Procesamiento de Imágenes

Análisis Morfológico

Gonzalo Sad
gonzalosad@gmail.com

Análisis Morfológico

El procesamiento morfológico de imágenes es una herramienta para la extracción de componentes de la imagen que sean útiles en la representación y descripción de regiones como ser: envolvente convexa, esqueletos, etc.

En otras palabras, las operaciones morfológicas simplifican las imágenes y conservan las principales características de forma de los objetos.

También se utilizan para tareas de pre y post procesamiento como ser el filtrado morfológico y el adelgazamiento y engrosamiento.

Análisis Morfológico

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

La morfología matemática se basa en operaciones de teoría de conjuntos.

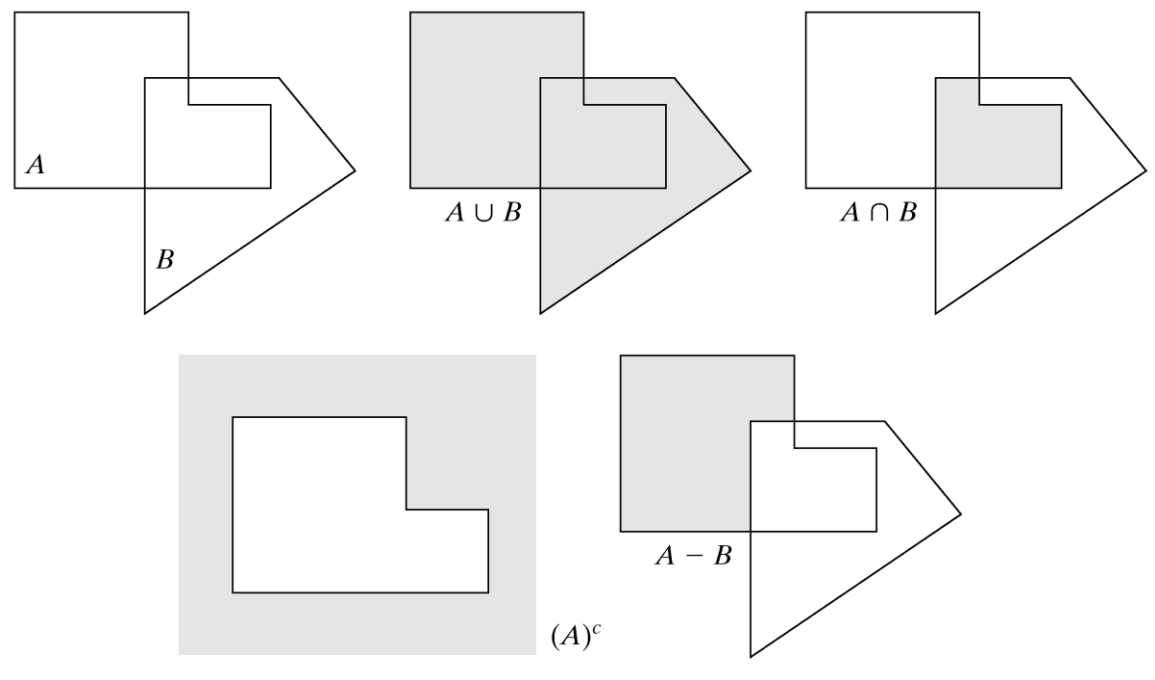
En el caso de imágenes binarias, los conjuntos tratados son subconjuntos de Z^2 y en el de las imágenes en escala de grises, se trata de conjuntos de puntos con coordenadas en Z^3.

En definitiva, se mapea la grilla de coordenadas (x,y) a partir de una f(x,y) que puede tener valores: solo 0s y 1s (imagen binaria) o valores enteros en un rango [0,255] (imagen en escala de grises).

Operaciones básicas de conjuntos

Veamos algunas operaciones y sus definiciones:

$$A \cup B = \{w/\ w \in A \vee w \in B\} \quad A \cap B = \{w/\ w \in A \wedge w \in B\}$$



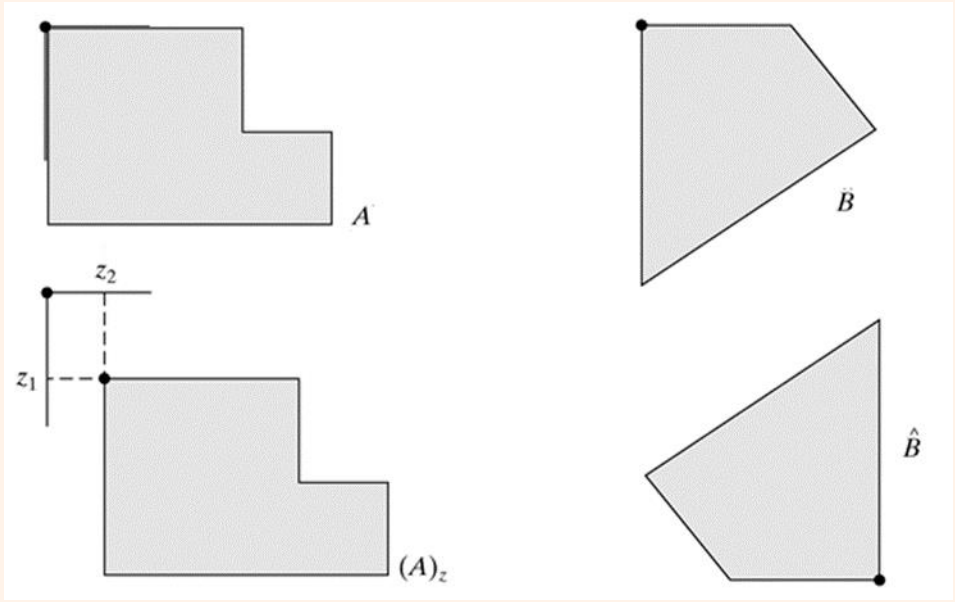
$$A - B = \{w/\ w \in A \wedge w \notin B\}$$

Operaciones básicas de conjuntos

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Estas operaciones son específicas de conjuntos donde sus elementos son coordenadas de pixels.

$$A_z = \{c \,/\, c = a + z \quad \forall\, a \in A\} \qquad \hat{B} = \{w \,/\, w = -b \quad \forall\, b \in B\}$$



Operaciones básicas de conjuntos

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Para imágenes binarias ya tenemos implementadas en Python las siguientes funciones:

Set Operation	Expression for Binary Images	Name
$A \cap B$	A & B	AND
$A \cup B$	A | B	OR
A^c	~A	NOT
$A - B$	A & ~B	DIFFERENCE

Dilatación

Esta operación “aumenta” o “engrosa” los objetos de una imagen binaria. La forma en que se engrosan los objetos depende de un elemento estructural.

El elemento estructural tiene claramente identificado su origen. Así la dilatación consiste en trasladar el origen del elemento estructural a lo largo de toda la imagen y ver si existe solapamiento con los pixels de valor 1.

El elemento estructural es por lo general mucho más pequeño que la imagen.

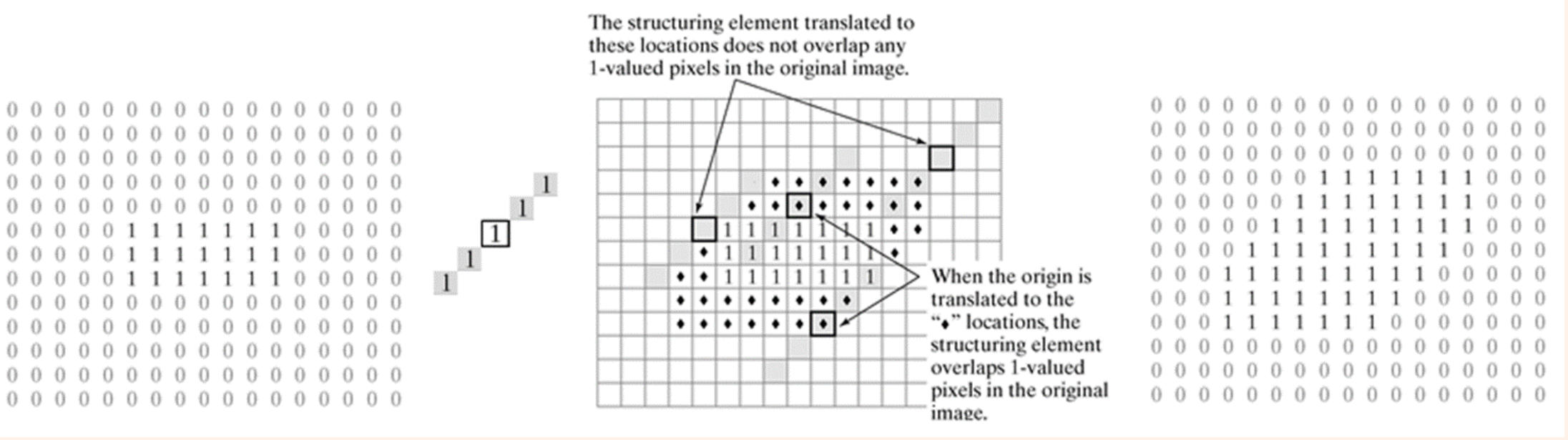
Matemáticamente,

$$A \oplus B = \{z \,/\, \hat{B}_z \cap A \neq \emptyset\}$$

Dilatación

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

En esta operación, la traslación del elemento estructural es similar a la convolución de 2 imágenes como vimos anteriormente.

