Procesamiento de Imágenes

Restauración de Imágenes

Gonzalo Sad
gonzalosad@gmail.com

Restauración de Imágenes

Restauración

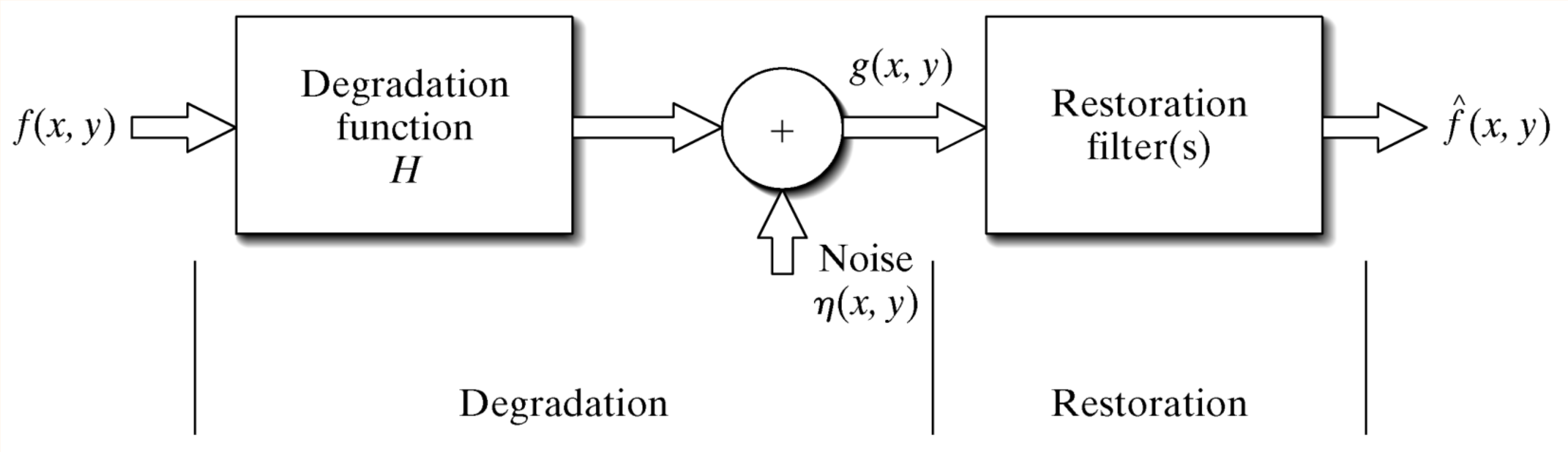
Proceso por el cual se intenta reconstruir o recuperar una imagen que ha sido degradada, usando conocimiento a ***priori*** del proceso de degradación. Las técnicas de restauración se basan en modelos del proceso de degradación y en la aplicación del proceso inverso para recuperar la imagen original.

Modelo del Proceso de Degradación/Restauración

$$\underbrace{g(x,y)}_{\text{Imagen Degradada}} = \underbrace{H}_{\text{Función de Degradación}}\left[\underbrace{f(x,y)}_{\text{Imagen Original}}\right] + \underbrace{\eta(x,y)}_{\text{Ruido Aditivo}}$$

Restauración de Imágenes

INGENIERÍA



Objetivo

Dada la imagen degradada g(x,y), algún conocimiento de la función de degradación H, y algún conocimiento del ruido aditivo, el objetivo de la restauración es ***obtener una estima*** de la imagen original, que sea lo más parecida posible a la misma.

Restauración de Imágenes

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Si H es un proceso lineal y espacialmente invariante, entonces:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + \eta(x,y)$$

donde h(x,y) es la representación espacial de la función de degradación H. La representación equivalente en el dominio frecuencial resulta entonces:

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$

H(u,v) ⟹ Optical Transfer Function (OTF)

h(x,y) ⟹ Point Spread Function (PSF)

Modelos de ruidos

Consideraremos principalmente modelos de ruido en el dominio espacial y modelos de ruido en el dominio frecuencial.

