Laboratorio 4 - Algoritmia y Complejidad

Alejandro Madrazo

28 de Agosto de 2018

1 Problema

Metodo de Sustitucion

Demuestren que la solucion dada para cada recurrencia es la correcta utilizando el metodo de sustitutcion.

1.T(n) = T(n-1) + n

Respuesta: O(n^2)

Analisis con método de sustitución:

T(n) = T(n-1) + n
T(1) = 1
T(2) = T(2-1) + 2 = T(1) + 2
T(3) = T(3-1) + 3 = T(2) + 3
T(4) = T(4-1) + 4 = T(3) + 4
T(5) = T(5-1) + 5 = T(4) + 5
T(5) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5

Tras este patrón podemos analizar que es la sumatoria de n y sus antecesores.

Por lo tanto podemos decir que:
T(n) = n (n+1)/2
T(n) = (n^2)/2 + (n)/2   Por ley de la distribución.
En conclusión
T(n) = O(n^2)
Lo cual afirma el enunciado 1.

2. T(n) = T(n/2) + 1

Respuesta: O(log n)

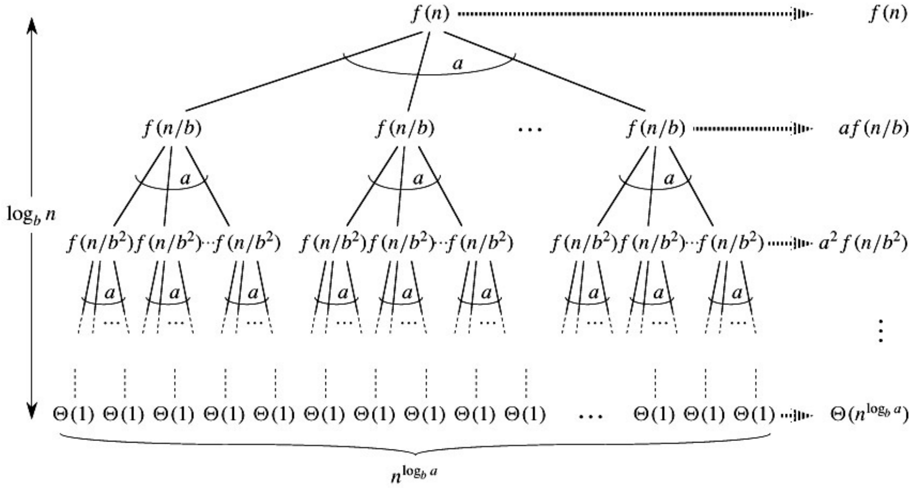
Analisis con método de sustitución:

T(n) = T(n/2) + 1
Si: T(n/2) = T(n/2^2) + 1
Entonces: T(n) = [T(n/2^2) + 1] + 1
Entonces: T(n) = T(n/2^2) + 2
Tomando a k como una constante reflejada en: T(n) = T(n/2^k) + k
Podemos asumir que: n/2^k = 1 y que n = 2^k
Por leyes de los logaritmos deducimos que k = log n
Reemplazando estos hallazgos en la expresión principal:
T(n) = 1 + log n = O(log n) Esto confirma el enunciado 2.

2 Problema

Metodo de Arbol recursivo

Utilicen el metodo de arbol recursivo para encontrar un limite asintotico. Utilicen el metodo de sustitucion para comprobar.
T(n) = 3T(n/2) + n
Partiendo del Master Theorem: **(n)= (n/b) +f(n)**
Tenemos que: a=3, b=2 y f(n) = n
Si utilizamos este método para arboles de recursión.



Tenemos que:

$$O = n^{log_2 3} \tag{1}$$

Comprobando con el método de sustitución:

Si tenemos que: T(n) = 3t(n/2) + n

Asumiendo que n = cn Siendo c una constante y k una constante por cada rrecurencia.

Tenemos:
T(n) <= 3T(n/2)+ cn : k = 1
T(n) <= 9T(n/4)+ 2cn : k = 2
T(n) <= 27T(n/8)+ cn : k = 3 ...
Teniendo como resultado: T(n) <= 3^kT(n/2^k)+ kcn : k = k
Si resolvemos para: n/2^k = 1
Por leyes de los logaritmos tenemos: K = $log_2 n$
Reemplazando en la ecuación tenemos:
T(n) =

$$T(n) = 3^{log_2 3} T(n/2^{log_2 3}) + log_2 3n \tag{2}$$

Por leyes de los logaritmos tenemos:

$$3^{log_2 3} = n^{log_2 3} \tag{3}$$

Simplificando tenemos:

$$O = n^{log_2 3} \tag{4}$$

3 Problema

Metodo Maestro

Encuentren un limite asintotico para cada problema utilizando el metodo maestro.

1. **T(n) = 2T(n/4) + 1**

2. **T(n) = 2T(n/4) + sqrt(n)**

3. **T(n) = 2T(n/4) + n**

4. **T(n) = 2T(n/4) +** n^2

The Master Method

If $T(n) \leq aT\left(\frac{n}{b}\right) + O(n^d)$

then

$$T(n) = \begin{cases} O\left(n^d \log n\right) & \text{if } a = b^d \quad \text{(Case 1)} \\ O(n^d) & \text{if } a < b^d \quad \text{(Case 2)} \\ O(n^{\log_b a}) & \text{if } a > b^d \quad \text{(Case 3)} \end{cases}$$

1) a = 2 ; b = 4; f(n) = 1
Límite: O(n $log_4 2$)

2) a = 2 ; b = 4; f(n) = sqrt(n)
Límite:

$$O(n^{1/2} logn) \tag{5}$$

3) a = 2 ; b = 4; f(n) = n
Límite: O(n)

4) a = 2 ; b = 4; f(n) = n^2
Límite: O(n^2)