Inferência Estatística Comparada

AULA 6 - INFERÊNCIA CLÁSSICA

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.

- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório**. Exemplos:

- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.

  $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.

- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = min\{X_1, ..., X_n\} = X_{(1)}$ e $B(X) = max\{X_1, ..., X_n\} = X_{(n)}$.

  $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório.** Exemplos:
- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.

  $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = min\{X_1, ..., X_n\} = X_{(1)}$ e $B(X) = max\{X_1, ..., X_n\} = X_{(n)}$.

  $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.

- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório.** Exemplos:

- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.

  $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.

- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = min\{X_1, ..., X_n\} = X_{(1)}$ e $B(X) = max\{X_1, ..., X_n\} = X_{(n)}$.

  $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.

- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório.** Exemplos:

- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.
  Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.
  $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.

- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.
  Sejam $A(X) = min\{X_1, ..., X_n\} = X_{(1)}$ e $B(X) = max\{X_1, ..., X_n\} = X_{(n)}$.
  $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório.** Exemplos:
- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.

  $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, ..., X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., n$.

  Sejam $A(X) = min\{X_1, ..., X_n\} = X_{(1)}$ e $B(X) = max\{X_1, ..., X_n\} = X_{(n)}$.

  $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança** γ, $\gamma \in (0,1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \ \leq \ \theta \ \leq \ B(X) \mid \theta) \ \geq \ \gamma$, $\forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X} : A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ**, $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma$, $\forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) \, f(x|\theta) \, dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X} : A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) \, dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ**, $\gamma \in (0,1)$, se

- $\mathbb{P}(A(X) \ \leq \ \theta \ \leq \ B(X) \mid \theta) \ \geq \ \gamma$, $\forall \theta \in \Theta$. Isto é,

- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$, ou

- $\int_{\{x \in \mathcal{X} : A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$.

- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ**, $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma$, $\forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) \, f(x|\theta) \, dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X} : A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) \, dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança** γ, $\gamma \in (0, 1)$, se

- $\mathbb{P}(A(X) \ \leq \ \theta \ \leq \ B(X) \mid \theta) \ \geq \ \gamma$, $\forall \theta \in \Theta$. Isto é,

- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$, ou

- $\int_{\{x \in \mathcal{X} : A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$.

- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança** γ, $\gamma \in (0, 1)$, se

- $\mathbb{P}(A(X) \ \leq \ \theta \ \leq \ B(X) \mid \theta) \ \geq \ \gamma \ , \ \forall \theta \in \Theta$. Isto é,

- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$, ou

- $\int_{\{x \in \mathcal{X} : A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} \ f(x|\theta) \ dx \ \geq \ \gamma$.

- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ.

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

  $\mathbb{P}(\frac{|\bar{X}-\theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$, ou

- $\mathbb{P}(\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$.

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} , \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ.

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ, esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). PRECISÃO INICIAL (Barnett)

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

$$\mathbb{P}\left(\frac{|\bar{X}-\theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \mid \theta\right) = \gamma \,, \forall\theta \in \Theta \text{ , ou}$$

- $\mathbb{P}(\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta) = \gamma \,, \forall\theta \in \Theta$.

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \,, \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ.

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ, esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). PRECISÃO INICIAL (Barnett)

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

  $\mathbb{P}(\frac{|\bar{X}-\theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$, ou

- $\mathbb{P}(\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$.

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} , \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ.

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ, esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). PRECISÃO INICIAL (Barnett)

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

  $\mathbb{P}(\frac{|\bar{X}-\theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$, ou

- $\mathbb{P}(\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$.

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} , \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ.

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ, esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). PRECISÃO INICIAL (Barnett)

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

  $\mathbb{P}(\frac{|\bar{X}-\theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$, ou

- $\mathbb{P}(\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta) = \gamma$, $\forall\theta \in \Theta$.

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} , \bar{X} + \Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ.

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ, esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). PRECISÃO INICIAL (Barnett)

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ ANTES da observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95 (\Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} = 1,96)$. Assim,

  $[\bar{X} \; - \; 0,49 \;\; \bar{X} \; + \; 0,49]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.

- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ APÓS a observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, ..., x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ ANTES da observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95 (\Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} = 1,96)$. Assim,

  $[\bar{X} \ - \ 0,49 \ \ \bar{X} \ + \ 0,49]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.

- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ APÓS a observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, ..., x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ ANTES da observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95 (\Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} = 1,96)$. Assim,

  $[\bar{X} \ - \ 0,49 \ \ \bar{X} \ + \ 0,49]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.

- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ APÓS a observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, ..., x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ ANTES da observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95(\Phi^{-1}_{\frac{1+\gamma}{2}} = 1,96)$. Assim,

  $[\bar{X} \; - \; 0,49 \;\; \bar{X} \; + \; 0,49]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.

- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ APÓS a observação dos dados.

- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, ..., x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?
- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} \; - \; 0,49 \;\; \bar{x} \; + \; 0,49] \; = \; [11,51 \; , \; 12,49]$?
- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.
- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} \; - \; 0,49 \;\; \bar{x} \; + \; 0,49] \; = \; [11,51 \; , \; 12,49]$?

- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.

- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} \ - \ 0,49 \ \bar{x} \ + \ 0,49] \ = \ [11,51 \ , \ 12,49]$?

- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.

- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?
- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} \ - \ 0,49 \ \ \bar{x} \ + \ 0,49] \ = \ [11,51 \ , \ 12,49]$?
- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.
- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.

- $\mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) =$

  $= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta | \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta | \theta) =$

  $= 1 - (\frac{1}{2})^n - (\frac{1}{2})^n = 1 - (\frac{1}{2})^{n-1}$

- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = (\frac{1}{2})^{n-1}$.

- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.

- $\mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) =$

  $= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta | \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta | \theta) =$

  $= 1 - (\frac{1}{2})^n - (\frac{1}{2})^n = 1 - (\frac{1}{2})^{n-1}$

- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = (\frac{1}{2})^{n-1}$.

- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.

- $\mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) =$

  $= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta | \, \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta | \, \theta) =$

  $= 1 - (\frac{1}{2})^n - (\frac{1}{2})^n = 1 - (\frac{1}{2})^{n-1}$

- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = (\frac{1}{2})^{n-1}$.

- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.

- $\mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) =$

  $= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta | \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta | \theta) =$

  $= 1 - (\frac{1}{2})^n - (\frac{1}{2})^n = 1 - (\frac{1}{2})^{n-1}$

- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = (\frac{1}{2})^{n-1}$.

- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ, do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ, do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ, do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ, do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)

- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.

- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?

- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).

- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ, do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:
- A região aleatória $R : \mathcal{X} \to \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

  $\mathbb{P}(\theta \in R(X)|\theta) \;\geq\; \gamma, \forall\theta \in \Theta$.
- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).
- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:

- A região aleatória $R : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

  $\mathbb{P}(\theta \in R(X)|\theta) \;\geq\; \gamma, \forall \theta \in \Theta$.

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).

- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:

- A região aleatória $R : \mathcal{X} \to \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

  $\mathbb{P}(\theta \in R(X)|\theta) \ \geq \ \gamma, \forall \theta \in \Theta$.

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).

- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:

- A região aleatória $R : \mathcal{X} \to \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

  $$\mathbb{P}(\theta \in R(X)|\theta) \;\geq\; \gamma, \forall\theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).

- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:

- A região aleatória $R : \mathcal{X} \to \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

  $$\mathbb{P}(\theta \in R(X)|\theta) \;\geq\; \gamma, \forall\theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).

- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ, δ_{MV}. A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \to \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) \; = \; \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

  é chamado γ "likelihood region/interval" para θ, $\gamma \in (0,1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ depende apenas de V_x, não envolve V_y, $y \neq x$.

- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ, δ_{MV}. A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \to \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) \;=\; \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

é chamado γ "likelihood region/interval" para θ, $\gamma \in (0, 1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ depende apenas de V_x, não envolve V_y, $y \neq x$.

- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ, δ_{MV}. A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \to \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) \;=\; \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

  é chamado γ "likelihood region/interval" para θ, $\gamma \in (0,1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ depende apenas de V_x, não envolve V_y, $y \neq x$.

- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ, δ_{MV}. A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \to \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) \;=\; \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

  é chamado γ "likelihood region/interval" para θ, $\gamma \in (0,1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ depende apenas de V_x, não envolve V_y, $y \neq x$.

- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{2}}} = \ldots = e^{-\frac{n}{2}(\theta-\bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}$.
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\ \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ,\ \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ]$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{2}}} = \ldots = e^{-\frac{n}{2}(\theta-\bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}$.
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\,\bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\,,\ \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\,]$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas

- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{2}}} = \ldots = e^{-\frac{n}{2}(\theta-\bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$

- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}$.

- Assim, a estimativa por intervalo é dada por

- $R(x) = [\, \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \,,\ \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\,]$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{2}}} = \ldots = e^{-\frac{n}{2}(\theta-\bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}$.
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\ \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ,\ \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ]$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{2}}} = \ldots = e^{-\frac{n}{2}(\theta-\bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}$.
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\ \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ,\ \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ]$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta-\bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}$.
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\ \bar{x} - \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ,\ \bar{x} + \sqrt{\frac{-2\ log\gamma}{n}}\ ]$

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\theta+\frac{1}{2})-(\theta-\frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})$,
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\theta+\frac{1}{2})-(\theta-\frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})$,
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} \, , \, x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) \;=\; \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\theta+\frac{1}{2})-(\theta-\frac{1}{2})}\, \mathbb{I}_{[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]}(x_i) \;\Rightarrow$
- $\Rightarrow\; V_x(\theta) \;=\; \mathbb{I}(\theta-\frac{1}{2} \;\leq\; x_{(1)} \;\leq x_{(n)} \;\leq\; \theta+\frac{1}{2}) \;\Rightarrow$
- $\Rightarrow\; V_x(\theta) \;=\; \mathbb{I}(x_{(n)}-\frac{1}{2} \;\leq\; \theta \;\leq\; x_{(1)}+\frac{1}{2})\;,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)}-\frac{1}{2}\;,\; x_{(1)}+\frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\theta+\frac{1}{2})-(\theta-\frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})$,
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2}\ ,\ x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) \;=\; \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\theta+\frac{1}{2})-(\theta-\frac{1}{2})}\, \mathbb{I}_{[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]}(x_i) \;\Rightarrow$
- $\Rightarrow\; V_x(\theta) \;=\; \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \;\leq\; x_{(1)} \;\leq x_{(n)} \;\leq\; \theta + \frac{1}{2}) \;\Rightarrow$
- $\Rightarrow\; V_x(\theta) \;=\; \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \;\leq\; \theta \;\leq\; x_{(1)} + \frac{1}{2})$,
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} \, , \, x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) \;=\; \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(\theta+\frac{1}{2})-(\theta-\frac{1}{2})} \, \mathbb{I}_{[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]}(x_i) \;\Rightarrow$
- $\Rightarrow\; V_x(\theta) \;=\; \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \;\leq\; x_{(1)} \;\leq x_{(n)} \;\leq\; \theta + \frac{1}{2}) \;\Rightarrow$
- $\Rightarrow\; V_x(\theta) \;=\; \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \;\leq\; \theta \;\leq\; x_{(1)} + \frac{1}{2})\;,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2}\;,\; x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \; x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\, x_{(n)} - \frac{1}{2} \,,\; x_{(1)} + \frac{1}{2} \,]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) = [9,95\; ;\; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\, x_{(n)} - \frac{1}{2} \,,\, x_{(1)} + \frac{1}{2} \,]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) = [9,95 \,;\, 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\dfrac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \dfrac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\, x_{(n)} - \frac{1}{2} \,,\, x_{(1)} + \frac{1}{2} \,]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) = [9,95 \,;\, 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\, x_{(n)} - \frac{1}{2} \,,\, x_{(1)} + \frac{1}{2} \,]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) = [9,95 \,;\, 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\, x_{(n)} - \frac{1}{2} \, , \, x_{(1)} + \frac{1}{2} \,]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) = [9,95 \, ; \, 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \;=\; \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \,\leq\, \theta \,\leq\, x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \;\geq\; \gamma \;\Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow\; x_{(n)} - \frac{1}{2} \;\leq\; \theta \;\leq\; x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) \;=\; [\; x_{(n)} - \frac{1}{2} \;,\; x_{(1)} + \frac{1}{2} \;]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) \;=\; [9,95 \;;\; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \; x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}$.
- Logo, a estimativa por intervalo é dada por
- $R(x) = [\, x_{(n)} - \frac{1}{2} \,,\, x_{(1)} + \frac{1}{2} \,]$.
- Para os números fornecidos, $R(x) = [9,95 \,;\, 10,05]$.