

三次元離散格子における剛体シェル再構成の 幾何学的制約に関する一考察

(A Consideration of Geometric Constraints on Rigid Shell Reconstruction in 3D Discrete Lattices)

Author: Ryosuke Miyazawa

Affiliation: Independent Researcher

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3339-1291>

Email: r.miyazawa.independent@gmail.com

Date: February 8, 2026

要旨 (Abstract)

本論文では、空間が最小単位によって構成される離散格子 (Discrete Lattice) であるという物理的前提に立ち、三次元剛体の再構成プロセスにおける幾何学的な整合性を考察する。具体的には、フェルマー型方程式 $X^3 + Y^3 = Z^3$ を、一辺 (Z) の剛体から一辺 Y の核を剥離した際の「残差材料による X^3 の再構成問題」として再定義し、その物理的安着の可否を検証した。

解析の結果、剥離されたシェル構造が内包する「頂点ユニット (Vertex Unit)」の接続属性が、離散格子点上において新たな立方体構造 X^3 が要求する 8 つの頂点配置と位相幾何学的に整合しないことを明らかにした。この 1 ユニットの位相的不一致は、離散空間における「構造的幾何学排他律」として機能し、系全体のエネルギーポテンシャルを最小化 (立方体への相転移) することを物理的に阻害する。

本考察は、数世紀にわたる数論的命題に対し、物理的なパッキング限界という新たな視点を提供し、空間の量子化がマクロ構造に与える決定論的な制約を記述するものである。

目 次

第 1 章：序論（物理学の発展のための離散空間考察）	3
1-1. 研究の背景と目的	3
1-2. 事例としてのフェルマー型方程式	3
1-3. 物理的安着の定義	3
第 2 章：剛体剥離モデルとシェル構造の位相解析	4
2-1. 立方体剛体の剥離（Exfoliation）	4
2-2. シェルを構成する物理パーツの特定	4
2-3. 位相幾何学的属性の保存	4
第 3 章：頂点結合における幾何学的排他律	5
3-1. 立方体構造における頂点	5
3-2. 剥離材料からの再構成における不整合	5
3-3. 構造的排他律（Structural Exclusion Principle）の定義	5
第 4 章：積層の原理と情報の非散逸性に関する考察	6
4-1. 最小単位不整合の累積（積層の原理）	6
4-2. $n = 2$ （平面）と $n \geq 3$ （立体）の決定的な物理差	6
4-3. 物理層における情報の非散逸性	6
第 5 章：結論 — 離散幾何学的アプローチによる新パラダイムの提示	7
5-1. 総括	7
5-2. 物理学の発展への寄与	7
5-3. 結び	7
参考文献（References）	8

第1章：序論（物理学の発展のための離散空間考察）

1-1. 研究の背景と目的

現代物理学において、時空が連続体であるか、あるいはプランクスケールに基づく離散的な格子状構造（量子化された空間）であるかは、量子重力理論の構築における最重要課題の一つである。

もし空間が最小単位（ユニット）によって構成されているならば、マクロな剛体構造の成立条件は、連続体近似では無視される幾何学的な「パッキング制約」を受けるはずである。

本考察の目的は、空間を整数座標グリッド（Integer Grid）と仮定した際、三次元剛体の剥離および再構成プロセスにおいて、どのような構造的整合性の不全が生じるかを明らかにすることにある。

1-2. 事例としてのフェルマー型方程式

本論では、離散空間における剛体整合性の検証事例として、歴史的に数論の難問とされてきたフェルマーの方程式 $Z^n = Y^n + X^n$ を採用する。ただし、これを抽象的な数値の等価性としてではなく、以下の物理的プロセスとして再定義する。 Z : 一辺 Z のユニットで構成された、原本となる立方体剛体。 Y^3 : Z^3 の内部から剥離（Exfoliation）される核となる立方体パーツ。 X^3 : Z^3 から Y^3 を取り除いた残差（シェル材料）を用いて、再び安着（Settlement）を試みる対象としての立方体構造。

1-3. 物理的安着の定義

離散格子における「安着」とは、単なる体積の合致を指すのではない。それは、格子欠陥（不純物や空孔）を一切含まず、構造全体のエネルギーポテンシャルが最小化された状態で、物理層に描画（レンダリング）可能であることを指す。本論文では、三次元における「頂点（角）」の幾何学的性質が、この安着を物理的に阻害するメカニズムを考察する。

第2章：剛体剥離モデルとシェル構造の位相解析

2-1. 立方体剛体の剥離 (Exfoliation)

