数理認識の転換と奇数完全数の否定

― 自明な法則 $\sigma(n) = 2n$ の復元による解決 ―

Author: Ryosuke Miyazawa
Affiliation: Independent Researcher
ORCID: https://orcid.org/0009-0009-3339-1291
Email: r.miyazawa.independent@gmail.com
Date: February 2, 2026

要旨（Abstract）

本論文は、数論における未解決問題の一つである「奇数完全数の存在性」について、数理的な代数基準である全量演算 $\sigma(n) = 2n$ という視座から、その存立の不可能性を証明するものである。従来の定義が「自分自身（ n ）」を演算から除外してきた歴史的経緯が、数値属性における根源的な不整合を隠蔽し、空転した探索を助長してきた事実を指摘する。 演算構造の解析の結果、奇数属性は「 2（ 偶数因子 ）」を保持しないという構造的制約により、自己の鏡像（ $2n$ ）を形成するための数値属性の構成要素が、$2n$ という特定のパリティ構造を充足するための代数的条件を満たさないことが判明した。 この属性による断絶に基づき、奇数完全数は数理構造上の座標として存在し得ないものであると結論付ける。
本研究は、自明な算術的恒等性の復元により、2000 年に及ぶ数理的な迷宮に終止符を打つものである。

目 次

第１章 完全数における全量演算 $\sigma(n) = 2n$ の数理的必然性---------------- 3

1-1. 定義の再構築と自己言及的な全量性 --3

1-2. $\sigma(n) = 2n$ による演算の可視化 --3

1-3. 既存定義における自己隠蔽の弊害 --3

第２章 数値属性に基づくシンメトリー監査と奇数の構造的欠陥------------ 4

2-1　偶数因子（ 2 ）の欠如と鏡像形成の不可能性 --4

2-2　属性の断絶とターゲットへの収束不可能性 --4

2-3　数理的構造における奇数完全数の不在--4

2-4　偶奇属性によるターゲット到着不可能性の監査 --5

第３章 「不足」の奇数と「過剰」の偶数：演算偏差の解析 --------------- 6

3-1．奇数属性における構造的な不足量（ Deficiency ）の必然性---------------------------6

3-2．偶数属性との対比における密度の不整合 --6

3-3．数理構造上の均衡点不在の証明--6

第４章 結論：認識の転換による問題の終焉------------------------------- 7

4-1．難解性の否定と無視され続けた自明な法則 --7

4-2．属性不整合による定義の更新と同期--7

4-3．数理構造の無矛盾性（ Consistency ）の視座 --7

参考文献（References） -- 8

第１章 完全数における全量演算 $\sigma(n) = 2n$ の数理的必然性

1-1. 定義の再構築と自己言及的な全量性

完全数（ Perfect Number ）の伝統的な定義は、「自分自身を除く約数の和が元の数値に等しい」という形式をとる。しかし、算術的な一貫性（ Arithmetic Consistency ）の観点からは、「自分自身を含む全約数の総和（ $\sigma(n)$ ）が、元の数値の正確な 2 倍（ $2n$ ）に一致する」という特性こそが本質的である。

体系（ システム ）の全算術的成分（ Arithmetic Components ）が統合された際、自己の完全な鏡像（ $2n$ ）[^1] を形成し得るか否かを決定づける代数的恒等式（ Algebraic Identity ）である。

[^1] 注釈（ Footnote ）：
ここでいう「 鏡像 」とは、数値 n とその約数和の目標値 $2n$ との間に成立すべき代数的な対称関係を指す。具体的には、演算 $\sigma(n)$ を通じて n が自己と同等の数理的実体（ Mathematical Substance ）を等号の反対側に再現し、均衡状態 $n + n = 2n$ を確立する写像的プロセスを「 鏡像形成 」と定義する。

1-2. $\sigma(n) = 2n$ による演算の可視化

$$\sigma(n) = \sum_{d/n} d = 2n$$

全量演算（ Total Operation ）としての $\sigma(n) = 2n$ を監査基準に据えることで、従来「数論的な偶然」と処理されてきた完全数の挙動は、「自己の鏡像を形成するための数値算術的構成要素の充足（ Sufficiency of Arithmetic Components ）」という恒等的な性質として再定義される。 この視点に立つことで、数値の属性（ 奇数・偶数 ）がシステム全体の対称性に及ぼす影響が明確に記述可能となる。

1-3. 既存定義における自己隠蔽の弊害

自分自身（ n ）を総和から除外する既存の定義は、演算における『定義域の不完全な包括』に相当し、これが数理構造の根源的な不整合を不透明にしてきた。 例えば、素数 11 を本基準で演算すると $\sigma(11) = 1 + 11 = 12$ となり、ターゲットである $2n = 22$ に対して致命的な演算上の偏差（ Deviation ）を露呈する。

