Inferência Estatística Comparada

AULA 7 - INFERÊNCIA CLÁSSICA

Introdução

- Hipótese estatística $\rightarrow$ Afirmação sobre o parâmetro de interesse θ

- Exemplo 1: Urna contendo bolas numeradas de 1 a θ:

  $\theta = 10$, $\theta < 15$, $\theta \geq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 20$ a partir da retirada de uma bola da caixa.

- Exemplo 2: $X|\theta \sim N(\theta, 1)$:

  $\theta = 0$, $\theta < 2$, $-1 \leq \theta \leq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 0$ a partir da observação de X.

Introdução

- Hipótese estatística $\rightarrow$ Afirmação sobre o parâmetro de interesse θ

- Exemplo 1: Urna contendo bolas numeradas de 1 a θ:

  $\theta = 10$, $\theta < 15$, $\theta \geq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 20$ a partir da retirada de uma bola da caixa.

- Exemplo 2: $X|\theta \sim N(\theta, 1)$:

  $\theta = 0$, $\theta < 2$, $-1 \leq \theta \leq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 0$ a partir da observação de X.

Introdução

- Hipótese estatística $\rightarrow$ Afirmação sobre o parâmetro de interesse θ

- Exemplo 1: Urna contendo bolas numeradas de 1 a θ:

  $\theta = 10$, $\theta < 15$, $\theta \geq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 20$ a partir da retirada de uma bola da caixa.

- Exemplo 2: $X|\theta \sim N(\theta, 1)$:

  $\theta = 0$, $\theta < 2$, $-1 \leq \theta \leq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 0$ a partir da observação de X.

Introdução

- Hipótese estatística $\rightarrow$ Afirmação sobre o parâmetro de interesse θ

- Exemplo 1: Urna contendo bolas numeradas de 1 a θ:

  $\theta = 10$, $\theta < 15$, $\theta \geq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 20$ a partir da retirada de uma bola da caixa.

- Exemplo 2: $X|\theta \sim N(\theta, 1)$:

  $\theta = 0$, $\theta < 2$, $-1 \leq \theta \leq 5$, etc..

  Questão: Avaliar a hipótese de que $\theta = 0$ a partir da observação de X.

Introdução

- Abordagens ao problema de testar uma hipótese:
- Testes de significância (puros) (significance tests)
- Testes de hipóteses (hypothesis testing)
- Testes Bayesianos
- Testes com mais de duas alternativas: testes com três decisões/ações (agnósticos) ou mais ; testes com mais de duas hipóteses.

Introdução

- Abordagens ao problema de testar uma hipótese:
- Testes de significância (puros) (significance tests)
- Testes de hipóteses (hypothesis testing)
- Testes Bayesianos
- Testes com mais de duas alternativas: testes com três decisões/ações (agnósticos) ou mais ; testes com mais de duas hipóteses.

Introdução

- Abordagens ao problema de testar uma hipótese:
- Testes de significância (puros) (significance tests)
- Testes de hipóteses (hypothesis testing)
- Testes Bayesianos
- Testes com mais de duas alternativas: testes com três decisões/ações (agnósticos) ou mais ; testes com mais de duas hipóteses.

Introdução

- Abordagens ao problema de testar uma hipótese:
- Testes de significância (puros) (significance tests)
- Testes de hipóteses (hypothesis testing)
- Testes Bayesianos
- Testes com mais de duas alternativas: testes com três decisões/ações (agnósticos) ou mais ; testes com mais de duas hipóteses.

Introdução

- Abordagens ao problema de testar uma hipótese:
- Testes de significância (puros) (significance tests)
- Testes de hipóteses (hypothesis testing)
- Testes Bayesianos
- Testes com mais de duas alternativas: testes com três decisões/ações (agnósticos) ou mais ; testes com mais de duas hipóteses.

Introdução

- Abordagens ao problema de testar uma hipótese:
- Testes de significância (puros) (significance tests)
- Testes de hipóteses (hypothesis testing)
- Testes Bayesianos
- Testes com mais de duas alternativas: testes com três decisões/ações (agnósticos) ou mais ; testes com mais de duas hipóteses.

Testes de significância

- **TESTES DE SIGNIFICÂNCIA**

- Formulação **apenas** da hipótese de interesse, H, (a ser testada), sem fazer menção a qualquer hipótese alternativa.

- Especificação de uma relação de ordem fraca sobre os pontos amostrais: $\preceq \quad (\subset \ \mathcal{X}^2)$

  Para $x, y \in \mathcal{X}, \ \ x \preceq y$ denota que "y está mais em desacordo com a hipótese formulada que x"

  Geralmente, $\preceq$ é caracterizada através de alguma estatística $T : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ no seguinte sentido:

  $$x \ \preceq y \ \Leftrightarrow \ T(x) \ \leq \ T(y)$$

Testes de significância

- **TESTES DE SIGNIFICÂNCIA**

- Formulação **apenas** da hipótese de interesse, H, (a ser testada), sem fazer menção a qualquer hipótese alternativa.

- Especificação de uma relação de ordem fraca sobre os pontos amostrais: $\preceq \quad (\subset \ \mathcal{X}^2)$

  Para $x, y \in \mathcal{X}, \ \ x \preceq y$ denota que "y está mais em desacordo com a hipótese formulada que x"

  Geralmente, $\preceq$ é caracterizada através de alguma estatística $T : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ no seguinte sentido:

  $x \ \preceq y \ \Leftrightarrow \ T(x) \ \leq \ T(y)$

Testes de significância

- **TESTES DE SIGNIFICÂNCIA**

- Formulação **apenas** da hipótese de interesse, H, (a ser testada), sem fazer menção a qualquer hipótese alternativa.

- Especificação de uma relação de ordem fraca sobre os pontos amostrais: $\preceq \quad (\subset \mathcal{X}^2)$

  Para $x, y \in \mathcal{X}$, $x \preceq y$ denota que "y está mais em desacordo com a hipótese formulada que x"

  Geralmente, $\preceq$ é caracterizada através de alguma estatística $T : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ no seguinte sentido:

  $$x \preceq y \Leftrightarrow T(x) \leq T(y)$$

Testes de significância

- **TESTES DE SIGNIFICÂNCIA**

- Formulação **apenas** da hipótese de interesse, H, (a ser testada), sem fazer menção a qualquer hipótese alternativa.

- Especificação de uma relação de ordem fraca sobre os pontos amostrais: $\preceq \quad (\subset \mathcal{X}^2)$

  Para $x, y \in \mathcal{X}$, $x \preceq y$ denota que "y está mais em desacordo com a hipótese formulada que x"

  Geralmente, $\preceq$ é caracterizada através de alguma estatística $T : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ no seguinte sentido:

  $$x \preceq y \Leftrightarrow T(x) \leq T(y)$$

Testes de significância

- No exemplo 2, supondo $H : \theta = 0$, podemos considerar, por exemplo, $T(x) = |x|$.

- No exemplo 1, considerando $\theta = 20$, podemos definir, por exemplo, $T(x) = 20$, se $x > 20$, e $T(x) = 20 - x$, se $x \leq 20$.

- Probabilidade de significância (ao observar x):

$$p_H(x) = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : x \preceq y\} = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : T(x) \leq T(y)\}$$

- Quando H não especifica uma (única) distribuição de probabilidade para X (ou $T(X)$), algumas adaptações são necessárias, sob certas condições.

Testes de significância

- No exemplo 2, supondo $H : \theta = 0$, podemos considerar, por exemplo, $T(x) = |x|$.
- No exemplo 1, considerando $\theta = 20$, podemos definir, por exemplo, $T(x) = 20$, se $x > 20$, e $T(x) = 20 - x$, se $x \leq 20$.
- Probabilidade de significância (ao observar x):

$$p_H(x) = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : x \preceq y\} = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : T(x) \leq T(y)\}$$

- Quando H não especifica uma (única) distribuição de probabilidade para X (ou $T(X)$), algumas adaptações são necessárias, sob certas condições.

