

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА «ЛІНІЙНА АЛГЕБРА»

Завдання 1. Обчислити визначники: **а)** за правилом трикутників (правилом Саррюса); **б)** за правилом дописування стовпців (або рядків); **в)** розкладаючи за елементами першого рядка (стовпця); **г)** отримавши два нулі в будь-якому рядку (стовпці) та розклавши за елементами цього рядка (стовпця).

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -5 & -8 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 5 & -3 & 11 \\ 2 & -9 & 9 \\ 1 & -4 & -12 \end{vmatrix}$$

$$11. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \\ 3 & 9 & 27 \end{vmatrix}$$

$$12. \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 5 & 9 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$14. \begin{vmatrix} 1 & 9 & 8 \\ -7 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & -11 \end{vmatrix}$$

$$15. \begin{vmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 9 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$17. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$18. \begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$19. \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$20. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix}$$

$$21. \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 3 & 23 \end{vmatrix}$$

$$22. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 54 \end{vmatrix}$$

$$23. \begin{vmatrix} 1 & 9 & 8 \\ -7 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & -11 \end{vmatrix}$$

$$24. \begin{vmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 9 \end{vmatrix}$$

$$25. \begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$26. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$27. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$28. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$29. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -5 & -8 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$30. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

Завдання 2. Обчислити значення виразу (матрицю C), де A і B – задані матриці, та знайти матрицю C^{-1} , обернену до результату (зробити перевірку $C^{-1}C = CC^{-1} = E$):

$$1. C = AB - 3B^2 + 5BA,$$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 20 \\ -4 & -9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$3. C = A^3 + AB - 7BA + 3E,$$

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$5. C = 7B^3 - AB + 2(A+B),$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$2. C = 2E + BA - 4B^2$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$4. C = B^2 - 3BA + 2E + 4A,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6. C = A^2 - AB + 3A - 2(BA - E),$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$7. C=B^2+4(A-B)+AB-2E,$$

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$9. C=B^2-2AB+3(A-B-E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$11. C=3A-4BA+A^2-B-3E,$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$13. C=B^2+3(A-B)-2BA,$$

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$15. C=B^2-A^2-3(A+B+2E)+AB,$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$17. C=2AB-A^2+3(B-A+2E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$19. C=AB+2(A+B)-3E,$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -7 & -4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$21. C=B^2-3AB+2(A-B-E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$23. C=10B^3-AB+3(A+B),$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$25. C=AB-4B^2+10BA,$$

$$A=\begin{pmatrix} 9 & 20 \\ -4 & -9 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$27. C=3AB-2A^2+2(B-A+2E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$29. C=B^2-5BA+6E+3A,$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8. C=A^2-5(A-E)+BA+3AB,$$

$$A=\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$10. C=A^2-4(BA-E)+5(A+B),$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$12. C=A^2-2AB+3(B-A+2E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14. C=7B-A^2+2AB-A,$$

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$16. C=3(B-A)+2AB-(A+2E)^2,$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$18. C=B+3AB-7A^2+4(A-E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$20. C=A^2+3(A-B)+BA+2E,$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$22. C=A^2-2(BA-E)+4(A+B),$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$24. C=A^2-AB+5A-4(BA-E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$26. C=4E+6BA-7B^2,$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$28. C=B+3AB-6A^2+4(A-E),$$

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$30. C=10B^3-7AB+8(A+B),$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Завдання 3. Розв'язати систему рівнянь (виконати перевірку отриманого розв'язку): **а)** за формулами Крамера; **б)** матричним методом (за допомогою оберненої матриці); **в)** за методом Гауса.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 6x_3 = 2, \\ -3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5; \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -5, \\ 10x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 3; \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 5x_3 = -5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 10x_3 = 0; \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7; \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 11; \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 + x_3 = -2; \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0, \\ -3x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 4, \\ 9x_2 - 5x_3 = 4; \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 3, \\ 2x_2 - x_3 = -8; \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 = -5; \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = -5, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 3, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = 0; \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + 8x_2 - x_3 = 2; \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 15, \\ -4x_2 + 7x_3 = 10, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4; \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = -7, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2; \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 13; \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 2; \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3; \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 - 5x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 5; \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4, \\ 5x_1 - 7x_2 + 8x_3 = -7; \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -1, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 15, \\ x_1 - 5x_3 = -2. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 6x_3 = 2, \\ -3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5; \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -5, \\ 10x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 3; \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 5x_3 = -5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 10x_3 = 0; \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7; \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 11; \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 + x_3 = -2; \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0, \\ -3x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 4, \\ 9x_2 - 5x_3 = 4; \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 3, \\ 2x_2 - x_3 = -8; \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 = -5; \end{cases}$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння, якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. а) $DAX=2B-C$; б) $BXC=A+D$.
2. а) $ADX=B-3C$; б) $CXB^{-1}=D-A$.
3. а) $BCX=2D+A$; б) $DXA=B-C$.
4. а) $CBX=2A-3D$; б) $CXD^{-1}=A+B$.
5. а) $ABX=C-D$; б) $AXB=C-2D$.
6. а) $BAX=D+2C$; б) $B^{-1}XA=3C+D$.
7. а) $ACX=D-C$; б) $BXD=A-C$.
8. а) $CAX=2D+C$; б) $D^{-1}XB=2A+C$.
9. а) $BDX=A+3C$; б) $AXC=D-C$.
10. а) $DBX=C-2A$; б) $CXA^{-1}=2B+D$.
11. а) $CDX=A+B$; б) $AXD=2C-B$.
12. а) $DCX=B-2A$; б) $D^{-1}XC=A-3B$.
13. а) $ADX=C-B$; б) $BXC=D+2A$.
14. а) $BCX=D+2A$; б) $AXB^{-1}=C+2D$.
15. а) $XDA=C-2B$; б) $CXB=2D+A$.
16. а) $XDA=3C-B$; б) $BXC^{-1}=2A+D$.
17. а) $XBC=A+2D$; б) $CXD=A-B$.
18. а) $XCB=3D-2A$; б) $DXA^{-1}=B+C$.
19. а) $XAB=D-C$; б) $BXA=2C+D$.
20. а) $XBA=2C+D$; б) $A^{-1}XB=D-C$.
21. а) $XAC=B+D$; б) $DXB=A-2C$.
22. а) $XCA=D-2B$; б) $BXD^{-1}=2A+C$.
23. а) $XBD=A+C$; б) $CXA=B-2D$.
24. а) $XDB=C-3A$; б) $AXC^{-1}=D+2B$.
25. а) $XAD=B-2C$; б) $DXC=A+B$.
26. а) $XBC=2A-D$; б) $A^{-1}XB=C-D$.
27. а) $DAX=2B-C$; б) $BXC=A+D$.
28. а) $ADX=B-3C$; б) $CXB^{-1}=D-A$.
29. а) $BCX=2D+A$; б) $DXA=B-C$.
30. а) $CBX=2A-3D$; б) $CXD^{-1}=A+B$.

Завдання 5. Дослідити на сумісність та знайти загальний розв'язок системи лінійних рівнянь.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 24x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 + x_6 = 1. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_2 + x_3 + x_4 = -8, \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 = 3, \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 28, \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 43, \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 58, \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 69. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = 1. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 5x_5 = 2, \\ 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = -1. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1, \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 24x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 28, \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 43, \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 58, \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 69. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = 1. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 + x_6 = 1. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 5x_5 = 2, \\ 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = -1. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_2 + x_3 + x_4 = -8, \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1, \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$