

**Домашняя работа по дискретной математике №4**  
Вариант 72

**Работу выполнил:**  
Тимошкин Роман, Р3131

Исходный граф:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	2		2		4	3	5				5
e2	2	0		3	1					4		
e3			0	4	4		2			4	1	4
e4	2	3	4	0			2		1	4	2	
e5		1	4		0				1		3	
e6	4					0		1	3	5		1
e7	3		2	2			0		2			3
e8	5					1		0		5		
e9				1	1	3	2		0		3	
e10		4	4	4		5		5		0	1	
e11			1	2	3				3	1	0	3
e12	5		4			1	3				3	0

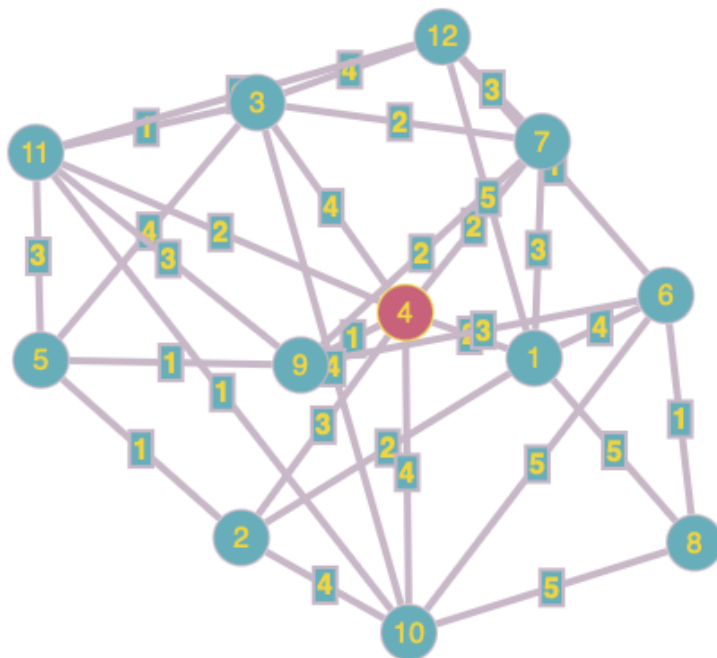
V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	2		2		4	3	5				5
e2	2	0		3	1					4		
e3			0	4	4		2			4	1	4
e4	2	3	4	0			2		1	4	2	
e5		1	4		0				1		3	
e6	4					0		1	3	5		1
e7	3		2	2			0		2			3
e8	5					1		0		5		
e9				1	1	3	2		0		3	
e10		4	4	4		5		5		0	1	
e11			1	2	3				3	1	0	3
e12	5		4			1	3				3	0

**Планаризовать граф**

Уберём веса (сделаем граф невзвешенным)

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	1		1		1	1	1				1
e2	1	0		1	1					1		
e3			0	1	1		1			1	1	1

e4	1	1	1	0			1		1	1	1	
e5		1	1		0				1		1	
e6	1					0		1	1	1		1
e7	1		1	1			0		1			1
e8	1					1		0		1		
e9				1	1	1	1		0		1	
e10		1	1	1		1		1		0	1	
e11			1	1	1				1	1	0	1
e12	1		1			1	1				1	0



### Нахождение гамильтонова цикла

Включаем в  $S$  вершину  $e1$ .  $S = \{e1\}$

Возможная вершина  $e2$ .  $S = \{e1, e2\}$

Возможная вершина  $e4$ .  $S = \{e1, e2, e4\}$

Возможная вершина  $e3$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3\}$

Возможная вершина  $e5$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5\}$

Возможная вершина  $e9$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9\}$

Возможная вершина  $e6$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9, e6\}$

Возможная вершина  $e8$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9, e6, e8\}$