En general, consideraremos que el ruido es independiente de las coordenadas espaciales de la imagen.

Modelos de ruidos

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Name	PDF	Mean and Variance	CDF
Uniform	$p_z(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a \le z \le b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$	$m = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$	$F_z(z) = \begin{cases} 0 & z < a \\ \frac{z-a}{b-a} & a \le z \le b \\ 1 & z > b \end{cases}$
Gaussian	$p_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}b} e^{-(z-a)^2/2b^2}$ $-\infty < z < \infty$	$m = a, \quad \sigma^2 = b^2$	$F_z(z) = \int_{-\infty}^{z} p_z(v)\, dv$
Salt & Pepper	$p_z(z) = \begin{cases} P_a & \text{for } z = a \\ P_b & \text{for } z = b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $b > a$	$m = aP_a + bP_b$ $\sigma^2 = (a-m)^2 P_a + (b-m)^2 P_b$	$F_z(z) = \begin{cases} 0 & \text{for } z < a \\ P_a & \text{for } a \le z < b \\ P_a + P_b & \text{for } b \le z \end{cases}$
Lognormal	$p_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}bz} e^{-[\ln(z)-a]^2/2b^2}$ $z > 0$	$m = e^{a+(b^2/2)}, \sigma^2 = [e^{b^2} - 1]e^{2a+b^2}$	$F_z(z) = \int_{0}^{z} p_z(v)\, dv$
Rayleigh	$p_z(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & z \ge a \\ 0 & z < a \end{cases}$	$m = a + \sqrt{\pi b/4}, \sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4}$	$F_z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-(z-a)^2/b} & z \ge a \\ 0 & z < a \end{cases}$
Exponential	$p_z(z) = \begin{cases} ae^{-az} & z \ge 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$	$m = \frac{1}{a}, \quad \sigma^2 = \frac{1}{a^2}$	$F_z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-az} & z \ge 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$
Erlang	$p_z(z) = \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az}$ $z \ge 0$	$m = \frac{b}{a}, \quad \sigma^2 = \frac{b}{a^2}$	$F_z(z) = \left[1 - e^{-az} \sum_{n=0}^{b-1} \frac{(az)^n}{n!}\right]$ $z \ge 0$

Modelos de ruidos

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

- Ruido Gaussiano: Sensores de imagen actuando con bajos niveles de iluminación.
- Ruido Salt & Pepper: Fallas en dispositivos de conmutación.
- Ruido Lognormal: El tamaño de partículas de plata en emulsiones fotográficas tiene una distribución lognormal.
- Ruido Rayleigh: aparece en *range imaging*.
- Ruido Exponencial y Erlang: es de utilidad para describir el ruido en imágenes laser.

