु विधि नम्बर  
calculate कर्नार तरीका probability  
advanced topic युक्त नाम हो। एकान्त  
waiting time बल्ति दिखाउ अब अवश्य  
time अध्यान ना अकालि चिय बोल्ने पाइए  
कठा नाम हो

28-08-17  
10th (E) day

Basic element of queuing system

- Input process

- service mechanism

- system capacity

- Queue discipline

Server  $\rightarrow$  ये service provide करते हैं।

Customer  $\rightarrow$  ये service लेते हैं।

Input process: customer यादि कोन delay maintain करते हैं।

Service mechanism: server से service लेते हैं अपने लागते processing ये delay से ज्यादा अचूक।

System capacity: At a time कठुना service + कठनके waiting व लागते, तो इन system capacity.

Queue discipline: आवश्यक service के लिए service लेते, यथा: FIFO, Round Robin फॉर्म, priority फॉर्म, उत्तम फॉर्म Queue लागते maintain करते। आवश्यक Rule defined ओर Queue system लागते।

जब भी Rule satisfy करते तो इन queue system.

Queueing system का represent करार notation,

Input / service / Number of servers

M / G / 1  
E<sub>k</sub> / M / 1  
M / D / S

FIFO queue system

M → poison exponent distribution

D → Deterministic →

E<sub>k</sub> → Erlang → (k और आवंति के स्थिति)

Queuing system के लिए develop करनी है :-

आवाहन अवस्था अव अवश्य ठाक best system,  
Present system के analysis करने पर system  
में व्यापक दुष्प्रभाव होता है।

Queuing के problem :-

(i) Behavioral problem :- customer का व्यवहार, जिनका इसे बिन्दुकाम system behaviour

(ii) statistical problem :- service and waiting time वा उनका statistical व्यवहार।

(iii) Decision :- ? जारी करने के लिए जल्दी, ना धाराप, जो consider करना अवस्था system के analysis करना।

किसी system का description बहुत अच्छा हो।

## System Element Modeling

- Number of service
- System capacity
- Discipline
- Inter arrival time, service time - stochastic

Number of service, system capacity, Discipline এগুলি  
fixed এবং আর্ট যেকোনো determined, তাই এগুলি  
deterministic.

Inter arrival time, service time fixed না, এবং  
এগুলি probability distribution কার্ড নাম্বার হবে।

$Z_1, Z_2, \dots \Rightarrow$  Non Negative random variable

$$F(x) = P(Z_n \leq x), n = 1, 2, \dots$$

$$E[Z_n] = b$$

Laplace-Stieltjes transform of  $F(x)$ :  $\Psi(b) = \int_0^{\infty} e^{-bx} dF(x)$

$$\Psi'(0) = b$$

$x$  = time out boundary

$b$  = mean interoccurrence

$\frac{1}{b}$  = Rate of the occurrence of the event

b
 i) - deterministic  
 ii) - Poisson  
 iii) - Exponential

$\rightarrow$  System Distribution ~~in~~  
 way.

(i) अब D क्षात्रा denote करा रखा।

Let,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

$$E[Z_n] = b, \quad \Psi(\theta) = e^{-\theta b}, \quad V(Z_n) = 0.$$

नियमित interval पर एक service हो।  
 ऐसे range use करते रहते आएंगे तो। ऐसे range करते ही।  
 करते, नियमित Range एवं शुरू करते।

Poisson & Exponential distribution :-

$\left[ \begin{array}{l} \text{poisson} \\ \text{distribution} \end{array} \right]$

→ Service time वे exponential आणत्ही गणे  
 → इसे current math

$Z_1, Z_2, \dots \Rightarrow$  non negative random variable

Let,  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad x \geq 0, \lambda > 0$

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \left| \begin{array}{l} \lambda = \text{एवेंट्स अवधि} \\ \text{time} \end{array} \right.$$

$$E[Z_n] = \lambda, \quad \Psi(\theta) = \frac{\lambda}{\theta + \lambda}$$

$$V(Z_n) = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$CV(Z_n) = 1$$

$V$  = variance

$CV$  = co-variance

Poisson distribution vs equation:-

$$P_n(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

একটি model এর আবর্ত কিমাতে identify করবো

Identification of Model :-

- collection of data
- Tests of stationarity
- Tests of Independence
- Distribution selection

test of stationary :- একটি নির্দিষ্ট পর্যবেক্ষণ system  
জে বর্তমান

$$[0, t_1], [t_1, t_2]$$

$\uparrow$                        $\uparrow$

$0 < t_1 < t_2$        $t_1 \leq t_2$        $[t_1, t_2]$  পর্যন্ত

ওই ক্ষেত্রে time slot ও arrival কর্তৃত নির্দিষ্ট হলে,  
নির্দিষ্ট system কে Always active/unstationary  
ক্ষেত্রে সংজড়া অটো stationary. আরেক ক্ষেত্রে test করত  
হবে।