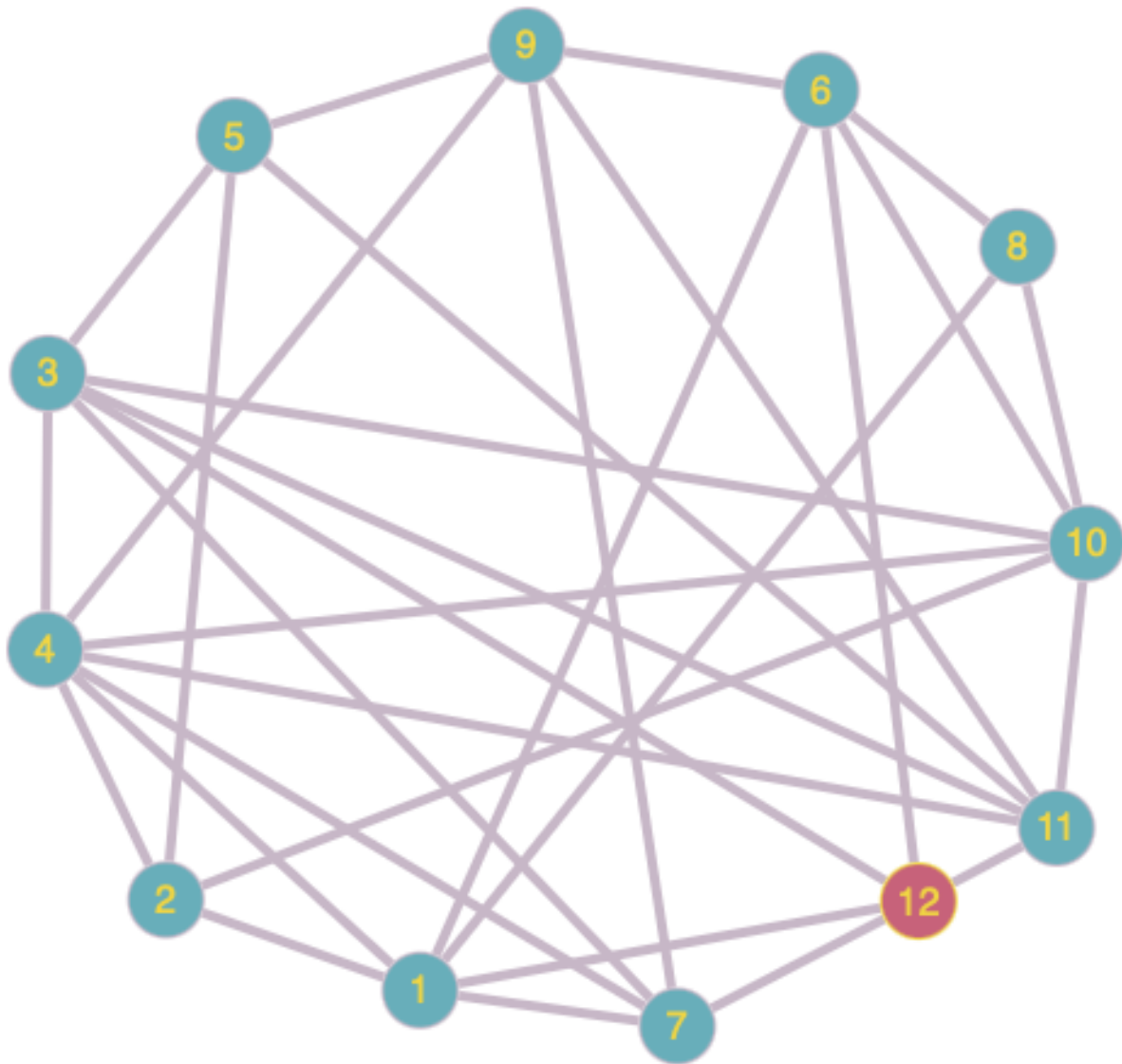
Возможная вершина  $e10$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9, e6, e8, e10\}$

Возможная вершина  $e11$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9, e6, e8, e10, e11\}$

Возможная вершина  $e12$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9, e6, e8, e10, e11, e12\}$

Возможная вершина  $e7$ .  $S = \{e1, e2, e4, e3, e5, e9, e6, e8, e10, e11, e12, e7\}$

Граф содержит Гамильтонов цикл:  $S = \{e_1, e_2, e_4, e_3, e_5, e_9, e_6, e_8, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_7\}$



### Построение графа пересечений $G'$

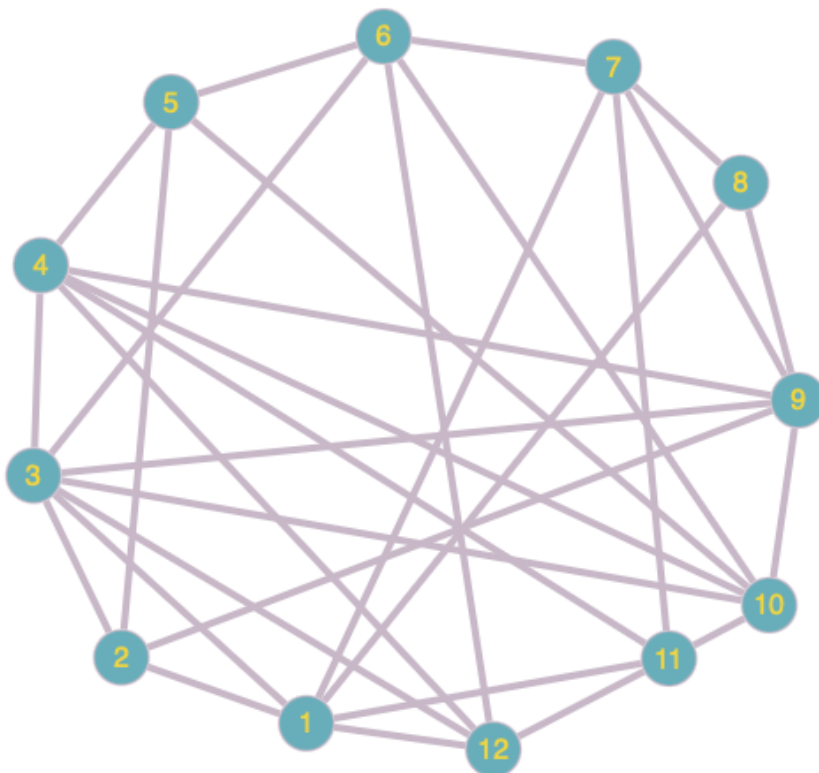
Перенумеруем вершины графа, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними:

