Tarea: Aritmética ordinaria y modular. Inducción.

Estimados estudiantes,

Resolver los siguientes ejercicios en el formato adjunto y cargar en la tarea correspondiente.

Ejercicio: Pruebe que p=13 es primo y luego decifre mediante ElGamal el mensaje cifrado c=22 usando a p y como genrador g=30 y la clave privada de Bob b=900 con la clave pública A=50 de Alice.

Ejercicio: Pruebe que p=1009 es primo y luego cifre mediante ElGamal el mensaje msj=234 usando a p y como generador g=3 y la clave pública de Bob B=9 con la clave privada a=50 de Alice.

Ejercicio: Pruebe que p=911 es primo y luego decifre mediante ElGamal el mensaje cifrado c=22 usando a p y como genrador g=30 y la clave privada de Bob b=900 con la clave pública A=50 de Alice.

Ejercicio: Pruebe que p=23 es primo y luego cifre mediante ElGamal el mensaje m=8001, usando a p y determine un punto G de apoyo sobre la curva $y^2 = 2x^3 - x - 1$, use la clave pública de Bob B=25 con la clave privada a=2 de Alice.

Ejercicio: Pruebe que p=7 es primo y luego cifre mediante ElGamal el mensaje m=2024, usando a p y determine un punto G de apoyo sobre la curva $y^2 = x^3 - 5x - 2$, use la clave pública de Bob B=3 con la clave privada a=3 de Alice.

Ejercicio: Pruebe que p=15,485,863 es primo y luego decifre mediante ElGamal el mensaje c=1 usando a p y determine un punto G de apoyo sobre la curva $y^2 = x^3 - 7$, y use la clave privada de Bob b=2 con la clave pùblica A=2 de Alice.

Ejercicio: Pruebe que p=281 es primo y luego cifre mediante ElGamal el mensaje m=8001, usando a p y determine un punto G de apoyo sobre la curva $y^2 = 2x^3 - x - 3$, use la clave pública de Bob B=2 con la clave privada a=2 de Alice.

Ejercicio: Muestre que $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $16^n - 1$ es múltiplo de 3 para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $n!n^n$ para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $16^n - 1$ no es primo para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $n^2 + n$ no es primo para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que la suma de los ángulos internos de un n-polígono convexo (polígono con n lados para los cuales cada ángulo interior (todos congruentes) es menor que 180 grados) es 180(n-2).

Ejercicio: Mostrar que los números de Fibonacci (definidos por recurrencia $F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) satisfacen la identidad $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1}$. (sugerencia: pruebe que $F_m F_n + F_{m+1} F_{n+1} = F_{m+n+1}$, y use n=m).

Ejercicio: Muestre que $49^n - 1$ es compuesto para todo natural n (sugerencia: use que $7^n - 1$ es siempre divisible por 6).

Ejercicio: Considere la relación de recurrencia, $a_n = 2a_{n-1} + 8a_{n-2}$, con términos iniciales $a_0 = 1$ y $a_1 = 3$. Resuelva la relación de recurrencia. Es decir, encuentre una fórmula cerrada para el n-ésimo término de la secuencia.