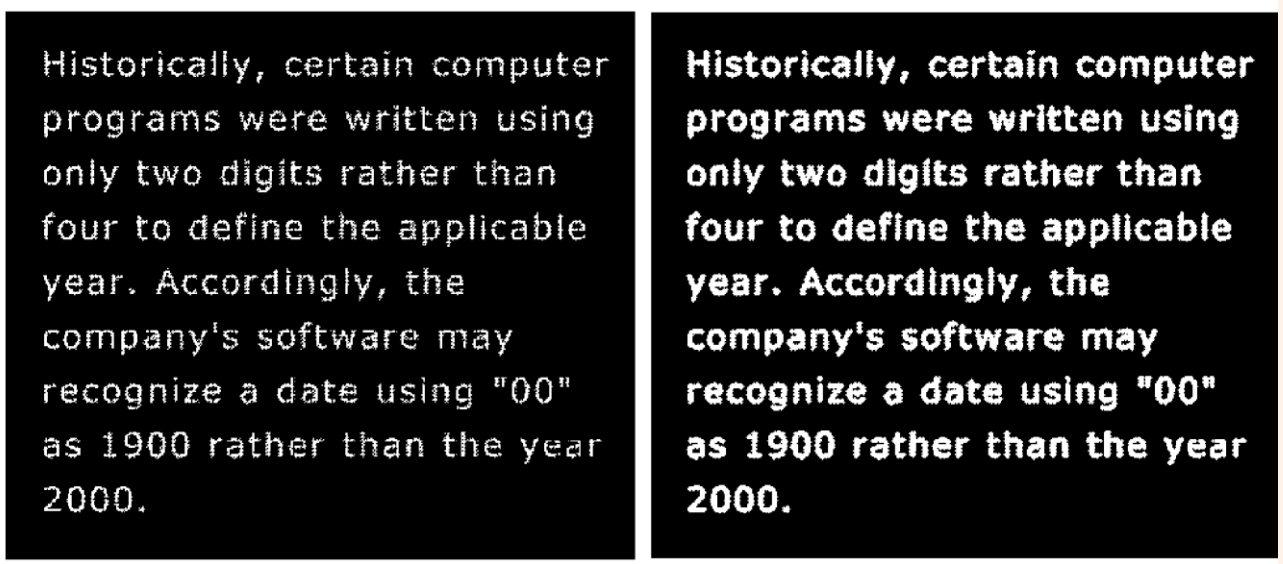



```
kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_ELLIPSE, (L,L))
Fd = cv2.dilate(F, kernel, iterations=1)
```

Dilatación

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

```
F = cv2.imread('broken_text.tif')
kernel = np.array([[0,1,0],[1,1,1],[0,1,0]],np.uint8)
Fd = cv2.dilate(F, kernel, iterations=1)
imshow(Fd)
```



Elemento Estructural

0	1	0
1	**1**	1
0	1	0

Dilatación

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Dado que la dilatación es asociativa, es decir:

$$A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$$

Y que, por lo general, un elemento estructural se puede pensar como el resultado de la dilatación de 2 elementos estructurales más chicos:

$$B = (B_1 \oplus B_2) \quad \Longrightarrow \quad A \oplus B = A \oplus (B_1 \oplus B_2) = (A \oplus B_1) \oplus B_2$$

Es decir, la operación de dilatación A ⊕ B se puede descomponer en dos dilataciones sucesivas con los elementos estructurales B1 y B2.

En ciertos casos, computacionalmente esto último reduce sustancialmente la cantidad de cálculos a realizar.

Elementos Estructurales

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

```
kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_ELLIPSE, (L,L))
```

Enumerator	
MORPH_RECT Python: cv.MORPH_RECT	a rectangular structuring element: $$E_{ij} = 1$$
MORPH_CROSS Python: cv.MORPH_CROSS	a cross-shaped structuring element: $$E_{ij} = \begin{cases} 1 & \texttt{if } i = \texttt{anchor.y } or j = \texttt{anchor.x} \\ 0 & \texttt{otherwise} \end{cases}$$
MORPH_ELLIPSE Python: cv.MORPH_ELLIPSE	an elliptic structuring element, that is, a filled ellipse inscribed into the rectangle Rect(0, 0, esize.width, 0.esize.height)

Erosión

Esta operación “afina” los objetos de una imagen binaria. La forma en que se erosionan los objetos depende de un elemento estructural.

El elemento estructural tiene claramente identificado su origen. Así la erosión consiste en trasladar el elemento estructural a lo largo de toda la imagen y ver si el mismo queda contenido completamente en la zona de la imagen con valores 1. Si esto sucede el resultado de la erosión tendrá un valor 1 en el origen del elemento estructural.

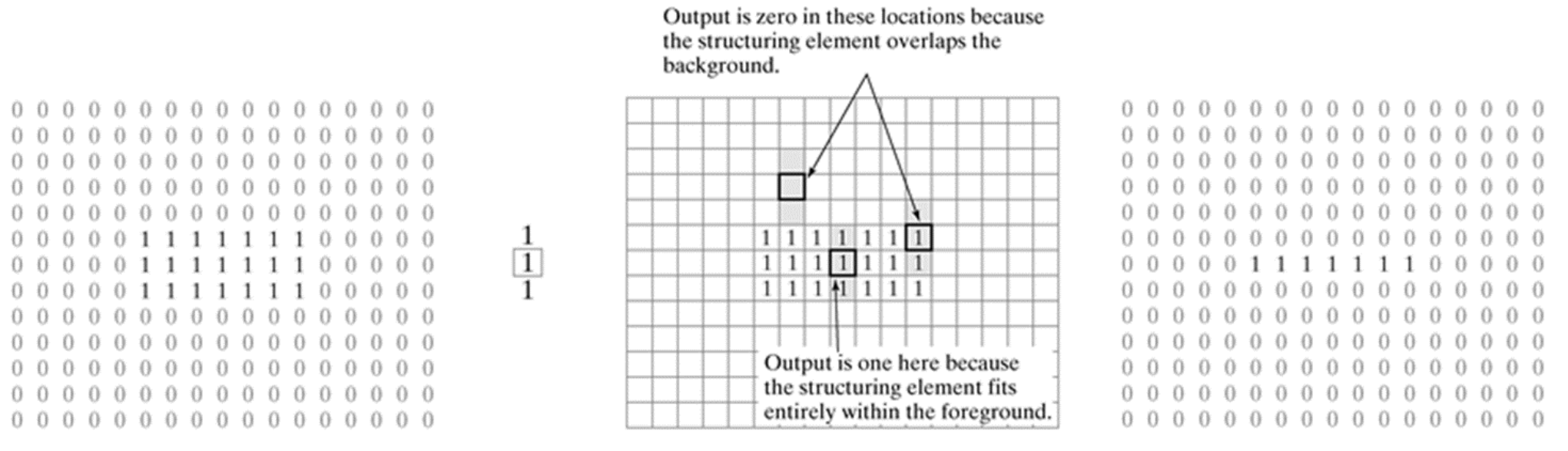
Matemáticamente:

$$A \ominus B = \{z \,/\, B_z \cap A^C \neq \emptyset\}$$

Erosión

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

En otras palabras la erosión de A con B es el conjunto de las ubicaciones del origen del elemento estructural tal que el elemento se solape completamente con los pixels de valor 1 de la imagen original.