Modelos de ruidos

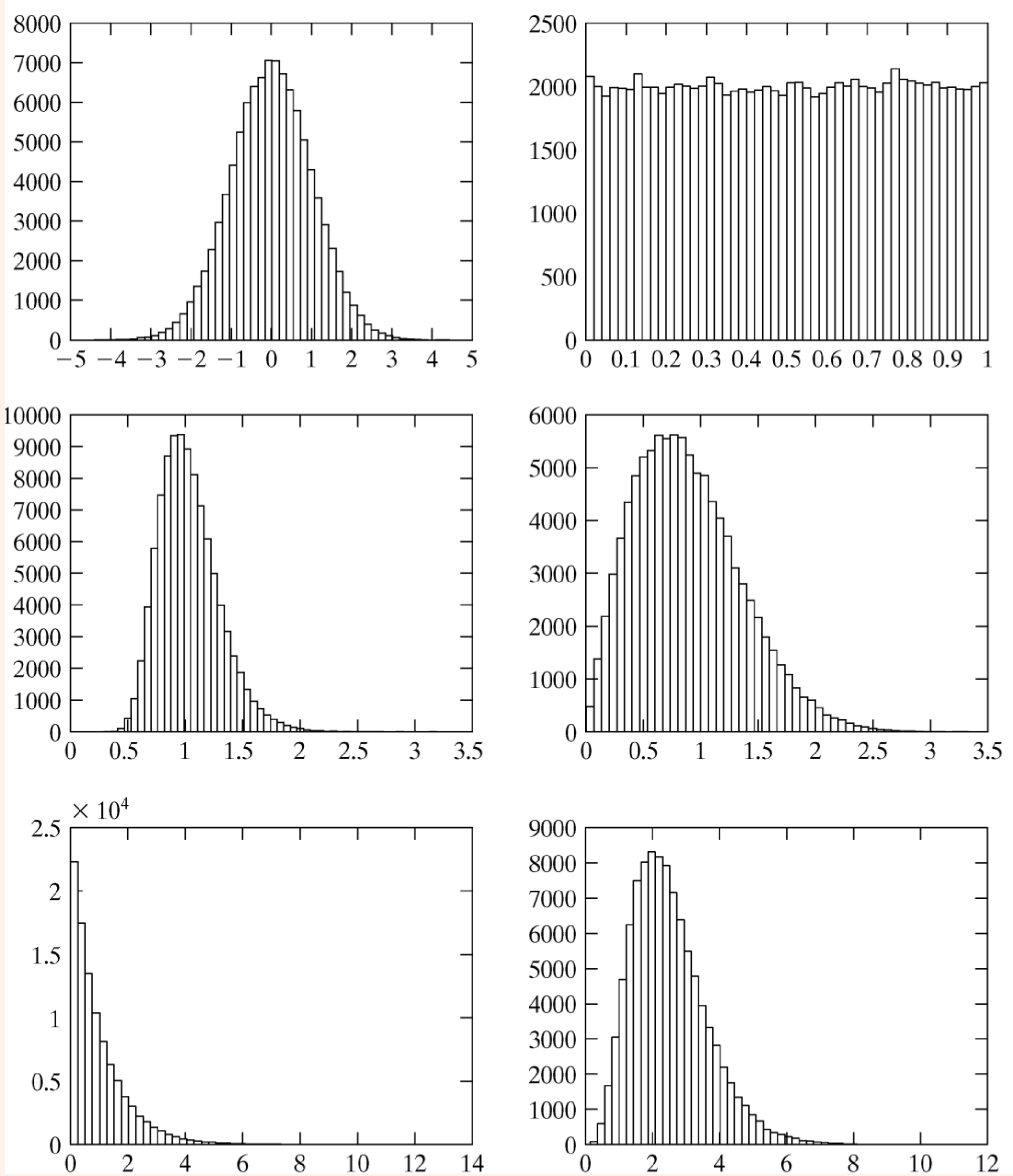


FIGURE 5.2 Histograms of random numbers: (a) Gaussian, (b) uniform, (c) lognormal, (d) Rayleigh, (e) exponential, and (f) Erlang. In each case the default parameters were used.

