Лінайна алгебра і аналітична геометрія
Розрахункова робота №1

Божко Роман Вячеславович, ТР-02

28 жовтня 2020 р.

0.1 Завдання №1

$$
\begin{gathered}
1) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 2*(-1)*16 + -(5*1*(-1)+3*2*10) = -87 \\
2) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{matrix} = 2*(-1)*16 + -(5*1*(-1)+3*2*10) = -87 \\
3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 2*\begin{vmatrix} -1 & 10 \\ 3 & 16 \end{vmatrix} - 0*\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 3 & 16 \end{vmatrix} + 1*\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} = 2*(-46)+5 = -87 \\
4) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{vmatrix} \overset{(1)}{=} \begin{vmatrix} 0 & -6 & -27 \\ 0 & -1 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 1*\begin{vmatrix} -6 & -27 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} = -60-27 = -87
\end{gathered} \tag{1}
$$

В кроці (1) від першого рядка був віднятий 3-й рядок помножений на 2.

0.2 Завдання №2

$$
\begin{gathered}
C = A^3 + AB - 7BA + 3E, A = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\
A^3 = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \\
AB = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -59 & -27 \\ 24 & 11 \end{pmatrix} \\
BA = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -29 & -69 \\ -8 & -19 \end{pmatrix} \\
C = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -59 & -27 \\ 24 & 11 \end{pmatrix} - 7*\begin{pmatrix} -29 & -69 \\ -8 & -19 \end{pmatrix} + 3*\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 142 & 444 \\ 82 & 152 \end{pmatrix} \\
C^{-1} = \frac{1}{|C|}\begin{pmatrix} 152 & -82 \\ -444 & 142 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{-14824}\begin{pmatrix} 152 & -82 \\ -444 & 142 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{-7412}\begin{pmatrix} 76 & -222 \\ -41 & 71 \end{pmatrix} \\
E = C^{-1}C = \frac{1}{-3706}\begin{pmatrix} 76 & -222 \\ -41 & 71 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 71 & 222 \\ 41 & 76 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{gathered} \tag{2}
$$

0.3 Завдання №3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 6x_1 - \ \ x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases} \rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -5 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$1)|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -5 \\ 6 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -79, |A_1| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 5 & -2 & -5 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -79, |A_2| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & -5 \\ 6 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -158,$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 6 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 79, x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = 1, x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = 2, x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} = -1$$

$$2)AX = B, X = A^{-1}B = \frac{1}{-79} \begin{pmatrix} -11 & -8 & -6 \\ -42 & -9 & 13 \\ 8 & 13 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3)\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & -5 & 5 \\ 6 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \overset{(1)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -10 & -13 & -7 \\ 0 & -13 & -9 & -17 \end{pmatrix} \overset{(2)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -10 & -13 & -7 \\ 0 & 0 & -79 & -79 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + \ \ 2x_2 + \ \ 2x_3 = 3 \\ \quad - 10x_2 - 13x_3 = -7 \\ \qquad\qquad 79x_3 = -79 \end{cases} \rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1$$

$$\text{Перевірка}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -5 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

В кроці (1) від 2-го рядочка було віднято перший помноженний на 4, від 3-го рядочка було віднятий перший помноженний на 6. В кроці (2) від 3-го рядочка помноженного на 10 було віднято другий помноженний на 13.

0.4 Завдання №4

$$\lim_{x\to-1} \frac{\left(x^2+3x+2\right)^2}{x^3+2x^2-x-2} = [\frac{0}{0}] = \lim_{x\to-1} \frac{\left((x+1)(x+2)\right)^2}{(x+1)(x^2+x-2)} \overset{(1)}{=} \lim_{x\to-1} \frac{(x+1)^2(x+2)^2}{(x+1)(x^2+x-2)} =$$
$$\lim_{x\to-1} \frac{(x+1)(x+2)^2}{x^2+x-2} = \lim_{x\to-1} \frac{(x+1)(x+2)^2}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x\to-1} \frac{(x+1)(x+2)}{x-1} = \frac{0*1}{-2} = 0 \tag{4}$$

В кроці (1) відкриваємо дужки, підносячи кожен член до квадрата.

0.5 Завдання №5

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7 \end{cases} \quad \to \tilde{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 9 & 1 & 4 & -5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & 6 & -1 & 7 \end{pmatrix} \overset{(1)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 9 & 1 & 4 & -5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & 6 & -1 & 7 \end{pmatrix} \overset{(2)}{\sim} \tag{5}$$

В кроці (**??**) вираз був домножений на спряжений.