Типовий розрахунок №1. „ГРАНИЦІ”

Завдання 1. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-n)^4-(2-n)^4}{(1-n)^4-(1+n)^4}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-n)^4-(2-n)^4}{(1-n)^3-(1+n)^3}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1-n)^4-(1+n)^4}{(1+n)^3-(1-n)^3}$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(6-n)^2-(6+n)^2}{(6+n)^2-(1-n)^2}$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n+1)^2}{(n-1)^3-(n+1)^3}$.

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$.

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-4n)^2}{(n-3)^3-(n+3)^3}$.

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-n)^3}{(n+1)^2-(n+1)^3}$.

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2+(n-1)^2-(n+2)^3}{(4-n)^3}$.

11. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2(n+1)^3-(n-2)^3}{n^2+2n-3}$.

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3+(n+2)^3}{(n+4)^3+(n+5)^3}$.

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+3)^3+(n+4)^3}{(n+3)^4-(n+4)^4}$.

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$.

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n^3-2n}{(n+1)^4-(n-1)^4}$.

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+6)^3-(n+1)^3}{(2n+3)^2+(n+4)^2}$.

17. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n-3)^3-(n+5)^3}{(3n-1)^3+(2n+3)^3}$.

18. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+10)^2+(3n+1)^2}{(n+6)^3-(n+1)^3}$.

19. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^3+(3n+2)^3}{(2n+3)^3-(n-7)^3}$.

20. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+7)^3-(n+2)^3}{(3n+2)^2+(4n+1)^2}$.

21. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^3-(2n+3)^3}{(2n+1)^2+(2n+3)^2}$.

22. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-(n-1)^3}{(n+1)^4-n^4}$.

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^4-(n-2)^4}{(n+5)^2+(n-5)^2}$.

24. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$.

25. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2-(n-1)^2}$.

26. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$.

27. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^3+(n-2)^3}{n^4+2n^2-1}$.

28. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3-3n}$.

29. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3+1}$.

30. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2-(n-2)^2}{(n+3)^2}$.

31. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^2-(n+1)^2}{n^2+n+1}$.

Завдання 2. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2-1}\right)$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n(n-2)}-\sqrt{n^2-3}\right)$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt[3]{n^3-5}\right)n\sqrt{n}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{(n^2+1)(n^2-4)}-\sqrt{n^4-9}\right]$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^5-8}-n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}}$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-3n+2}-n\right)$.

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\sqrt[3]{4-n^3}\right)$.

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{n(n+2)}-\sqrt{n^2-2n+3}\right]$.

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{(n+2)(n+1)}-\sqrt{(n-1)(n+3)}\right]$.

10. $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{n(n^4-1)}-\sqrt{n^5-8}\right)$.

11. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt[3]{5+8n^3}-2n\right)$.

12. $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt[3]{5+n^3}-\sqrt[3]{3+n^3}\right)$.

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt[3]{(n+2)^2}-\sqrt[3]{(n-3)^2}\right]$.

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{(n+1)^3}-\sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$.

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+3n-2}-\sqrt{n^2-3}\right)$.

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\ \left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)$.

17. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n(n^5+9)}-\sqrt{(n^4-1)(n^2+5)}}{n}$.

18. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n\ (n+5)}-n\right)$.

19. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^3+8}\left(\sqrt{n^3+2}-\sqrt{n^3-1}\right)$.

20. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{(n^3+1)(n^2+3)}-\sqrt{n(n^4+2)}}{2\sqrt{n}}$.

21. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{\left(n^2+1\right)\left(n^2+2\right)}-\sqrt{\left(n^2-1\right)\left(n^2-2\right)}\right]$.

22. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{\left(n^5+1\right)\left(n^2-1\right)}-n\sqrt{n\left(n^4+1\right)}}{n}$.

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{\left(n^4+1\right)\left(n^2-1\right)}-\sqrt{n^6-1}}{n}$.

24. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n-\sqrt{n\ (n-1)}\right]$.

25. $\lim\limits_{n\to\infty}n^3\left(\sqrt[3]{n^2\left(n^6+4\right)}-\sqrt[3]{\left(n^8-1\right)}\right)$.

26. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\sqrt{n}\ -\sqrt{n\ (n+1)(n+2)}\right]$.

27. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{n}\left(\sqrt[3]{n^2}-\sqrt[3]{n(n-1)}\right)$.

28. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n\ +2}\left(\sqrt{n+3}-\sqrt{n-4}\right)$.

29. $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^4+3}-\sqrt{n^4-2}\right)$.

30. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n(n+1)(n+2)}\left(\sqrt{n^3-3}-\sqrt{n^3-2}\right)$.

31. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{\left(n^2+5\right)\left(n^4+2\right)}-\sqrt{n^6-3n^3+5}}{n}$.

Завдання 3. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right)^n$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+3}{2n+1}\right)^{n+1}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-1}{n^2}\right)^{n^4}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-1}{n+3}\right)^{n+2}$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+2}{2n^2+1}\right)^{n^2}$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1}\right)^{-n+1}$.

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1}\right)^{n/2}$.

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$.

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n-7}{6n+4}\right)^{3n+2}$.

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+4n-1}{3n^2+2n+7}\right)^{2n+5}$.

11. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+1}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$.

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+5n+7}{2n^2+5n+3}\right)^{n}$.

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$.

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2+3n-1}{5n^2+3n+3}\right)^{n^2}$.

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+1}{3n-1}\right)^{2n+3}$.

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1}\right)^{-n^2}$.

17. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$.

18. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3+1}{n^3-1}\right)^{2n-n^3}$.

19. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+21n-7}{2n^2+18n+9}\right)^{2n+1}$.

20. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n-3}{10n-1}\right)^{5n}$.

21. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2-5n}{3n^2-5n+7}\right)^{n+1}$.

22. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2}$.

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-6n+5}{n^2-5n+5}\right)^{3n+2}$.

24. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+4}{n+2}\right)^{n}$.

25. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n^2+18n-15}{7n^2+11n+15}\right)^{n+2}$.

26. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-1}{2n+1}\right)^{n+1}$.

27. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3+n+1}{n^3+2}\right)^{2n^2}$.

28. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{13n+3}{13n-10}\right)^{n-3}$.

29. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+2n+3}{2n^2+2n+1}\right)^{3n^2-7}$.

30. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+5}{n-7}\right)^{n/6+1}$.

31. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n^2+4n-1}{4n^2+2n+3}\right)^{1-2n}$.

Завдання 4. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\left(x^3 - 2x - 1\right)\left(x + 1\right)}{x^4 + 4x^2 - 5}$.

2. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$.

3. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\left(x^2 + 3x + 2\right)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

4. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\left(2x^2 - x - 1\right)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

5. $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{\left(x^2 + 2x - 3\right)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.

6. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\left(x^3 - 2x - 1\right)^2}{x^4 + 2x + 1}$.

7. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(1 + x\right)^3 - (1 + 3x)}{x + x^5}$.

8. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$.

9. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$.

10. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$.

11. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

12. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

13. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$.

14. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$.

15. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$.

16. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$.

17. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$.

18. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$.

19. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$.

20. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$.

21. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$.

22. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

23. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$.

24. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

25. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

26. $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.

27. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$.

28. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x^2 + x^5}$.

29. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

30. $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^3+7x^2+15x+9}{x^3+8x^2+21x+18}$.

31. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$.

Завдання 5. Обчислити границі.

1 $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

2. $\lim\limits_{x \to -8} \dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$.

3 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4 $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$.

5 $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$.

6 $\lim\limits_{x \to 16} \dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$.

7 $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.

8 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}$.

9 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2}$.

10 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$.

11 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}}$.

12 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$.

13 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}$.

14 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$.

15 $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}}$.

16 $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x+2}$.

17 $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt[3]{16x}-4}{\sqrt{4+x}-\sqrt{2x}}$.

18 $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x^2}-4}$.

19 $\lim\limits_{x \to 1/2} \dfrac{\sqrt[3]{x/4}-1/2}{\sqrt{1/2+x}-\sqrt{2x}}$.

20 $\lim\limits_{x \to 1/3} \dfrac{\sqrt[3]{x/9}-1/3}{\sqrt{1/3+x}-\sqrt{2x}}$.

21 $\lim\limits_{x \to 1/4} \dfrac{\sqrt[3]{x/16}-1/4}{\sqrt{1/4+x}-\sqrt{2x}}$.

22 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$.

23 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[5]{x}}$.

24 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+3x-x^2}-2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$.

25 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1-2x+3x^2}-(1+x)}{\sqrt[3]{x}}$.

26 $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.

27 $\lim\limits_{x \to 16} \dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x}-4)^2}}$.

28 $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{\sqrt[3]{x^3+8}}$.

29 $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x^2-16}}$.

30 $\lim\limits_{x \to -8} \dfrac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}$.

31 $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}}$.

Завдання 6. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$.

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$.

3 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x}$.

4 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$.

5 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}$.

6 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x}{\operatorname{tg}[2\pi(x+1/2)]}$.

7 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos^3 x}{4x^2}$.

8 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$.

9 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2^x-1}{\ln(1+2x)}$.

10 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arctg\,2x}{\sin(2\pi(x+10))}$.

11 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}$.