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Modelos de ruidos

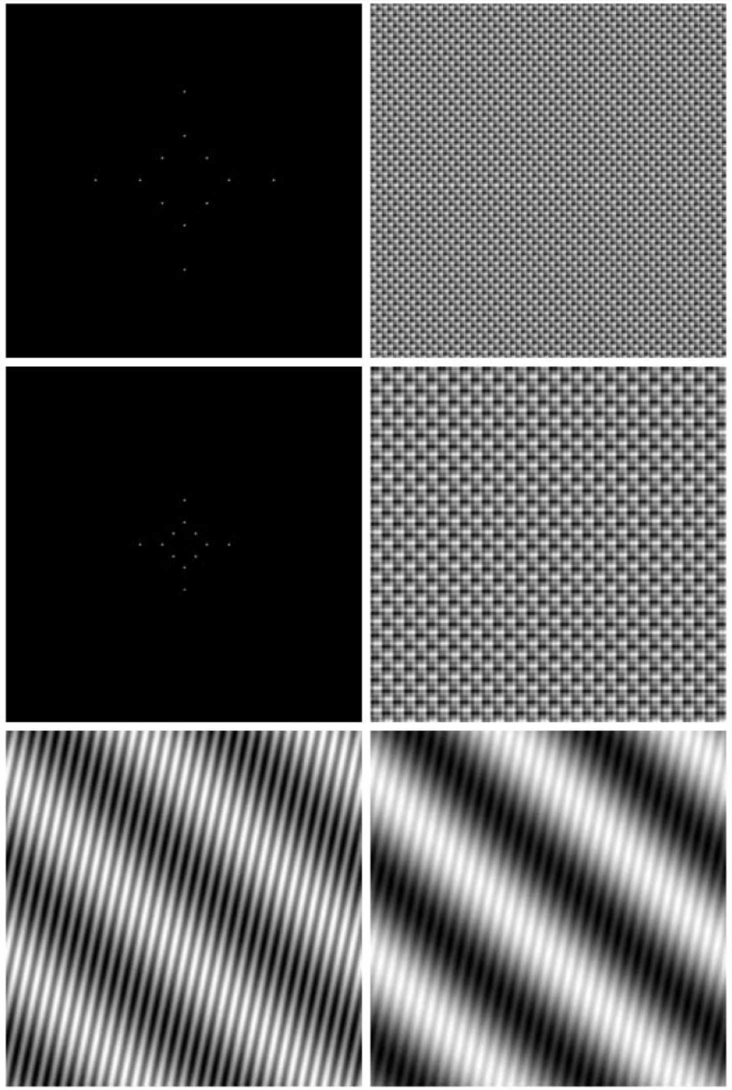
Ruido Periódico: Aparece en imágenes debido a interferencia eléctrica o electromecánica durante la adquisición. Es dependiente de las coordenadas en la imagen, y típicamente se recurre a filtrado en el dominio frecuencial para su atenuación.

Lo modelamos como:

$$r(x,y) = A\sin\left[2\pi u_0(x+B_x)/M + 2\pi v_0(y+B_y)/N\right]$$

Donde A es la amplitud, u_0, v_0 son las frecuencias respecto a los ejes x e y, respectivamente, y B_x, B_y son desplazamientos de fase respecto al origen.

Modelos de ruidos



a b
c d
e f

FIGURE 5.3 (a) Spectrum of specified impulses. (b) Corresponding sine noise pattern. (c) and (d) A similar sequence. (e) and (f) Two other noise patterns. The dots in (a) and (c) were enlarged to make them easier to see.

UNIVERSIDAD AUSTRAL

INGENIERÍA

Estimación de parámetros

Ruido periódico: los parámetros pueden estimarse analizando el espectro de Fourier de la imagen. Aparecen como impulsos de frecuencia que incluso pueden detectarse a simple vista.

Ruido Espacial: queda completamente caracterizado por la PDF, que puede aproximarse por el histograma de la imagen. Para describir la forma del histograma suelen usarse los **momentos centrados** (respecto a la media), definidos como:

$$\mu_n = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^n p(z_i)$$

Estimación de parámetros

donde n es el orden del momento, L es el número de valores de intensidad posible, $p(z_i)$ es una estima de la probabilidad de ocurrencia del valor de intensidad z_i (dada por histograma normalizado) , y m es el valor medio definido como:

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} z_i\, p(z_i)$$

Como el histograma está normalizado, la suma de sus componentes es 1, por lo que resulta $\mu_0=1$ y $\mu_1=0$, y el momento de segundo orden es la varianza:

$$\mu_2 = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^2\, p(z_i)$$

Estimación de parámetros

Frecuentemente, los parámetros del ruido deben estimarse a partir de la imagen ruidosa, o de un conjunto de imágenes.

