

CENTRO DE ESTATÍSTICA APLICADA – CEA – USP

RELATÓRIO DE CONSULTA

TÍTULO: Fatores associados à evasão e conclusão de curso na UFRJ: análise de heterogeneidade

PESQUISADOR: Melina Klitzke Martins

ORIENTADOR: Rosana Heringer, Flávio Carvalhaes

INSTITUIÇÃO: Universidade Federal do Rio de Janeiro

FINALIDADE DO PROJETO: Doutorado

PARTICIPANTES DA ENTREVISTA:

- Melina Klitzke Martins
- Flávio Carvalhaes
- Monica Carneiro Sandoval
- Denise Aparecida Botter
- Viviana Giampaoli
- Giovanna Vilar
- Mariana Almeida
- Renata Hirota

DATA: 23/04/2020

FINALIDADE DA CONSULTA: Consultoria sobre o modelo logístico multinível; auxílio na validação e interpretação do modelo

RELATÓRIO ELABORADO POR:

- Giovanna Vilar
- Mariana Almeida
- Renata Hirota

1 Introdução

A evasão dos alunos no ensino superior é uma situação recorrente e estudada por diversos autores no campo da educação e das ciências sociais. Em suma, como as variações nos ambientes acadêmicos moldam as experiências e os resultados dos alunos de diferentes maneiras, as disparidades entre as distribuições dos estudantes em todas as áreas de estudo, ainda que pequenas, podem contribuir para entender as desigualdades de resultados quanto à evasão de curso.

A partir de um estudo observacional, a pesquisa busca analisar quais são os fatores associados à evasão de curso na UFRJ e como os efeitos desses fatores variam entre cursos.

A metodologia utilizada pela pesquisadora é um modelo logístico multinível (hierárquico), em que as variáveis de nível 1 são relacionadas às características dos estudantes e as variáveis de nível 2 são relacionadas aos cursos. A pesquisadora busca com a entrevista uma consultoria sobre o modelo logístico multinível e auxílio na validação e interpretação do modelo.

2 Descrição do estudo

Os dados foram analisados a partir de um modelo logístico multinível (hierárquico), em que as variáveis de nível 1 são relacionadas às características dos estudantes e as variáveis de nível 2 são relacionadas aos cursos.

As unidades amostrais da pesquisa são os ingressantes no primeiro semestre do ano de 2014, somando um total de 4.480 observações. Todos esses alunos foram acompanhados até o primeiro semestre de 2019 (1 ano e meio após o período de formação ideal). Apesar de serem dados longitudinais, como informado pela pesquisadora, tal característica não é considerada nesta etapa do estudo, uma vez que o estudo do tempo de evasão já foi realizado pela pesquisadora e não é objeto de pesquisa dessa análise.

A pesquisadora selecionou todos os cursos de modalidade presencial ofertados pela UFRJ e, a partir da volumetria, agrupou-os de acordo com o tipo de curso. Por exemplo, cursos como Letras-Espanhol, Letras-Inglês e Letras-Português foram agrupados em um mesmo bloco. Ao fim desse agrupamento, foram obtidos 45 clusters contendo, no mínimo, 30 observações. É importante ressaltar que o curso de Medicina foi excluído da análise por não ser possível observar a conclusão de curso desses ingressantes, já que sua duração ideal ultrapassa o tempo de acompanhamento. Além disso, outro argumento a favor da exclusão apontado pela pesquisa é a baixa taxa de evasão observada no curso.

3 Descrição de um Modelo Multinível

Um modelo multinível com intercepto aleatório, sem variáveis de segundo nível, pode ser descrito da seguinte forma:

$$\text{logit}(\pi_{ij}) = \beta_{0j} + \sum_k \beta_k * X_{kij} + \epsilon_{ij}$$

com

$$\beta_{0j} = \beta_0 + u_{0j}$$

para $j = 1, \dots, n$ clusters de cursos, $i = 1, \dots, n_j$ alunos no cluster j , e $k = 1, \dots, m$ variáveis independentes no modelo. u_{0j} é o efeito aleatório do j -ésimo cluster que compõe o intercepto, cuja distribuição segue uma $N(0, \sigma_{u_{0j}}^2)$. Ressaltamos que β_0 é o efeito fixo do intercepto do modelo.

Os X_{kij} são as variáveis independentes de primeiro nível utilizadas no modelo e os coeficientes β_k são os coeficientes fixos do modelo. Os erros ϵ_{ij} têm distribuição binomial com média zero e são independentes de u_{0j} . É importante destacar que componentes aleatórios podem ser acrescentados aos coeficientes das variáveis independentes.

