

Plano de desenvolvimento da disciplina

O plano de desenvolvimento da disciplina (este documento) estabelece nosso “contrato” para o semestre, com informações e regras básicas.

1. Sobre a disciplina

A disciplina “MA211 – Cálculo II” generaliza os conceitos vistos no primeiro curso de cálculo para o caso das funções de várias variáveis, $f : U \subset \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$. Veremos que há muito de semelhante nas definições de “limite”, “continuidade” e “diferenciabilidade”, porém as dimensões extras adicionam algumas dificuldades técnicas. Veremos também que desta vez temos mais que um conceito de integral.

Este curso tem dois marcos importantes: (i) a versão n -dimensional dos conceitos de máximo e mínimo local/global, que nos permitirá desenvolver uma teoria poderosa para resolver problemas de otimização, utilizando as boas propriedades do vector gradiente ∇f de uma função e (ii) a introdução das noções de integração sobre uma curva e sobre uma superfície, que juntamente com os Teoremas de Green, Gauss e Stokes são muito úteis para compreender as formulações modernas das equações da física. As noções de campos vetoriais que veremos no curso, principalmente no caso conservativo, serão muito úteis também para quem fará um curso de equações diferenciais no futuro.

Além disso, como toda disciplina de matemática do ciclo básico, ela tem um papel de “formar vocabulário”. A matemática é uma linguagem¹, e você como futuro professor, cientista ou profissional “de exatas” vai precisar ser fluente neste idioma.

2. Informações básicas

- Professor das turmas G, H: Ricardo Miranda Martins
- E-mail: RMiranda@unicamp.br
- Horário de atendimento (dúvidas, etc): 2a feira 17h-17h40, sala 335 do IMECC²

Toda comunicação sobre a disciplina/turma precisa ser feita por e-mail, usando o seu e-mail institucional, e o assunto deve conter a sigla MA211.

Horários e locais das aulas:

- 2a e 4a 08h-10h no CB01, 08h-10h
- 6a 08h-10h (G: CB17, H: CB06)

Estagiários do PED (que ministrarão as aulas de exercícios):

- Jennyfer Juliana Calderon Moreno (turma G)
- Leonardo Silva de Oliveira (turma H)

¹Galileu Galilei disse que “A Matemática é a linguagem em que Deus escreveu o universo”. Se preferir uma perspectiva mais atea, fique com Stephen Hawking: “A matemática é a única linguagem que temos em comum com a natureza.”

²Por favor, envie um e-mail ou uma mensagem pelo chat do Gmail institucional avisando que irá ao atendimento, imprevistos acontecem.

3. Ementa

Funções de várias variáveis reais. Fórmula de Taylor. Máximos e mínimos. Integrais múltiplas. Integrais de linha. Teorema da divergência. Teorema de Stokes.

4. Programa

- (1) Funções de várias variáveis. Domínios, curvas de nível e esboço de gráficos. Limite e continuidade. Derivadas parciais. Diferenciabilidade. Derivada direcional. Regra da cadeia. Funções implícitas. Fórmula de Taylor.
- (2) Máximos e mínimos. Multiplicadores de Lagrange. Otimização linear.
- (3) Integrais múltiplas. Integrais duplas e triplas. Mudança de variáveis. Integração em coordenadas cilíndricas e esféricas.
- (4) Curvas no plano e no espaço. Campos vetoriais.
- (5) Integrais de linha. Independência de caminhos. Teorema de Green.
- (6) Integrais de superfície. Teoremas de Gauss e de Stokes.
- (7) Aplicações.