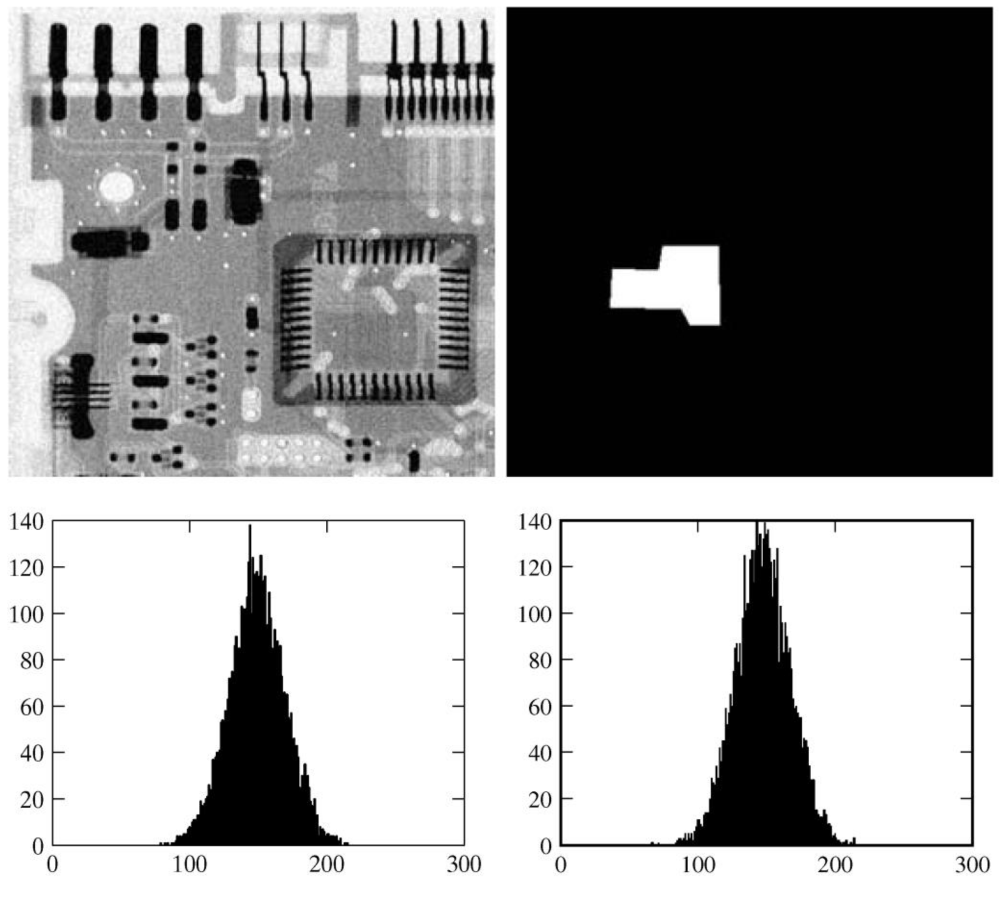
Para ello, debe seleccionarse una región de la imagen con un fondo lo más constante en intensidad posible, de manera que la variabilidad en los valores de intensidad pueda atribuirse principalmente al ruido.

Esta región suele llamarse Región de Interés (ROI: Region of Interest).

Estimación de parámetros

UNIVERSIDAD AUSTRAL

INGENIERÍA



a b
c d

FIGURE 5.4
(a) Noisy image.
(b) ROI generated interactively.
(c) Histogram of ROI.
(d) Histogram of Gaussian data.

Restauración en presencia sólo de ruido

En este caso el modelo de degradación resulta:

$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$$

y el método de reducción de ruido adecuado es filtrado espacial.