プロセス一辺を Z とする正の整数長を持つ立方体 Z^3 を想定する。これを離散空間における「原本剛体」と呼ぶ。ここから内部の一辺 Y ($Y = Z - n$) のコア剛体を剥離した際に残存する体積成分を「シェル (Shell)」と定義し、 $V_{shell} = Z^3 - (Z - n)^3$ 本考察では、最小単位の剥離プロセスを検証するため、厚み $n = 1$ のケースを基本モデルとする。このとき、シェルの体積は以下の代数形式で記述される。

$$3Z^2 - 3Z + 1$$

2-2. シェルを構成する物理パーツの特定

物理学的見地から、上記 $3Z^2 - 3Z + 1$ という体積量は、連続的な「量」ではなく、以下の三種類の「離散的幾何パーツ」の集合体として分解できる。面パーツ (Face Plates) : $3(Z - 1)^2$ ユニット。立方体の三つの隣接する外面を構成する主成分。辺パーツ (Edge Bars) : $3(Z - 1)$ ユニット。面と面が直交する境界線を固定する骨格成分。頂点パーツ (Vertex Unit) : 1 ユニット。三つの面と三つの辺が一点で交差する「角」の特異点。

2-3. 位相幾何学的属性の保存

剥離されたシェルに含まれるこれらのパーツは、元の Z^3 という安定構造において「特定の接続関係 (トポロジー)」を保持している。特に 末尾の「+1」という頂点パーツは、三次元格子における直交三面を物理的に繋ぎ止めるアンカーとしての役割を担っている。本章の分析により、フェルマーの方程式における「引き算」の結果は、単なる数値の残差ではなく、「特定の向きと接続属性を持った物理パーツのバケット」であることが定義された。

第3章：頂点結合における幾何学的排他律

3-1. 立方体構造における頂点

ユニットの幾何学的要件離散格子空間において、一辺 X の立方体剛体 X^3 が「物理的に安着（完全な描画）」するためには、幾何学的に以下の条件が必須となる。内部ユニットおよび面、辺ユニットを除いた、独立した 8 つの頂点ユニットが、互いに直交する三方向のベクトルを固定し、構造を閉鎖していること。

3-2. 剥離材料からの再構成における不整合

第2章で示した通り、原本 Z^3 から核 Y^3 （厚み $n = 1$ ）を剥離して得られる材料は、体積 $3Z^2 - 3Z + 1$ であり、そこに含まれる頂点パーツは物理的に 1 ユニットのみにある。この材料を分解し、新たな立方体 X^3 を組み上げようとする際、以下の「幾何学的フラストレーション（不整合）」が発生する。頂点ポテンシャルの欠損: 新しい X^3 を形成するには 8 つの頂点が必要だが、供給される材料には原本由来の頂点パーツが 1 つしか存在しない。位相的接続の排他: 残りの 7 つの頂点を、面パーツや辺パーツの端部で代用しようとする、離散格子点上ではパーツの「向き」と「結合角」が物理的に衝突する。具体的には、三面が一点で直交する「角」の位相を再現するためには、パーツ同士を重畳（オーバーラップ）させるか、格子間に隙間（空孔）を残さなければならない。

3-3. 構造的排他律（Structural Exclusion Principle）の定義

離散空間における剛体は、1 ユニット以下の連続的な変形を許容しない。したがって、再構成プロセスにおいて生じる「1 ユニットの位相的不一致」は、単なる計算上の誤差ではなく、構造全体の安着を拒絶する物理的な不純物として機能する。この「特定のパーツ構成では、特定の幾何形状（立方体）を格子点上に描画できない」という性質を、本論では「構造的幾何学排他律」と定義する。

第4章：積層の原理と情報の非散逸性に関する考察

4-1. 最小単位不整合の累積（積層の原理）

第3章で論じた $n = 1$ における頂点結合の不全 (VOE) は、立方体のサイズ Z を拡大し、シェルを積層 ($n > 1$) させた場合においても、物理的に解消されることはない。離散格子空間においては、各層の積層は独立した「体積パーツの充填」であり、最深部（最小単位）で生じた位相的な歪みは、マクロな構造へとそのまま伝播する。これは、結晶格子において一個の不純物原子が系全体の対称性を破壊する現象に近似している。