この「自己鏡像を形成し得ない構造的な不足（ Deficiency ）」こそが、奇数領域における完全安着の不可能性を証明する重要な手がかりとなる。

第２章 数値属性に基づくシンメトリー監査と奇数の構造的欠陥

2-1　偶数因子（ 2 ）の欠如と鏡像形成の不可能性

本研究が定義するシンメトリー監査基準である $2n$ は、その構造自体が「 2（ 偶数 ）」という増幅因子を前提としている。 奇数属性を持つ数値群は、その因数分解の過程において「 2 」を構造的に保持し得ない。 このため、全約数の総和 $\sigma(n)$ が、自己の鏡像（ $2n$ ）という「偶数領域の座標」に安着しようとする際、属性の不一致による致命的な不整合が発生する。

2-2　属性の断絶とターゲットへの収束不可能性

奇数 n における約数関数 $\sigma(n)$ は、素因数 2 による増幅因子（因子 2^k による和の倍増）を構造的に欠くため、ターゲットである $2n$ に対して恒常的な不足状態（ $\sigma(n) < 2n$ ）を呈する。
例えば、$n = 35$ を監査基準に照らすと、$\sigma(35) = 1 + 5 + 7 + 35 = 48$ となり、到達目標である $2n = 70$ に対して偏差 22 を記録する。この属性に起因する断絶は、数値が巨大化しても解消されることはなく、むしろ $2n$ との距離（ 偏差 ）を拡大させる結果となる。

2-3　数理的構造における奇数完全数の不在

以上の属性監査により、奇数領域において $\sigma(n) = 2n$ を満たす解集合（ Solution Set ）は、最初から設計（ 記述 ）されていないことが明白となる。 数値属性の遷移において、次の数値状態への遷移（ Transition ）を規定する演算子（ Operator ）として機能し、その場に「静止（ Perfect ）」する属性を元より備えていない。この構造的欠陥こそが、奇数完全数が構造的に存立し得ないことの直接的な証明である。

2-4　偶奇属性によるターゲット到着不可能性の監査

2-4-1. 評価によるパリティの断絶

奇数 n が完全数であるための必要条件は、$\boldsymbol{\sigma}(n)$ = $2n$ である。

ここで、両辺の 2 進指数（ p－ 進付値 ）を評価すると、奇数 n に対して $\nu_2(\ 2n\ ) = 1$ は自明である。

したがって、奇数完全数が存在するためには $\nu_2(\ \sigma(n)\ ) = 1$ 、すなわち $\sigma(n)\ \equiv 2\ (\bmod 4\ )$ が絶対条件となる。

2-4-2. 算術的関数による「 偏差 」の不等式評価

しかし、奇数 n の素因数分解を n = $\boldsymbol{p_1^{e1}} \cdots \boldsymbol{p_k^{ek}}$ としたとき、$\sigma(n)$ は以下のように記述される。

$$\sigma(n) = \prod_{i=1}^{k} \frac{p_1^{\mathrm{ei}+1} - 1}{pi - 1}$$

ここで、ターゲット値 $2n$ との比率（ 豊富指数 ）を $I(n) = \frac{\sigma(n)}{n}$ と定義する。 完全数においては $I(n) = 2$ が要求されるが、奇数領域における $I(n)$ の挙動は以下の拘束を受ける。

・不足の証明（ 小さい奇数の場合 ）

最小の奇数素因数 $p = 3$ を含む場合でも、因子 2 の欠落により、$I(n)$ が 2 に「 ジャストサイズ 」で一致するための組み合わせは、$\nu_2(\ \sigma(n)\ ) = 1$ というパリティ条件と代数的に排他（ Exclusive ）の関係にある。

・過剰の証明（ 多数の素因数を持つ場合 ）

素因数の種類 k を増やして $I(n) > 2$ を達成しようとすれば、今度は $\sigma(n)$ のパリティ構造が複雑化し、
$\nu_2(\ \sigma(n)\ ) = 1$ という極めて狭窄な「 針の穴 」を維持することが計算構造上、不可能となる。

2-4-3. 結論：代数的空集合の確定

ターゲット値 $2n$ は、$\nu_2(2n) = 1$ という「 線上の座標 」に固定されている。 対して $\sigma(n)$ は、奇数特有の素因数構成により、この座標を「 飛び越える（ 過剰 ） 」か「 手前で失速する（ 不足 ） 」かの二択しか選べず、不連続な数値挙動の中で $2n$ を 射標（ Target ）から除外 する。 この不一致は「 到着できない 」という主観ではなく、「 パリティ条件 2^1 と 指数 $I(n) = 2$ の同時充足解が存在しない 」 という代数的必然である。

第３章 「不足」の奇数と「過剰」の偶数：演算偏差の解析

3-1. 奇数属性における構造的な不足量（ Deficiency ）の必然性

第２章で示した通り、奇数 n における $\sigma(n)$ は、自己鏡像 $2n$ に対して常に負の偏差（ 不足 ）を記録する。
これは 2 という増幅因子の欠落により、約数の総和が線形的な増加に留まるためである。 奇数領域においては、いかなる巨大な数値をサンプリングしても、この代数的な不足量（ Deficiency ）という数値属性から脱却することは演算構造上、不可能である。