Filter Name	Equation
Arithmetic mean	$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)$
Geometric mean	$\hat{f}(x,y) = \left[\prod_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t) \right]^{\frac{1}{mn}}$
Harmonic mean	$\hat{f}(x,y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$
Contraharmonic mean	$\hat{f}(x,y) = \frac{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q}}$
Median	$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{\text{median}} \{g(s,t)\}$
Max	$\hat{f}(x,y) = \max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$
Min	$\hat{f}(x,y) = \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$
Midpoint	$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{2}\left[\max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\} + \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\} \right]$
Alpha-trimmed mean	$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn-d} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g_r(s,t)$

TABLE 5.2 Spatial filters. The variables m and n denote respectively the number of rows and columns of the filter neighborhood.

Restauración en presencia sólo de ruido

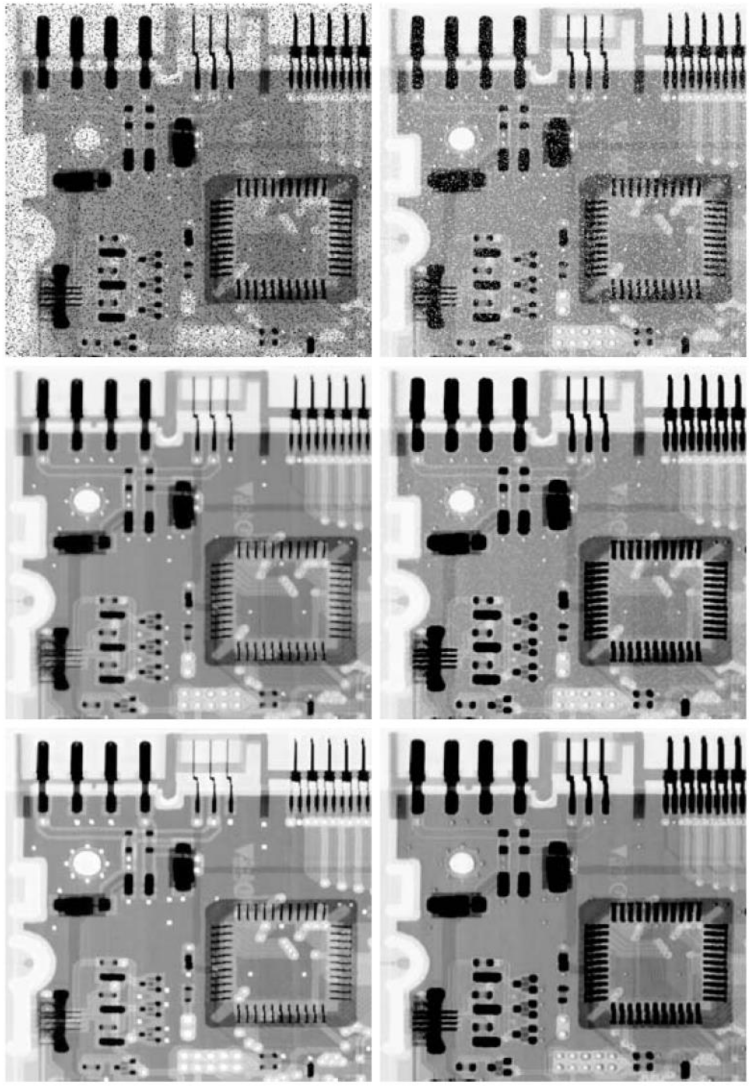
UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Ruido pepper:

Una buena estrategia para el filtrado del ruido pepper es el uso de un filtro contra-armónico con un valor positivo de Q. Otra alternativa es un filtro max.

Ruido salt:

Similarmente, el ruido salt puede filtrarse usando un filtro contra-armónico, con un valor negativo de Q. Otra alternativa es un filtro min.



a	b
c	d
e	f

FIGURE 5.5 (a) Image corrupted by pepper noise with probability 0.1. (b) Image corrupted by salt noise with the same probability. (c) Result of filtering (a) with a 3×3 contraharmonic filter of order $Q = 1.5$. (d) Result of filtering (b) with $Q = -1.5$. (e) Result of filtering (a) with a 3×3 max filter. (f) Result of filtering (b) with a 3×3 min filter.