Caso exista uma variável de segundo nível o modelo pode ser definido da seguinte forma:

$$\text{logit}(\pi_{ij}) = \beta_{0j} + \sum_k \beta_{kj} * X_{kij} + \epsilon_{ij}$$

com

$$\beta_{0j} = \beta_{00} + \beta_{02} * Z_j + u_{0j}$$

e

$$\beta_{kj} = \beta_{k0} + \beta_{k2} * Z_j$$

para $j = 1, \dots, n$ clusters de cursos, $i = 1, \dots, n_j$ alunos no cluster j , e $k = 1, \dots, m$ variáveis independentes no modelo. u_{0j} é o efeito aleatório do j -ésimo cluster que compõe o intercepto, cuja distribuição segue uma $N(0, \sigma_{u_{0j}}^2)$. Os erros ϵ_{ij} têm distribuição binomial com média zero e são independentes de u_{0j} .

Os X_{kij} são as variáveis independentes de nível 1 utilizadas no modelo, os coeficientes β_{kj} são os coeficientes fixos do modelo. Já Z_j é uma variável no nível de cluster (nível 2).

β_{02} e β_{k2} são os coeficientes de regressão associados à variável explicativa do nível 2 relativo à inclinação. É importante destacar que componentes aleatórios podem ser acrescentados aos coeficientes das variáveis independentes (β_{kj}).

Nos dois exemplos, nota-se que os interceptos variam de cluster para cluster (considera-se que possa existir diferenças entre os clusters), mas β_{00} e os β_{k0} são constantes para todos os clusters. Caso seja incluído outro efeito aleatório em alguma das variáveis, as inclinações relacionadas a essa variável também irão variar de cluster para cluster.

4 Descrição das variáveis e processo de coleta de dados

4.1 Base de dados

A base de dados utilizada foi construída a partir dos microdados da coorte fornecidos pela Divisão de Registro de Estudante (DRE/Pr1) da UFRJ. A maioria das informações são coletadas através de questionário socioeconômico, produzido e aplicado pela instituição no ato da pré-matrícula do estudante. O alto índice de respostas deve-se, possivelmente, ao fato de que o estudante precisa apresentar o comprovante da realização da pré-matrícula, exigido no ato de confirmação da matrícula presencial.

O questionário é composto por questões que abordam, entre outras informações, aspectos socioeconômicos, culturais, escolares, de composição familiar e de escolha e expectativas sobre o curso e sobre a instituição.

4.2 Variáveis

A variável dependente (resposta) utilizada nessa análise é a evasão do curso no primeiro ano (1° e 2° semestre), representada por 0 e 1 (0 = não evadiu; 1 = evadiu). O conceito de evasão aqui utilizado é o de evasão do curso, que é aquela em que o aluno deixa o curso de origem por qualquer razão (LOBO, 2012). Essa variável leva em conta a situação de matrícula do aluno em cada semestre: ativa, trancada, cancelada ou cancelada por conclusão de curso. Apenas aqueles que tiveram suas matrículas no curso canceladas (exceto o cancelamento por conclusão de curso) foram considerados como alunos evadidos.

Em um estudo multinível as variáveis independentes são classificadas em dois tipos: variáveis de nível 1 e variáveis de nível 2. Neste caso, as variáveis de nível 1 são as relacionadas aos estudantes:

- Cor/Raça (0 = brancos e 1 = pretos e pardos);
- Sexo (0 = feminino e 1 = masculino);
- Status socioeconômico da família (SES), mensurado pela maior escolaridade do pai ou da mãe (0 = menos que o ensino superior e 1 = ensino superior);
- Nota do ENEM no ano de entrada;
- Variável que diz respeito à questão “se foi a primeira opção de curso” (0 = sim; 1 = não);
- Variável que diz respeito à questão “se a nota de corte influenciou na escolha do curso” (0 = não; 1 = sim);
- Coeficiente de Rendimento acumulado por semestre (CRa), relacionado ao último semestre acompanhado.

No nível 2 (relacionadas ao cluster), inicialmente a pesquisadora criou uma variável de seletividade de curso utilizando a nota mediana do curso no Enem com a seguinte regra: se a nota mediana do curso no Enem era maior que a nota mediana geral no Enem, ou seja, de toda UFRJ, o curso é mais seletivo. Caso contrário, o curso é classificado como menos seletivo.

- Seletividade (0 = menos seletivo; 1 = mais seletivo)

Os dados originais estão armazenados em Excel e o modelo foi construído no software **Stata**

5 Situação do Projeto

O projeto encontra-se na fase de testes dos modelos multiníveis. Após a entrevista com a pesquisadora, foram feitas algumas sugestões à análise já realizada.

Primeiramente, variáveis de nível 1 que podem ser estaticamente significantes foram excluídas do modelo testado. Anteriormente, um modelo de sobrevivência foi construído e seus resultados foram utilizados para determinar as variáveis a serem incluídas nesta fase do estudo.

Salientamos que essa não é uma tomada de decisão correta pois variáveis que não se mostraram significantes na primeira etapa podem ser importantes na determinação do modelo multinível. São momentos e modelos diferentes, logo, todas as variáveis que a pesquisadora acredita afetar a evasão do curso devem ser testadas.

