Tarea: Distribuciones de probabilidad

Estimados estudiantes,

Resolver los siguientes

Ejercicios en el formato adjunto y cargar en la tarea correspondiente.

Ejercicios sobre distribuciones de probabilidad

Ejercicio $Binomial$: En el control de calidad de una línea de producción de alimentos procesados, se puede utilizar una variable binomial para modelar el número de productos defectuosos en una muestra. Por ejemplo, si se seleccionan 100 productos al azar y se verifica si cada uno cumple con los estándares de calidad (defectuoso o no defectuoso), la variable aleatoria que representa el número de productos defectuosos sigue una distribución binomial. Los parámetros serían n=20 (número de ensayos) y p=0.05 (probabilidad de éxito que el 5Para esta variable Y calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-6], V[8Y+5], P(Y=80), P(\mu-10 \leqslant Y < \mu+20), P(9 < Y \leqslant \mu+30), P(Y \geqslant \mu+5.5)$ dónde μ es la media(o esperanza) de Y.

Ejercicio $Binomial$: Cinco ingenieras completan de manera independiente bien sus programas diariamnete con probabilidad del 80% de las veces. Sea Y la variable que cuenta el número de ingenieras que culminan sus trabajos diarios perfectamente bien. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma$, $P(Y > 2.2), P(Y < 8.3), P(1 < Y < 3.8)$.

Ejercicio $Exponencial$: En la gestión del mantenimiento de maquinaria agrícola, se puede utilizar una variable exponencial para modelar el tiempo entre fallos. Por ejemplo, si el tiempo medio entre fallos de un tractor es de 1000 horas, la variable aleatoria que representa el tiempo hasta el próximo fallo sigue una distribución exponencial. El parámetro sería $\beta = 1000$ la tasa de fallo (este tiempo medio de fallos puede basarse en muestreos repetidos previos). Para esta variable Y calcule $E[Y], V[Y], E[5Y-6], V[8Y+5], P(Y=80), P(\mu-200 \leqslant Y < \mu+900), P(100 < Y \leqslant \mu+100), P(Y \geqslant \mu+62)$ dónde μ es la media(o esperanza) de Y.

Ejercicio $Exponencial$: Materiales explosivos que se usan en operaciones de minería producen cráteres casi circulares cuando se hacen detonar. Los radios de estos cráteres están distribuidos exponencialmente con media de 10m . Calcule $E[Y], V[Y], \sigma$ y $P(Y < 40.8), P(Y > 20), P(8 < Y \leqslant 10)$.

Ejercicio $Normal$: En la producción agrícola, se puede utilizar una variable normal para modelar la producción total de un cultivo. Por ejemplo, si se sabe que la producción media de maíz en un campo es de 10 toneladas por hectárea con una desviación estándar de 2 toneladas, la variable aleatoria que representa la producción total sigue una distribución normal. Los parámetros serían μ=10 (media) y σ=2 (desviación estándar) (estos parámetros se pueden promediar en muestreo repetido). Para esta variable Y calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-$

$6], V[8Y+5], P(Y=80), P(\mu-20 \leqslant Y < \mu+90), P(10 < Y \leqslant \mu+30), P(Y \geqslant \mu+6)$ dónde μ es la media(o esperanza) de Y.

Ejercicio *Normal* : La calificación de un estudiante en un curso se comporta normal con promedio 78 y desviación 3. Calcule $P(65.2 < Y < 90.4), P(Y < 85), E[Y], V[Y], E[5Y+3]$.

Ejercicio *Poisson* : En la gestión de plagas, se puede utilizar una variable Poisson para modelar el número de plagas en un campo. Por ejemplo, si se sabe que el número medio de plagas en un campo es de 5 por metro cuadrado, la variable aleatoria que representa el número total de plagas sigue una distribución Poisson. El parámetro sería λ=5 (tasa media) (en base a datos históricos es posible llegar al parámetro). Para esta variable Y calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-6], V[8Y+5], P(Y=40), P(\mu-2 \leqslant Y < \mu+9), P(10 < Y \leqslant \mu+25), P(Y \geqslant \mu+6)$ dónde μ es la media(o esperanza) de Y.

Ejercicio *Poisson* : La cantidad de pinos infectados con gorgojos se distribuye de acuerdo con un proceso Poisson con un promedio de 30.5 infecciones por hectárea. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma$, $P(Y > 20.1), P(Y < 80), P(100 < Y < 200)$.

Los siguientes son sobre distribuciones uniformes.
Recuerde que a estas variables se les asigna uniformemente la probabilidad a cada uno de sus valores.
Las asignaciones de masa de probabilidad son
$f(y) = 1/n$ en el caso discreto y
$f(y) = 1/(b-a)$ en el continuo.

Ejercicio: Sea Y uniformemente distribuida con $a = -1.5, b = 3.5$. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-2], V[2Y+3]$ y $P(Y \geqslant 2), P(-2 < Y < 100), P(Y \leqslant 4)$.

Ejercicio: Sea Y discreta y uniformemente distribuida sobre la muestra $y_1 = 3, y_2 = 3.3, y_3 = 3.3, y_4 = 2, y_5 = 4, y_6 = 1.3$. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-2], V[2Y+3]$ y $P(Y < 5.4), P(Y > 2), P(-2 < Y < 10)$.

Ejercicio: Sea Y uniformemente distribuida con $a = 0, b = 13.5$. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-2], V[2Y+3]$ y $P(Y > 2), P(-2 < Y < 10), P(Y < 4)$.

Ejercicio: Sea Y discreta y uniformemente distribuida sobre la muestra $y_1 = 1, y_2 = 3.3, y_3 = 1.3, y_4 = 2, y_5 = 1.4, y_6 = 1.3$. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-2], V[2Y+3]$ y $P(Y < 4.8), P(Y > 2), P(-2 < Y < 10)$.

Ejercicio: Sea Y uniformemente distribuida con $a = -2, b = 8$. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y-2], V[2Y+3]$ y $P(Y > 3.42), P(-2 < Y < 7), P(Y < 4)$.

Ejercicio: Sea Y discreta y uniformemente distribuida sobre la muestra $y_1 = 3.5, y_2 = 3.3, y_3 = 3.3, y_4 = 2.5, y_5 = 4, y_6 = 5.3$. Calcule $E[Y], V[Y], \sigma, E[5Y -$

$2], V[2Y+3]$ y $P(Y<4), P(Y>2), P(-2<Y<10)$.

Ejercicio: Defina msasa de probabilidad.
Defina densidad de probabilidad.
Defina variable aleatoria discreta.
Defina variable aleatoria continua.
Defina función de distribución.

Ejercicio: Defina el proceso de estandarización de una variable normal.