1 Tarea: Aritmética e Inducción.

Estimados estudiantes,
Resolver los siguientes ejercicios en el formato adjunto y cargar en la tarea correspondiente.

1.1 Inducción

Ejercicio: Muestre que $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $16^n - 1$ es múltiplo de 3 para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $(7n)! \leqslant (6n)^{(6n)}$ para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ para todo natural n.

Ejercicio: Determine si $\sum_{i=1}^{n}(8i)^3 = 2^7 n^2(n+1)^2$ para todo natural n.

Ejercicio: Muestre que $n^2 + n$ no es primo para todo natural n.

Ejercicio: Mostrar que los números de Fibonacci (definidos por recurrencia $F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) satisfacen la identidad $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1}$. (sugerencia: pruebe que $F_m F_n + F_{m+1}F_{n+1} = F_{m+n+1}$, y use n=m).

Ejercicio: Muestre que $F_n = ((((1+\sqrt{5})/2)^n) - (((1-\sqrt{5})/2)^n))/\sqrt{5}$.

Ejercicio: Muestre que $49^n - 1$ es compuesto para todo natural n (sugerencia: use que $7^n - 1$ es siempre divisible por 6).

Ejercicio: Verifique por inducción que dado un conjunto X finito, entonces para todo subconjunto A de X se cumple $|\bar{A}| = |X| - |A|$

Ejercicio: Verifique por inducción que dado un conjunto A finito de numeros reales, entonces existe otro conjunto B de numeros reales tal que en B=A pero los elementos de A están en orden creciente $a_1 \leqslant a_2 \leqslant ...a_{|A|}$ dentro de B.

Ejercicio: Calcule el número de subconjuntos con 3 elementos que tiene un conjunto X de n elementos. (Por ejemplo, si n es menor que 3 no tiene subconjuntos de esa longitud, si n=3 existe un sólo subconjunto de esa longitud (el mismo), ya con n=4 existen 4 de esos subconjuntos, inferir que pasa con n subsecuentes ...).

Ejercicio: Considere la relación de recurrencia, $a_n = 2a_{n-1} + 8a_{n-2}$, con términos iniciales $a_0 = 1$ y $a_1 = 3$. Resuelva la relación de recurrencia. Es decir, encuentre una fórmula cerrada para el n-ésimo término de la secuencia.

Ejercicio: Resolver la recurrencia $a_n = 7a_{n-1} + 5n$

Ejercicio: Resolver la recurrencia $a_n = 6a_{n-1} - 8a_n$

Ejercicio: Resolver la recurrencia $a_n = 3a_{n-1} + 3^n$

.

.