Além disso, as variáveis contínuas – nota do ENEM e CRa – possuem magnitudes muito distintas. O CRa é uma nota que varia de 0 a 10, enquanto que as notas do ENEM estão em uma escala de 0 a 1000. Essa diferença entre as escalas pode desencadear erros de convergência durante os testes no software.

Outro problema relacionado à análise realizada é a forma como as saídas do Stata estão sendo apresentadas e analisadas.

6 Conclusão e respostas às perguntas da pesquisadora

De forma geral, o projeto está em um estado bastante avançado, de forma que os comentários a seguir se referem principalmente ao modelo escolhido pela pesquisadora e sugestões para melhorar a análise. Os comentários foram divididos em seções tentando seguir uma ordem de precedência dos passos na análise estatística.

6.1 Sugestões sobre as variáveis

6.1.1 Inclusão de variáveis

A primeira sugestão oferecida é incluir no modelo todas as variáveis com bom preenchimento (sem grande volumetria de dados faltantes) que a pesquisadora acredita ter algum efeito na evasão do curso. Durante os testes dos modelos, algumas podem se mostrar significantes e outras não, porém, é importante testá-las.

Além disso, também sugerimos o acréscimo de variáveis no nível 2. Por exemplo, o comportamento de evasão dos alunos parece ser diferente entre as áreas do conhecimento (Humanas, Exatas e Biológicas), logo, seria interessante construir essa variável categórica de curso.

A seguir, incluímos uma lista de variáveis que podem ser incluídas no estudo:

- Renda Familiar, *Nível 1*;
- Área do conhecimento do curso, *Nível 2* (Humanas, Exatas e Biológicas);
- Média da nota no ENEM do curso, *Nível 2*;
- Média do CRa do curso, *Nível 2*.

6.1.2 Uniformização na escala das variáveis

Destacamos a importância de uniformizar as variáveis contínuas referentes à nota do ENEM, pois, como explicado anteriormente, as magnitudes distintas entre os valores da variável CRa e os valores da variável nota do ENEM podem interferir na convergência matemática.

Sugerimos que os valores da variável de nota sejam transformados em números na escala de 0 a 10, a mesma utilizada no coeficiente de rendimento acumulado por semestre.

Pontuamos também que não há um consenso na literatura quando se fala de padronizar variáveis em modelos multiníveis, e portanto a necessidade de padronizar está relacionada com a interpretação da variável em todos os seus níveis (como há interesse em analisar os resultados com as variáveis CRa e nota do ENEM no nível zero, não há necessidade de padroziná-las, uma vez que a interpretação será outra).

6.1.3 Interação entre variáveis

Por fim, sugerimos testar interações entre as variáveis de nível 1, como por exemplo x_1 : Cor/Raça e x_2 : Status socioeconômico da família (SES). Se a interação está presente e é significativa, o efeito de x_1 na resposta média depende do nível de x_2 e, analogamente, o efeito de x_2 na resposta média depende do nível de x_1 . Salientamos que sejam testadas apenas interações de interesse de análise da pesquisadora, para que não haja uma complicação além do necessário na interpretação do modelo. Além disso, essas interações devem ser acrescentadas no modelo após os primeiros testes e escolha do modelo.

6.2 Construção do modelo e Medidas de desempenho

Quando construímos um modelo é sempre necessário checar a eficácia do mesmo. Além disso, precisa-se utilizar uma métrica para comparar diferentes modelos e encontrar qual o melhor para o conjunto de dados. Assim, esse tópico foca em apresentar medidas de desempenho para o ajuste da regressão logística multinível. Destacamos que, de acordo com a literatura, o nível de significância estatístico selecionado para testar as variáveis será de: $p\text{-valor} < 0.05$

A seguir, montamos um roteiro para essa etapa.

Passo 1: Ajuste do modelo sem variáveis independentes (modelo nulo) para calcular o coeficiente de correlação intraclasse e testar se as variâncias em diferentes clusters são homogêneas;

Passo 2: Incluir as variáveis independentes, separadamente, e observar a significância da variável incluída. Após essa etapa, testar modelos com mais de uma variável que apresentou significância e avaliar se o ajuste do modelo melhora com a introdução das variáveis explicativas. Essa avaliação pode ser feita através de uma medida de critério de informação com penalização da complexidade do modelo, como o BIC, AIC, ou através da estatística Deviance. Sugerimos que, primeiramente, sejam testadas as variáveis do nível mais baixo, ou seja, as relacionadas aos alunos, porque existe um maior número de observações disponíveis neste nível.

O modelo escolhido nesse primeiro passo será o modelo com variáveis que sejam significativas e que tenha o menor BIC/AIC/Deviance, definidos como:

$$AIC = -2\ln(\text{likelihood}) + 2k$$
$$BIC = -2\ln(\text{likelihood}) + \ln(N)k$$

Sendo k o número de parâmetros estimados e N o número de observações.