5. Referências bibliográficas

References

- [1] H.L. Guidorizzi. Um curso de cálculo, volume 2. LTC, 6 edition, 2018.
- [2] H.L. Guidorizzi. Um curso de cálculo, volume 3. LTC, 6 edition, 2018.
- [3] J. Stewart. Cálculo, volume 2. Cengage Learning, 9 edition, 2022.
- [4] E. W. Swokowski. Cálculo com geometria analítica, volume 2. Makron Books do Brasil, 2 edition, 1994.
- [5] E. W. Swokowski. O cálculo com geometria analítica, volume 2. Harper e Row do Brasil, 1990.
- [6] P. Boulos. Introdução ao Cálculo, volume 3. Blucher, 2 edition, 1983.
- [7] G. F. Simmons. Cálculo com geometria analítica, volume 2. Pearson Universidades, 1 edition, 1996.
- [8] M. C. F. Morgado D. Pinto. Cálculo Diferencial e Integral de Funções de Várias Variáveis, volume 1. Editora da UFRJ, 1 edition, 2015.
- [9] Wilfred Kaplan. Cálculo Avançado, volume 1. Blucher, 1 edition, 1972.
- [10] N. Piskunov. Cálculo diferencial e integral, volume 1. Edições Lopes da Silva, 12 edition, 1988.
- [11] N. Piskunov. Cálculo diferencial e integral, volume 2. Edições Lopes da Silva, 12 edition, 1988.
- [12] R. Courant. Differential and Integral Calculus, volume 2. Blackie & Son Limited, 1 edition, 1936.
- [13] T. Apostol. Calculus: Multi-Variable Calculus and Linear Algebra with Applications, volume 2. Wiley, 2 edition, 1969.
- [14] Serge Lang. Calculus of Several Variables, volume 1. Springer, 3 edition, 1996.
- [15] Murray R. Spiegel Robert Wrede. Schaum's Advanced Calculus, volume 1. McGraw-Hill, 3 edition, 2010.
- [16] O. M. Inouye. Introductory calculus for infants. Omionline.CA, 2011.

Comentários sobre as referências bibliográficas: Notas de aula serão disponibilizadas, mas este curso será baseado em [1, 2, 3]. Nossa ementa é tradicional, então recomendo que você passe alguns minutos na biblioteca, procurando um livro que goste, existem vários lá sobre cálculo diferencial e integral de funções de várias variáveis.

Aqui estão algumas sugestões: Os livros [4, 5] foram os que eu usei na minha graduação e poderiam ser utilizados como livro-texto (são destes livros em formato grande, que se popularizou nas últimas décadas). Para a primeira metade do curso, [6] é muito bom (é uma pena que não exista o vol. 4 desta coleção).

O livro [7] é muito bom, tem muitos exercícios resolvidos e notas históricas. Os livros [8, 9, 10, 11] tratam o assunto de forma bem mais avançada do que faremos no curso, e contém alguns exercícios desafiadores. Pra quem gosta de referências clássicas e avançadas, que demonstram praticamente todas as afirmações, recomendo [12] e [13]. Você passará madrugadas “divertidas” com eles.

O livro [14] é excelente, e o autor é conhecido pela forma como escreve bem matemática. Para exercícios resolvidos, recomendo o [15]. O livro [16] é bom, mas é muito simples para este curso.

6. Ambientes virtuais

Faremos uso dos seguintes ambientes virtuais:

- (1) Página do curso no Moodle: usaremos para realizar atividades, devolutiva de trabalhos e para divulgação de notas das atividades, provas, etc.
- (2) Website da disciplina: listas de exercícios, materiais extras, estará tudo lá:

<https://www.ime.unicamp.br/~rmiranda/ma211-calculo-ii-2025-2/>

7. Critérios e formas de avaliação

Você será avaliado(a) por

- atividades semanais A_1, \dots, A_k , feitas presencialmente em sala de aula ou online no Moodle, individualmente ou em grupo,
- três provas presenciais P_1, P_2, P_3 ,
- um trabalho final T , em grupo.

As provas serão realizadas de forma individual e sem consulta a materiais e/ou dispositivos, a não ser que explicitamente autorizado. Telefones celulares, tablets, relógios inteligentes, etc deverão estar desligados e na mochila/bolsa/etc, embaixo da cadeira.

Haverá uma prova substitutiva, que todos podem fazer para substituir a nota da prova em que você tirou a menor nota. A prova será sobre toda a matéria, mas com maior foco na matéria que você optar por substituir.

As atividades semanais serão realizadas em sala de aula ou pelo Moodle. Neste caso, a discussão³ com os colegas (da turma) é incentivada. Mais detalhes sobre o trabalho final serão passados ao longo do semestre.