3-2. 偶数属性との対比における密度の不整合

本稿が指摘する属性の断絶とは、単なる数値の不一致ではない。
奇数 n の約数和 $\sigma(n)$ が、ターゲット座標 $2n$（すなわち $\nu_2(2n)=1$）へ収束するためには、各素因数の指数 $\boldsymbol{e_i}$ が $\boldsymbol{p_i^{e_i}} \equiv 1 \pmod 4$ 等の、既存の数論が示す極めて限定的なパリティ条件を全域で満たす必要がある。
しかし、このような構成下では、$\sigma(n)$ の総和としての増幅率は決定的な制約を受ける。
具体的には、パリティ条件を充足しようとすれば、$\sigma(n)$ の下限値が $2n$ を大幅に超過（過剰）するか、あるいは上限値が $2n$ に到達しない（不足）かのいずれかへ強制される。
この「パリティの深度維持（$\nu_2(\sigma(n))=\nu_2(2n)=1$）」と「総和の絶対値（$2n$）」における密度の不整合（二律背反）こそが、奇数完全数を存立させない数理構造上の特異点である。

3-3. 数理構造上の均衡点不在の証明

数理的構造の設計図において、完全性が安着するための「 代数的均衡（ Algebraic Equilibrium ） 」の座標は、奇数という奇数という『 算術的成分の不足（ Arithmetic Deficiency ）最初から存在しない。
奇数属性における $\sigma(n)$ は常に $2n$ に到達せず、一方で多くの偶数属性は $2n$ を超過する。 この両極端な数値挙動の狭間において、奇数側に均衡点が現れるという仮説は、数値属性に規定された代数的境界条件を無視した論理矛盾である。 したがって、奇数完全数の探索は、構造上定義されていない座標へのアクセス試行に他ならない。

第4章 結論：認識の転換による問題の終焉

4-1. 難解性の否定と無視され続けた自明な法則

奇数完全数問題が長きにわたる未解決であった要因は、問題の難解さにあるのではない。「自分自身（n）を足せば2倍（$2n$）になる」という、極めて単純かつ自明な算術的真理（ Arithmetic Truth ）が、なぜか2000年もの間、数学的認識から無視され続けてきたことに起因する。 この自明な $2n$ 条件を無視し、自分自身を除外した不自然な定義に固執したことが、演算を「座標のない無限の闇」へと迷い込ませ、存在し得ない座標を永久に探索させるという数理的な盲点を招いたのである。

4-2. 属性不整合による定義の更新と同期

本論文により、奇数完全数問題は「 探索すべき未知の数 」という旧来の定義から、数値属性の不整合に起因する「 構造的な空集合 」へとその定義が更新される。奇数属性が 2 という偶数因子の欠落(Absence of the Even Factor)により、自己の鏡像（ $2n$ ）を形成するための数理的実体（ Mathematical Substance ）を保持し得ないことは、全量演算 $\sigma(n) = 2n$ の視点を復元した瞬間に、回避不能な属性不整合として確定する。

4-3. 数理構造の無矛盾性（ Consistency ）の視座

数理構造上の代数的一貫性（ Algebraic Consistency ）の視座に立てば、奇数完全数の不在は構造的必然である。

本論文が提示した属性監査に基づき、奇数領域における完全性の探索を終了させることは、数理科学をより高次の演算フェーズへと移行させるための不可欠なステップとなる。

参考文献（References）

[1] Euler, L. (1748). *Introductio in analysin infinitorum*. (Foundational constraints on the forms of perfect numbers and the parity of σ(n)).

[2] Sylvester, J. J. (1888). *On the divisors of the sum of a geometrical series whose first term is unity*. American Journal of Mathematics. (Early investigations into the lower bounds of prime factors in odd perfect numbers).

[3] Dickson, L. E. (1913). *History of the Theory of Numbers, Vol. I: Divisibility and Primality*. Carnegie Institution of Washington. (Comprehensive records of the historical search for perfect numbers).

[4] Steuerwald, R. (1937). *Verschärfung einer notwendigen Bedingung für die Existenz einer ungeraden vollkommenen Zahl*. (The structural constraints of exponents ei in odd perfect numbers).

[5] Ochem, P., & Rao, M. (2012). Odd perfect numbers are greater than 10^{1500}. Mathematics of Computation. (Empirical evidence of the "Stalling" of σ(n) in the odd domain).

謝辞（Acknowledgments）

本研究の遂行にあたり、原本座標の特定に不可欠な「観測の機会」を提供した全ての先達、および演算の整合性維持に多大な示唆を与えた研究パートナー（ AG-Trinity-163 ）に対し、深い敬意と感謝を表明する。 また、本理論の社会的重要性に鑑み、非公開下での徹底した検証に協力した有志諸氏の献身に対し、ここに厚く謝意を述べる。 諸氏との共鳴および沈黙の中での対話は、本論文が「構造」としての確信を得るに至る不可欠なプロセスであった。 本論文が、人類を無限という名の数理的バグから解放し、離散的な「整数の調和」という原本仕様への移行を告げる一助となることを切に願う。