Por meio da *deviance* também é possível medir o grau de desajuste do modelo. A *deviance* é definida por:

$$Deviance = -2\ln(\text{likelihood}_0) - [-2\ln(\text{likelihood}_1)]$$

em que likelihood_0 é a verossimilhança do modelo nulo, ou seja, sem a presença de covariáveis, e likelihood_1 é a verossimilhança do modelo completo.

Assim, tem-se que o modelo que apresentar a menor deviance é aquele que melhor se ajusta ao conjunto de dados.

O software **Stata** apresenta na parte superior da saída (log likelihood) o log da verossimilhança do modelo testado ($\ln(\text{likelihood}_*)$).

Salientamos que nesse primeiro passo é importante testar modelos com vários conjuntos diferentes de variáveis, entendendo quais fazem sentido para o estudo. Uma variável pode ser não significativa quando testada sozinha no modelo, porém, pode apresentar significância quando avaliada conjuntamente com outra variável. Além disso, as medidas AIC, BIC e Deviance são usadas para sugerir alguns modelos “melhores”, mas o pesquisador é responsável por selecionar aquele que considera mais alinhado com a teoria e literatura da área.

Passo 3: Analisa-se o modelo incluindo, separadamente, cada uma das variáveis explicativas fixas no nível do cluster. Realizar as análises da forma citada no passo anterior;

Passo 4: Acrescentar novas variáveis até que nenhuma outra seja significativa, chegando a um ou vários candidatos a modelo final;

Passo 5: Fazer o diagnóstico dos candidatos a modelo final, verificando os pressupostos e a qualidade do ajuste.

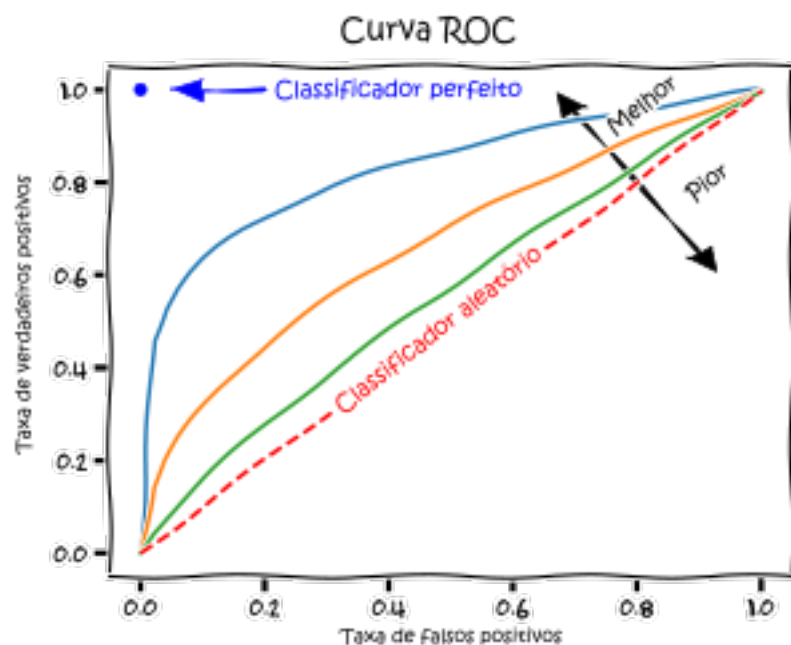
A curva ROC pode auxiliar a visualizar quão bem o modelo classifica as observações pois é uma representação gráfica que ilustra o desempenho de um modelo de classificação binária.

Se o resultado previsto pelo modelo é 1 e o valor real também é 1, então o resultado é chamado de verdadeiro positivo; no entanto, se o valor real é 0 e o valor previsto foi 1 então dizemos que o resultado é um falso positivo. Por outro lado, um verdadeiro negativo ocorre quando o resultado da previsão é 0 e o valor real também é 0, e um falso negativo é quando o resultado da previsão é 0 enquanto o valor real é 1.

Geralmente, observamos no eixo x a taxa de falsos positivos, ou seja, valores que o modelo classificou erroneamente como positivos, e no eixo y a taxa de verdadeiros positivos, ou seja, valores que o modelo classificou corretamente como positivos.

Logo, quanto mais próxima do canto superior esquerdo está a curva, melhor a classificação do modelo pois menor a taxa de falsos positivos e maior a taxa de verdadeiros positivos. O melhor método de previsão possível (teórico) produziria um ponto no canto superior esquerdo do plano descrito pelo espaço, isto é, o ponto com coordenadas (0,1). Nesse ponto temos 100% de sensibilidade (isto é, não temos falsos negativos) e 100% de especificidade (isto é, não temos falsos positivos). O ponto (0,1) também é denominado “classificação perfeita”.

A seguir, uma ilustração com exemplos de como avaliar o gráfico da curva ROC.



[site da imagem.](#)

Há diversas formas de calcular os valores para a curva ROC no **Stata**, segundo descrito no [site do software](#).