Service time & arrival time fixed then distribution  
use করা, fixed এর জন্য Poisson distribution

-09-17  
11th (D) day

86

Stochastic process:-

$[X(t), t \in T]$

$X_n = \text{State space}$

$X = \text{Random variable}$

$T = \text{Total time space}$   
time w.r.t Respect Random variable युलात  
Parameter space

Stock का गढ़ी।

एकत्र time के discrete वा continuous  
पात्र हर उपर base करते हैं process & प्रणाली

Discrete stochastic process -

$X_t = X_{1s}, X_{2s}, X_{3s} \dots$

एकत्र इनको event independent,  $X_{1s}$  के  $X_{2s}$   
जे उपर dependent ना। एकत्र Random variable  
युलाते discrete रहे हैं। Continuous stochastic  
process & Random var. युलाते continuous रहते हैं

Point process: यहां Random variable के point  
की शृंखला,  $N(t) = \text{Point process}$ , आवासिक्ति time  
के अन्दर  $[0, +\infty]$ , जो कोई विशेष duration के  
शृंखला का युला होना चाहिए अवश्यक है  
एक ऐसा Point process.

$N(t), t \in T$

$[0, +\infty] \rightarrow \text{duration}$

Regenerative process:

$$t_1 < t_2 < \dots < t_n < T$$

किसी ग्राहक

पर्याप्तिक Point process एवं यहाँ service time same

इस, उदान वाले हैं जो कि काफ़ी बार ग्राहक राखते

पर्याप्तिक Point process इसका Regenerate है

Renewal process:-

$$t_1 - t_{i-1} = r_i$$

Service time के यहाँ different हैं, जो value

मैलान different हैं तो उदान  $r_i$  को क्या करें

Renewal process variable.

16-09-17  
12th (B) day

Notation for Queuing system: Input Meas

$\lambda$  = Arrival rate

$\mu$  = Service rate per server

$C$  = No. of services (k/m/n/s)

$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

$W_q$  = avg time spent in line

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Output measures

$L$  = avg. NO. of

people or jobs

in the system

$L_q$  = avg. NO. of  
people / job in the queue

$W$  = avg. time

spent in the system

A/B/m

$A$  = inter arrival time pdf (probability density function)

$B$  = service time pdf

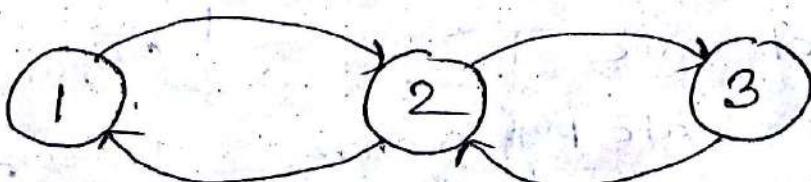
$m$  = number of server

$\left\{ \begin{array}{l} M = \text{exponential pdf (markov)} \\ D = \text{Deterministic} \\ G = \text{general} \end{array} \right.$ 
  
 → A আর B এর value কৈলা বেঁকে তিনটো দ্বারা Replace হবে।

Markov chain:-

Transition Diagram:-

series of output হবে প্রাণিদন্তির output প্রতিপন্থ  
 অনুমানকে Random variable দ্বারা Represent  
 করা হয়। এটোকে কৈলা হল stogastic process



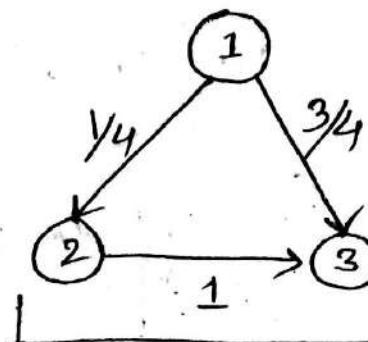
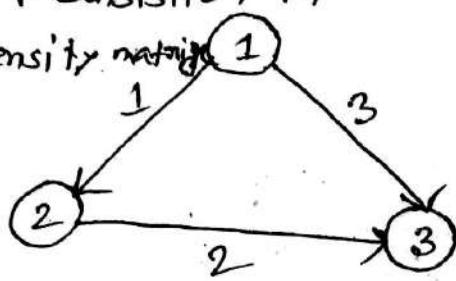
Transition diagram of markov chain