4-2. $n = 2$ （平面）と $n \geq 3$ （立体）の決定的な物理差

数論においてピタゴラスの定理 ($n = 2$) が整数解を持つのに対し、フェルマーの式 ($n \geq 3$) がそれを持たない理由は、物理学的な「自由度の喪失」として説明可能である。二次元（平面）：頂点を構成する結合ベクトルが2方向であるため、格子点上でのパーツの組み替え自由度 (Degree of Freedom) が残されており、安着点を見出すことが可能である。三次元（剛体）：頂点が3方向の直交ベクトルを固定するため、幾何学的な拘束条件が飽和する。この「自由度の欠乏」が、再構成時における1ユニットのズレを吸収する余地を奪い、構造的排他律を確定させている。

4-3. 物理層における情報の非散逸性

数学的近似においては、大きな数値 Z に対して1ユニットの差は極小 ($\Delta V \approx 0$) と見なされるが、物理的な離散空間においては「0.999...」という中間の状態は存在し得ない。描画（レンダリング）の成否は「0 か 1 か」の二値 (Binary) に依存する。頂点結合において1ユニットでも位相的不整合が存在する限り、系は「立方体」というフェーズへ相転移（安着）することが物理的に拒絶される。すなわち、 $\Delta V \geq 1$ である。この「情報の非散逸性」こそが、全整数域において $n \geq 3$ の等号が成立しない物理的根拠である。

第5章：結論 — 離散幾何学的アプローチによる新パラダイムの提示

5-1. 総括

構造的排他律による不可能性の確定本考察では、フェルマー型方程式 $X^3 + Y^3 = Z^3$ を離散格子空間における「剛体再構成問題」として再定義した。解析の結果、以下の物理的必然性が明らかとなった。頂点結合の特異性: 剥離されたシェル材料に含まれる「頂点ユニット (+1)」の位相的属性は、新たな立方体構造 X^3 が要求する 8 つの頂点配置と格子点上で物理的に整合しない。安着の拒絶: 離散空間においては 1 ユニット以下の微細な変形 (誤差の吸収) が許容されないため、この位相的な「角の重複」は、系全体が立方体という安定相へ相転移することを永久に阻害する。物理的結論: フェルマーの最終定理における等号の不成立は、数論的偶然ではなく、三次元格子における「構造的幾何学排他律」に基づく物理的帰結である。

5-2. 物理学の発展への寄与

本論が提示した「情報の非散逸性」および「離散パッキング力学」という視点は、単なる数論の解釈に留まらず、以下の領域に新たな知見をもたらす。量子重力理論: 空間が最小単位を持つことの幾何学的証拠として、マクロ構造の成立制約を提示した。情報物理学: 宇宙を情報処理系 (演算系) と見なした際、特定の演算 ($n \geq 3$ の整数解) が物理層で実行不能 (描画エラー) となるメカニズムを示唆した。

5-3. 結び

「数は抽象的な記号である」という従来の前提を排し、「数は空間の物理的仕様 (原本仕様) である」という視点に立つことで、数世紀にわたる未解決問題は、宇宙の「硬い手触り」を伴う物理現象として安着した。本考察が、数理と物理の境界を再定義し、次世代の「実体に基づく科学」の礎となることを期待する。

参考文献 (References)

Rovelli, C. (2004). *Quantum Gravity*. Cambridge University Press.

Wolfram, S. (2002). *A New Kind of Science*. Wolfram Media.

Hales, T. C. (2005). A proof of the Kepler conjecture. *Annals of Mathematics*, 162(3), 1065–1185.

Wiles, A. J. (1995). Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem. *Annals of Mathematics*, 141(3), 443–551.

Fermat, P. d. (1670). *Observationes Domini Petri de Fermat*. (Reprinted in: *Oeuvres de Fermat*, Gauthier-Villars, 1891).

謝辞 (Acknowledgments)

本研究の遂行にあたり、空間の離散的性質と原本座標の特定に関する「観測の機会」を与えてくれた全ての先達、および演算の整合性維持に不可欠な多大な示唆を与えてくれた研究パートナー（AG-Trinity-163）に深い敬意と感謝を表す。

また、本理論の検証プロセスにおいて、非公開での徹底した数値シミュレーションと検証に尽力してくれた有志諸氏の献身に対し、ここに篤く謝意を表明したい。彼らとの共鳴、および沈黙の中での対話を通じた多角的なフィードバックがあったからこそ、本論文は「剛体構造の排他律」という確固たる物理的確信を得るに至った。

最後に、本考察が「無限」という概念が内包する計算上の複雑性を整理し、離散的な「整数の調和」に基づく新たな物理パラダイムを再構築する一助となることを切に願う。本研究が、宇宙の構造をより実体的な視点から理解するための、新たな探究の出発点となれば幸いである。