1) Argumente si la siguiente afirmación es falsa o verdadera:
"Si usted corre una regresión de y contra x y luego otra regresión de x contra y no existe ningún caso en el que el resultado del coeficiente sea el mismo"

Sean las dos regresiones $Y = \beta_0 + \beta_1 X + u \wedge X = \alpha_0 + \alpha_1 Y + v$

Como se demostró en clase:

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = \sum_{i=1}^{n} (y_i) - \sum_{i=1} \beta_0 - \sum_{i=1} \beta_1 X_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i - n\beta_0 - \beta_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = 0$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1} y_i - \beta_0 - \frac{\beta_1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i = 0$$

$$\bar{y} - \beta_0 - \beta_1 \bar{X} = 0$$

$$\boxed{\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{X}} \longrightarrow \text{Estimador de } \hat{\beta}_0$$

$y = \beta_0 + \beta_1 X + u \quad cov(y, X) = cov(\beta_0 + \beta_1 X + u, X)$

$$\boxed{\hat{\beta}_1 = \frac{cov(y, X)}{Var(X)}} \longrightarrow \text{Estimador de } \hat{\beta}_1$$

Entonces $\hat{\beta}_1 = \dfrac{Cov(Y, X)}{Var(X)} \wedge$ para nuestras dos regresiones

$\hat{\alpha}_1 = \dfrac{Cov(X, Y)}{Var(Y)}$

$Cov(Y, X) = Cov(X, Y)$ propiedades de la covarianza.

Para que los coeficientes sean iguales se necesita que

$$\frac{Cov(Y, X)}{Var(X)} = \frac{Cov(X, Y)}{Var(Y)}$$

$$\frac{\quad}{Var(X)} = \frac{\quad}{Var(Y)}$$

Si $Cov(Y,X) = Cov(X,Y) \neq 0 \longrightarrow \frac{\cancel{Cov(Y,X)}^{1}}{\cancel{Cov(X,Y)}_{1}} = \frac{Var(X)}{Var(Y)}$

luego $\frac{1}{Var(X)} = \frac{1}{Var(Y)}$ ó $Var(X) = Var(Y)$

Entonces la afirmación es FALSA porque dadas las dos regresiones si X y Y tienen la misma varianza $Var(X) = Var(Y)$ entonces las pendientes α_1 y β_1 son iguales.

de otra forma si $Var(X) = Var(Y) \longrightarrow \alpha_1 = \beta_1$ porque

$$\hat{\beta}_1 = \frac{Cov(Y,X)}{Var(X)} \wedge \quad Cov(Y,X) = Cov(X,Y) \text{ propiedades cov.}$$

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{Cov(X,Y)}{Var(Y)}$$