$\lambda$  ও  $\mu$  বেঁকে term use কৈলা হবে স্থান।  
 1 নম্বৰ থেকে chain অং আঠিলো দুই নম্বৰ  
 যাব। অগৈতে একটোৱা output অপৰণ্তোক্ত effect  
 কৈবল্য।

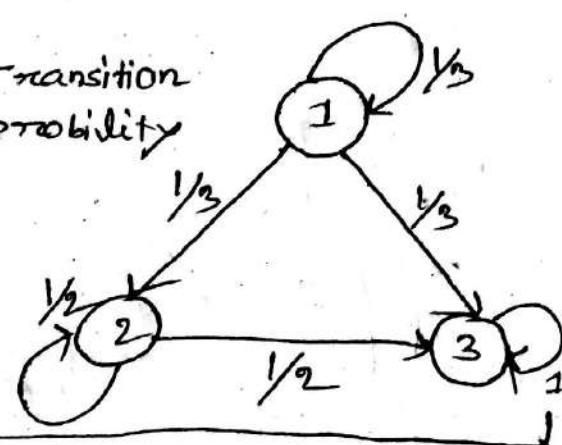
17-09-2017  
12th (D) day

Transition Diagram :-

+ transition in  
intensity matrix



Transition  
probability



Discrete time mark of process

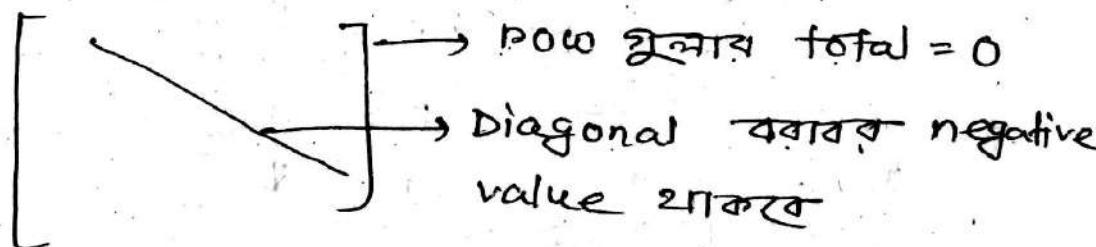
depends on

(i) discrete time mark of process

(ii) continuous  $\rightarrow$   $\rightarrow$   $\rightarrow$

(iii) ये value हला आयें, तरीके transaction probability  
होके आयें, अब तरीके present state  $\rightarrow$  move होके  
इये, जैसे वहाँ self loop आए।

Transition intensity matrix :-



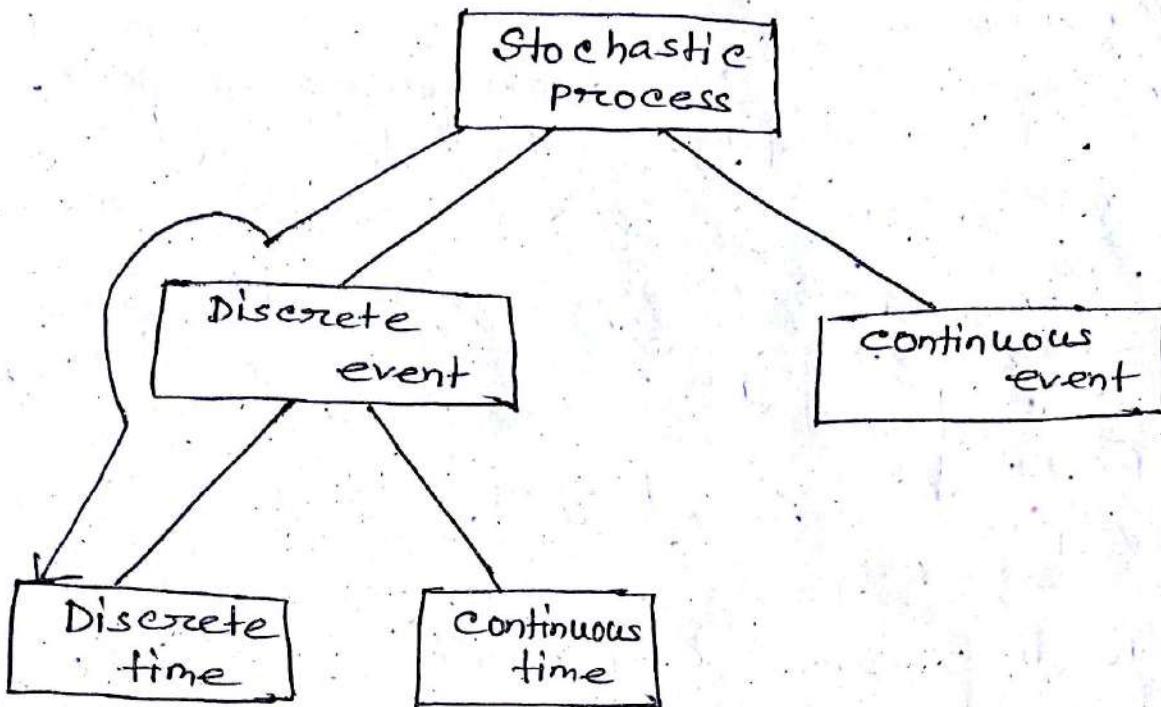
Present state द्वारा next state व move करने  
एवं वहाँ self loop होते।