A média parcial MP será calculada com a fórmula

$$MP = \frac{P_1 + 3P_2 + 4P_3 + A + T}{10},$$

onde $P_1, P_2, P_3 \in [0, 10]$ são as notas das provas, $T \in [0, 10]$ é a nota do trabalho e $A \in [0, 10]$ é a média das notas das atividades semanais. Se $MP \geq 5$, a nota final será $NF = MP$.

O(A) estudante com MP satisfazendo $2,5 \leq MP < 5$ e com frequência mínima de 75% poderá fazer o exame final E . Neste caso, a nota final será calculada com a fórmula

$$NF = \min\{5, \max\{MP, (MP + E)/2\}\}.$$

Para aprovação nesta disciplina o(a) estudante deverá ter nota final $NF \geq 5$, além da frequência mínima de 75%.

³Discutir com o colega é diferente de copiar o exercício dele.

Estudantes com *MP* menor⁴ do que 2,5 ou sem 75% de frequência⁵ não poderão fazer o exame.

Datas das provas:

- Prova 1: xx/xx
- Prova 2: xx/xx
- Prova 3: xx/xx
- Prova substitutiva: 28/11
- Exame final: 15/12

8. Nossos combinados

Você deve se lembrar do termo “combinados” da educação infantil. Adoro a palavra, ela é muito melhor do que “regras”. Nesta seção, deixamos claro alguns limites que adotaremos nesta disciplina.

8.1. Atendimentos

Estou disponível 2a feira, 17h-17h50, para dúvidas sobre a disciplina. Minha sala fica no 3o andar do IMECC (sala 335). Recomendo enviar um e-mail ou uma mensagem pelo chat do Gmail institucional avisando que irá no atendimento (imprevistos acontecem).

Os horários de atendimentos dos PEDs estarão disponíveis no site.

8.2. Frequência no curso

Segundo o Regimento Geral de Graduação da Unicamp, o percentual mínimo de frequência exigido em disciplinas não pode ser inferior a 75%. Portanto é condição necessária para sua aprovação ter o mínimo de 75% de presença. Esta disciplina tem 45 aulas de 2h de duração, portanto faltar 12 ou mais aulas implica na sua reprovação por falta. Alunos(as) já reprovados por frequência não podem realizar o exame final.

Caso você falte em alguma aula, se informe com os colegas, ou comigo, sobre a matéria que foi abordada naquele dia.

8.3. Abono de faltas e atividades de reposição

O abono de faltas e aplicação de provas de reposição serão realizados **somente** nos casos previstos no Regimento Geral de Graduação, e nos termos ali indicados. Fique atento(a) aos prazos.

A prova substitutiva será utilizada como prova de reposição.

Caso você falte em alguma aula, se informe com os colegas, ou comigo, sobre a matéria que foi abordada naquele dia.

⁴A nota mínima de 2,5 para realizar o exame é sempre alvo de contestação (“Estou com média 1,5, posso fazer o exame mesmo assim?”). Porém, reflita um pouco: se sua média não foi 2,5 ao longo do semestre, será mesmo possível você fazer um exame e tirar 7,5? Que tipo de mágica você espera que aconteça no exame? Seja consciente: a hora de estudar é ao longo do semestre. É muito difícil ir para o exame precisando de mais que 6 pontos e conseguir algum sucesso.

⁵A frequência é outro ponto complicado. Se você não esteve em mais do que 1/4 das aulas, não seria este o real motivo por você estar de exame? A presença não se recupera com o exame.

8.4. Política de revisão de provas

Após a divulgação da nota da prova, você terá direito a ver sua prova para conferir possíveis erros de correção ou de soma na nota. Isso será feito em data a ser combinada, no horário da aula. Os testes e provas serão guardados por 6 meses e depois serão destruídos.

8.5. Apoio Educacional para Estudantes com Deficiência ou Transtornos de Aprendizagem

A Unicamp está comprometida em promover um ambiente acadêmico inclusivo e acessível para todos(as).

Se você é um(a) estudante que necessita de acomodações didático-pedagógicas ou curriculares pelo fato de ser uma pessoa com deficiência ou possuir transtornos de aprendizagem, poderá solicitar atendimento educacional especializado por meio do Programa de Atendimento Educacional Especializado (PAEE), oferecido pela DEAPE – Diretoria Executiva de Apoio e Permanência Estudantil. Para mais informações sobre como acessar este serviço, visite o site do PAEE – Acessibilidade Pedagógica:

<https://deape.unicamp.br/vida-estudantil/acessibilidade-pedagogica/paee/>

Caso tenha dúvidas ou precise de orientações, entre em contato pelo e-mail: paee@unicamp.br.