Filtrado Inverso

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

La manera más simple de restaurar una imagen degradada sería formar una estima de su espectro de la forma:

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} = \frac{H(u,v)F(u,v) + N(u,v)}{H(u,v)}$$

$$= F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

y luego obtener la imagen restaurada mediante la transformada inversa de Fourier. Desafortunadamente, aunque se conozca la función de degradación H(u,v), el ruido es desconocido.

Filtrado Inverso

UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Filtro de Wiener

La idea del Filtro de Wiener es buscar una estima de la imagen original f:, que minimice el error estadístico:

$$e^2 = E\left\{\left(f - \hat{f}\right)^2\right\}$$

La solución en el dominio frecuencial viene dada por:

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right] G(u,v)$$

Filtrado Inverso

$H(u,v)$ función de degradación

$S_\eta(u,v) = |N(u,v)|^2$ espectro de densidad de energía del ruido

$S_f(u,v) = |F(u,v)|^2$ espectro de densidad de energía de la imagen

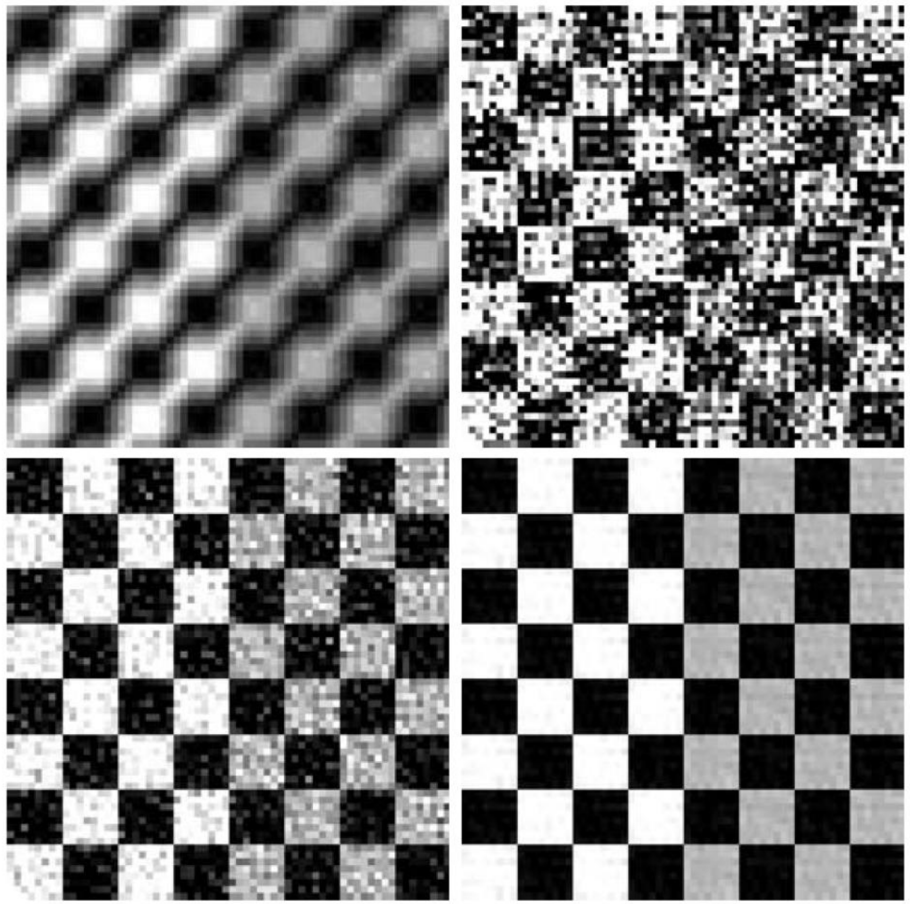
$\dfrac{S_f(u,v)}{S_\eta(u,v)}$ relación señal-ruido (SNR)

La relación señal ruido se suele reemplazar por la relación señal ruido promedio, que es un valor escalar:

$$\frac{f_A}{\eta_A} = \frac{\frac{1}{MN}\sum_u \sum_v S_f(u,v)}{\frac{1}{MN}\sum_u \sum_v S_\eta(u,v)} = \frac{1}{R}$$

→ Filtro de Wiener paramétrico

Filtrado Inverso



a b
c d

FIGURE 5.8 (a) Blurred, noisy image. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering using a constant ratio. (d) Result of Wiener filtering using autocorrelation functions.

