

## Лабораторна робота №7

### Кодування каналів

Сенс теореми Шеннона в тому, що при передачі по реальним каналам можна закодувати повідомлення таким чином, що дія шумів не призведе до втрати інформації. Це досягається за рахунок підвищення надмірності коду. При цьому зростає час передачі, що слід вважати платою за надійність.

Таким чином, потрібно використовувати такі методи кодування інформації, які дозволили б контролювати правильність передачі і при виявленні помилки виправляти її.

До вирішення проблеми можливі два підходи:

- кодування забезпечує тільки встановлення факту спотворення інформації - в цьому випадку виправлення здійснюється шляхом її повторної передачі;

- кодування дозволяє визначити і автоматично виправити помилку передачі.

До основних характеристик кодів належать:

довжина коду  $n$  – кількість елементів, які складають кодову комбінацію;

кількість інформаційних елементів  $k$ ;

кількість перевірочних елементів  $r$ ;

вага кодової комбінації  $w$  – для двійкового коду визначається кількістю одиниць у кодовій комбінації;

кодова відстань  $d$  між двома кодовими комбінаціями однакової довжини визначається як кількість однойменних елементів (розрядів) з різними значеннями символів (відстань Хеммінга);

мінімальна кодова відстань  $d_{\min}$  – визначається для коду в цілому як мінімальне значення кодових відстаней між усіма парами кодових комбінацій, що належать до даного коду.

Для кодів, що виявляють помилки,  $d_{\min}$  повинна мати значення:  $d_{\min} \geq t+1$ , для кодів, що виправляють помилки:  $d_{\min} \geq 2s+1$ , де  $t$  – кратність помилки, що виявляється кодом,  $s$  – кратність помилки, що виправляється кодом.

Двійкові коди, які виявляють помилки коди, в яких використовуються всі комбінації, але до кожної з них за обумовленим правилом додаються  $r$  перевірочних елементів з перевіркою на парність, з простим повторенням, інверсний (Бауера), кореляційний; нелінійні коди: з перевіркою на непарність,

код Бергера, коди, які одержують шляхом зменшення кількості дозволених комбінацій код з постійною вагою.

### **Коди, що самоконтролюються**

Коди, що самоконтролюються, дозволяють автоматично виявляти найбільш ймовірні помилки при передачі даних. Для їх побудови досить приписати до кожного слова один додатковий (контрольний) двійковий розряд і вибрати цифру цього розряду так, щоб загальна кількість одиниць в зображенні будь-якого числа була, наприклад, парною. Одиночна помилка в довільному розряді переданого слова (зокрема, можливо, і в контрольному розряді) змінить парність загальної кількості одиниць. Лічильники по модулю 2, що підраховують кількість одиниць, які містяться серед двійкових цифр числа, можуть давати сигнал про наявність помилок. При цьому, зрозуміло, ми не отримуємо ніяких вказівок про те, в якому саме розряді відбулася помилка, і, отже, не маємо можливості виправити її. Залишаються непоміченими також помилки, які виникають одночасно в двох, в чотирьох або взагалі в парній кількості розрядів. Втім, подвійні, а тим більше чотирикратні помилки вважаються малоймовірними.

#### **Двійкові коди, які виявляють помилки:**

**Код з перевіркою на парність.**  $(n-1)$  — інформаційний елемент, 1 — перевірючий елемент,  $(n, n-1)$  — код. Перевірючий елемент визначається як сума за модулем 2 всіх інформаційних елементів, тому кількість одиниць у новому  $n$  - розрядному  $(n=k+1)$  коді буде парною  $s=(\sum a_i \bmod 2) \oplus b_1$ ;  $s=0$  — помилки немає;  $s=1$  — помилка є;

#### **Код з перевіркою на непарність**

Непарна кількість одиниць у кодовому слові.

#### **Код з простим повторенням**

Код містить  $k$  інформаційних та  $r = k$  перевірючих елементів. У цьому коді  $r$  перевірючих елементів є простим повторенням  $k$  інформаційних елементів первинної кодової комбінації:  $b_i = a_i$ , де  $i = 1 \dots k$ . Процедура виявлення помилок у прийнятій кодовій комбінації полягає у порівнянні однойменних інформаційних і перевірючих елементів. Їх незбіг говорить про наявність помилок у прийнятій комбінації.

### **Інверсний код (код Бауера)**

- є роздільним лінійним кодом з повторенням з інверсією, який має  $k$  інформаційних та  $k$  перевірочних елементів.
- при парному числі одиниць у первинній кодовій комбінації перевірочні елементи просто повторюють інформаційні;
- при непарному числі одиниць у первинній кодовій комбінації, перевірочні елементи повторюють інформаційні в інвертованому вигляді ;

**Кореляційний код** передбачає кодування кожного елемента первинної кодової комбінації. При цьому "0" записується як "01", а "1" – як "10". Так, наприклад, первинній кодовій комбінації 100101 буде відповідати комбінація 100101100110 кореляційного коду. Такий код дозволяє виявляти помилки будь-якої кратності у кожній парі елементів одного такту, але не здатний виявити так звані "дзеркальні" двократні помилки, коли сусідні елементи одного такту під впливом завад змінюються на протилежні.