Testes de significância

- No exemplo 2, supondo $H : \theta = 0$, podemos considerar, por exemplo, $T(x) = |x|$.
- No exemplo 1, considerando $\theta = 20$, podemos definir, por exemplo, $T(x) = 20$, se $x > 20$, e $T(x) = 20 - x$, se $x \leq 20$.
- Probabilidade de significância (ao observar x):

$$p_H(x) = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : x \preceq y\} = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : T(x) \leq T(y)\}$$

- Quando H não especifica uma (única) distribuição de probabilidade para X (ou $T(X)$), algumas adaptações são necessárias, sob certas condições.

Testes de significância

- No exemplo 2, supondo $H : \theta = 0$, podemos considerar, por exemplo, $T(x) = |x|$.

- No exemplo 1, considerando $\theta = 20$, podemos definir, por exemplo, $T(x) = 20$, se $x > 20$, e $T(x) = 20 - x$, se $x \leq 20$.

- Probabilidade de significância (ao observar x):

$$p_H(x) = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : x \preceq y\} = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : T(x) \leq T(y)\}$$

- Quando H não especifica uma (única) distribuição de probabilidade para X (ou $T(X)$), algumas adaptações são necessárias, sob certas condições.

Testes de significância

- No exemplo 2, supondo $H : \theta = 0$, podemos considerar, por exemplo, $T(x) = |x|$.

- No exemplo 1, considerando $\theta = 20$, podemos definir, por exemplo, $T(x) = 20$, se $x > 20$, e $T(x) = 20 - x$, se $x \leq 20$.

- Probabilidade de significância (ao observar x):

$$p_H(x) = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : x \preceq y\} = \mathbb{P}\{y \in \mathcal{X} : T(x) \leq T(y)\}$$

- Quando H não especifica uma (única) distribuição de probabilidade para X (ou $T(X)$), algumas adaptações são necessárias, sob certas condições.

Testes de significância

- Exemplo 2: Suponhamos $H : \theta = 0$. Sob H, $X \sim N(0,1)$. Observado $X = -2,1$, temos

$$p_H(-2,1) \ = \ \mathbb{P}(T(X) \geq T(-2,1)) \ = \ \mathbb{P}(|X| \geq 2,1) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ p_H(-2,1) \ = \ 2 - 2\,\Phi(2,1) \ = \ 0,0357$$

- Exemplo 1: Suponhamos $H : \theta = 20$. Sob H, $X \sim U(\{1,2,...,20\})$. Observado $X = 2$, temos

$$p_H(2) \ = \ \mathbb{P}(T(X) \geq T(2)) \ = \ \mathbb{P}(T(X) \geq 18) \ =$$

$$= \ \mathbb{P}(T(X) = 18) \ + \ \mathbb{P}(T(X) = 19) \ + \ \mathbb{P}(T(X) = 20) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ p_H(2) \ = \ 0,10$$

Testes de significância

- Exemplo 2: Suponhamos $H : \theta = 0$. Sob H, $X \sim N(0,1)$. Observado $X = -2,1$, temos

$$p_H(-2,1) \; = \; \mathbb{P}(T(X) \geq T(-2,1)) \; = \; \mathbb{P}(|X| \geq 2,1) \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; p_H(-2,1) \; = \; 2 - 2\,\Phi(2,1) \; = \; 0,0357$$

- Exemplo 1: Suponhamos $H : \theta = 20$. Sob H, $X \sim U(\{1, 2, ..., 20\})$. Observado $X = 2$, temos

$$p_H(2) \; = \; \mathbb{P}(T(X) \geq T(2)) \; = \; \mathbb{P}(T(X) \geq 18) \; =$$

$$= \; \mathbb{P}(T(X) = 18) \; + \; \mathbb{P}(T(X) = 19) \; + \; \mathbb{P}(T(X) = 20) \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; p_H(2) \; = \; 0,10$$

Testes de significância

- De posse da medida de evidência $p_H(x)$ "contrária" a H, que tipo de "teste"para a hipótese H podemos considerar?

- Apenas registrar a medida de "inconsistência da obsevação x com a hipótese H ou

  considerar um problema de tomada de decisão no qual um valor pequeno de $p_H(x)$ levaria o agente decisor a julgar H como incorreta (rejeitar H)?

- Outros aspectos importantes:

- Como escolher a estatística T ? Como interpretar/comparar diferentes valores pequenos de consistência de x com a hipótese H para outros fins (análises posteriores, por exemplo)?

Testes de significância

- De posse da medida de evidência $p_H(x)$ "contrária" a H, que tipo de "teste"para a hipótese H podemos considerar?

- Apenas registrar a medida de "inconsistência da obsevação x com a hipótese H ou

  considerar um problema de tomada de decisão no qual um valor pequeno de $p_H(x)$ levaria o agente decisor a julgar H como incorreta (rejeitar H)?

- Outros aspectos importantes:

- Como escolher a estatística T ? Como interpretar/comparar diferentes valores pequenos de consistência de x com a hipótese H para outros fins (análises posteriores, por exemplo)?

Testes de significância

- De posse da medida de evidência $p_H(x)$ "contrária" a H, que tipo de "teste"para a hipótese H podemos considerar?

- Apenas registrar a medida de "inconsistência da obsevação x com a hipótese H ou

  considerar um problema de tomada de decisão no qual um valor pequeno de $p_H(x)$ levaria o agente decisor a julgar H como incorreta (rejeitar H)?

- Outros aspectos importantes:

- Como escolher a estatística T ? Como interpretar/comparar diferentes valores pequenos de consistência de x com a hipótese H para outros fins (análises posteriores, por exemplo)?

Testes de significância

- De posse da medida de evidência $p_H(x)$ "contrária" a H, que tipo de "teste"para a hipótese H podemos considerar?

- Apenas registrar a medida de "inconsistência da obsevação x com a hipótese H ou

  considerar um problema de tomada de decisão no qual um valor pequeno de $p_H(x)$ levaria o agente decisor a julgar H como incorreta (rejeitar H)?

- Outros aspectos importantes:

- Como escolher a estatística T ? Como interpretar/comparar diferentes valores pequenos de consistência de x com a hipótese H para outros fins (análises posteriores, por exemplo)?

Testes de significância

- De posse da medida de evidência $p_H(x)$ "contrária" a H, que tipo de "teste"para a hipótese H podemos considerar?

- Apenas registrar a medida de "inconsistência da obsevação x com a hipótese H ou

  considerar um problema de tomada de decisão no qual um valor pequeno de $p_H(x)$ levaria o agente decisor a julgar H como incorreta (rejeitar H)?

- Outros aspectos importantes:

- Como escolher a estatística T ? Como interpretar/comparar diferentes valores pequenos de consistência de x com a hipótese H para outros fins (análises posteriores, por exemplo)?

Testes de significância

- Sob a perspectiva de um problema de decisão, vale destacar:

- Probabilidade de significância aqui é comparada com um valor, um limitante superior para a probabilidade de equivocadamente rejeitar a hipótese H (ou um limitante superior para tal probabilidade). Tal limitante superior não mede, de fato, o grau de inconsistência da observação x com H.

- No caso de decisão por não rejeitar H, não há indicativo de que H seja "verdadeira": apenas não há forte evidência para rejeitá-la - falseabilidade (Falsificacionismo).

Testes de significância

- Sob a perspectiva de um problema de decisão, vale destacar:
- Probabilidade de significância aqui é comparada com um valor, um limitante superior para a probabilidade de equivocadamente rejeitar a hipótese H (ou um limitante superior para tal probabilidade). Tal limitante superior não mede, de fato, o grau de inconsistência da observação x com H.
- No caso de decisão por não rejeitar H, não há indicativo de que H seja "verdadeira": apenas não há forte evidência para rejeitá-la - falseabilidade (Falsificacionismo).

Testes de significância

- Sob a perspectiva de um problema de decisão, vale destacar:
- Probabilidade de significância aqui é comparada com um valor, um limitante superior para a probabilidade de equivocadamente rejeitar a hipótese H (ou um limitante superior para tal probabilidade). Tal limitante superior não mede, de fato, o grau de inconsistência da observação x com H.
- No caso de decisão por não rejeitar H, não há indicativo de que H seja "verdadeira": apenas não há forte evidência para rejeitá-la - falseabilidade (Falsificacionismo).

