

Домашняя работа по дискретной математике №2
Вариант 72

Работу выполнил:
Тимошкин Роман, Р3131

Исходный граф:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	2		2		4	3	5				5
e2	2	0		3	1					4		
e3			0	4	4		2			4	1	4
e4	2	3	4	0			2		1	4	2	
e5		1	4		0				1		3	
e6	4					0		1	3	5		1
e7	3		2	2			0		2			3
e8	5					1		0		5		
e9				1	1	3	2		0		3	
e10		4	4	4		5		5		0	1	
e11			1	2	3				3	1	0	3
e12	5		4			1	3				3	0

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	2		2		4	3	5				5
e2	2	0		3	1					4		
e3			0	4	4		2			4	1	4
e4	2	3	4	0			2		1	4	2	
e5		1	4		0				1		3	
e6	4					0		1	3	5		1
e7	3		2	2			0		2			3
e8	5					1		0		5		
e9				1	1	3	2		0		3	
e10		4	4	4		5		5		0	1	
e11			1	2	3				3	1	0	3
e12	5		4			1	3				3	0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам
Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1. $l(e_1) = 0+$; $l(e_i) = \inf$, для всех $i \neq 1$, $p = e_1$

Результаты итерации запишем в таблицу

	1
e1	0+
e2	inf

e3	inf
e4	inf
e5	inf
e6	inf
e7	inf
e8	inf
e9	inf
e10	inf
e11	inf
e12	inf

2. $\Gamma e_1 = \{ e_2, e_4, e_6, e_7, e_8, e_{12} \}$ - все пометки временные, уточним их:

$$l(e_2) = \min(\text{inf}, 0+2) = 2$$

$$l(e_4) = \min(\text{inf}, 0+2) = 2$$

$$l(e_6) = \min(\text{inf}, 0+4) = 4$$

$$l(e_7) = \min(\text{inf}, 0+3) = 3$$

$$l(e_8) = \min(\text{inf}, 0+5) = 5$$

$$l(e_{12}) = \min(\text{inf}, 0+5) = 5$$

$$3. l(e_{i+}) = \min[l(e_i)] = l(e_2) = 2$$

4. Вершина e_2 получает постоянную пометку $l(e_2) = 2+$, $p = e_2$

	1	2
e1	0+	
e2	inf	2+
e3	inf	inf
e4	inf	2
e5	inf	inf
e6	inf	4
e7	inf	3
e8	inf	5
e9	inf	inf
e10	inf	inf
e11	inf	inf
e12	inf	5

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_2 = \{ e_1, e_4, e_5, e_{10} \}$$

Временные пометки имеют вершины e_4, e_5, e_{10} – уточняем их:

$$l(e_4) = \min(2, 2+3) = 2$$

$$l(e_5) = \min(\text{inf}, 2+1) = 3$$

$$l(e_{10}) = \min(\text{inf}, 2+4) = 6$$

6. $l(e_i+) = \min[l(e_i)] = l(e_4) = 2$

7. Вершина e_4 получает постоянную пометку $l(e_4) = 2+$, $p = e_4$

	1	2	3
e1	0+		
e2	inf	2+	
e3	inf	inf	inf
e4	inf	2	2+
e5	inf	inf	3
e6	inf	4	4
e7	inf	3	3
e8	inf	5	5
e9	inf	inf	inf
e10	inf	inf	6
e11	inf	inf	inf
e12	inf	5	5

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e_4 = \{ e_1, e_2, e_3, e_7, e_9, e_{10}, e_{11} \}$

Временные пометки имеют вершины $e_3, e_7, e_9, e_{10}, e_{11}$ – уточняем их:

$l(e_3) = \min(\inf, 2+4) = 6$

$l(e_7) = \min(3, 2+2) = 3$

$l(e_9) = \min(\inf, 2+1) = 3$

$l(e_{10}) = \min(6, 2+4) = 6$

$l(e_{11}) = \min(\inf, 2+2) = 4$

9. $l(e_i+) = \min[l(e_i)] = l(e_5) = 3$

10. Вершина e_5 получает постоянную пометку $l(e_5) = 3+$, $p = e_5$

	1	2	3	4
e1	0+			
e2	inf	2+		
e3	inf	inf	inf	6
e4	inf	2	2+	
e5	inf	inf	3	3+
e6	inf	4	4	4
e7	inf	3	3	3
e8	inf	5	5	5
e9	inf	inf	inf	3
e10	inf	inf	6	6
e11	inf	inf	inf	4
e12	inf	5	5	5