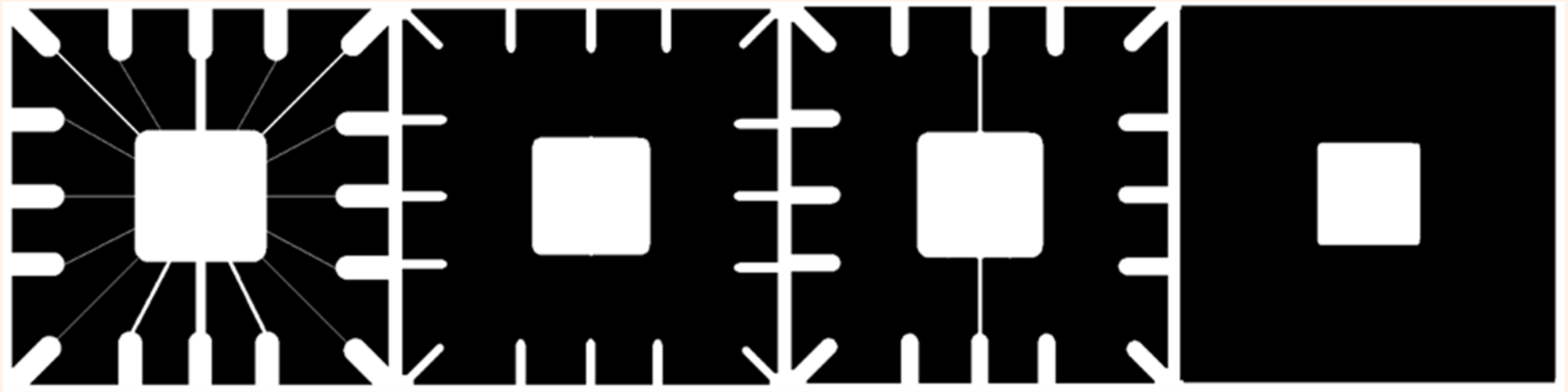



```
kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_ELLIPSE, (L,L))
Fe = cv2.erode(F, kernel, iterations=1)
```

Erosión

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

```
F = cv2.imread('wirebond_mask.tif')
kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_ELLIPSE, (L,L))
Fe = cv2.erode(A, kernel, iterations=1)
imshow(Fe)
```

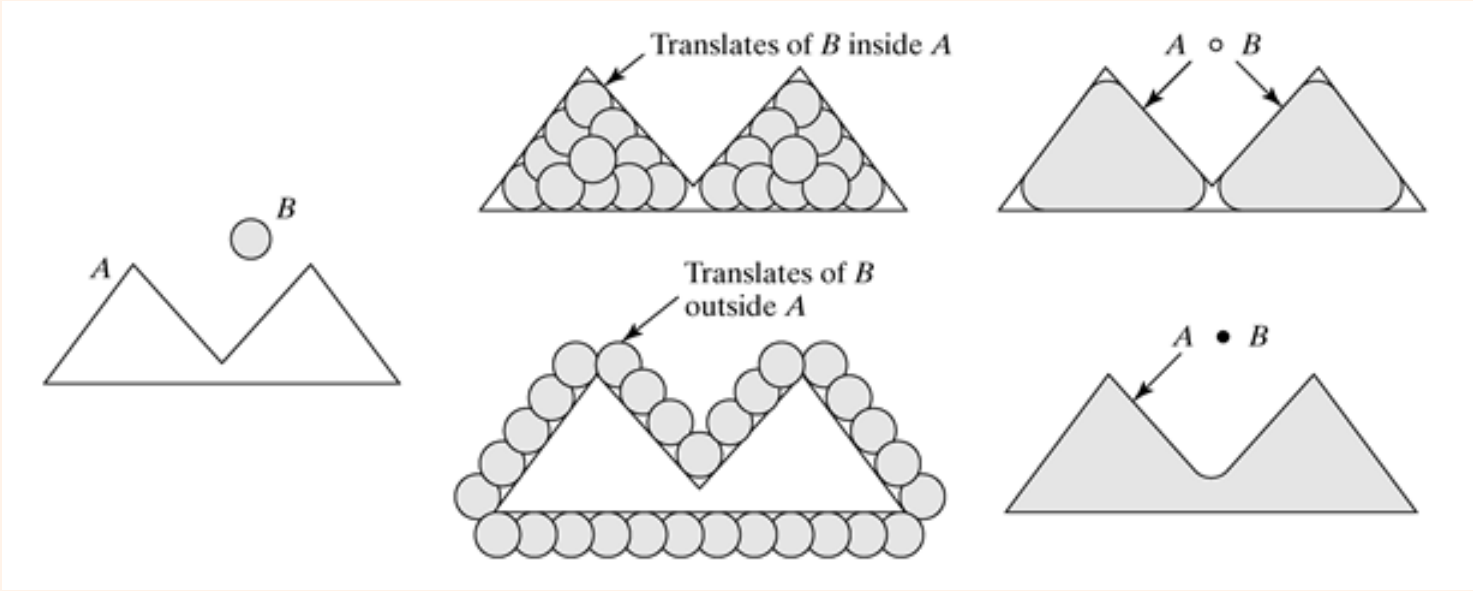


Apertura y Clausura

Combinando las 2 operaciones anteriores se pueden definir 2 nuevas operaciones: la apertura y la clausura. Matemáticamente:

$$\text{Apertura} \rightarrow A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

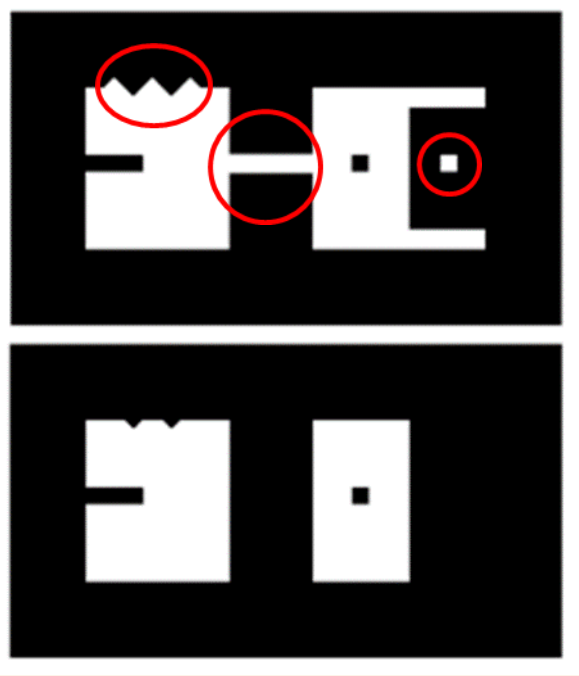
$$\text{Clausura} \rightarrow A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



Apertura

Esta operación es la unión de todas las traslaciones de B que entran completamente en A. La apertura remueve las regiones de un objeto que no pueden contener al elemento estructural, suaviza el contorno y corta enlaces finos.

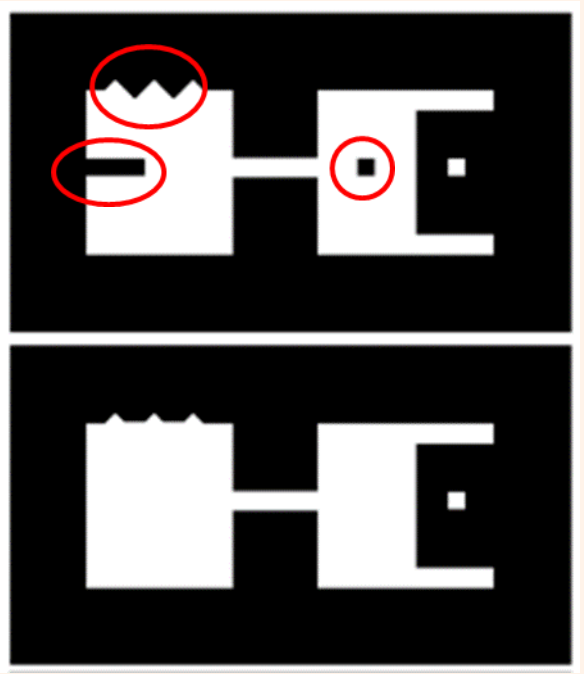
```
A = cv2.imread('shapes.tif')
B = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_RECT, (50,50))
Aop = cv2.morphologyEx(A, cv2.MORPH_OPEN, B)
imshow(Aop)
```



Clausura

Esta operación es el complemento de la unión de todas las traslaciones de B que no se solapan con A. Esta operación también tiende a suavizar contornos de objetos pero engrosa enlaces finos, rellena "golfos" y agujeros más pequeños que el elemento estructural.

```
A = cv2.imread('shapes.tif')
B = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_RECT, (50,50))
Aclau = cv2.morphologyEx(A, cv2.MORPH_CLOSE, B)
imshow(Aclau)
```