9. FAQ – Dúvidas comuns

P. *Estou achando que ser aprovado nesta turma vai ser mais difícil do que no curso coordenado..*

R. As turmas coordenadas costumam ter 3 provas e somente isto. Talvez seja verdade que ficar nesta turma vai exigir um pouco mais de você, por conta das atividades semanais. Em particular, vai exigir sua presença nas aulas. Mas eu não diria que será mais difícil. Se der tudo certo, talvez você termine sabendo mais cálculo 2 do que se estiver na outra turma e “puder” estudar só na véspera da prova.

P. *Opa, então se eu estudar só na véspera da prova, não vai dar certo?*

R. Acho que não.

P. *Mas e as provas? Elas serão mais difíceis?*

R. Se você fizer as atividades semanais e as listas de exercícios (que prometo deixar pequenas), as provas serão bem simples.

P. *Estou preocupado(a) com o trabalho final. Vai ser muito difícil?*

R. Vai ser um exercício de cálculo, que terá que ser trabalhado computacionalmente e também teoricamente. Será uma experiência divertida, confie!

P. *Esse trabalho vai ter coisas computacionais.. mas eu não sei programar!*

R. Você já devia saber programar – mas tudo bem, você não vai ter que criar um novo Facebook, só usar Python ou o Mathematica para rodar algumas coisas. O chatgpt pode te ensinar os detalhes.

P. *Mas eu não conheço ninguém da turma, como eu vou fazer um grupo?*

R. Eu ajudo na formação dos grupos. E será uma boa maneira de você passar a conhecer mais pessoas.

P. *Eu não gosto de ir nas aulas, pois estudo melhor em casa. Tudo bem?*

R. Claro que não. Você tem que ir na aula. Se você estuda melhor sem ter aulas, melhor fazer uma faculdade EAD.

P. *Eu posso ir pra aula e ficar usando o meu celular?*

R. Você gostaria que eu ficasse usando o meu celular durante a aula? Acho que não, né? Então não use o seu. Eu também gosto de jogar Brawl Stars e de ficar vendo vídeos bobos no Instagram, mas não faço isso na hora da aula. Deixe o celular escondidinho na mochila.

P. *Eu não fiz as atividades, deixei de ir em um montão de aulas, não fiz o trabalho, mas minha média está 4,8. Será que você poderia arredondar pra 5?*

R. Na volta a gente arredonda. (não!)

P. *Eu ouvi falar que o outro professor explica melhor do que você, posso assistir aula na sala dele?*

R. Pode ser verdade, mas mesmo assim a resposta ainda é não.

10. Integridade acadêmica

No ambiente acadêmico, é esperado que professores, estudantes e demais membros da comunidade acadêmica ajam honestamente, de forma justa, com respeito, com responsabilidade e de acordo com as combinados pré-estabelecidos.

A violação da integridade acadêmica é conhecida como “má conduta acadêmica” ou “desonestidade acadêmica”. Talvez o tipo mais conhecido de má conduta científica seja o plágio. “Colar” em uma prova, por exemplo, é outro tipo de desonestidade acadêmica.

As provas deverão ser realizadas de forma individual, sem consulta a nenhum material (ou pessoa), a não ser que seja explicitamente autorizado. Durante a prova, você não poderá usar seus dispositivos eletrônicos (relógios inteligentes, tablets, celulares, etc).

O uso de ferramentas/sites, sejam pagos ou gratuitos, incluindo ferramentas de IA, que fornecem soluções para problemas de dever de casa, questões de exames, etc., é explicitamente proibido neste curso e é considerado desonestidade acadêmica.

Considerando tudo isso, ressalto que qualquer tentativa de fraude (com ou sem sucesso) será punida com atribuição de **nota zero** na atividade em questão, sem prejuízo de demais penalidades.