Testes de significância

- Consequências da ausência de hipótese alternativa a H:
- 1) Condução de análises (inferenciais ou de tomada de decisões posteriores) decorrentes do resultado do teste de significância.
- 1)a) Em caso de rejeição de H, o que considerar como "padrão" para novas análises? Adequação do novo "padrão" para tais análises?
- 1)b) Em caso de não-rejeição de H, análises desenvolvidas sob H são mais justas/adequadas do que sob outras possibilidades (fora de H)?
- 2) Ausência de paradigma para escolha da estatística T.
- 3) Impossibilidade de avaliação de eventual erro de decisão ao não rejeitar H.

Testes de significância

- Consequências da ausência de hipótese alternativa a H:
- 1) Condução de análises (inferenciais ou de tomada de decisões posteriores) decorrentes do resultado do teste de significância.
- 1)a) Em caso de rejeição de H, o que considerar como "padrão" para novas análises? Adequação do novo "padrão" para tais análises?
- 1)b) Em caso de não-rejeição de H, análises desenvolvidas sob H são mais justas/adequadas do que sob outras possibilidades (fora de H)?
- 2) Ausência de paradigma para escolha da estatística T.
- 3) Impossibilidade de avaliação de eventual erro de decisão ao não rejeitar H.

Testes de significância

- Consequências da ausência de hipótese alternativa a H:
- 1) Condução de análises (inferenciais ou de tomada de decisões posteriores) decorrentes do resultado do teste de significância.
- 1)a) Em caso de rejeição de H, o que considerar como "padrão" para novas análises? Adequação do novo "padrão" para tais análises?
- 1)b) Em caso de não-rejeição de H, análises desenvolvidas sob H são mais justas/adequadas do que sob outras possibilidades (fora de H)?
- 2) Ausência de paradigma para escolha da estatística T.
- 3) Impossibilidade de avaliação de eventual erro de decisão ao não rejeitar H.

Testes de significância

- Consequências da ausência de hipótese alternativa a H:
- 1) Condução de análises (inferenciais ou de tomada de decisões posteriores) decorrentes do resultado do teste de significância.
- 1)a) Em caso de rejeição de H, o que considerar como "padrão" para novas análises? Adequação do novo "padrão" para tais análises?
- 1)b) Em caso de não-rejeição de H, análises desenvolvidas sob H são mais justas/adequadas do que sob outras possibilidades (fora de H)?
- 2) Ausência de paradigma para escolha da estatística T.
- 3) Impossibilidade de avaliação de eventual erro de decisão ao não rejeitar H.

Testes de significância

- Consequências da ausência de hipótese alternativa a H:
- 1) Condução de análises (inferenciais ou de tomada de decisões posteriores) decorrentes do resultado do teste de significância.
- 1)a) Em caso de rejeição de H, o que considerar como "padrão" para novas análises? Adequação do novo "padrão" para tais análises?
- 1)b) Em caso de não-rejeição de H, análises desenvolvidas sob H são mais justas/adequadas do que sob outras possibilidades (fora de H)?
- 2) Ausência de paradigma para escolha da estatística T.
- 3) Impossibilidade de avaliação de eventual erro de decisão ao não rejeitar H.

Testes de significância

- Consequências da ausência de hipótese alternativa a H:
- 1) Condução de análises (inferenciais ou de tomada de decisões posteriores) decorrentes do resultado do teste de significância.
- 1)a) Em caso de rejeição de H, o que considerar como "padrão" para novas análises? Adequação do novo "padrão" para tais análises?
- 1)b) Em caso de não-rejeição de H, análises desenvolvidas sob H são mais justas/adequadas do que sob outras possibilidades (fora de H)?
- 2) Ausência de paradigma para escolha da estatística T.
- 3) Impossibilidade de avaliação de eventual erro de decisão ao não rejeitar H.

Testes de Hipóteses

- **TESTES DE HIPÓTESES**
- Em vários aspectos, acomoda as questões anteriores.
- Abordagem "mais próxima" à tomada de decisão que testes de significância.
- Formalização:
  Consideremos (Θ_0, Θ_1) uma partição de Θ (isto é, $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ e $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$). Formulemos as hipóteses estatísticas $H_0 : \theta \in \Theta_0$ e $H_1 : \theta \in \Theta_1$. Como antes, $\mathcal{X}$ denota o espaço amostral.

Testes de Hipóteses

- **TESTES DE HIPÓTESES**
- Em vários aspectos, acomoda as questões anteriores.
- Abordagem "mais próxima" à tomada de decisão que testes de significância.
- Formalização:
  Consideremos (Θ_0, Θ_1) uma partição de Θ (isto é, $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ e $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$). Formulemos as hipóteses estatísticas $H_0 : \theta \in \Theta_0$ e $H_1 : \theta \in \Theta_1$. Como antes, $\mathcal{X}$ denota o espaço amostral.

Testes de Hipóteses

- **TESTES DE HIPÓTESES**
- Em vários aspectos, acomoda as questões anteriores.
- Abordagem "mais próxima" à tomada de decisão que testes de significância.
- Formalização:
  Consideremos (Θ_0, Θ_1) uma partição de Θ (isto é, $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ e $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$). Formulemos as hipóteses estatísticas $H_0 : \theta \in \Theta_0$ e $H_1 : \theta \in \Theta_1$. Como antes, $\mathcal{X}$ denota o espaço amostral.

Testes de Hipóteses

- **TESTES DE HIPÓTESES**
- Em vários aspectos, acomoda as questões anteriores.
- Abordagem "mais próxima" à tomada de decisão que testes de significância.
- Formalização:
  Consideremos (Θ_0, Θ_1) uma partição de Θ (isto é, $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ e $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$). Formulemos as hipóteses estatísticas $H_0 : \theta \in \Theta_0$ e $H_1 : \theta \in \Theta_1$. Como antes, $\mathcal{X}$ denota o espaço amostral.

Testes de Hipóteses

- **TESTES DE HIPÓTESES**
- Em vários aspectos, acomoda as questões anteriores.
- Abordagem "mais próxima" à tomada de decisão que testes de significância.
- Formalização:
  Consideremos (Θ_0, Θ_1) uma partição de Θ (isto é, $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ e $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$). Formulemos as hipóteses estatísticas $H_0 : \theta \in \Theta_0$ e $H_1 : \theta \in \Theta_1$. Como antes, $\mathcal{X}$ denota o espaço amostral.

Testes de Hipóteses

- **DEFINICÃO :** Um teste (função de teste) de hipóteses $\varphi : \mathcal{X} \rightarrow \{0,1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ é uma regra de decisão que especifica para cada ponto amostral $x \in \mathcal{X}$ a decisão por rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 1$) ou a decisão de não rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 0$).
- Especificado o modelo estatístico e formuladas as hipóteses H_0 e H_1, como escolher uma "bom" teste (o teste "ótimo")?
- Critério de otimalidade baseado em possíveis erros de tomada de decisão: erros de tipo I (rejeição de H_0 quando verdadeira) e de tipo II (não-rejeição de H_0 quando falsa): probabilidades de erros de tipo I e II ; função poder.

Testes de Hipóteses

- **DEFINICÃO :** Um teste (função de teste) de hipóteses $\varphi : \mathcal{X} \rightarrow \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ é uma regra de decisão que especifica para cada ponto amostral $x \in \mathcal{X}$ a decisão por rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 1$) ou a decisão de não rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 0$).

- Especificado o modelo estatístico e formuladas as hipóteses H_0 e H_1, como escolher uma "bom" teste (o teste "ótimo")?

- Critério de otimalidade baseado em possíveis erros de tomada de decisão: erros de tipo I (rejeição de H_0 quando verdadeira) e de tipo II (não-rejeição de H_0 quando falsa): probabilidades de erros de tipo I e II ; função poder.

Testes de Hipóteses

- **DEFINICÃO :** Um teste (função de teste) de hipóteses $\varphi : \mathcal{X} \rightarrow \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ é uma regra de decisão que especifica para cada ponto amostral $x \in \mathcal{X}$ a decisão por rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 1$) ou a decisão de não rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 0$).

- Especificado o modelo estatístico e formuladas as hipóteses H_0 e H_1, como escolher uma "bom" teste (o teste "ótimo")?

- Critério de otimalidade baseado em possíveis erros de tomada de decisão: erros de tipo I (rejeição de H_0 quando verdadeira) e de tipo II (não-rejeição de H_0 quando falsa): probabilidades de erros de tipo I e II ; função poder.