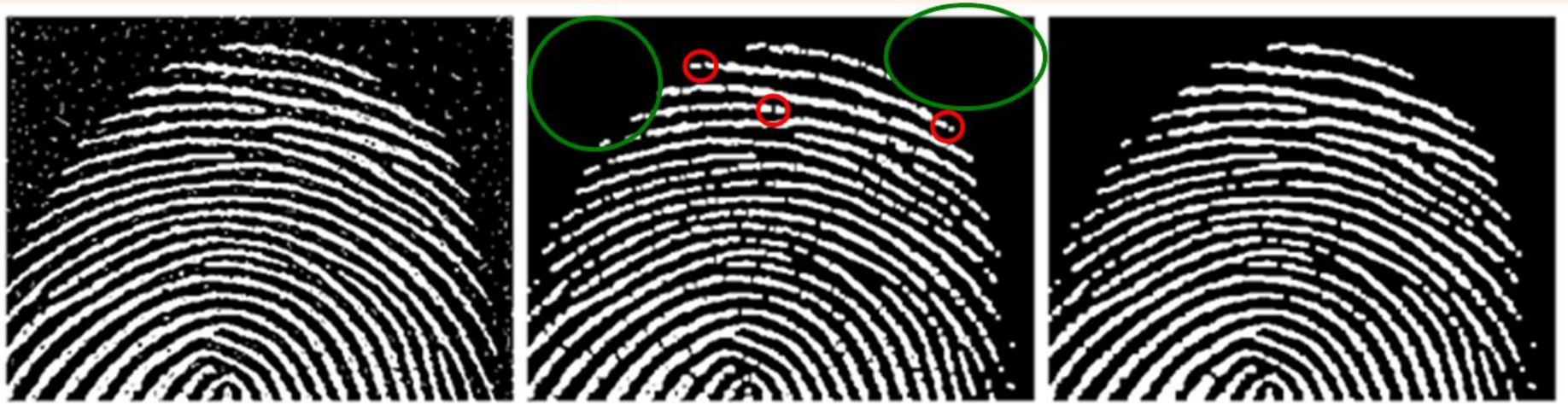


Combinando Apertura y Clausura

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

En algunos casos, la combinación de las dos operaciones puede ser efectiva para remover ruido como se muestra en el siguiente ejemplo.

```
f = cv2.imread('fingerprint.tif')
se = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_RECT, (5, 5))
fop = cv2.morphologyEx(f, cv2.MORPH_OPEN, se)
fop_cls = cv2.morphologyEx(fop, cv2.MORPH_CLOSE, se)
imshow(fop)
imshow(fop_cls)
```



Transformación Hit-or-Miss

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Esta operación permite identificar configuraciones específicas de pixels o pixels que se encuentran al final de un segmento de línea. Se define como:

$$A \otimes B = (A \ominus B_1) \cap (A^C \ominus B_2)$$

donde B es un par de elementos estructurales, tal que $B=(B_1,B_2)$. Por ejemplo, sea B_1 el conjunto formado por los pixels negros de B y B_2 el conjunto formado por los pixels negros de B^C.

	0	1	0
B	1	1	1
	0	1	0

	0	1	0
B_1	1	**1**	1
	0	1	0

	1	0	1
B_2	0	**0**	0
	1	0	1

```
C = cv2.morphologyEx(F, cv2.MORPH_HITMISS, B)
```

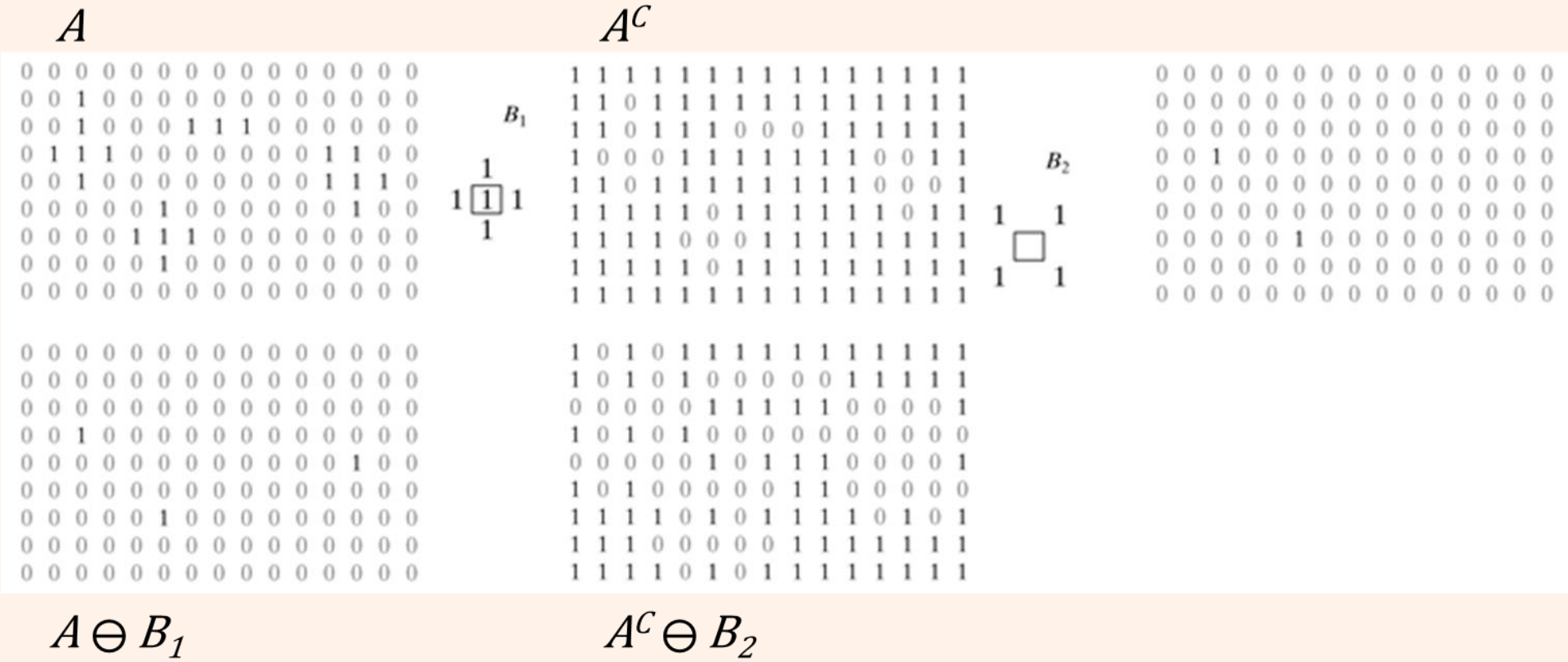
PYTHON: valores de B

- 1 ➡ donde debe haber HIT.
- -1 ➡ donde debe haber MISS.
- 0 ➡ da igual.

