Tarea: Conjuntos y su operatoria. Divisibilidad.

Estimados estudiantes,

Resolver los siguientes ejercicios en el formato adjunto y cargar en la tarea correspondiente.

1 Ejercicios sobre conjuntos

Ejercicio: Sean $A = \{1, 4, 7, 9\}$ y $B = \{1, 3, 7, 10\}$. Encuentre cada uno de los siguientes conjuntos.

(a) $A \cup B$. (b) $A \cup B \cup B$. (c) $A \cup \{0\}$.

Ejercicio: Encuentre los cardinales siguientes subconjuntos de enteros:

(a) $|A|$ cuando $A = \{4, 5, 6, \ldots, 37\}$. (b) $|A|$ cuando $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 100\}$. (c) $|A \cup B|$ cuando $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 20\}$ y $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ es primo}\}$.

Ejercicio: Considere los conjuntos X y Y, donde $X = \{3, |Y|\}$ y $Y = \{1, |X|, |Y|\}$. ¿Cuáles son los conjuntos?

Ejercicio: Explique por qué no hay un conjunto M que satisfaga $M = \{2, |M|\}$.

Ejercicio: Dados los conjuntos A, B y C que satisfacen lo siguiente calcule todas las uniones de dos de ellos que existen y todas las intersecciones de dos de ellos que existen.

$A = \{2, |B|, \pi\}$, $B = \{2, 1, |A|, -10\}$, $C = \{1, |A|, |B|\}$

Ejercicio: Sea $X = \{n \in \mathbb{N} \mid 8 \leq n \leq 20\}$. Encuentre ejemplos de conjuntos con las propiedades siguientes y explica brevemente por qué tus ejemplos funcionan.

(a) Un conjunto $A \subseteq \mathbb{N}$ con $|A| = 10$ tal que $X - A = \{10, 12, 14\}$. (b) Un conjunto $B \in \mathcal{P}(X)$ con $|B| = 6$. (c) Un conjunto $C \subseteq \mathcal{P}(X)$ con $|C| = 3$. (d) Un conjunto $D \subseteq X \times X$ con $|D| = 5$. (d) Un conjunto $E \subseteq X$ tal que $|E| \in E$.

2 Divisibilidad y residuos

Recuerde que $a =_n b$ significa $n|a - b$ y que sus clases quedan $\bar{a} = \bar{b}$.

Adicionalmente recordemos que por el algoritmo de división los residuos nos dan los "representantes de las clases" $\bar{0}, ..., \overline{n-1}$ para $\mathbb{Z}_n$, es decir, basta calcular el residuo de $a \mod n$ para tener el representante de a, formalmente $\bar{a} = \overline{nq + r} = \bar{r}$ donde el residuo siempre satisface $0 \leqslant r < n$. La clase de a denotada por $\bar{a}$ es el conjunto $\{b \in \mathbb{Z} : b =_n a\} = \{b : b = nc + a\}$

Ejercicio: Encuentre el representante de $\bar{x}$ en $\mathbb{Z}_n$, cuando $x = 39, n = 9$.

Ejercicio: Encuentre el representante de $\bar{x}$ en $\mathbb{Z}_n$, cuando $x = 232, n = 49$.

Ejercicio: Encuentre el representante de $\bar{x}$ en $\mathbb{Z}_n$, cuando $x = 68, n = 23$.

3 Ejercicios sobre divisibilidad, primalidad y mcd(.,.)

Calcular el mcd(a,b) de las parejas de enteros dadas
$a = 91$
$b = 2$
$a = -232$
$b = 16$
$a = 1000$
$b = 24$

Determinar si los siguientes n[umeros son primos con el criterio de la raíz
$a = 91$
$a = -2$
$a = 883$
$a = 1603$
$a = 857$
$a = 677$