Testes de Hipóteses

- **DEFINICÃO :** Um teste (função de teste) de hipóteses $\varphi : \mathcal{X} \to \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ é uma regra de decisão que especifica para cada ponto amostral $x \in \mathcal{X}$ a decisão por rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 1$) ou a decisão de não rejeitar H_0 ($\varphi(x) = 0$).

- Especificado o modelo estatístico e formuladas as hipóteses H_0 e H_1, como escolher uma "bom" teste (o teste "ótimo")?

- Critério de otimalidade baseado em possíveis erros de tomada de decisão: erros de tipo I (rejeição de H_0 quando verdadeira) e de tipo II (não-rejeição de H_0 quando falsa): probabilidades de erros de tipo I e II ; função poder.

Testes de Hipóteses

- No caso de hipóteses simples (conjuntos unitários), $H_0 : \theta = \theta_0$ e $H_1 : \theta = \theta_1$: $(\Theta = \{\theta_0, \theta_1\})$

  $\alpha_\varphi \ = \ \mathbb{P}(\varphi(X) = 1 \mid \theta = \theta_0)$ (idealmente, igual a 0)

  $\beta_\varphi \ = \ \mathbb{P}(\varphi(X) = 0 \mid \theta = \theta_1)$ (idealmente, igual a 0)

- No caso de hipóteses gerais (simples ou não) : função poder do teste φ, $\pi_\varphi : \Theta \to [0, 1]$, dada por

  $\pi_\varphi(\theta) \ = \ \mathbb{P}(\varphi(X) = 1 \mid \theta)$

  (idealmente, satisfazendo $\pi_\varphi(\theta) = 0$, se $\theta \in \Theta_0$, e $\pi_\varphi(\theta) = 1$, se $\theta \in \Theta_1$)

Testes de Hipóteses

- No caso de hipóteses simples (conjuntos unitários), $H_0 : \theta = \theta_0$ e $H_1 : \theta = \theta_1$: $(\Theta = \{\theta_0, \theta_1\})$

  $\alpha_\varphi = \mathbb{P}(\varphi(X) = 1 \mid \theta = \theta_0)$ (idealmente, igual a 0)

  $\beta_\varphi = \mathbb{P}(\varphi(X) = 0 \mid \theta = \theta_1)$ (idealmente, igual a 0)

- No caso de hipóteses gerais (simples ou não) : função poder do teste φ, $\pi_\varphi : \Theta \to [0, 1]$, dada por

  $\pi_\varphi(\theta) = \mathbb{P}(\varphi(X) = 1 \mid \theta)$

  (idealmente, satisfazendo $\pi_\varphi(\theta) = 0$, se $\theta \in \Theta_0$, e $\pi_\varphi(\theta) = 1$, se $\theta \in \Theta_1$)

Testes de Hipóteses

- No caso de hipóteses simples (conjuntos unitários), $H_0 : \theta = \theta_0$ e $H_1 : \theta = \theta_1$: $\quad (\Theta = \{\theta_0, \theta_1\})$

  $\alpha_\varphi \;=\; \mathbb{P}(\varphi(X) = 1 \mid \theta = \theta_0)$ (idealmente, igual a 0)

  $\beta_\varphi \;=\; \mathbb{P}(\varphi(X) = 0 \mid \theta = \theta_1)$ (idealmente, igual a 0)

- No caso de hipóteses gerais (simples ou não) : função poder do teste φ, $\pi_\varphi : \Theta \to [0, 1]$, dada por

  $\pi_\varphi(\theta) \;=\; \mathbb{P}(\varphi(X) = 1 \mid \theta)$

  (idealmente, satisfazendo $\pi_\varphi(\theta) = 0$, se $\theta \in \Theta_0$, e $\pi_\varphi(\theta) = 1$, se $\theta \in \Theta_1$)

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Uma urna contém 5 bolas das quais θ são brancas e $5-\theta$ são verdes. Assim, $\Theta = \{0,1,2,3,4,5\}$. Para testar as hipóteses $H_0 : \theta \in \{0,1,2\}$ versus $H_1 : \theta \in \{3,4,5\}$, retiramos duas bolas, uma a uma, sem reposição e registramos (X_1, X_2), onde $X_i = 1$, se a i-ésima bola retirada é branca e $X_i = 0$, caso contrário, $i = 1,2$. Consideremos os seguintes testes:

- $\varphi_1(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 2$
- $\varphi_2(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 \geq 1$
- $\varphi_3(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 0$
- $\varphi_4(x_1, x_2) \;=\; 1 \;,\; \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{X}$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Uma urna contém 5 bolas das quais θ são brancas e $5-\theta$ são verdes. Assim, $\Theta = \{0,1,2,3,4,5\}$. Para testar as hipóteses $H_0 : \theta \in \{0,1,2\}$ versus $H_1 : \theta \in \{3,4,5\}$, retiramos duas bolas, uma a uma, sem reposição e registramos (X_1, X_2), onde $X_i = 1$, se a i-ésima bola retirada é branca e $X_i = 0$, caso contrário, $i = 1, 2$. Consideremos os seguintes testes:

- $\varphi_1(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 2$
- $\varphi_2(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 \geq 1$
- $\varphi_3(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 0$
- $\varphi_4(x_1, x_2) \;=\; 1 \;,\; \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{X}$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Uma urna contém 5 bolas das quais θ são brancas e $5-\theta$ são verdes. Assim, $\Theta = \{0,1,2,3,4,5\}$. Para testar as hipóteses $H_0 : \theta \in \{0,1,2\}$ versus $H_1 : \theta \in \{3,4,5\}$, retiramos duas bolas, uma a uma, sem reposição e registramos (X_1, X_2), onde $X_i = 1$, se a i-ésima bola retirada é branca e $X_i = 0$, caso contrário, $i = 1, 2$. Consideremos os seguintes testes:
- $\varphi_1(x_1, x_2) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ x_1 + x_2 = 2$
- $\varphi_2(x_1, x_2) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ x_1 + x_2 \geq 1$
- $\varphi_3(x_1, x_2) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ x_1 + x_2 = 0$
- $\varphi_4(x_1, x_2) \ = \ 1 \ , \ \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{X}$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Uma urna contém 5 bolas das quais θ são brancas e $5-\theta$ são verdes. Assim, $\Theta = \{0,1,2,3,4,5\}$. Para testar as hipóteses $H_0 : \theta \in \{0,1,2\}$ versus $H_1 : \theta \in \{3,4,5\}$, retiramos duas bolas, uma a uma, sem reposição e registramos (X_1, X_2), onde $X_i = 1$, se a i-ésima bola retirada é branca e $X_i = 0$, caso contrário, $i = 1, 2$. Consideremos os seguintes testes:
- $\varphi_1(x_1,x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 2$
- $\varphi_2(x_1,x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 \geq 1$
- $\varphi_3(x_1,x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 0$
- $\varphi_4(x_1,x_2) \;=\; 1\;,\; \forall (x_1,x_2) \in \mathcal{X}$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Uma urna contém 5 bolas das quais θ são brancas e $5-\theta$ são verdes. Assim, $\Theta = \{0,1,2,3,4,5\}$. Para testar as hipóteses $H_0 : \theta \in \{0,1,2\}$ versus $H_1 : \theta \in \{3,4,5\}$, retiramos duas bolas, uma a uma, sem reposição e registramos (X_1, X_2), onde $X_i = 1$, se a i-ésima bola retirada é branca e $X_i = 0$, caso contrário, $i = 1, 2$. Consideremos os seguintes testes:

- $\varphi_1(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 2$

- $\varphi_2(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 \geq 1$

- $\varphi_3(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 0$

- $\varphi_4(x_1, x_2) \;=\; 1 \;,\; \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{X}$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Uma urna contém 5 bolas das quais θ são brancas e $5-\theta$ são verdes. Assim, $\Theta = \{0,1,2,3,4,5\}$. Para testar as hipóteses $H_0 : \theta \in \{0,1,2\}$ versus $H_1 : \theta \in \{3,4,5\}$, retiramos duas bolas, uma a uma, sem reposição e registramos (X_1, X_2), onde $X_i = 1$, se a i-ésima bola retirada é branca e $X_i = 0$, caso contrário, $i = 1, 2$. Consideremos os seguintes testes:
- $\varphi_1(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 2$
- $\varphi_2(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 \geq 1$
- $\varphi_3(x_1, x_2) \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; x_1 + x_2 = 0$
- $\varphi_4(x_1, x_2) \;=\; 1\;,\; \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{X}$