Transformación Hit-or-Miss

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

$$A \otimes B = (A \ominus B_1) \cap (A^C \ominus B_2)$$

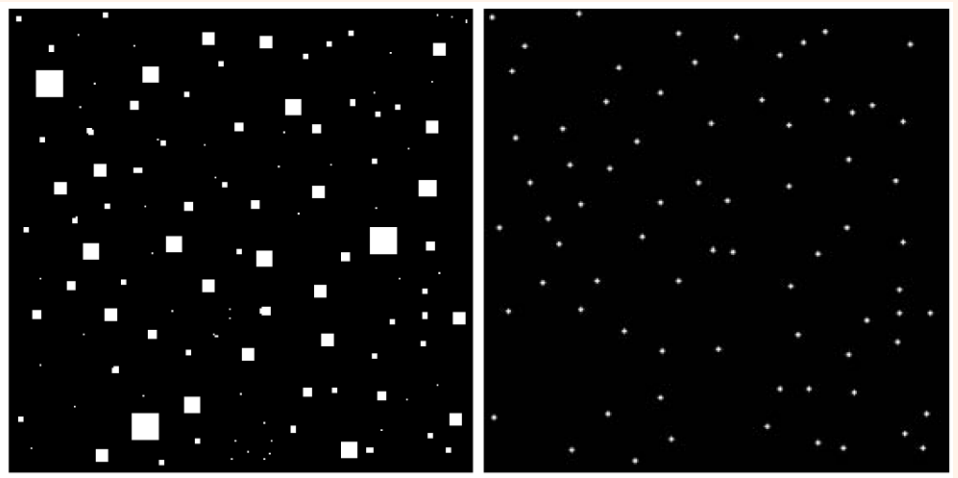


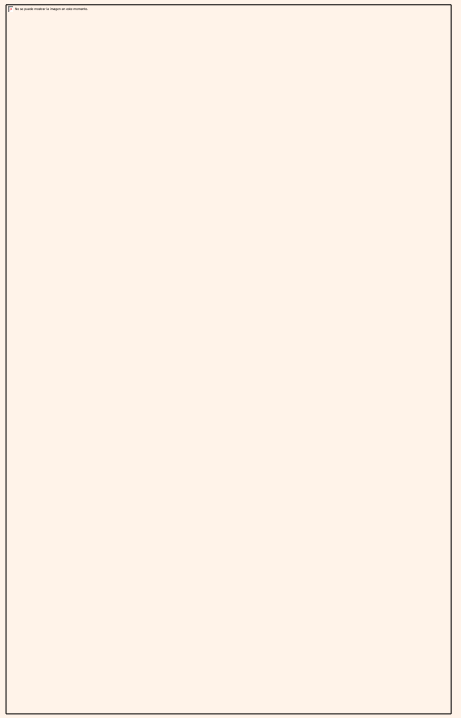
Transformación Hit-or-Miss

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Para buscar las esquinas superiores de los cuadrados de la imagen, uso B_1 pixels con vecinos 1s en el sur y el este (hit) y B_2 pixels que no tengan vecinos 1s en el norte, noroeste, noreste, oeste ni suroeste (miss).

```
f = cv2.imread('squares.tif', cv2.IMREAD_GRAYSCALE)
B = np.array([[-1, -1, -1], [-1, 1, 1], [-1, 1, 0]])
g = cv2.morphologyEx(f.copy(), cv2.MORPH_HITMISS, B)
```





Skeleton

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

En muchas aplicaciones de visión por ordenador a menudo tenemos que tratar con enormes cantidades de datos: el procesamiento puede ser, por tanto, lento y requiere mucha memoria.

Para conseguir un procesamiento más rápido y un menor consumo de memoria, a veces utilizamos una representación más compacta llamada esqueleto. Otras veces, utilizamos el esqueleto para analizar la "forma" intrínseca de un objeto, es decir, su estructura interna.

Un esqueleto debe conservar la estructura de la forma, pero deben eliminarse todos los píxeles redundantes.

Skeleton

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Imagen Original

Iteración 1

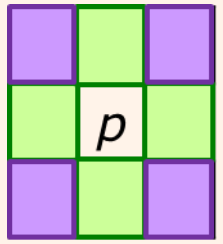
Iteración N
no hay mas cambios

Etiquetado de Componentes Conectados

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Para definir un objeto (formado por pixels conectados) de una imagen es necesario definir primero los diferentes tipos de vecinos. Sea un pixel p con coordendas (x,y) sus 4-vecinos, $N_4(p)$, serán los pixels:

(x+1,y) (x-1,y) (x,y+1) (x,y-1)



De manera similar sus vecinos diagonales, ND(p), serán:

(x+1,y+1) (x+1,y-1) (x-1,y+1) (x-1,y-1)

La unión de $N_4(p)$ y ND(p) forman los 8-vecinos de p, $N_8(p)$.

Luego, decimos que los pixels p y q son 4-adyacentes si $q \in N_4(p)$ y de manera similar los pixels p y q son 8-adyacentes si $q \in N_8(p)$.

Etiquetado de Componentes Conectados

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Un camino desde p_1 a p_n podrá ser 4-conectado u 8-conectado si en la secuencia de pixels $p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}, p_n$ cualquier par de pixels p_k y p_{k+1} son respectivamente 4-adyacentes u 8-adyacentes.

0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0
0	0	0	0	0

0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	0	1	0	0
1	1	0	0	0
0	0	0	0	0

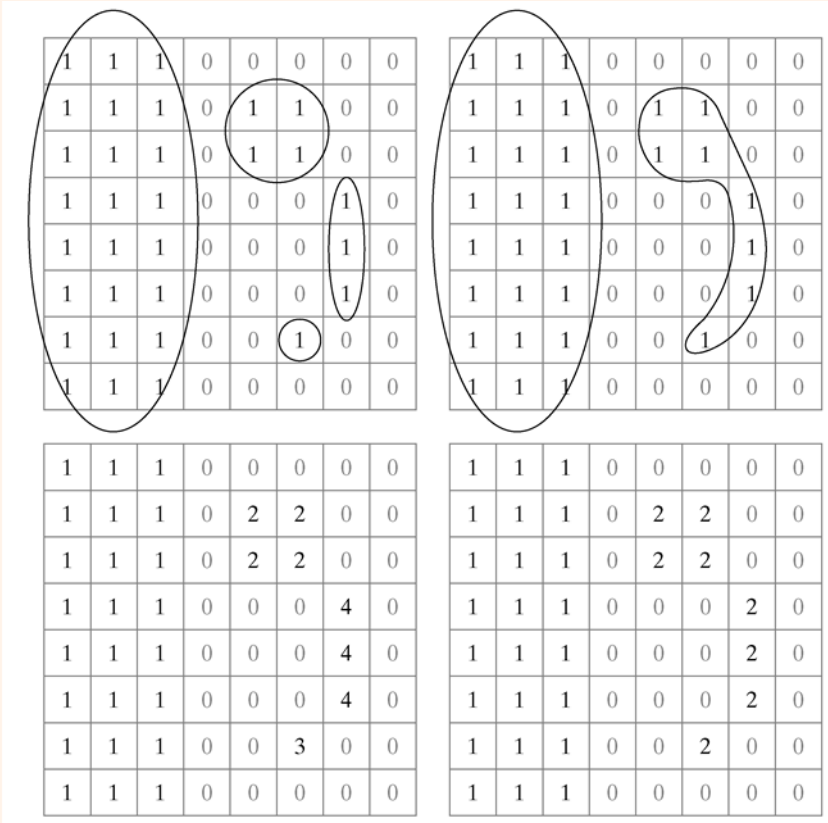
Etiquetado de Componentes Conectados

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Dos pixels p y q estarán 4-conectados u 8-conectados si existe un camino 4-conectado u 8-conectado entre ellos respectivamente.

El conjunto de todos los pixels conectados a p formarán un objeto conectado o simplemente objeto.

Objetos 4-conectados



Objetos 8-conectados

4 Objetos

2 Objetos

Etiquetado de Componentes Conectados

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

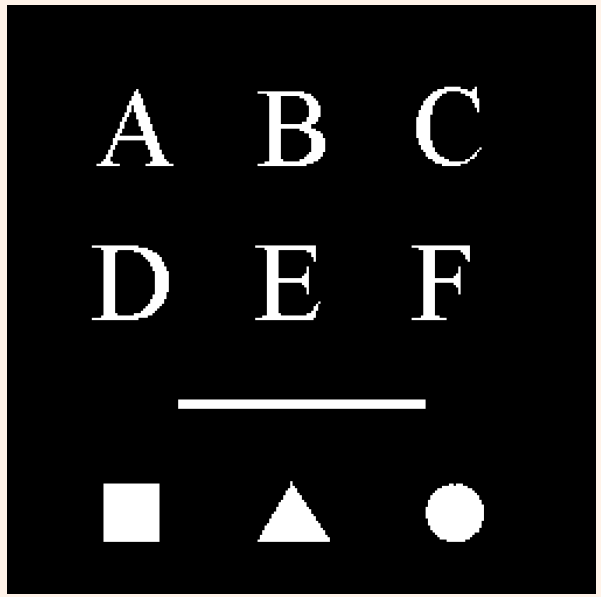
```
img = cv2.imread('objects.tif', cv2.IMREAD_GRAYSCALE)
num_labels, labels, stats, centroids = cv2.connectedComponentsWithStats(img,
connectivity, cv2.CV_32S)
```

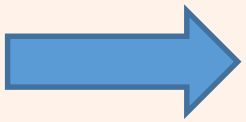
- num_labels ⇒ Cantidad de elementos encontrados.
- labels ⇒ Imagen con etiquetas.
- stats ⇒ Estadísticas para cada etiqueta (bounding box + área).
- centroids ⇒ Coordenadas del centroide para cada etiqueta.