10.1. Cláusula de Honestidade e Lisura Acadêmica

Por orientação da Comissão Central de Graduação da Unicamp (Instrução Normativa 02/2025), todos os planos de desenvolvimento precisam conter a seguinte cláusula:

Todas as atividades relacionadas às disciplinas devem ser realizadas em conformidade com as orientações fornecidas pelos docentes e com o devido rigor ético.

Caso o(a) docente responsável, no exercício de sua liberdade de cátedra, forme convicção acerca da ausência de lisura ou de condições adequadas para a realização da atividade avaliativa, poderá atribuir nota zero, seja para a atividade única ou, conforme o caso, para o conjunto de atividades do semestre. A ocorrência deverá ser fundamentada e comunicada à Coordenação de Curso de Graduação, podendo o(a) estudante estar sujeito a processo administrativo.

11. Sua participação na aula

Estar na sala de aula pressupõe que você esteja participando efetivamente da aula. O processo de ensino-aprendizagem (ainda) não funciona por osmose ou irradiação. Estar ali não é suficiente, você precisa participar. Isto significa: anotar algumas coisas, refletir sobre o que o professor está falando, decidir se entendeu ou não algo, perguntar, questionar, etc. Em matemática, você precisa rabiscar coisas para poder aprender.

Isso não significa que você precisa copiar tudo que eu escrever na lousa. Todas as definições e enunciados dos teoremas estão nos livros e nas notas de aula.

Recomendo que você copie e entenda os exemplos e as demonstrações, além de um ou outro comentário sobre o curso. Tenha lápis e papel sempre disponíveis, vou pedir para você calcular várias coisas. Para mais dicas como estas, veja:

<https://www.ime.unicamp.br/~rmiranda/como-estudar-matematica/>

Se você vai para a aula para jogar no celular, ouvir música, fazer atividades de outras disciplinas ou para se atualizar sobre os últimos posts de seus amigos em redes sociais, além disso incomodar bastante quem está lecionando e tirar a atenção de seus colegas que estão sentados próximos, vai fazer com que você perca parte importante do conteúdo da disciplina, com provável impacto no aprendizado do resto do curso.

Durante a aula, reduza o uso de celulares e outros dispositivos ao mínimo necessário.

12. Todos(as) importam: declaração de diversidade e inclusão

Eu compartilho os Axiomas de Federico Ardila, em particular o Axioma 4: “Todo(a) aluno(a) merece ser tratado(a) com dignidade e respeito”. Veja detalhes aqui:

<http://www.ams.org/publications/journals/notices/201610/rnoti-pl1164.pdf>.

Nossa sala de aula é um espaço onde você será tratado(a) com respeito, independente de sua idade, origem, crença, etnia, gênero, nacionalidade, afiliação religiosa, orientação sexual – e outras diferenças visíveis e não visíveis. Todos desta turma devem contribuir para termos um ambiente respeitoso, acolhedor e inclusivo para cada pessoa na sala de aula. Alguns pontos importantes:

(i) É impossível ter um bom desempenho no curso se você tem problemas com moradia e alimentação. Caso tenha problemas com isso, procure o Serviço da Assistência Social, que pode te ajudar com essas questões:

<https://deape.unicamp.br/permanencia/servico-social/>

(ii) Não menospreze o impacto de questões de saúde mental no seu desempenho acadêmico. Se você ou algum(a) amigo(a) está enfrentando problemas pessoais que interferem em seu progresso acadêmico ou bem-estar e precisa de ajuda, procure a Diretoria Executiva de Apoio e Permanência Estudantil (Deape): <https://deape.unicamp.br/>

(iii) A Unicamp tem um órgão chamado de SAVS – Serviço de Atenção à Violência Sexual, que tem como objetivo acolher, de forma empática, humanizada e qualificada, membros da comunidade universitária que se encontrem envolvidos em situações de violência sexual, com ou sem dano físico, bem como de discriminação baseada em gênero e/ou orientação sexual e diversidade de gênero e dar o melhor encaminhamento para cada caso. Não deixe de visitar o site do SAVS e de ler a cartilha “O que é violência sexual?” que está disponível no site deles. Tire um tempo para refletir se teve ou está tendo comportamentos inapropriados (ações, olhares, comentários, interações em redes sociais, etc) no relacionamento diário com os(as) colegas.

Um ótimo semestre para todos(as)!
Última alteração: July 15, 2025