

# Modelos Mistos e Aplicações - Lista 2

Renata Hirota

## Propriedades de estimadores de máxima verossimilhança

### Amostras pequenas

O estimador de máxima verossimilhança (ML) para o coeficiente de efeitos fixos  $\beta$  é não-viesado em pequenas amostras.

Os parâmetros de variância em um modelo de crescimento aleatório balanceado também são não-viesados.

### Coeficientes de efeitos fixos

- O estimador de mínimos quadrados ordinários (OLS) é não-viesado em um modelo de regressão linear.
- O estimador de mínimos quadrados generalizados (GLS) é imparcial se a matriz de variância-covariância for conhecida (Kackar e Harville, 1984; Kenward e Roger. 1997).
- O estimador de mínimos quadrados generalizados estimado (EGLS), que usa uma matriz de variância-covariância estimada, também é imparcial em pequenas amostras.

### Parâmetros de variância

- Os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros de variância  $\sigma$  e  $D$  são geralmente viesados.
- Os estimadores de máxima verossimilhança restrita (RML) dos parâmetros de variância são não-viesados em um modelo balanceado.
- Os estimadores RML são não-viesados para modelos mistos de coeficientes aleatórios balanceados.

As propriedades de pequenas amostras dos estimadores em modelos de efeitos mistos lineares são importantes para determinar a confiabilidade dos resultados da análise. No geral, os estimadores ML são não-viesados em pequenas amostras, mas os estimadores de máxima verossimilhança restrita (RML) para parâmetros de variância são não-viesados apenas em modelos balanceados.

### Amostras grandes

- As estimativas de máxima verossimilhança (MLE) para os parâmetros beta ( $\beta$ ) e variância ( $\sigma^2$ ,  $D$ ) são assintoticamente independentes.
- A função de log-verossimilhança pode ser maximizada separadamente para ( $\beta$ ) e ( $\sigma^2$ ,  $D$ ) devido à matriz Hessiana diagonal em blocos.
- Usando qualquer estimativa consistente de  $D$  com mínimos quadrados generalizados gera um estimador eficiente de  $\beta$ .
- As matrizes  $X$  e  $Z$  podem ser consideradas como fixas (esquema determinístico) ou aleatórias (esquema estocástico). No esquema determinístico, os elementos da matriz são limitadas e a existencia de limites da matriz é assumida. No esquema estocástico,  $X$  e  $Z$  são iid, permitindo a aplicação da teoria de máxima verossimilhança.
- Embora aumentar o número de observações por indivíduo melhore as estimativas, é mais importante ter o maior número possível de sujeitos ( $N$ ). Isso ocorre porque a matriz de variância é aproximadamente igual a  $\sigma^2 D$  quando  $N$  é grande.
- ML e RML são equivalentes assintoticamente, ou seja, fornecem estimativas próximas quando o número de observações é relativamente grande.