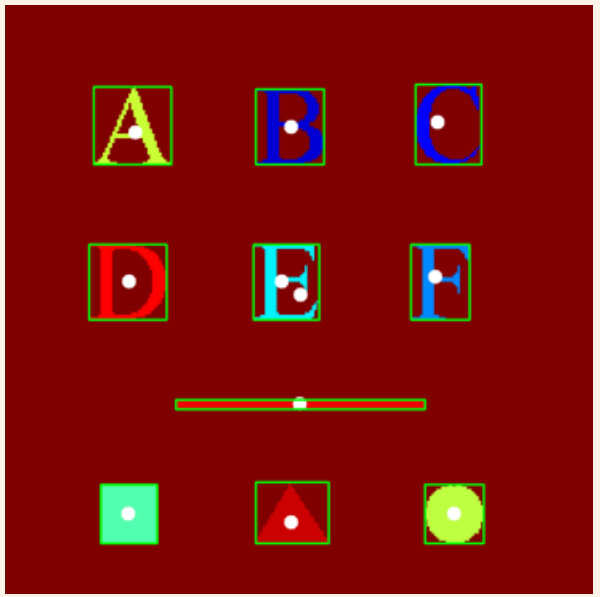
Etiquetado de Componentes Conectados

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

```
im_color = cv2.applyColorMap(np.uint8(255/num_labels*labels), cv2.COLORMAP_JET)
for centroid in centroids:
    cv2.circle(im_color, tuple(np.int32(centroid)), 9, color=(255,255,255), thickness=-1)
for st in stats:
    cv2.rectangle(im_color,(st[0],st[1]),(st[0]+st[2],st[1]+st[3]),color=(0,255,0),thickness=2)
imshow(img=im_color, color_img=True)
```







Reconstrucción Morfológica

La Reconstrucción Morfológica es una operación que involucra 2 imágenes y un elemento estructural. Se definen: una imagen marcador (marker) f, que contiene el punto inicial de la transformación, una imagen máscara (mask) g, que delimita la transformación y un elemento estructural que define la conectividad.

La reconstrucción de g a partir de f, $R_g(f)$, se define a partir de un proceso iterativo.

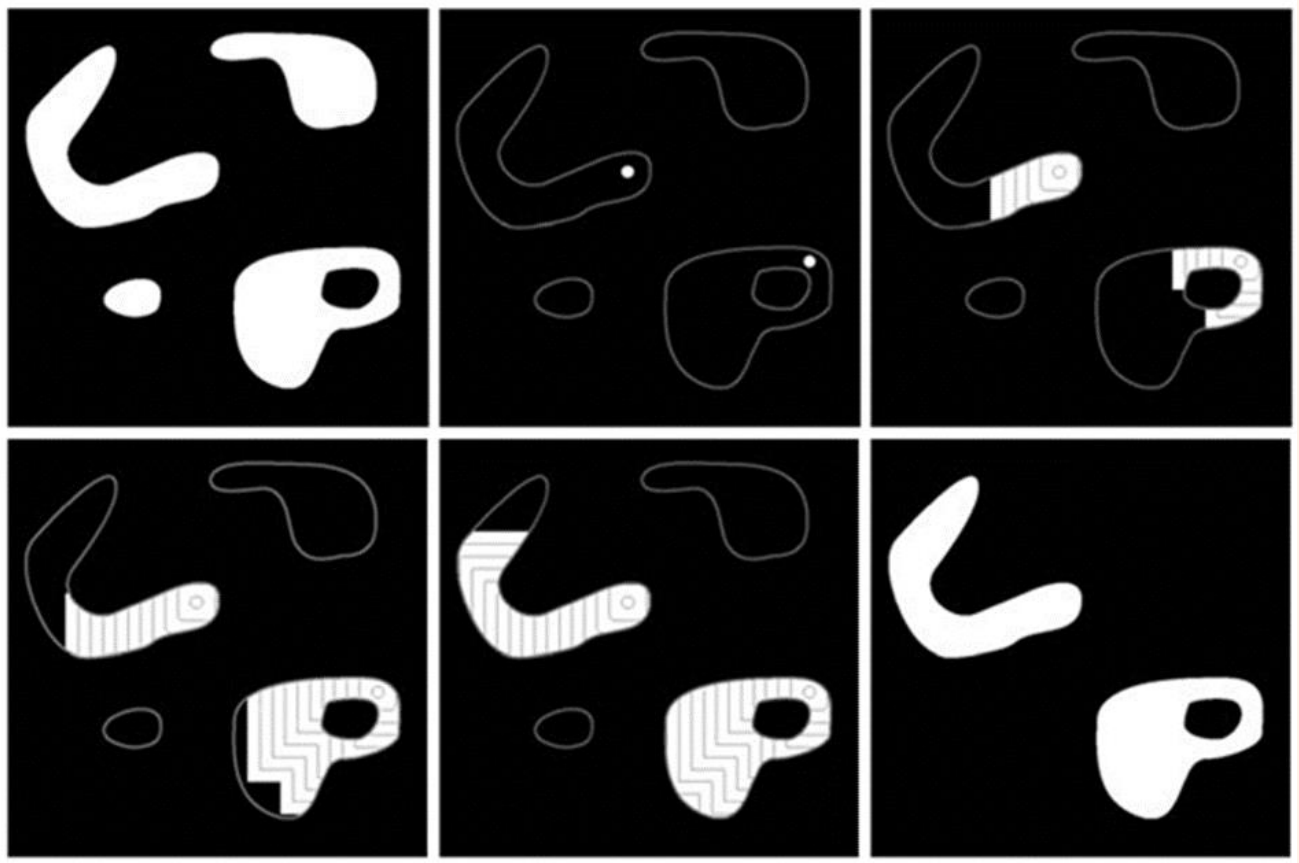
Reconstrucción Morfológica

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

1. Inicializamos h_1 como la imagen marcador f, que debe ser un sub-conjunto de g ($f \subseteq g$).
2. Creamos un elemento estructural. Por ejemplo, B = np.ones((3,3))
3. Realizamos la siguiente operación iterativamente:

$$h_{k+1} = (h_k \oplus B) \cap g$$

hasta que $h_{k+1} = h_k$



Apertura por Reconstrucción

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

En la Apertura, la erosión remueve los objetos pequeños y la subsecuente dilatación tiende a restaurar la forma de los objetos que no desaparecieron. Sin embargo, la exactitud de la restauración depende de la similitud entre los objetos y el elemento estructural.

El método de Apertura por reconstrucción, restaura exactamente las formas de los objetos que quedan luego de la erosión. La Apertura por reconstrucción de f utilizando el objeto estructural B se define como $R_f (f \ominus B)$.

Las diferentes aplicaciones prácticas de la Apertura por Reconstrucción dependerán de la selección de la imagen marcador y la imagen máscara.

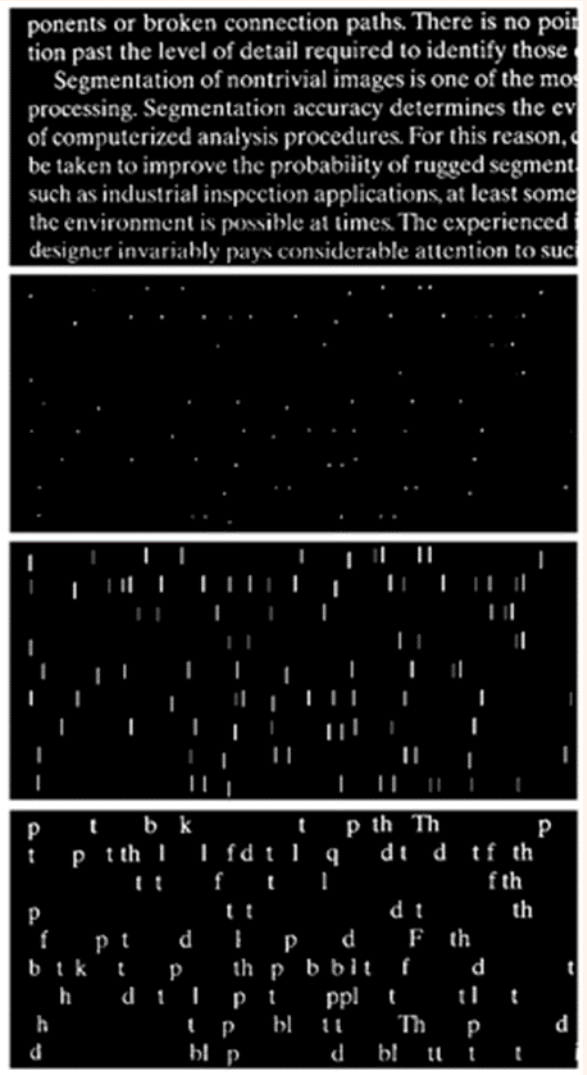
Reconstrucción mediante Apertura

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Búsqueda de caracteres

Comparemos la apertura y la apertura por reconstrucción para una imagen donde queremos detectar los caracteres que tienen una línea vertical larga (h, l, n, p, etc.).

Como para la apertura por reconstrucción necesitamos una imagen marcador, la generamos esta a partir de una erosión de la imagen original.