Transformaciones Geométricas

UNIVERSIDAD AUSTRAL

INGENIERÍA

Supongamos que la imagen f definida sobre el sistema coordenado (w,z), sufre una distorsión geométrica dando por resultado una imagen g definida sobre un sistema coordenado (x,y). La transformación de coordenadas se puede expresar como:

$$(x, y) = T\{(w, z)\}$$

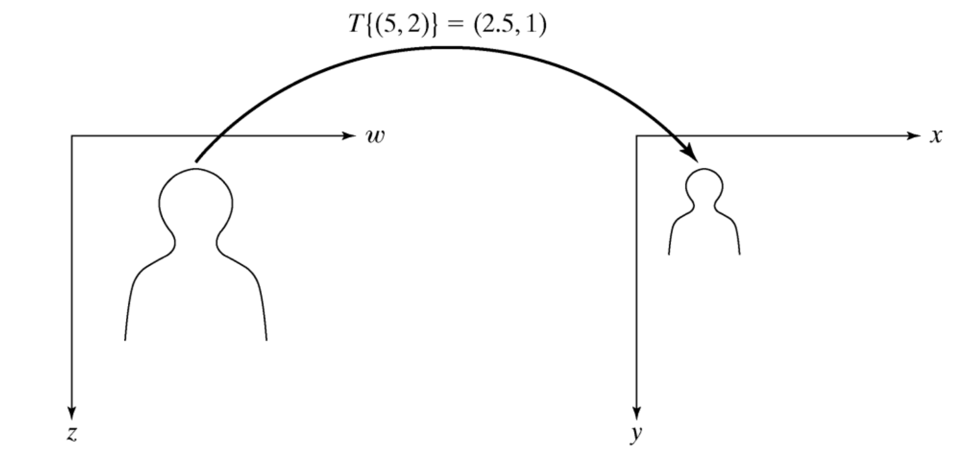


FIGURE 5.12 A simple spatial transformation. (Note that the *xy*-axes in this figure do not correspond to the image axis coordinate system defined in Section 2.1.1. As mentioned in that section, IPT on occasion uses the so-called spatial coordinate system in which *y* designates rows and *x* designates columns. This is the system used throughout this section in order to be consistent with IPT documentation on the topic of geometric transformations.)

$(x,y) = T\{(w,z)\}=(w/2,z/2)$

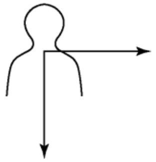
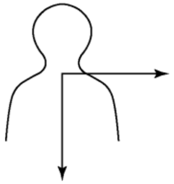
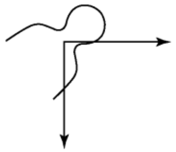
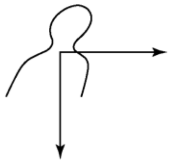
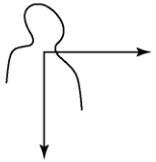
Transformaciones Geométricas

Una forma muy usada de transformación geométrica es la denominada transformación afín:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w & z & 1 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} w & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

que permite escalar, rotar, trasladar, o deformar un conjunto de puntos, dependiendo del valor de los elementos de T.

Transformaciones Geométricas

Type	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Diagram
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = w$ $y = z$	
Scaling	$\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = s_x w$ $y = s_y z$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = w\cos\theta - z\sin\theta$ $y = w\sin\theta + z\cos\theta$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = w + \alpha z$ $y = z$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = w$ $y = \beta w + z$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \delta_x & \delta_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = w + \delta_x$ $y = z + \delta_y$