Por fim, podemos avaliar o ajuste do modelo realizando uma análise residual através de um gráfico dos resíduos estimados (as estimativas do u_{0j} na definição do modelo anterior) e os quantis da distribuição teórica normal. Idealmente, os resíduos coincidem com os quantis, formando uma linha reta diagonal pois eles seguem a distribuição determinada. Em outras palavras, para verificar o pressuposto de normalidade do efeito aleatório do cluster, pode-se verificar se os resíduos desses clusters são aproximadamente normais. O gráfico deverá apresentar no eixo x os quantis teóricos da distribuição normal, em relação aos resíduos no eixo y. Salientamos que, caso exista mais de um efeito aleatório no modelo, todos devem ser analisados para

entender se eles respeitam o pressuposto de distribuição normal.

6.3 Interpretação do modelo

Na regressão logística de efeitos mistos, os coeficientes fixos têm uma interpretação condicional aos efeitos aleatórios. No caso do estudo analisado, as interpretações estão condicionadas aos cursos. O exemplo a seguir, extraído do manual do **Stata**, ilustra como o modelo pode ser interpretado a partir da saída do software.

Exemplo (1):

Ng et al. (2006) analisam uma subamostra de dados da pesquisa de fertilidade de Bangladesh de 1989 (Huq e Cleland 1990), que entrevistou 1.934 mulheres de Bangladesh sobre o uso de anticoncepcionais. As mulheres na amostra pertenciam a 60 distritos, identificadas pela variável **district**. Cada distrito continha áreas urbanas ou rurais (variável **urban**) ou ambas. A variável **c_use** é a resposta binária, com um valor de 1 indicando o uso de anticoncepcionais. Outras covariáveis incluem idade centrada na média e uma variável categorizada para o número de filhos. A idade foi centralizada por escolha dos pesquisadores do artigo, uma vez que a variável Idade igual a zero não traz informação relevante (mulheres com 0 anos não tomam anticoncepcionais, nem participaram da pesquisa, logo o intercepto dessa variável não seria interpretável).

Variável	Label
c_use	1 = Usa Contraceptivo
district	Distrito
urban	Urbano ou Rural
age	Idade Centralizada
children 1	1 filho = 1
children 2	2 filhos = 1
children 3	3 filhos = 1

Considere um modelo de regressão logística hierárquico:

$$\log\left(\frac{\pi_{ij}}{1 - \pi_{ij}}\right) = (\beta_0 + u_{0j}) + \beta_1 * 1.urban_{ij} + \beta_2 * age_{ij} + \beta_3 * 1.children_{ij} + \beta_4 * 2.children_{ij} + \beta_5 * 3.children_{ij}$$

para $j = 1, \dots, 60$ distritos, com $i = 1, \dots, n_j$ mulheres no distrito j

u_{0j} é o efeito aleatório do intercepto cuja distribuição segue uma distribuição $N(0, \sigma_{u_{0j}}^2)$

Já os coeficientes $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ e β_5 são os efeitos fixos do modelo enquanto π_{ij} é a probabilidade do indivíduo i no cluster j apresentar resposta positiva (=1)

Nota-se que os interceptos variam de distrito para distrito (considera-se que possa existir diferenças entre eles), mas $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ e β_5 são constantes para todos os clusters. Caso seja incluído outro efeito aleatório em alguma das variáveis, as inclinações relacionadas a essa variável também irão variar de distrito para distrito.

No software **Stata** a equação é dada por:

```
melogit c_use i.urban age i.children || district:
```

Abaixo incluímos uma tabela das estimativas de efeitos fixos. As estimativas representam os coeficientes de regressão, estes não são padronizados e estão na escala logit. As estimativas são seguidas por seus erros padrão (SEs), p-valor e intervalos de confiança.

O teste de razão de verossimilhança (LR) testa a hipótese nula de que os dois modelos, efeitos mistos e regressão logística fixa fornecem a mesma qualidade de ajuste. Como $P < 0.001$, há indícios para rejeitar a hipótese nula e utilizar, assim, o modelo misto.

Mixed-effects logistic regression		Number of obs = 1,934				
Group variable: district		Number of groups = 60				
		Obs per group:				
		min = 2				
		avg = 32.2				
		max = 118				
Integration method: mvaghermite		Integration pts. = 7				
Log likelihood = -1206.8322		Wald chi2(5) = 109.60				
		Prob > chi2 = 0.0000				
c_use	Coefficient	Std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]	
1.urban	.7322765	.1194857	6.13	0.000	.4980888	.9664641
age	-.0264981	.0078916	-3.36	0.001	-.0419654	-.0110309
children						
1	1.116001	.1580921	7.06	0.000	.8061465	1.425856
2	1.365895	.1746691	7.82	0.000	1.02355	1.70824
3	1.344031	.1796549	7.48	0.000	.9919139	1.696148
_cons	-1.68929	.1477591	-11.43	0.000	-1.978892	-1.399687
district						
var(_cons)	.215618	.0733222			.1107208	.4198954
LR test vs. logistic model: chibar2(01) = 43.39				Prob >= chibar2 = 0.0000		

A segunda seção nos dá a estimativa da variância do componente aleatório do intercepto na escala logit ($\hat{\sigma}_{u_{0j}}^2$).