до перенумерации	e1	e2	e4	e3	e5	e9	e6	e8	e10	e11	e12	e7
после перенумерации	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12

Тогда матрица смежности будет выглядеть следующим образом:

v/v	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	x	1				1	1			1	x
e2		0	x		1				1			
e3			0	x		1			1	1		1
e4				0	x				1	1	1	1
e5					0	x				1		
e6						0	x			1		1
e7							0	x	1		1	
e8								0	x			
e9									0	x		
e10										0	x	
e11											0	x
e12												0

А сам граф так:



Определим  $p_{29}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{29}$ .

Ребро  $(x_2x_9)$  пересекается с  $(x_1x_3), (x_1x_7), (x_1x_8)$

Определим  $p_{25}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{25}$ .

Ребро  $(x_2x_5)$  пересекается с  $(x_1x_3)$

Определим  $p_{312}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{312}$ .

Ребро  $(x_3x_{12})$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_1x_{11}), (x_2x_5), (x_2x_9)$

Определим  $p_{310}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{310}$ .

Ребро  $(x_3x_{10})$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_2x_5), (x_2x_9)$

Определим  $p_{39}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{39}$ .

Ребро  $(x_3x_9)$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_2x_5)$

Определим  $p_{36}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{36}$ .

Ребро  $(x_3x_6)$  пересекается с  $(x_2x_5)$

Определим  $p_{412}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{412}$ .

Ребро  $(x_4x_{12})$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_1x_{11}), (x_2x_5), (x_2x_9), (x_3x_6), (x_3x_9), (x_3x_{10})$

Определим  $p_{411}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{411}$ .

Ребро  $(x_4x_{11})$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_2x_5), (x_2x_9), (x_3x_6), (x_3x_9), (x_3x_{10})$

Определим  $p_{410}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{410}$ .

Ребро  $(x_4x_{10})$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_2x_5), (x_2x_9), (x_3x_6), (x_3x_9)$

Определим  $p_{49}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{49}$ .

Ребро  $(x_4x_9)$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_2x_5), (x_3x_6)$

Определим  $p_{510}$ , для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{510}$ .

Ребро  $(x_5x_{10})$  пересекается с  $(x_1x_7), (x_1x_8), (x_2x_9), (x_3x_6), (x_3x_9), (x_4x_9)$

15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

	p1 3	p2 9	p1 7	p1 8	p2 5	p3 12	p1 11	p3 10	p3 9	p3 6	p4 12	p4 11	p4 10	p4 9	p5 10
p1 3	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p2 9	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
p1 7	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
p1 8	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
p2 5	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
p3 12	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
p1 11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
p3 10	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
p3 9	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
p3 6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
p4 12	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
p4 11	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
p4 10	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
p4 9	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
p5 10	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1

### Построение семейства $\psi G$

В 1 строке ищем первый нулевой элемент -  $r_1 3$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3=r1Vr3=110010000000000V011001011011111=111011011011111$

В строке  $M1\ 3$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{4,7,10\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3\ 4=M1\ 3Vr4=111011011011111V010101011011111=111111011011111$

В строке  $M1\ 3\ 4$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{7,10\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3\ 4\ 7=M1\ 3\ 4Vr7=111111011011111V000001100010000=111111110111111$

В строке  $M1\ 3\ 4\ 7$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3\ 4\ 7\ 10=M1\ 3\ 4\ 7Vr10=111111110111111V000010000111111=111111111111111$

В строке  $M1\ 3\ 4\ 7\ 10$  все 1.