Testes de Hipóteses

- Nesse caso, obtemos, facilmente, que:
- $\pi_{\varphi_1}(\theta) = \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 1|\theta) = \frac{\theta(\theta-1)}{20}$
- $\pi_{\varphi_2}(\theta) = 1 - \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 0|\theta) = 1 - \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_3}(\theta) = \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_4}(\theta) = 1 \, , \, \forall\theta \in \Theta$

Testes de Hipóteses

- Nesse caso, obtemos, facilmente, que:
- $\pi_{\varphi_1}(\theta) = \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 1|\theta) = \frac{\theta(\theta-1)}{20}$
- $\pi_{\varphi_2}(\theta) = 1 - \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 0|\theta) = 1 - \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_3}(\theta) = \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_4}(\theta) = 1 \,,\ \forall\theta \in \Theta$

Testes de Hipóteses

- Nesse caso, obtemos, facilmente, que:
- $\pi_{\varphi_1}(\theta) = \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 1|\theta) = \frac{\theta(\theta-1)}{20}$
- $\pi_{\varphi_2}(\theta) = 1 - \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 0|\theta) = 1 - \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_3}(\theta) = \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_4}(\theta) = 1 \,, \forall\theta \in \Theta$

Testes de Hipóteses

- Nesse caso, obtemos, facilmente, que:
- $\pi_{\varphi_1}(\theta) = \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 1|\theta) = \frac{\theta(\theta-1)}{20}$
- $\pi_{\varphi_2}(\theta) = 1 - \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 0|\theta) = 1 - \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_3}(\theta) = \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_4}(\theta) = 1 \ , \ \forall\theta \in \Theta$

Testes de Hipóteses

- Nesse caso, obtemos, facilmente, que:
- $\pi_{\varphi_1}(\theta) \;=\; \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 1|\theta) \;=\; \frac{\theta(\theta-1)}{20}$
- $\pi_{\varphi_2}(\theta) \;=\; 1 - \;\mathbb{P}(X_1 = X_2 = 0|\theta) \;=\; 1 \;-\; \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_3}(\theta) \;=\; \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_4}(\theta) \;=\; 1\;,\; \forall\theta \in \Theta$

Testes de Hipóteses

- Nesse caso, obtemos, facilmente, que:
- $\pi_{\varphi_1}(\theta) \ = \ \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 1|\theta) \ = \ \frac{\theta(\theta-1)}{20}$
- $\pi_{\varphi_2}(\theta) \ = \ 1 - \ \mathbb{P}(X_1 = X_2 = 0|\theta) \ = \ 1 \ - \ \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_3}(\theta) \ = \ \frac{(5-\theta)(4-\theta)}{20}$
- $\pi_{\varphi_4}(\theta) \ = \ 1 \ , \ \forall\theta \in \Theta$

Testes de Hipóteses

- Impossibilidade de obter teste que seja ótimo SIMULTANEAMENTE quanto às probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II (quanto aos valores da função poder tanto sob H_0 quanto sob H_1).
- Soluções alternativas:
- 1) Especificação de um valor máximo, limitante superior ("teto") para a probabilidade de erro de tipo I (para a função poder sobre toda hipótese nula H_0) e minimização da probabilidade de erro de tipo II (maximização da função poder sobre toda hipótese alternativa H_1) sob essa restrição ("teto").
- 2) Minimização de combinação linear das probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II.

Testes de Hipóteses

- Impossibilidade de obter teste que seja ótimo SIMULTANEAMENTE quanto às probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II (quanto aos valores da função poder tanto sob H_0 quanto sob H_1).

- Soluções alternativas:

- 1) Especificação de um valor máximo, limitante superior ("teto") para a probabilidade de erro de tipo I (para a função poder sobre toda hipótese nula H_0) e minimização da probabilidade de erro de tipo II (maximização da função poder sobre toda hipótese alternativa H_1) sob essa restrição ("teto").

- 2) Minimização de combinação linear das probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II.

Testes de Hipóteses

- Impossibilidade de obter teste que seja ótimo SIMULTANEAMENTE quanto às probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II (quanto aos valores da função poder tanto sob H_0 quanto sob H_1).

- Soluções alternativas:

- 1) Especificação de um valor máximo, limitante superior ("teto") para a probabilidade de erro de tipo I (para a função poder sobre toda hipótese nula H_0) e minimização da probabilidade de erro de tipo II (maximização da função poder sobre toda hipótese alternativa H_1) sob essa restrição ("teto").

- 2) Minimização de combinação linear das probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II.

Testes de Hipóteses

- Impossibilidade de obter teste que seja ótimo SIMULTANEAMENTE quanto às probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II (quanto aos valores da função poder tanto sob H_0 quanto sob H_1).

- Soluções alternativas:

- 1) Especificação de um valor máximo, limitante superior ("teto") para a probabilidade de erro de tipo I (para a função poder sobre toda hipótese nula H_0) e minimização da probabilidade de erro de tipo II (maximização da função poder sobre toda hipótese alternativa H_1) sob essa restrição ("teto").

- 2) Minimização de combinação linear das probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II.

Testes de Hipóteses

- Impossibilidade de obter teste que seja ótimo SIMULTANEAMENTE quanto às probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II (quanto aos valores da função poder tanto sob H_0 quanto sob H_1).
- Soluções alternativas:
- 1) Especificação de um valor máximo, limitante superior ("teto") para a probabilidade de erro de tipo I (para a função poder sobre toda hipótese nula H_0) e minimização da probabilidade de erro de tipo II (maximização da função poder sobre toda hipótese alternativa H_1) sob essa restrição ("teto").
- 2) Minimização de combinação linear das probabilidades de erro de tipo I e de erro de tipo II.

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 1:** Testes uniformemente mais poderosos (UMP) de nível de significância fixado.

- **DEFINICÃO;** Um teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0,1\}$ é uniformemente mais poderoso (UMP) de nível α para $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ se

  (a) $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \leq \ \alpha \ , \ \forall\theta \in \Theta_0$ e

  (b) Para todo teste φ que satisfaz (a), $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \geq \ \pi_{\varphi}(\theta) \ , \ \forall\theta \in \Theta_1$

- **(Lema de Neyman-Pearson)** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0,1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} \ > \ k$$

  é teste UMP (MP) de nível $\alpha = \pi_{\varphi^*}(\theta_0)$.

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 1:** Testes uniformemente mais poderosos (UMP) de nível de significância fixado.

- **DEFINICÃO;** Um teste $\varphi^* : \mathcal{X} \rightarrow \{0, 1\}$ é uniformemente mais poderoso (UMP) de nível α para $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ se

  (a) $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \leq \ \alpha \ , \ \forall \theta \in \Theta_0$ e

  (b) Para todo teste φ que satisfaz (a),
  $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \geq \ \pi_{\varphi}(\theta) \ , \ \forall \theta \in \Theta_1$

- **(Lema de Neyman-Pearson)** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \rightarrow \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} \ > \ k$$

  é teste UMP (MP) de nível $\alpha = \pi_{\varphi^*}(\theta_0)$.

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 1:** Testes uniformemente mais poderosos (UMP) de nível de significância fixado.
- **DEFINICÃO;** Um teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0,1\}$ é uniformemente mais poderoso (UMP) de nível α para $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ se

  (a) $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \leq \ \alpha \ , \ \forall\theta \in \Theta_0$ e

  (b) Para todo teste φ que satisfaz (a), $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \geq \ \pi_{\varphi}(\theta) \ , \ \forall\theta \in \Theta_1$

- **(Lema de Neyman-Pearson)** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0,1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} \ > \ k$$

  é teste UMP (MP) de nível $\alpha = \pi_{\varphi^*}(\theta_0)$.

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 1:** Testes uniformemente mais poderosos (UMP) de nível de significância fixado.