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e5 = \{ e2, e3, e9, e11 \}$

Временные пометки имеют вершины $e3, e9, e11$ – уточняем их:

$$l(e3) = \min(6, 3+4) = 6$$

$$l(e9) = \min(3, 3+1) = 3$$

$$l(e11) = \min(4, 3+3) = 4$$

$$12. l(ei+) = \min[l(ei)] = l(e7) = 3$$

13. Вершина $e7$ получает постоянную отметку $l(e7) = 3+$, $p = e7$

	1	2	3	4	5
e1	0+				
e2	inf	2+			
e3	inf	inf	inf	6	6
e4	inf	2	2+		
e5	inf	inf	3	3+	
e6	inf	4	4	4	4
e7	inf	3	3	3	3+
e8	inf	5	5	5	5
e9	inf	inf	inf	3	3
e10	inf	inf	6	6	6
e11	inf	inf	inf	4	4
e12	inf	5	5	5	5

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e7 = \{ e1, e3, e4, e9, e12 \}$

Временные пометки имеют вершины $e3, e9, e12$ – уточняем их:

$$l(e3) = \min(6, 3+2) = 5$$

$$l(e9) = \min(3, 3+2) = 3$$

$$l(e12) = \min(5, 3+3) = 5$$

$$15. l(ei+) = \min[l(ei)] = l(e9) = 3$$

16. Вершина $e9$ получает постоянную отметку $l(e9) = 3+$, $p = e9$

	1	2	3	4	5	6
e1	0+					
e2	inf	2+				
e3	inf	inf	inf	6	6	5
e4	inf	2	2+			
e5	inf	inf	3	3+		
e6	inf	4	4	4	4	4
e7	inf	3	3	3	3+	
e8	inf	5	5	5	5	5
e9	inf	inf	inf	3	3	3+

e10	inf	inf	6	6	6	6
e11	inf	inf	inf	4	4	4
e12	inf	5	5	5	5	5

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,
 $\Gamma e_9 = \{ e_4, e_5, e_6, e_7, e_{11} \}$

Временные пометки имеют вершины e_6, e_{11} – уточняем их:

$$l(e_6) = \min(4, 3+3) = 4$$

$$l(e_{11}) = \min(4, 3+3) = 4$$

$$18. l(e_{i+}) = \min[l(e_i)] = l(e_6) = 4$$

19. Вершина e_6 получает постоянную отметку $l(e_6) = 4+$, $p = e_6$

	1	2	3	4	5	6	7
e1	0+						
e2	inf	2+					
e3	inf	inf	inf	6	6	5	5
e4	inf	2	2+				
e5	inf	inf	3	3+			
e6	inf	4	4	4	4	4	4+
e7	inf	3	3	3	3+		
e8	inf	5	5	5	5	5	5
e9	inf	inf	inf	3	3	3+	
e10	inf	inf	6	6	6	6	6
e11	inf	inf	inf	4	4	4	4
e12	inf	5	5	5	5	5	5

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,
 $\Gamma e_6 = \{ e_1, e_8, e_9, e_{10}, e_{12} \}$

Временные пометки имеют вершины e_8, e_{10}, e_{12} – уточняем их:

$$l(e_8) = \min(5, 4+1) = 5$$

$$l(e_{10}) = \min(6, 4+5) = 6$$

$$l(e_{12}) = \min(5, 4+1) = 5$$

$$21. l(e_{i+}) = \min[l(e_i)] = l(e_{11}) = 4$$

22. Вершина e_{11} получает постоянную отметку $l(e_{11}) = 4+$, $p = e_{11}$

	1	2	3	4	5	6	7	8
e1	0+							
e2	inf	2+						

e3	inf	inf	inf	6	6	5	5	5
e4	inf	2	2+					
e5	inf	inf	3	3+				
e6	inf	4	4	4	4	4	4+	
e7	inf	3	3	3	3+			
e8	inf	5	5	5	5	5	5	5
e9	inf	inf	inf	3	3	3+		
e10	inf	inf	6	6	6	6	6	6
e11	inf	inf	inf	4	4	4	4	4+
e12	inf	5	5	5	5	5	5	5