~~प्रैक्टिस~~

Discrete एवं द्वारा state हलाह probability

में करने करने एवं 1 इये, ला इये, self loop किसी करना

# Discrete time markov chains:-



memory less

$$x_n, n > 0$$

$$\begin{aligned} P[x_{n+1} = j | x_n = i_n, \dots, x_0 = i_0] \\ = P[x_{n+1} = j | x_n = i_n] = p_{ij}(n) \end{aligned}$$

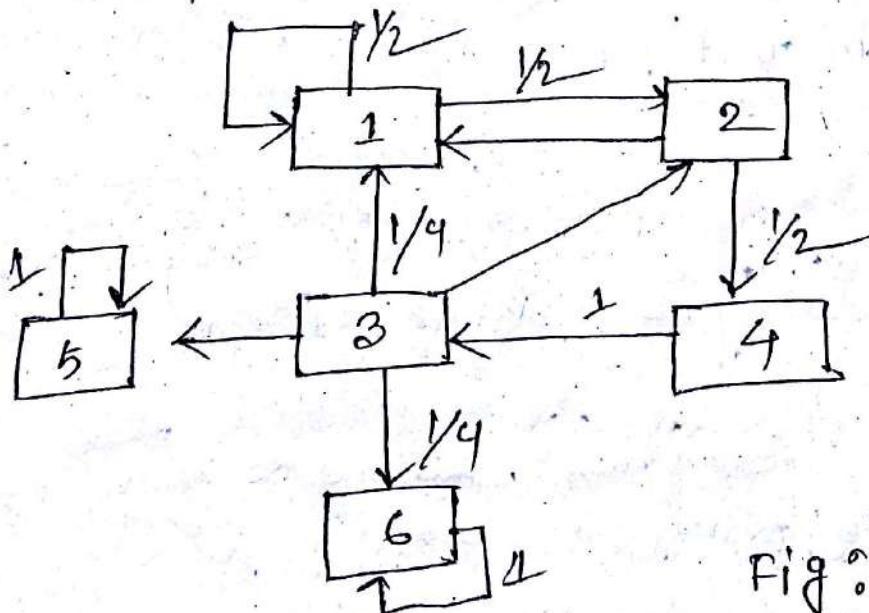


Fig: 1

1 दूर 2 तीव्र, 2 दूर 4 तीव्र 1 दूर 3 तीव्र प्रायिकता =  $\frac{1}{2}$

## Discrete time Markov chains:-

Time Homology:-

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, X_{n-2} = i_{n-2})$$

future state दे depend करते,

present state दे करते

not depended on the previous.

Homogenous DTMC: probi probability distribution matrix दे not depend on the previous state.