- **DEFINICÃO;** Um teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0, 1\}$ é uniformemente mais poderoso (UMP) de nível α para $H_0 : \theta \in \Theta_0$ versus $H_1 : \theta \in \Theta_1$ se

  (a) $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \leq \ \alpha \ , \ \forall \theta \in \Theta_0$ e

  (b) Para todo teste φ que satisfaz (a),
  $\pi_{\varphi^*}(\theta) \ \geq \ \pi_{\varphi}(\theta) \ , \ \forall \theta \in \Theta_1$

- **(Lema de Neyman-Pearson)** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} \ > \ k$$

  é teste UMP (MP) de nível $\alpha = \pi_{\varphi^*}(\theta_0)$.

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Seja $(X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Normal de média θ e variância 1. Sejam $\theta_0, \theta_1 \in \mathbb{R}$ tais que $\theta_0 < \theta_1$. Para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, vamos construir, pelo Lema de Neyman-Pearson, o teste MP de nível α, $\alpha \in [0, 1]$. Para $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$,

- $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} = \frac{V_x(\theta_1)}{V_x(\theta_0)} = \frac{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \ e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\theta_1)^2}{2}}}{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \ e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\theta_0)^2}{2}}} > k \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow \ e^{-\frac{n}{2}(\theta_1-\theta_0)^2 \ + \ n\bar{x}(\theta_1-\theta_0)} > k \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow \ \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1-\theta_0)} + \frac{\theta_1+\theta_0}{2} = k' = k'(n, \theta_0, \theta_1) \quad (*)$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Seja $(X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Normal de média θ e variância 1. Sejam $\theta_0, \theta_1 \in \mathbb{R}$ tais que $\theta_0 < \theta_1$. Para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, vamos construir, pelo Lema de Neyman-Pearson, o teste MP de nível α, $\alpha \in [0, 1]$. Para $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$,

- $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} = \frac{V_x(\theta_1)}{V_x(\theta_0)} = \frac{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\theta_1)^2}{2}}}{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\theta_0)^2}{2}}} > k \Leftrightarrow ...$

- $\Leftrightarrow e^{-\frac{n}{2}(\theta_1-\theta_0)^2 + n\bar{x}(\theta_1-\theta_0)} > k \Leftrightarrow ...$

- $\Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1-\theta_0)} + \frac{\theta_1+\theta_0}{2} = k' = k'(n, \theta_0, \theta_1) \quad (*)$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Seja $(X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Normal de média θ e variância 1. Sejam $\theta_0, \theta_1 \in \mathbb{R}$ tais que $\theta_0 < \theta_1$. Para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, vamos construir, pelo Lema de Neyman-Pearson, o teste MP de nível α, $\alpha \in [0, 1]$. Para $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$,

- $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} = \frac{V_x(\theta_1)}{V_x(\theta_0)} = \frac{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \ e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta_1)^2}{2}}}{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \ e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta_0)^2}{2}}} > k \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow \ e^{-\frac{n}{2}(\theta_1-\theta_0)^2 + n\bar{x}(\theta_1-\theta_0)} > k \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow \ \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1-\theta_0)} + \frac{\theta_1+\theta_0}{2} = k' = k'(n, \theta_0, \theta_1) \quad (*)$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Seja $(X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Normal de média θ e variância 1. Sejam $\theta_0, \theta_1 \in \mathbb{R}$ tais que $\theta_0 < \theta_1$. Para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, vamos construir, pelo Lema de Neyman-Pearson, o teste MP de nível α, $\alpha \in [0, 1]$. Para $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$,
- $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} = \frac{V_x(\theta_1)}{V_x(\theta_0)} = \frac{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \; e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta_1)^2}{2}}}{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \; e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)^2}{2}}} > k \Leftrightarrow$ ...
- $\Leftrightarrow \; e^{-\frac{n}{2}(\theta_1 - \theta_0)^2 \, + \, n\bar{x}(\theta_1 - \theta_0)} > k \Leftrightarrow$ ...
- $\Leftrightarrow \; \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1 - \theta_0)} + \frac{\theta_1 + \theta_0}{2} = k' = k'(n, \theta_0, \theta_1) \quad (*)$

Testes de Hipóteses

- Exemplo: Seja $(X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Normal de média θ e variância 1. Sejam $\theta_0, \theta_1 \in \mathbb{R}$ tais que $\theta_0 < \theta_1$. Para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, vamos construir, pelo Lema de Neyman-Pearson, o teste MP de nível α, $\alpha \in [0, 1]$. Para $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$,

- $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} = \frac{V_x(\theta_1)}{V_x(\theta_0)} = \frac{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \ e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta_1)^2}{2}}}{(\frac{1}{2\pi})^{\frac{n}{2}} \ e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta_0)^2}{2}}} > k \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow \ e^{-\frac{n}{2}(\theta_1 - \theta_0)^2 \ + \ n\bar{x}(\theta_1 - \theta_0)} > k \ \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow \ \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1 - \theta_0)} + \frac{\theta_1 + \theta_0}{2} = k' = k'(n, \theta_0, \theta_1) \quad (*)$

Testes de Hipóteses

- Comumente, ao invés de se adotar k' como em $(*)$ e obter o teste MP de nível α_{φ^*}, é fixado $\alpha \in (0,1)$ e determinado k'' de modo a satisfazer a condição $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha$, isto é, é determinado o teste MP de nível α fixado. Assim, resulta que

- $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha \;\Leftrightarrow\; \mathbb{P}(\bar{X} > k''|\theta_0) = \alpha \;\Leftrightarrow\;$ ...

- $\Leftrightarrow\; k'' = \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}} = k''(n, \theta_0, \alpha)$

- Pelo Lema de neyman-Pearson,

  $\varphi^{**}(x) = 1 \;\Leftrightarrow\; \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$

  é teste MP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$.

Testes de Hipóteses

- Comumente, ao invés de se adotar k' como em $(*)$ e obter o teste MP de nível α_{φ^*}, é fixado $\alpha \in (0,1)$ e determinado k'' de modo a satisfazer a condição $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha$, isto é, é determinado o teste MP de nível α fixado. Assim, resulta que

- $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow \mathbb{P}(\bar{X} > k''|\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow k'' = \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}} = k''(n, \theta_0, \alpha)$

- Pelo Lema de neyman-Pearson,

$$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$$

é teste MP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$.

Testes de Hipóteses

- Comumente, ao invés de se adotar k' como em $(*)$ e obter o teste MP de nível α_{φ^*}, é fixado $\alpha \in (0,1)$ e determinado k'' de modo a satisfazer a condição $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha$, isto é, é determinado o teste MP de nível α fixado. Assim, resulta que

- $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow \mathbb{P}(\bar{X} > k''|\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow k'' = \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}} = k''(n, \theta_0, \alpha)$

- Pelo Lema de neyman-Pearson,

  $\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$

  é teste MP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$.

Testes de Hipóteses

- Comumente, ao invés de se adotar k' como em $(*)$ e obter o teste MP de nível α_{φ^*}, é fixado $\alpha \in (0,1)$ e determinado k'' de modo a satisfazer a condição $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha$, isto é, é determinado o teste MP de nível α fixado. Assim, resulta que

- $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow \mathbb{P}(\bar{X} > k''|\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow k'' = \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}} = k''(n, \theta_0, \alpha)$

- Pelo Lema de neyman-Pearson,

$$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$$

é teste MP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$.

Testes de Hipóteses

- Comumente, ao invés de se adotar k' como em $(*)$ e obter o teste MP de nível α_{φ^*}, é fixado $\alpha \in (0,1)$ e determinado k'' de modo a satisfazer a condição $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha$, isto é, é determinado o teste MP de nível α fixado. Assim, resulta que

- $\pi_{\varphi^{**}}(\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow \mathbb{P}(\bar{X} > k''|\theta_0) = \alpha \Leftrightarrow$ ...

- $\Leftrightarrow k'' = \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}} = k''(n, \theta_0, \alpha)$

- Pelo Lema de neyman-Pearson,

  $$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$$

  é teste MP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$.

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 2:** Testes que minimizam combinações lineares das probabilidades de erros de tipo I e de tipo II.