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,
 $\Gamma e_{11} = \{ e3, e4, e5, e9, e10, e12 \}$

Временные пометки имеют вершины e3, e10, e12 – уточняем их:

$$l(3) = \min(5, 4+1) = 5$$

$$l(10) = \min(6, 4+1) = 5$$

$$l(12) = \min(5, 4+3) = 5$$

$$24. l(e_i+) = \min[l(e_i)] = l(e3) = 5$$

25. Вершина e3 получает постоянную отметку $l(e3) = 5+$, $p = e3$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e1	0+								
e2	inf	2+							
e3	inf	inf	inf	6	6	5	5	5	5+
e4	inf	2	2+						
e5	inf	inf	3	3+					
e6	inf	4	4	4	4	4	4+		
e7	inf	3	3	3	3+				
e8	inf	5	5	5	5	5	5	5	5
e9	inf	inf	inf	3	3	3+			
e10	inf	inf	6	6	6	6	6	6	5
e11	inf	inf	inf	4	4	4	4	4+	
e12	inf	5	5	5	5	5	5	5	5

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,
 $\Gamma e3 = \{ e4, e5, e7, e10, e11, e12 \}$

Временные пометки имеют вершины e10, e12 – уточняем их:

$$l(e10) = \min(5, 5+4) = 5$$

$$l(e12) = \min(5, 5+4) = 5$$

27. $l(e_i+) = \min[l(e_i)] = l(e_8) = 5$

28. Вершина e_8 получает постоянную отметку $l(e_8) = 5+$, $p = e_8$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e1	0+									
e2	inf	2+								
e3	inf	inf	inf	6	6	5	5	5	5+	
e4	inf	2	2+							
e5	inf	inf	3	3+						
e6	inf	4	4	4	4	4	4+			
e7	inf	3	3	3	3+					
e8	inf	5	5	5	5	5	5	5	5	5+
e9	inf	inf	inf	3	3	3+				
e10	inf	inf	6	6	6	6	6	6	5	5
e11	inf	inf	inf	4	4	4	4	4+		
e12	inf	5	5	5	5	5	5	5	5	5

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,
 $\Gamma e_8 = \{ e_1, e_6, e_{10} \}$

Временные пометки имеют вершина e_{10} – уточняем:
 $l(e_{10}) = \min(5, 5+5) = 5$

30. $l(e_i+) = \min[l(e_i)] = l(e_{10}) = 5$

31. Вершина e_{10} получает постоянную отметку $l(e_{10}) = 5+$, $p = e_{10}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e1	0+										
e2	inf	2+									
e3	inf	inf	inf	6	6	5	5	5	5+		
e4	inf	2	2+								
e5	inf	inf	3	3+							
e6	inf	4	4	4	4	4	4+				
e7	inf	3	3	3	3+						
e8	inf	5	5	5	5	5	5	5	5	5+	
e9	inf	inf	inf	3	3	3+					
e10	inf	inf	6	6	6	6	6	6	5	5	5+
e11	inf	inf	inf	4	4	4	4	4+			
e12	inf	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,
 $\Gamma e_{10} = \{ e_2, e_3, e_4, e_6, e_8, e_{11} \}$

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

33. $l(e_{i+}) = \min[l(e_i)] = l(e_{12}) = 5$

34. Вершина e_{12} получает постоянную отметку $l(e_{12}) = 5$, $p = e_{12}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e1	0+											
e2	inf	2+										
e3	inf	inf	inf	6	6	5	5	5	5+			
e4	inf	2	2+									
e5	inf	inf	3	3+								
e6	inf	4	4	4	4	4	4+					
e7	inf	3	3	3	3+							
e8	inf	5	5	5	5	5	5	5	5	5+		
e9	inf	inf	inf	3	3	3+						
e10	inf	inf	6	6	6	6	6	6	5	5	5+	
e11	inf	inf	inf	4	4	4	4	4+				
e12	inf	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5+

Все метки постоянные, конец.

Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.