Como queremos a razão de chances em vez dos coeficientes na escala logit, podemos exponenciar as estimativas e os intervalos de confiança. Podemos fazer isso no **Stata** usando a opção **OR**. A tabela de estimativa relata os efeitos fixos e os componentes de variância estimados. Os efeitos fixos podem ser interpretados da mesma forma que a saída do logit tradicional. Transformando em razão de chances, descobre-se que a chance das mulheres em zona urbana usarem anticoncepcionais é o dobro das mulheres em zona rural. Além disso, ter qualquer número de filhos aumentará as chances de três a quatro vezes em comparação com a categoria base de não ter filhos. O uso de anticoncepcionais também diminui com a idade.

Exemplo (2)

Caso seja do interesse da pesquisadora introduzir um coeficiente aleatório em alguma variável independente, pode-se reescrever o modelo com *random slopes*, ou seja, os coeficientes da variável escolhida vão variar entre clusters.

Vamos aplicar essa ideia na variável binária urbana do exemplo anterior. A expressão desse modelo pode ser descrita da seguinte forma:

$$\log\left(\frac{\pi_{ij}}{1 - \pi_{ij}}\right) = (\beta_0 + u_{0j}) + (\beta_1 + u_{1j}) * 1.urban_{ij} + \beta_2 * age_{ij} + \beta_3 * 1.children_{ij} + \beta_4 * 2.children_{ij} + \beta_5 * 3.children_{ij}$$

para $j = 1, \dots, 60$ distritos, com $i = 1, \dots, n_j$ mulheres no distrito j

u_{0j} é o efeito aleatório do intercepto cuja distribuição segue uma $N(0, \sigma_{u_{0j}}^2)$ e u_{1j} é o efeito aleatório da variável urban cuja distribuição segue uma $N(0, \sigma_{u_{1j}}^2)$

Já os coeficientes $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ e β_5 são os efeitos fixos do modelo π_{ij} é a probabilidade do indivíduo i no cluster j apresentar resposta positiva (=1).

Nota-se que os interceptos variam de distrito para distrito (considera-se que possa existir diferenças entre eles), e que agora a inclinação referente a variável *urban* também varia de distrito para distrito, pois foi incluído um efeito aleatório em nessa variável.

Percebe-se que agora na estrutura de variância do modelo existe a covariância entre os dois efeitos aleatórios, ou seja, $\sigma(u_{0j}, u_{1j})$. Nesse caso, temos duas opções de estrutura:

- 1) Uma estrutura de covariância que permite variâncias distintas para cada efeito dentro de uma equação de efeitos aleatórios ($\text{var}(u_{0j}) \neq \text{var}(u_{1j})$) e assume que todas as covariâncias ($\sigma(u_{0j}, u_{1j})$) são 0.

$$\Sigma = \text{Var} \begin{pmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{0j}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{1j}^2 \end{pmatrix}$$

No software **Stata** o parâmetro **covariance(independent)** define essa estrutura. Esse é o parâmetro *default* do **melogit**

- 2) Uma estrutura de covariância que permite que todas as variâncias e covariâncias sejam distintas

$$\Sigma = \text{Var} \begin{pmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{0j}^2 & \sigma(u_{0j}, u_{1j}) \\ \sigma(u_{0j}, u_{1j}) & \sigma_{1j}^2 \end{pmatrix}$$

No software **Stata** o parâmetro **covariance(unstructured)** define essa estrutura.

Para escolher qual dos dois modelos deve ser usado é necessário realizar um teste no qual a hipótese nula seja:

$$H_0: \sigma(u_{0j}, u_{1j}) = 0$$

Vamos rodar e salvar os dois tipos de modelo para realizar um teste de verossimilhança através do função **lrtest**

```
melogit c_use i.urban age i.children || district: i.urban (*)
estimates store r_urban
melogit c_use i.urban age i.children || district: i.urban, covariance(unstructured)
estimates store r_urban_corr
lrtest r_urban r_urban_corr
```

Vemos abaixo que há indícios para rejeitarmos o modelo (*) em favor de um que permite a correlação entre u_{0j} e u_{1j} (p-valor < 0.05)

```
Likelihood-ratio test
Assumption: r_urban nested within r_urban_corr
LR chi2(1) = 11.38
Prob > chi2 = 0.0007
```

Logo, no software **Stata**, a equação escolhida é dada por:

```
melogit c_use i.urban age i.children || district: i.urban, covariance(unstructured)
```