- **RESULTADO:** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) \; = \; 1 \; \Leftrightarrow \; \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} \; > \; k$$

  satisfaz, para toda função de teste φ,

  $$k \; \alpha_{\varphi^*} \; + \; \beta_{\varphi^*} \; \leq \; k \; \alpha_\varphi \; + \; \beta_\varphi \; ,$$ ou

  $$k\pi_{\varphi^*}(\theta_0) \; + \; (1 - \pi_{\varphi^*}(\theta_1)) \; \leq \; k\pi_\varphi(\theta_0) \; + \; (1 - \pi_\varphi(\theta_1))$$

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 2:** Testes que minimizam combinações lineares das probabilidades de erros de tipo I e de tipo II.

- **RESULTADO:** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0,1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} > k$$

  satisfaz, para toda função de teste φ,

  $$k\,\alpha_{\varphi^*} + \beta_{\varphi^*} \leq k\,\alpha_\varphi + \beta_\varphi \text{ , ou}$$

  $$k\pi_{\varphi^*}(\theta_0) + (1 - \pi_{\varphi^*}(\theta_1)) \leq k\pi_\varphi(\theta_0) + (1 - \pi_\varphi(\theta_1))$$

Testes de Hipóteses

- **Solução alternativa 2:** Testes que minimizam combinações lineares das probabilidades de erros de tipo I e de tipo II.

- **RESULTADO:** Seja $k > 0$. O teste $\varphi^* : \mathcal{X} \to \{0, 1\}$ para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$ dado por

  $$\varphi^*(x) \ = \ 1 \ \Leftrightarrow \ \frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_0)} \ > \ k$$

  satisfaz, para toda função de teste φ,

  $$k \ \alpha_{\varphi^*} \ + \ \beta_{\varphi^*} \ \leq \ k \ \alpha_\varphi \ + \ \beta_\varphi \ \ ,$$ ou

  $$k\pi_{\varphi^*}(\theta_0) \ + \ (1 - \pi_{\varphi^*}(\theta_1)) \ \leq \ k\pi_\varphi(\theta_0) \ + \ (1 - \pi_\varphi(\theta_1))$$

Testes de Hipóteses

- No exemplo anterior, o teste φ^* com tal propriedade (minimização de combinação linear de probabilidades de erros) é
- $\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1-\theta_0)} + \frac{\theta_1+\theta_0}{2}$ (depende de θ_1)
- O teste MP de nível α para H_0 versus H_1 é

$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$ (não depende de θ_1)

Vamos avaliar a dependência dos testes acima no valor especificado pela hipótese alternativa, θ_1.

Testes de Hipóteses

- No exemplo anterior, o teste φ^* com tal propriedade (minimização de combinação linear de probabilidades de erros) é
- $\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1 - \theta_0)} + \frac{\theta_1 + \theta_0}{2}$ (depende de θ_1)
- O teste MP de nível α para H_0 versus H_1 é

$$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$$ (não depende de θ_1)

Vamos avaliar a dependência dos testes acima no valor especificado pela hipótese alternativa, θ_1.

Testes de Hipóteses

- No exemplo anterior, o teste φ^* com tal propriedade (minimização de combinação linear de probabilidades de erros) é

- $\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1-\theta_0)} + \frac{\theta_1+\theta_0}{2}$ (depende de θ_1)

- O teste MP de nível α para H_0 versus H_1 é

  $\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$ (não depende de θ_1)

  Vamos avaliar a dependência dos testes acima no valor especificado pela hipótese alternativa, θ_1.

Testes de Hipóteses

- No exemplo anterior, o teste φ^* com tal propriedade (minimização de combinação linear de probabilidades de erros) é
- $\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1 - \theta_0)} + \frac{\theta_1 + \theta_0}{2}$ (depende de θ_1)
- O teste MP de nível α para H_0 versus H_1 é

$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$ (não depende de θ_1)

Vamos avaliar a dependência dos testes acima no valor especificado pela hipótese alternativa, θ_1.

Testes de Hipóteses

- No exemplo anterior, o teste φ^* com tal propriedade (minimização de combinação linear de probabilidades de erros) é
- $\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1 - \theta_0)} + \frac{\theta_1 + \theta_0}{2}$ (depende de θ_1)
- O teste MP de nível α para H_0 versus H_1 é

$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$ (não depende de θ_1)

Vamos avaliar a dependência dos testes acima no valor especificado pela hipótese alternativa, θ_1.

Testes de Hipóteses

- No exemplo anterior, o teste φ^* com tal propriedade (minimização de combinação linear de probabilidades de erros) é
- $\varphi^*(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \frac{\log k}{n(\theta_1 - \theta_0)} + \frac{\theta_1 + \theta_0}{2}$ (depende de θ_1)
- O teste MP de nível α para H_0 versus H_1 é

$\varphi^{**}(x) = 1 \Leftrightarrow \bar{x} > \theta_0 + \frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{n}}$ (não depende de θ_1)

Vamos avaliar a dependência dos testes acima no valor especificado pela hipótese alternativa, θ_1.

Testes de Hipóteses

- Testes mais poderosos $\rightarrow$ "Independência" de $\theta_1 > \theta_0$ viabiliza, sob certas condições, a extensão de testes MP para testes UMP para hipóteses unilaterais (Karlin e Rubin), união de dois intervalos, testes RVG, etc.. Por outro lado, testes MP de nível pré-fixado "negligenciam" a razão de verossimilhanças entre cada $\theta_1 > \theta_0$ e θ_0.

- Por outro lado, a fixação de um "valor de corte" para a razão de verossimilhanças impossibilita a existência de um único nível de significância para todos os testes para as hipóteses alternativas $\theta = \theta_1$, com $\theta_1 > \theta_0$.

- No que segue, avaliamos vantagens e desvantagens de testes de hipóteses (hypothesis testing).

Testes de Hipóteses

- Testes mais poderosos $\rightarrow$ "Independência" de $\theta_1 > \theta_0$ viabiliza, sob certas condições, a extensão de testes MP para testes UMP para hipóteses unilaterais (Karlin e Rubin), união de dois intervalos, testes RVG, etc.. Por outro lado, testes MP de nível pré-fixado "negligenciam" a razão de verossimilhanças entre cada $\theta_1 > \theta_0$ e θ_0.
- Por outro lado, a fixação de um "valor de corte" para a razão de verossimilhanças impossibilita a existência de um único nível de significância para todos os testes para as hipóteses alternativas $\theta = \theta_1$, com $\theta_1 > \theta_0$.
- No que segue, avaliamos vantagens e desvantagens de testes de hipóteses (hypothesis testing).

Testes de Hipóteses

- Testes mais poderosos $\rightarrow$ "Independência" de $\theta_1 > \theta_0$ viabiliza, sob certas condições, a extensão de testes MP para testes UMP para hipóteses unilaterais (Karlin e Rubin), união de dois intervalos, testes RVG, etc.. Por outro lado, testes MP de nível pré-fixado "negligenciam" a razão de verossimilhanças entre cada $\theta_1 > \theta_0$ e θ_0.

- Por outro lado, a fixação de um "valor de corte" para a razão de verossimilhanças impossibilita a existência de um único nível de significância para todos os testes para as hipóteses alternativas $\theta = \theta_1$, com $\theta_1 > \theta_0$.

- No que segue, avaliamos vantagens e desvantagens de testes de hipóteses (hypothesis testing).

Testes de Hipóteses

- Testes mais poderosos $\rightarrow$ "Independência" de $\theta_1 > \theta_0$ viabiliza, sob certas condições, a extensão de testes MP para testes UMP para hipóteses unilaterais (Karlin e Rubin), união de dois intervalos, testes RVG, etc.. Por outro lado, testes MP de nível pré-fixado "negligenciam" a razão de verossimilhanças entre cada $\theta_1 > \theta_0$ e θ_0.

- Por outro lado, a fixação de um "valor de corte" para a razão de verossimilhanças impossibilita a existência de um único nível de significância para todos os testes para as hipóteses alternativas $\theta = \theta_1$, com $\theta_1 > \theta_0$.

- No que segue, avaliamos vantagens e desvantagens de testes de hipóteses (hypothesis testing).