Reconstrucción mediante Apertura

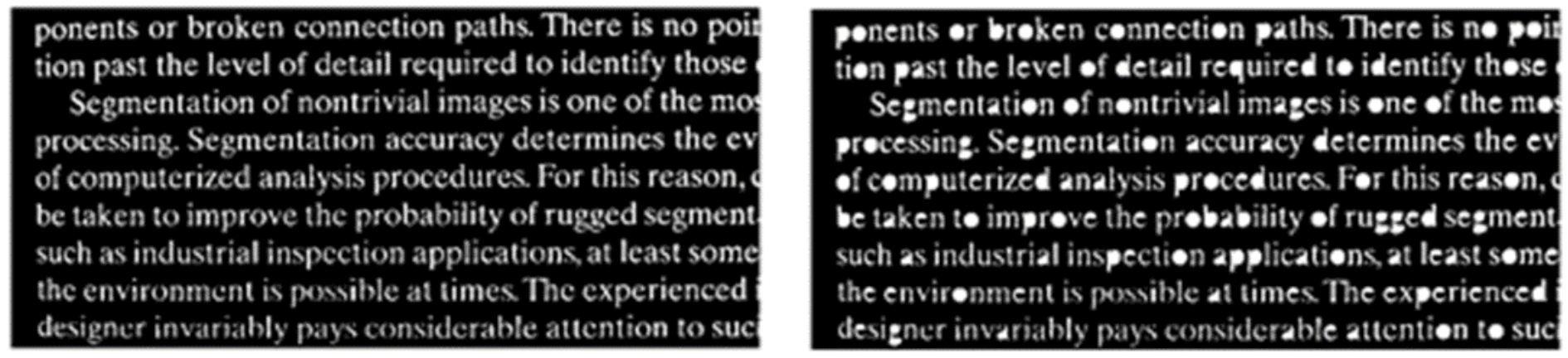
UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Rellenado de Huecos

Si elegimos que la imagen marcador, f_m, sea 0 excepto en los bordes de la imagen donde se fuerza 1 – f, entonces:

$$f_m(x,y) = \begin{cases} 1 - f(x,y) & si\ (x,y)\ pertenece\ al\ borde \\ 0 & c.o.c. \end{cases}$$

Entonces, $g = [R_f(\ f_m\ )]^c$ tiene el efecto de rellenar los huecos de los caracteres que no tocan el borde.



Reconstrucción mediante Apertura

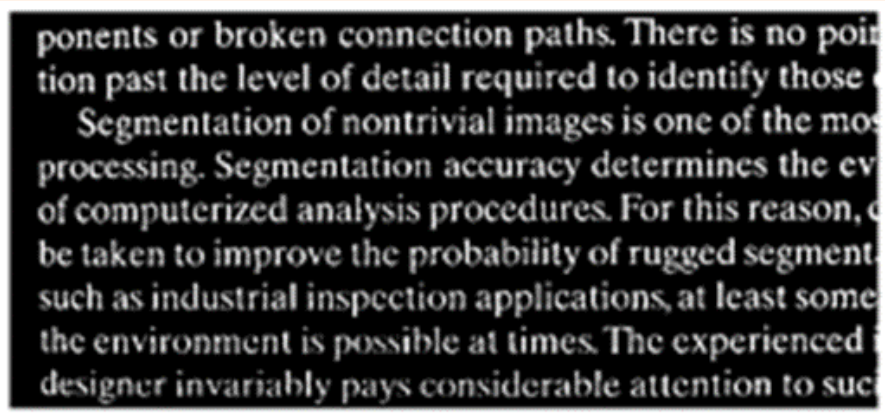
UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

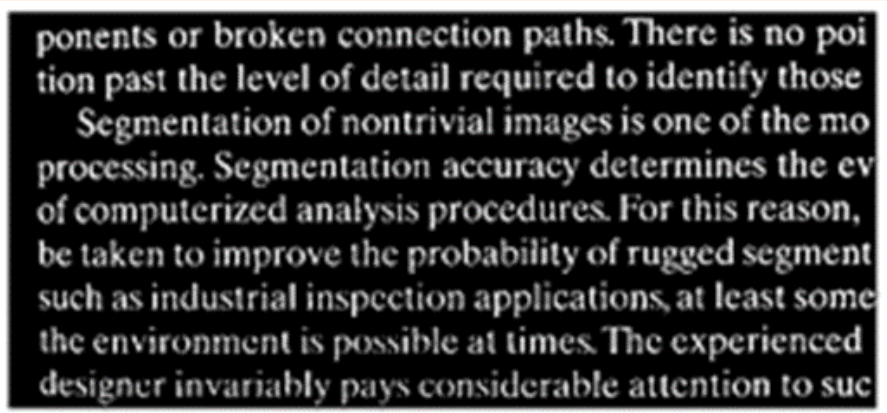
Eliminando objetos que tocan el borde

En este caso elegimos que la imagen marcador, f_m, coincida con la imagen f en los pixels 1 que se ubican en el borde, así:

$$f_m(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & si\ (x,y)\ pertenece\ al\ borde \\ 0 & c.o.c. \end{cases}$$

Entonces, g = $R_f(f_m)$ contiene solo los caracteres que tocan el borde y la diferencia f - $R_f(f_m)$ contiene los elementos de la imagen original que no.





Análisis Morfológico en grises

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Dilatación en Escala de gris

La dilatación en escala de gris de f con el elemento estructural b, que denotamos f $\oplus$ b, se define como:

$$(f \oplus b)(x,y) = \max\{f(x-x', y-y') + b(x',y') \mid (x',y') \in D_b\}$$

donde D_b es el dominio de b, y f(x,y) se asume –inf fuera del dominio de f. Conceptualmente se rota y se traslada el elemento estructural a todos los pixeles de la imagen, y en cada ubicación los valores de los pixeles del elemento estructural se suman al valor de los pixeles de la imagen y se computa el máximo. La suma se realiza sólo para los pixeles (x',y') $\in$ D_b donde D_b tiene un valor 1.

Análisis Morfológico en grises

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Usualmente se utiliza un elemento estructural plano, por lo que b(x',y')=0, para (x',y') ∈ D_b y la ecuación de dilatación en escalas de grises se simplifica a:

$$(f \oplus b)(x,y) = \max\{f(x-x', y-y') \mid (x',y') \in D_b\}$$

Erosión en Escala de gris

De manera similar se define erosión en escala de gris:

$$(f \ominus b)(x,y) = \min\{f(x-x', y-y') - b(x',y') \mid (x',y') \in D_b\}$$

que para el caso de un elemento estructural plano resulta:

$$(f \ominus b)(x,y) = \min\{f(x-x', y-y') \mid (x',y') \in D_b\}$$

Análisis Morfológico en grises

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

a b
c d

FIGURE 9.23 Dilation and erosion. (a) Original image. (b) Dilated image. (c) Eroded image. (d) Morphological gradient. (Original image courtesy of NASA.)

Análisis Morfológico en grises

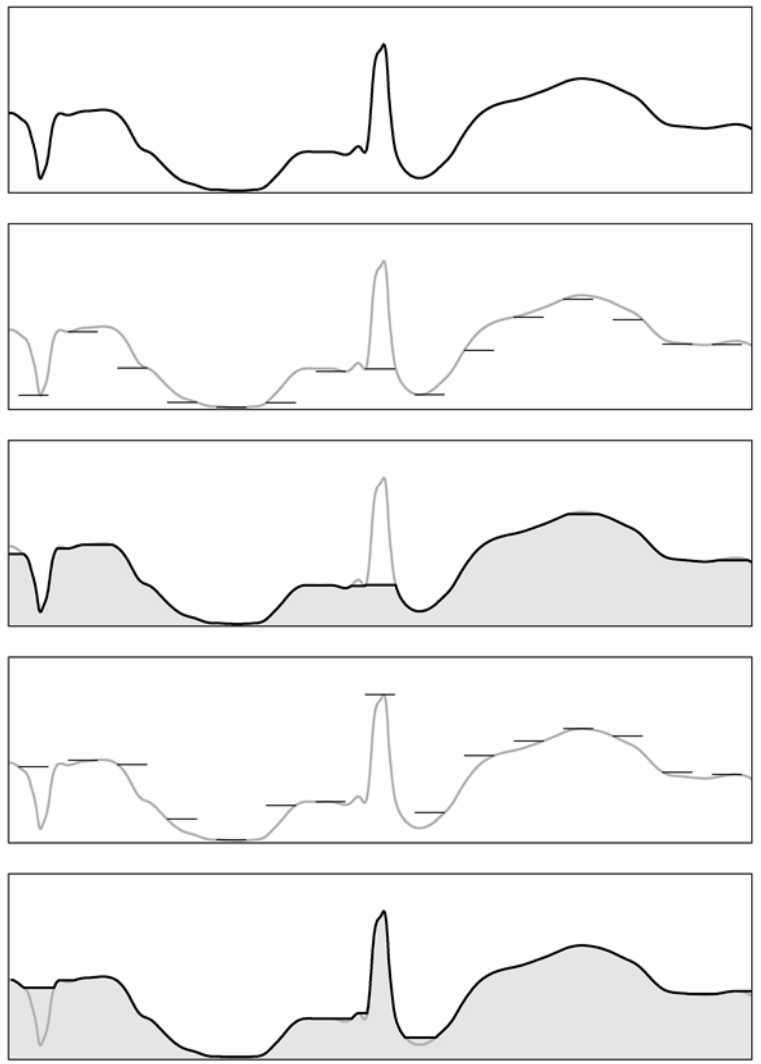
UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Apertura en escala de gris