### **Код Бергера**

У такому коді перевірочні елементи, які дописуються у кінці первинної кодової комбінації, – це інвертований запис двійкового числа, яким записується сума одиниць у кодовій комбінації  $k$  – елементного первинного коду, що кодується кодом Бергера. При цьому число  $r$  перевірочних елементів визначається як найменше ціле, для якого виконуються умови  $r \geq \log_2 (k + 1)$ . Для виявлення помилки у декодері виконується операція підрахунку числа одиниць в інформаційній частині прийнятої кодової комбінації. Це число записується у двійковій формі, інвертується і порівнюється з перевіркою частиною прийнятої кодової комбінації. Їх незбіг вказує на наявність помилки.

### **Коди, що самокоректуються**

Нехай ми маємо множину всіх двійкових слів довжини  $n$ . Ці слова передаються по каналу зв'язку, в якому діє джерело перешкод. Це джерело перешкод при передачі двійкового слова довжини  $n$  може видавати помилки не більше ніж в  $r$  символах. Це означає, що двійкова послідовність, отримана на виході каналу, відрізняється від початкової не більше ніж в  $r$  позиціях. Очевидно, що якщо початкове слово передавати без попереднього кодування, то відновити на виході дійсне повідомлення практично неможливо. Тому виникає

завдання побудови по початковому, будь-якому слову  $a_1a_2...a_m$  його коду  $b_1b_2...b_l$  ( $l > m$ ), що самокоректується і дозволяє по отриманому на виході каналу коду  $b'_1b'_2...b'_l$  однозначно відновити передаваний код  $b_1b_2...b_l$  а значить, і початкове повідомлення  $a_1a_2...a_m$ . При передачі коду  $b_1b_2...b_l$  по каналу зв'язку код, можливо, спотворився і, отже, на виході каналу буде слово  $b'_1b'_2...b'_l$ , яке в загальному випадку відрізняється від  $b_1b_2...b_l$  не більше ніж в  $r$  позиціях. Коди, що володіють такими властивостями, називають стійкими до перешкод кодами (кодами, що самокоректуються), або кодами, що виправляють  $r$  помилок.

### Код Хеммінга

Коди Хеммінга — сімейство лінійних кодів, які забезпечують виявлення та корекцію помилок і узагальнюють код Хемінг (7,4) винайдений у 1950 році Річардом Хеммінгом. Коди Хеммінга забезпечують виявлення двобітних помилок і виправлення однобітних помилок. На відміну від них, біт парності не може виправляти помилок, а може лише виявити непарну кількість помилок у бітах.

Контрольні біти вставляються в строго певних місцях - це позиції з номерами, рівними степеням двійки це будуть позиції 1, 2, 4, 8, 16, ... Контрольний біт з номером  $N$  контролює всі наступні  $N$  біт через кожні  $N$  біт, починаючи з позиції  $N$ . Значення контрольного біту:  $0 \leftrightarrow$  кількість "1" у контрольованих ним бітах парна;  $1 \leftrightarrow$  кількість "1" у контрольованих ним бітах непарна.

#### Декодування та виправлення помилок

Для виправлення помилки при отриманні кодової послідовності необхідно обчислити значення контрольних бітів. Якщо є помилка у кодовому слові, то це відобразиться на значеннях контрольних бітів. Якщо пораховані контрольні біти не збігаються з такими ж контрольними бітами, які ми отримали, то склавши номери позицій неправильних контрольних біт ми отримуємо позицію помилкового біта. Інвертуємо його і відкинувши контрольні біти, ми отримаємо вихідне повідомлення !

Приклад. Отримано слово, яке закодоване із використанням коду Хемінга  
**101111110001**

Перевіримо стан контрольних бітів

Біт1. (контролює біти 1,3,5,7,9,11). Коректний, сума контрольних біт 4 — парна.

Біт2. (контролює біти 2,3,6,7,10,11). Некоректний, сума контрольних біт 3 — непарна.

Біт4. (контролює біти 4,5,6,7,12). Некоректний, сума контрольних біт 5 — непарна.

Біт8. (контролює біти 8,9,10,11,12). Коректний, сума контрольних біт 2 — парна.

Помилка у 6 біті ( $6=4+2$ )

**101111110001.**

**101110110001 — виправлене кодоване повідомлення**

**11010001 — декодоване повідомлення**

### Завдання

Коди, отримані при виконанні лабораторної роботи №3 (4 кодові множини) закодувати для передачі через канал зв'язку за допомогою кодів для виявлення і корекції помилок: **перевірка на парність; інверсний код Бауера; кореляційний код; код Бергера; код Хеммінга.**

- 1) Реалізувати алгоритми кодування **для кожного** із вказаних вище способів;
- 2) Реалізувати алгоритм випадкового внесення помилки у кодову множину слів: довільна кількість помилок для кодової множини, при умові не більше однієї помилки для кодового слова;
- 3) Реалізувати алгоритми виявлення спотвореного кодового слова та ідентифікації хибного біта (код Хеммінга).

### Зміст лабораторної роботи

- 1) Тексти програм вказаних у завданні алгоритмів;
- 2) Таблиці (20) кодових слів у вигляді:

| Кодове слово (л.р.№3) | Закодовані кодові слова | Закодовані кодові слова з помилкою | Виділені кодові слова або біти з помилкою |
|-----------------------|-------------------------|------------------------------------|---|
|                       |                         |                                    |   |

- 3) Висновки.