Testes de Hipóteses

- **Vantagens**
- 1)Consideração de hipótese alternativa e suas consequências: procedimento para a seleção de estatística adequada para tomada de decisão (dependência de estatística suficiente) ; avaliação dos dados sob situação "fora" da hipótese nula, etc..
- 2) No caso de testes com nível de significância fixado, possibilita de extensão de testes MP para muitos outros problemas de teste de hipóteses além de hipóteses simples.
- 3) Conexão com o problema de estimação por intervalo.
- 4) Formalização, num certo sentido, de testes vigentes até então.

Testes de Hipóteses

- **Vantagens**

- 1)Consideração de hipótese alternativa e suas consequências: procedimento para a seleção de estatística adequada para tomada de decisão (dependência de estatística suficiente) ; avaliação dos dados sob situação "fora" da hipótese nula, etc..

- 2) No caso de testes com nível de significância fixado, possibilita de extensão de testes MP para muitos outros problemas de teste de hipóteses além de hipóteses simples.

- 3) Conexão com o problema de estimação por intervalo.

- 4) Formalização, num certo sentido, de testes vigentes até então.

Testes de Hipóteses

- **Vantagens**
- 1)Consideração de hipótese alternativa e suas consequências: procedimento para a seleção de estatística adequada para tomada de decisão (dependência de estatística suficiente) ; avaliação dos dados sob situação "fora" da hipótese nula, etc..
- 2) No caso de testes com nível de significância fixado, possibilita de extensão de testes MP para muitos outros problemas de teste de hipóteses além de hipóteses simples.
- 3) Conexão com o problema de estimação por intervalo.
- 4) Formalização, num certo sentido, de testes vigentes até então.

Testes de Hipóteses

- **Vantagens**
- 1)Consideração de hipótese alternativa e suas consequências: procedimento para a seleção de estatística adequada para tomada de decisão (dependência de estatística suficiente) ; avaliação dos dados sob situação "fora" da hipótese nula, etc..
- 2) No caso de testes com nível de significância fixado, possibilita de extensão de testes MP para muitos outros problemas de teste de hipóteses além de hipóteses simples.
- 3) Conexão com o problema de estimação por intervalo.
- 4) Formalização, num certo sentido, de testes vigentes até então.

Testes de Hipóteses

- **Vantagens**
- 1)Consideração de hipótese alternativa e suas consequências: procedimento para a seleção de estatística adequada para tomada de decisão (dependência de estatística suficiente) ; avaliação dos dados sob situação "fora" da hipótese nula, etc..
- 2) No caso de testes com nível de significância fixado, possibilita de extensão de testes MP para muitos outros problemas de teste de hipóteses além de hipóteses simples.
- 3) Conexão com o problema de estimação por intervalo.
- 4) Formalização, num certo sentido, de testes vigentes até então.

Testes de Hipóteses

- **Vantagens**
- 1)Consideração de hipótese alternativa e suas consequências: procedimento para a seleção de estatística adequada para tomada de decisão (dependência de estatística suficiente) ; avaliação dos dados sob situação "fora" da hipótese nula, etc..
- 2) No caso de testes com nível de significância fixado, possibilita de extensão de testes MP para muitos outros problemas de teste de hipóteses além de hipóteses simples.
- 3) Conexão com o problema de estimação por intervalo.
- 4) Formalização, num certo sentido, de testes vigentes até então.

Testes de Hipóteses

- **Desvantagens**
- 1)Fixação do nível de significância impõe restrições à escolha de funções de teste; ademais, desconsidera avaliação sob hipótese alternativa para definição dos testes "elegíveis" ; "assimetria".
- 2) Controvérsias sobre mecanismo de escolha de valores para o nível de significância: escolha do agente decisor/pesquisador X particularidades do modelo sob apreciação (tamanho da amostra, do parâmetro), etc..
- "... in determining just how the balance [between the two kinds of error] should be struck must be left to the investigator" (Neyman and Pearson (1933), page 296).

Testes de Hipóteses

- **Desvantagens**

- 1)Fixação do nível de significância impõe restrições à escolha de funções de teste; ademais, desconsidera avaliação sob hipótese alternativa para definição dos testes "elegíveis" ; "assimetria".

- 2) Controvérsias sobre mecanismo de escolha de valores para o nível de significância: escolha do agente decisor/pesquisador X particularidades do modelo sob apreciação (tamanho da amostra, do parâmetro), etc..

- "... in determining just how the balance [between the two kinds of error] should be struck must be left to the investigator" (Neyman and Pearson (1933), page 296).

Testes de Hipóteses

- **Desvantagens**
- 1)Fixação do nível de significância impõe restrições à escolha de funções de teste; ademais, desconsidera avaliação sob hipótese alternativa para definição dos testes "elegíveis" ; "assimetria".
- 2) Controvérsias sobre mecanismo de escolha de valores para o nível de significância: escolha do agente decisor/pesquisador X particularidades do modelo sob apreciação (tamanho da amostra, do parâmetro), etc..
- "... in determining just how the balance [between the two kinds of error] should be struck must be left to the investigator" (Neyman and Pearson (1933), page 296).

Testes de Hipóteses

- **Desvantagens**
- 1)Fixação do nível de significância impõe restrições à escolha de funções de teste; ademais, desconsidera avaliação sob hipótese alternativa para definição dos testes "elegíveis" ; "assimetria".
- 2) Controvérsias sobre mecanismo de escolha de valores para o nível de significância: escolha do agente decisor/pesquisador X particularidades do modelo sob apreciação (tamanho da amostra, do parâmetro), etc..
- "... in determining just how the balance [between the two kinds of error] should be struck must be left to the investigator" (Neyman and Pearson (1933), page 296).

Testes de Hipóteses

- **Desvantagens**
- 1)Fixação do nível de significância impõe restrições à escolha de funções de teste; ademais, desconsidera avaliação sob hipótese alternativa para definição dos testes "elegíveis" ; "assimetria".
- 2) Controvérsias sobre mecanismo de escolha de valores para o nível de significância: escolha do agente decisor/pesquisador X particularidades do modelo sob apreciação (tamanho da amostra, do parâmetro), etc..
- "... in determining just how the balance [between the two kinds of error] should be struck must be left to the investigator" (Neyman and Pearson (1933), page 296).

Testes de Hipóteses

- 3)Inconsistência lógica entre as conclusões obtidas de testes simultâneos/múltiplos baseados em níveis de significância pré-fixados.
- 4) Dificuldades em situações com espaços amostrais discretos: adoção de testes aleatorizados X mudança de nível de significância fixado de antemão X inconsistência com príncipios de inferência estatística.
- "In practice, typically neither the breaking of the r-order nor randomization is considered acceptable. The common solution, instead, is to adopt a value of α that can be attained exactly and therefore does not present this problem" (Lehmann (1959)).

Testes de Hipóteses

- 3)Inconsistência lógica entre as conclusões obtidas de testes simultâneos/múltiplos baseados em níveis de significância pré-fixados.
- 4) Dificuldades em situações com espaços amostrais discretos: adoção de testes aleatorizados X mudança de nível de significância fixado de antemão X inconsistência com príncipios de inferência estatística.
- "In practice, typically neither the breaking of the r-order nor randomization is considered acceptable. The common solution, instead, is to adopt a value of α that can be attained exactly and therefore does not present this problem" (Lehmann (1959)).

Testes de Hipóteses

- 3)Inconsistência lógica entre as conclusões obtidas de testes simultâneos/múltiplos baseados em níveis de significância pré-fixados.

- 4) Dificuldades em situações com espaços amostrais discretos: adoção de testes aleatorizados X mudança de nível de significância fixado de antemão X inconsistência com príncipios de inferência estatística.

- "In practice, typically neither the breaking of the r-order nor randomization is considered acceptable. The common solution, instead, is to adopt a value of α that can be attained exactly and therefore does not present this problem" (Lehmann (1959)).

Testes de Hipóteses

- 3)Inconsistência lógica entre as conclusões obtidas de testes simultâneos/múltiplos baseados em níveis de significância pré-fixados.
- 4) Dificuldades em situações com espaços amostrais discretos: adoção de testes aleatorizados X mudança de nível de significância fixado de antemão X inconsistência com príncipios de inferência estatística.
- "In practice, typically neither the breaking of the r-order nor randomization is considered acceptable. The common solution, instead, is to adopt a value of α that can be attained exactly and therefore does not present this problem" (Lehmann (1959)).