$$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$$

Clausura en escala de gris

$$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$$

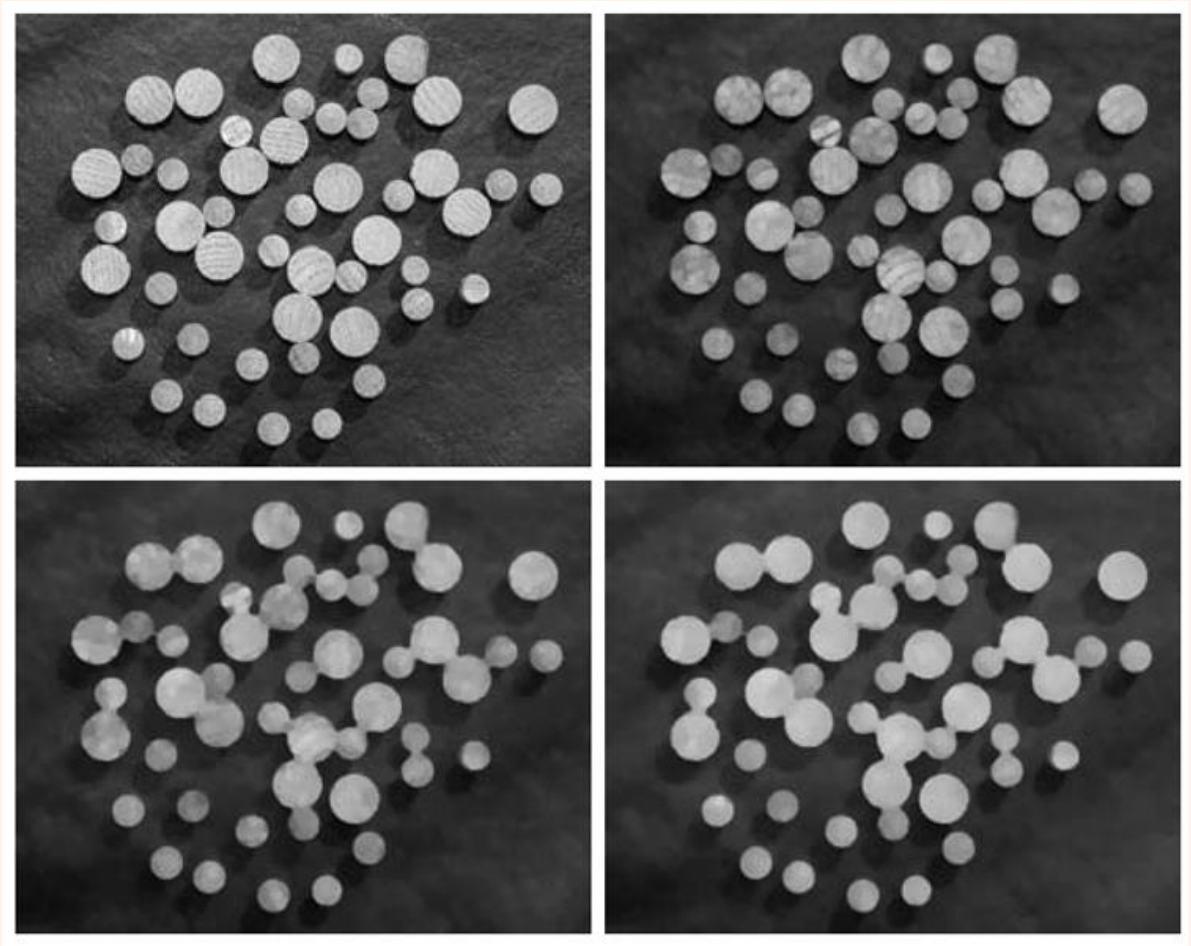


a
b
c
d
e

FIGURE 9.24 Opening and closing in one dimension. (a) Original 1-D signal. (b) Flat structuring element pushed up underneath the signal. (c) Opening. (d) Flat structuring element pushed down along the top of the signal. (e) Closing.

Análisis Morfológico en grises

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA



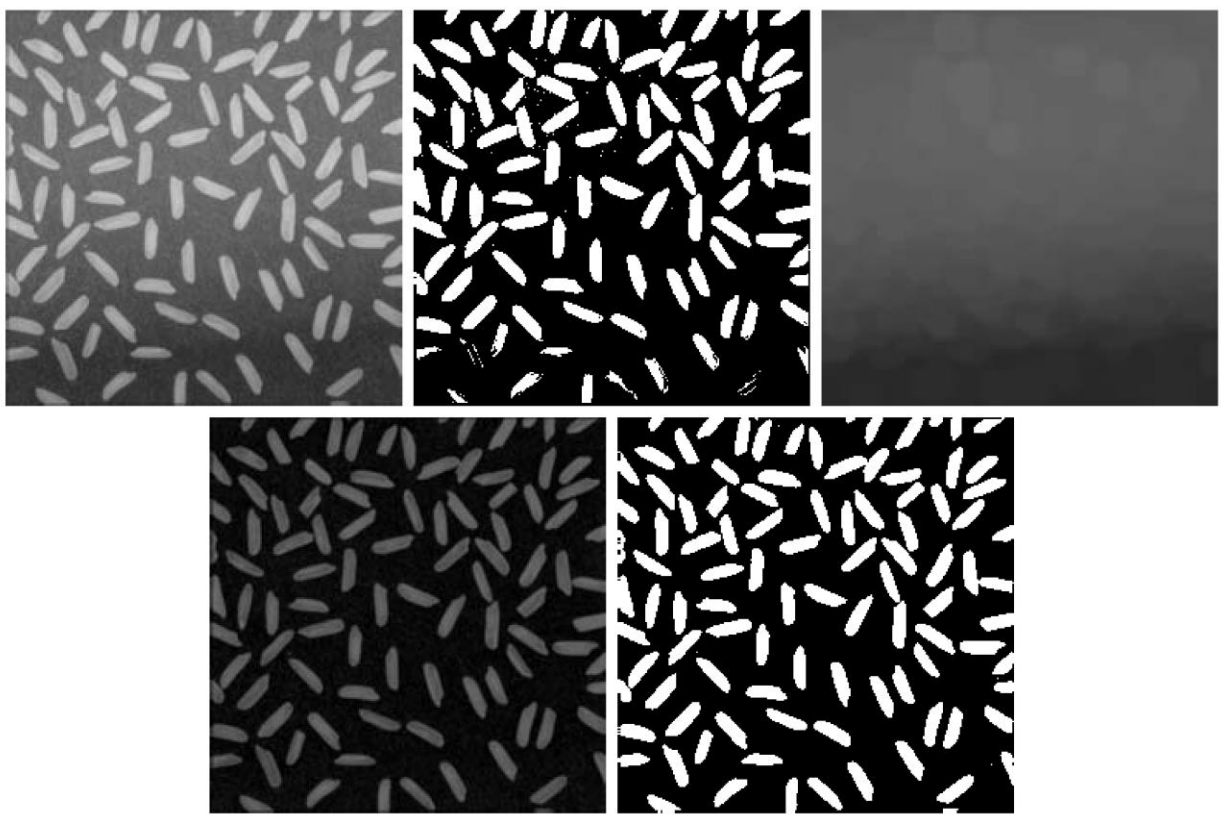
a b
c d

FIGURE 9.25 Smoothing using openings and closings. (a) Original image of wood dowel plugs. (b) Image opened using a disk of radius 5. (c) Closing of the opening. (d) Alternating sequential filter result.

Análisis Morfológico en grises

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Puede obtenerse una imagen con un **background uniforme** substrayendo la apertura de la imagen de la imagen original. Esta operación se denomina Transformación top-hat.



a b c
d e

FIGURE 9.26 Top-hat transformation. (a) Original image. (b) Thresholded image. (c) Opened image. (d) Top-hat transformation. (e) Thresholded top-hat image. (Original image courtesy of The MathWorks, Inc.)