$n=4$

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \cdots & P_{mn} \end{bmatrix}$$

Fig : 1 दे एकल आवृत्ति

Stochastic matrix दे असो-

(i)  $n \times n$  दे square matrix दे असो

(ii) कोर value negative दे नाही आवडा ना

(iii) देकोणी row दे sum 1 दे असो।

Probability distribution matrix or probabilities:-

- (i) Transition dis matrix,  $\pi$  stochastic matrix এর রূপ
- (ii)  $P$  যদি stochastic হয়, তাহলে  $P^n$  এর stochastic matrix এর রূপ
- (iii) Eigen value of  $P$  is less than 1.  
eigen value =  $\lambda$ ,  $|\lambda| \leq 1$

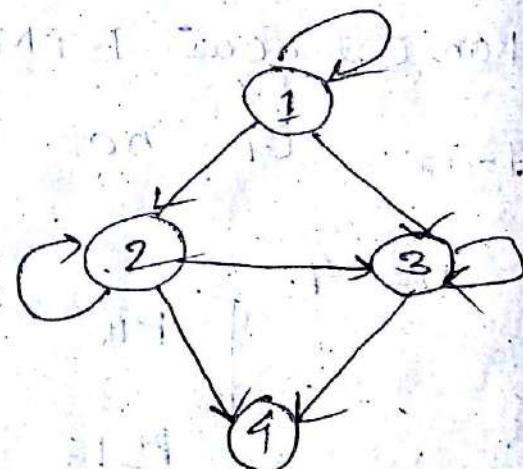
few terms:-

Accessible

communicate

communication class

inreducible



1 নম্বর থেকে 4 নম্বর accessible  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

i, থেকে j র আজ্ঞা যায়, j থেকে i র আজ্ঞা যায় communicate

একটি class র আবহাও আরেকটি class র  
j  $\leftrightarrow$  যত আজ্ঞা যায়

communication class র সকল set এর মধ্যে,

19-09-17  
12th (E) day

22

problems

$$S = \{1, 2, 3\}$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(x_1=1) = P(x_2=2)$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\text{find } P(x_1=3, x_2=2, x_3=1) = ? \quad P(\cancel{x_1=3})$$

Solve:-

We know,

$$P(X(n)) = l_n \dots \times (0) = l_0$$

$$= p_{n-1}, l_n \dots p_0, l_1, \Phi(l_0)$$

Here,

$$P(x_1=3, x_2=2, x_3=1)$$

$$= P(x_1=3) \cdot P_{32} \cdot P_{21}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{12}$$

(Ans!)

$P(x_1=3) \rightarrow$  वर्तमान  
तरफ़ 3 से node 6

एक weight का

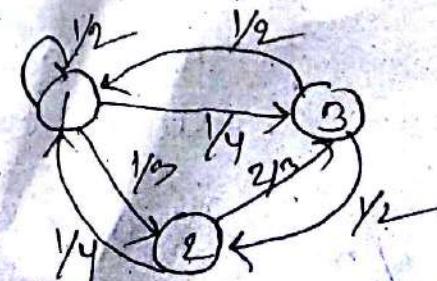
$$P(x_1=3)$$

$$= 1 - \{P(x_1=1) + P(x_1=2)\}$$

$$= 1 - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2}$$

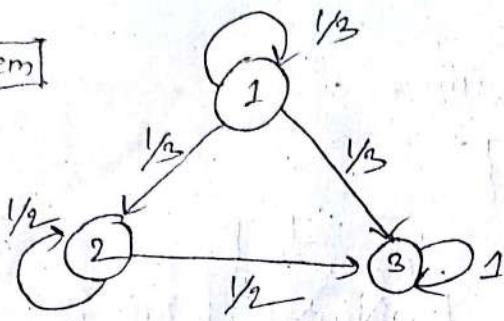
matrix द्वारा transition

diagram,



Q6

Another problem



$$\phi(1) = \phi(2) = \frac{1}{2}$$

$$P(x_1=1) = P(x_2=2) = \frac{1}{2}$$

$$P(x(0)=1, x(1)=2, x(2)=3)$$

$$= P(x(0)=1) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,3}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{12}$$

$$P_{1,2} = \frac{1}{3}$$

$$P_{2,3} = \frac{1}{2}$$

$$P(x(0)=1) =$$

$$= 1 - \{P(x_1) + P(x_2)\}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

23-09-17  
13th (B) day

folder  $\rightarrow$  Neat लाभ के math अर्ट  $\rightarrow$  folder  
ज्ञान math अर्ट 1 (6-8) mark  $\rightarrow$  math लाभ  
 $\rightarrow$  transition diagram के के math slide  $\rightarrow$   
लाभ रखें।

Queuing theory का? एवं Application क्या?  
Density function calculate करा?