O modelo agora inclui um coeficiente aleatório em `1.urban` pois acredita-se que o impacto dessa variável difere de distrito para distrito. Além disso, ao especificar a covariância (não estruturada) acima, permitimos a correlação entre efeitos aleatórios a nível distrital, ou seja, a correlação entre u_{0j} e u_{1j} é diferente de zero ($\sigma_{u_{0j}, u_{1j}}$).

```
Mixed-effects logistic regression
Group variable: district

Number of obs      =    1,934
Number of groups   =     60
Obs per group:
    min =         2
    avg =        32.2
    max =        118

Integration method: mvaghermite
Integration pts.   =         7
Wald chi2(5)      =    97.50
Prob > chi2       =    0.0000

Log likelihood = -1199.315
```

c_use	Coefficient	Std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]	
1.urban	.8157875	.1715519	4.76	0.000	.4795519	1.152023
age	-.026415	.008023	-3.29	0.001	-.0421398	-.0106902
children						
1	1.13252	.1603285	7.06	0.000	.818282	1.446758
2	1.357739	.1770522	7.67	0.000	1.010723	1.704755
3	1.353827	.1828801	7.40	0.000	.9953882	1.712265
_cons	-1.71165	.1605618	-10.66	0.000	-2.026345	-1.396954
district						
var(1.urban)	.6663237	.3224689			.258074	1.720387
var(_cons)	.3897448	.1292463			.203473	.7465413
district						
cov(1.urban,						
_cons)	-.4058861	.1755414	-2.31	0.021	-.7499408	-.0618313

```
LR test vs. logistic model: chi2(3) = 58.42
Prob > chi2 = 0.0000
```

6.4 Correlação Interclasse

Após o ajuste de um modelo logístico multinível com **melogit**, pode-se encontrar diversas outras medidas e estatísticas. O índice de correlação intraclasse (**ICC**) varia de 0 a 1 e indica o quanto da variação é explicada pela diferença entre cursos.

- Um $ICC = 0$ indica que os cursos são homogêneos entre si, ou seja, a evasão independe do curso;
- Um $ICC = 1$ indica que toda a variação pode ser explicada pela diferença entre os cursos. A seguir, apresentamos a fórmula matemática da métrica para o exemplo (1)

$$ICC = \frac{\hat{\sigma}_{u_{0j}}^2}{\hat{\sigma}_{u_{0j}}^2 + (\pi^2/3)}$$

sendo $\hat{\sigma}_{u_{0j}}^2$ a estimativa da variância do efeito aleatório do intercepto.

Ou seja, um $ICC = 0.12$ indicaria que 12% da chance de evasão na UFRJ é explicada pela diferença entre os cursos e 88% da chance de evasão é explicada pelas diferenças dentro dos cursos. É importante destacar que

o ICC é encontrado quando rodamos um modelo “vazio”, ou seja, apenas com o intercepto.

No software **Stata**, esse índice é encontrado através do código **estat icc**.

A seguir, definimos um passo a passo para obter a probabilidade marginal média.

Salientamos que a correlação interclasse não se altera quando existem variáveis no nível 2, pois ele é estimado por meio do modelo nulo, ou seja, por um modelo que não inclui variáveis explicativas.

6.6 Estimação das probabilidades

Encontrar as probabilidades de resposta positiva (=1) em cada cluster pode ser do interesse da pesquisadora. Assim, definimos um passo a passo de como obter esses valores, utilizando como referência o exemplo (1) presente nesse relatório (modelo sem efeito aleatório nas variáveis independentes). Essa passagem pode ser expandida a fim de encontrar as probabilidades estimadas, por cluster, de acordo com as categorias de uma variável independentes específica

1. Estimar os efeitos aleatórios

Os efeitos aleatórios não são fornecidos como estimativas quando o modelo é ajustado, logo, eles precisam ser calculados. No **Stata**, a função **predict** cria uma nova variável contendo predições, como respostas médias, previsões lineares, densidade e funções de distribuição, erros padrão, desvio e resíduos de Anscombe. Após rodar o modelo, pode-se usar essa função para estimar os parâmetros aleatórios

Ex: **predict nome, reffects**

2. Calcular o valor da expressão logística substituindo os termos pelas estimativas dos efeitos fixos e estimativas dos efeitos aleatórios (valores encontrados em 1). Chamamos esse valor de x

Ex:

$$x = \log\left(\frac{\pi_j}{1 - \pi_j}\right) = (\hat{\beta}_0 + u_{0j})$$

$\hat{\beta}_0$ sendo a estimativa do parâmetro fixo e u_{0j} as estimativas dos parâmetros aleatórios, com $j = 1, \dots, 60$

3. Como o valor encontrado está na forma de logaritmo da chance, precisamos exponenciá-lo para obter as probabilidades previstas.

$$\hat{\pi}_j = \frac{\exp(x)}{1 + \exp(x)}$$

Logo, $\hat{\pi}_j$ é a probabilidade média, por distrito, das mulheres usarem anticoncepcional

Aplicação das etapas no **Stata**:

1. **predict pred_efeitos_aleat_re, reffects**

pred_efeitos_aleat_re1: estimação da parte aleatória do intercepto

2. **generate rxb = _b[_cons] + pred_efeitos_aleat_re1**

rxb: estimação da parte constante do intercepto + parte aleatória do intercepto

$$rxb = \log\left(\frac{\pi_j}{1 - \pi_j}\right) = (\hat{\beta}_0 + u_{0j})$$

3. **generate prob_anti = exp(rxb)/(1 + exp(rxb))**

prob_anti: a probabilidade média de uma mulher usar anticoncepcional em cada distrito

Se o interesse for encontrar as probabilidades estimadas, por distrito, de acordo com as categorias de uma variável independentes específica, os passos são os mesmos. Porém, devemos acrescentar o valor dessa

variável multiplicado pela estimativa de seu parâmetro. Vamos substituir a fórmula do modelo pelos valores encontrados para entender o comportamento da variável urban na resposta.

1. `predict pred_efeitos_aleat_re*, reffects`

`pred_efeitos_aleat_re1`: estimação da parte aleatória do intercepto e do coeficiente da variável

2. `generate rxb_urban = (_b[_cons] + pred_efeitos_aleat_re1) + _b[i.urban]*1`

`generate rxb_fem = (_b[_cons] + pred_efeitos_aleat_re1) + _b[i.urban]*0`

Logo,

$$rxb_{urban} = \log\left(\frac{\pi_j}{1 - \pi_j}\right) = (\hat{\beta}_0 + u_{0j}) + \hat{\beta}_1 * 1$$

$$rxb_{rural} = \log\left(\frac{\pi_j}{1 - \pi_j}\right) = (\hat{\beta}_0 + u_{0j}) + \hat{\beta}_1 * 0$$

`rxb_urban` e `rxb_rural` são as previsões marginais do logaritmo da chance para mulheres que vivem no ambiente urbano e mulheres que vivem no ambiente rural, respectivamente

`rxb*` = estimação da parte constante do intercepto + parte aleatória do intercepto + parte fixa da variável urban

3. `generate prob_curso_urban = exp(rxb_urban)/(1 + exp(rxb_urban))`

`generate prob_curso_rural = exp(rxb_rural)/(1 + exp(rxb_rural))`

`prob_curso_urban` é a probabilidade média das mulheres que vivem na zona urbana usarem anticoncepcional em cada distrito

`prob_curso_rural` é a probabilidade média das mulheres que vivem na zona rural usarem anticoncepcional em cada distrito

A discrepância entre as probabilidades de usar anticoncepcional por zona (rural ou urbano), em cada distrito, se dá por conta do efeito fixo da zona, ou seja, quando a variável urbana muda (0 = rural, 1 = urbana) o coeficiente referente a essa variável é acrescentado na equação do modelo e, conseqüentemente, afeta os valores finais das probabilidades.

Lembrando que o efeito é fixo, logo, ele não varia por distrito. Se há interesse na variação dessa influência por distrito, é necessário considerar a variável como um fator aleatório.

6.7 Bibliografia

FERRAZ, A.P. (2013). Avaliação do rendimento dos alunos em disciplinas ofertadas pelo departamento de estatística para outros cursos da universidade de Brasília: uma aplicação de regressão logística multinível. Brasília. 86p. Dissertação (Trabalho de conclusão de curso). Instituto de Ciências Exatas - UNB.

HUQ, N.M., CLELAND, J. (1990). Bangladesh Fertility Survey 1989 (Main Report). National Institute of Population Research and Training.

NG, E.S.W., CARPENTER, J.R., GOLDSTEIN, H., RASBASH, J. (2006). Estimation in generalised linearmixed models with binary outcomes by simulated maximum likelihood. *Statistical Modelling*. 6:23–42. <<https://doi.org/10.1191/1471082X06st106oa>>

ROCHA, A.L.M.M. (2014). Regressão logística multinível: uma aplicação de modelos lineares generalizados mistos. Brasília. 87p. Dissertação (Trabalho de conclusão de curso). Instituto de Ciências Exatas - UNB.

TAMURA, K.A (2014). Modelo logístico multinível: um enfoque em métodos de estimação e predição. São Paulo. Dissertação de Mestrado. Instituto de Matemática e Estatística - IME.

STATA CORP (2013). Stata multilevel mixed-effects reference manual. Release 13. College Station, TX: StataCorp LP. Disponível em
<<https://www.stata.com/manuals/memelogit.pdf>> Acesso em: 27 de abril de 2021.

MANUAL STATA. BIC note — Calculating and interpreting BIC em: <<https://www.stata.com/manuals/rbicnote.pdf>> Acesso em: 27 de abril de 2021

MANUAL STATA. lrtest — Likelihood-ratio test after estimation em: <<https://www.stata.com/manuals/rlrtest.pdf>> Acesso em: 08 de maio de 2021