12 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(x+5\pi/2)tgx}{\arcsin 2x^2}$.

13 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{9\ln(1-2x)}{4arctg\,3x}$.

14 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\sqrt{3x+1}}{\cos[\pi(x+1)/2]}$.

15 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 7x}{x^2+\pi x}$.

16 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{4+x}-2}{3arctgx}$.

17 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2\sin[\pi(x+1)]}{\ln(1+2x)}$.

18 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos 2x - \cos x}{1-\cos x}$.

19 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sin[\pi(x+2)]}$.

20 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin[5(x+\pi)]}{e^{3x}-1}$.

11.21 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x\sin x}$.

22 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\arcsin 2x}{2^{-3x}-1}\ln 2$.

23 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{4x}-1}{\sin(\pi(x/2+1))}$.

24 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{(e^{3x}-1)^2}$.

25 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^2 x - tg^2 x}{x^4}$.

26 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}$.

27 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tgx - \sin x}{x(1-\cos 2x)}$.

28 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{1-\sqrt{x^2+1}}$.

29 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}$.

30 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2(e^{\pi x}-1)}{3(\sqrt[3]{1+x}-1)}$.

31 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x\sin x}{1-\cos x}$.

Завдання 7. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-1}{\ln x}$.

2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}$.

3 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$.

4 $\lim\limits_{x \to \pi/4} \dfrac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$.

5 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1+\cos \pi x}{\mathrm{tg}^2 \pi x}$.

6 $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{\mathrm{tg}3x}{\mathrm{tg}x}$.

7 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin^2 x - \mathrm{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}$.

8 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\mathrm{tg}\pi x}$.

9 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$.

10 $\lim\limits_{x \to 2\pi} \dfrac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}$.

11 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$.

12 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$.

13 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin \pi x}$.

14 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{x^2-\pi^2}{\sin x}$.

15 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3^{5x-3}-3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$.

16 $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{2^x-16}{\sin \pi x}$.

17 $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2)\cos x}$.

18 $\lim\limits_{x \to \pi/4} \dfrac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$.

19 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{e^{\pi}-e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$.

20 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x}$.

21 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{1-2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x}-\sqrt{3x^2-5x+2})}$.

22 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$.

23 $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$.

24 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{1-\sin(x/2)}{\pi - x}$.

25 $\lim\limits_{x \to \pi/3} \dfrac{1-2\cos x}{\pi - 3x}$.

26 $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\operatorname{arctg}(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$.

27 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-x^2}{\sin \pi x}$.

28 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\cos(\pi x/2)}{1-\sqrt{x}}$.

29 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$.

30 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$.

31 $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.

Завдання 8. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{7^{2x}-5^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}$.

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x}-e^{-2x}}{2\arcsin x - \sin x}$.

3. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}$.

4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{5x}-e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}$.

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{2x} - 5^{3x}}{\operatorname{arctg} x + x^3}$.

6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - e^{3x}}{\operatorname{arctg} x - x^2}$.

7. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{5x} - 2^{x}}{x - \sin 9x}$.

8. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{4x} - e^{-2x}}{2\operatorname{arctg} x - \sin x}$.

9. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{12^{x} - 5^{-3x}}{2\arcsin x - x}$.

10. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}$.

11. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{5x} - 2^{7x}}{\arcsin 2x - x}$.

12. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{5x} - e^{x}}{\arcsin x + x^3}$.

13. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4^{x} - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x - x}$.

14. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x}$.

15. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{10^{2x} - 7^{-x}}{2\operatorname{tg} x - \operatorname{arctg} x}$.

16. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - e^{x}}{\sin 3x - \sin 5x}$.

17. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3}$.

18. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{4x} - e^{2x}}{2\operatorname{tg} x - \sin x}$.

19. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{2x} - 7^{x}}{\arcsin 3x - 5x}$.

20. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - e^{-5x}}{2\sin x - \operatorname{tg} x}$.

21. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - \operatorname{tg} x^3}$.

22. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}$.

23. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{5^{2x} - 2^{3x}}{\sin x + \sin x^2}$.

24. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x} - e^{3x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}$.

25. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{9^{x} - 2^{3x}}{\operatorname{arctg} 2x - 7x}$.

26. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x} - e^{-2x}}{x + \sin x^2}$.

27. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{5x} - 2^{-7x}}{2x - \operatorname{tg} x}$.

28. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - e^{x}}{\sin 2x - \sin x}$.

29. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - e^{x}}{x + \operatorname{tg} x^2}$.

30. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2^{3x} - 3^{2x}}{x + \arcsin x^3}$.

31. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$.

Завдання 9. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x} + e^{-x} - 2}{\sin^{2} x}$.

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 + x\sin x \ - \cos 2x}{\sin^{2} x}$.

3. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^{3} + 1}{\sin(x+1)}$.

4. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{\mathrm{tg}x - \mathrm{tg}a}{\ln x - \ln a}$.

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+\mathrm{tg}x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^{3}}$.

6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}$.

7. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x\sin x} - 1}{e^{x^{2}} - 1}$.

8. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^{2}\left(e^{x} - e^{-x}\right)}{e^{x^{3}+1} - e}$.

9. $\lim\limits_{x \to \pi/3} \dfrac{1 - 2\cos x}{\sin(\pi - 3x)}$.

10. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 - x^{2}}{\sin \pi x}$.

11. $\lim\limits_{x \to \pi/4} \dfrac{\sin x - \cos x}{\ln \mathrm{tg}x}$.

12. $\lim\limits_{x \to b} \dfrac{a^{x} - a^{b}}{x - b}$.

13. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 2x + \mathrm{tg}^{2} x}{x \sin 3x}$.

14. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x - 2\sin x}{x \ln \cos 5x}$.

15. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\ln\left(x+h\right) + \ln\left(x-h\right) - 2\ln x}{h^{2}}$, $x > 0$.

16. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 - x}{\log_{2} x}$.

17. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\mathrm{tg}x}$.

18. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2^{x} - 2}{\ln x}$.

19. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\sin\left(x+h\right) - \sin\left(x-h\right)}{h}$.

20. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}$.

21. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^{x}}{h^{2}}$.

22. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos\sqrt{x}}$.

23. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x}$.

24. $\lim\limits_{x \to \pi/6} \dfrac{2\sin^{2} x + \sin x - 1}{2\sin^{2} x - 3\sin x + 1}$.

25. $\lim\limits_{x \to 10} \dfrac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9} - 1}$.

26. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{x+1} - 3}{\ln\left(1 + x\sqrt{1 + xe^{x}}\right)}$.

27. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$.

28. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin bx - \sin ax}{\ln\left(\operatorname{tg}\left(\pi/4 + ax\right)\right)}$.

29. $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$.

30. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$.

31. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{e^x - e}{\sin\left(\mathrm{x}^2 - 1\right)}$.

Завдання 10. Обчислити границі.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$.

2. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{2 + x}{3 - x} \right)^{x}$.

3. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\sin 4x}{x} \right)^{2/(x+2)}$.

4. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{e^{3x} - 1}{x} \right)^{\cos^2\left(\pi/4 + x\right)}$.

5. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\cos x\right)^{x+3}$.

6. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x^2 + 4}{x + 2} \right)^{x^2+3}$.

7. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\ln\left(1 + x\right)}{6x} \right)^{x/(x+2)}$.

8. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg} 4x}{x} \right)^{2+x}$.

9. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{e^{x^3} - 1}{x^2} \right)^{(8x+3)/(1+x)}$.

10. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x + 2}{x + 4} \right)^{\cos x}$.

11. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\sin 6x}{2x} \right)^{2+x}$.

12. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{e^{x^2} - 1}{x^2} \right)^{6/(1+x)}$.

13. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\sin 2x}{\sin 3x} \right)^{x^2}$.

14. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\operatorname{tg}\left(x + \dfrac{\pi}{3} \right) \right)^{x+2}$.

15. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x^3 + 8}{3x^2 + 10} \right)^{x+2}$.

16. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\sin\left(x + 2\right)\right)^{3/(3+x)}$.

17. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{2^{2x}-1}{x}\right)^{x+1}$.

18. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{x^4+5}{x+10}\right)^{4/(x+2)}$.

19. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{11x+8}{12x+1}\right)^{\cos^2 x}$.

20. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{x^3+1}{x^3+8}\right)^{2/(x+1)}$.

21. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2}\right)^{3/(x+8)}$.

22. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\cos\dfrac{x}{\pi}\right)^{1+x}$.

23. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{\arcsin x}{x}\right)^{2/(x+5)}$.

24. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{\operatorname{arc}\operatorname{tg}3x}{x}\right)^{x+2}$.

25. $\lim\limits_{x \to 0}\left(e^x+x\right)^{\cos x^4}$.

26. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{\sin 5x^2}{\sin x}\right)^{1/(x+6)}$.

27. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\right)^{\left(e^x-1\right)/x}$.

28. $\lim\limits_{x \to 0}\left(6-\dfrac{5}{\cos x}\right)^{\operatorname{tg}^2 x}$.

29. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{1+8x}{2+11x}\right)^{1/\left(x^2+1\right)}$.

30. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{\arcsin^2 x}{\arcsin^2 4x}\right)^{2x+1}$.

31. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{x^3+4}{x^3+9}\right)^{1/(x+2)}$.