Построено  $\psi_1=\{u_1\ 3, u_1\ 7, u_1\ 8, u_1\ 11, u_3\ 6\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3\ 4\ 10=M1\ 3\ 4Vr10=111111011011111V000010000111111=111111011111111$

В строке  $M1\ 3\ 4\ 10$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3\ 7=M1\ 3Vr7=111011011011111V000001100010000=111011111011111$

В строке  $M1\ 3\ 7$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10\}$ . Строка 10 не закрывает ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 3\ 10=M1\ 3Vr10=111011011011111V000010000111111=111011011111111$

В строке  $M1\ 3\ 10$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 4=r1Vr4=110010000000000V010101011011111=110111011011111$

В строке  $M1\ 4$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{7,10\}$ . Строки 7, 10 не закроют ноль на 3 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6=r1Vr6=110010000000000V011111100000000=111111100000000$

В строке  $M1\ 6$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,10,11,12,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8=M1\ 6Vr8=111111100000000V011110010011000=111111110011000$

В строке  $M1\ 6\ 8$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,10,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 9=M1\ 6\ 8Vr9=111111110011000V001110001011101=111111111011101$

В строке  $M1\ 6\ 8\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,14\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 9\ 10=M1\ 6\ 8\ 9Vr10=11111111011101V000010000111111=111111111111111$

В строке  $M1\ 6\ 8\ 9\ 10$  все 1.

Построено  $\psi_2=\{u_1\ 3, u_3\ 12, u_3\ 10, u_3\ 9, u_3\ 6\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 9\ 14=M1\ 6\ 8\ 9Vr14=11111111011101V001110000100011=111111111111111$

В строке  $M1\ 6\ 8\ 9\ 14$  все 1.

Построено  $\psi_3=\{u_1\ 3, u_3\ 12, u_3\ 10, u_3\ 9, u_4\ 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 10 = M1\ 6\ 8Vr10 = 111111110011000V000010000111111 = 111111110111111$

В строке M1 6 8 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 13 = M1\ 6\ 8Vr13 = 111111110011000V011110001100100 = 111111111111100$

В строке M1 6 8 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 13\ 14 = M1\ 6\ 8\ 13Vr14 = 111111111111100V001110000100011 = 111111111111111$

В строке M1 6 8 13 14 все 1.

Построено  $\psi_4 = \{u_1\ 3, u_3\ 12, u_3\ 10, u_4\ 10, u_4\ 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 13\ 15 = M1\ 6\ 8\ 13Vr15 = 111111111111100V011100001100011 = 111111111111111$

В строке M1 6 8 13 15 все 1.

Построено  $\psi_5 = \{u_1\ 3, u_3\ 12, u_3\ 10, u_4\ 10, u_5\ 10\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 14 = M1\ 6\ 8Vr14 = 111111110011000V001110000100011 = 111111110111011$

В строке M1 6 8 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 8\ 15 = M1\ 6\ 8Vr15 = 111111110011000V011100001100011 = 111111111111011$

В строке M1 6 8 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 9 = M1\ 6Vr9 = 111111100000000V001110001011101 = 111111101011101$

В строке M1 6 9 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10, 14\}$ . Строки 10, 14 не закроют ноль на 8 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 10 = M1\ 6Vr10 = 111111100000000V000010000111111 = 111111100111111$

В строке M1 6 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11 = M1\ 6Vr11 = 111111100000000V011110111110000 = 111111111110000$

В строке M1 6 11 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{12, 13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 12 = M1\ 6\ 11Vr12 = 111111111110000V011110011101000 = 111111111111000$

В строке M1 6 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 12\ 13 = M1\ 6\ 11\ 12Vr13 = 111111111111000V011110001100100 = 111111111111100$

В строке M1 6 11 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 12\ 13\ 14 = M1\ 6\ 11\ 12$

$13Vr14 = 111111111111100V001110000100011 = 111111111111111$

В строке M1 6 11 12 13 14 все 1.

Построено  $\psi_6 = \{u_1\ 3, u_3\ 12, u_4\ 12, u_4\ 11, u_4\ 10, u_4\ 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 12\ 13\ 15 = M1\ 6\ 11\ 12$

$13Vr15 = 111111111111100V011100001100011 = 111111111111111$

В строке M1 6 11 12 13 15 все 1.

Построено  $\psi_7 = \{u_1 3, u_3 12, u_4 12, u_4 11, u_4 10, u_5 10\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 12\ 14 = M1\ 6\ 11\ 12\ V_{r14} = 111111111111000V001110000100011 = 111111111111011$

В строке M1 6 11 12 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 12\ 15 = M1\ 6\ 11\ 12\ V_{r15} = 111111111111000V011100001100011 = 111111111111011$

В строке M1 6 11 12 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 13 = M1\ 6\ 11\ V_{r13} = 1111111111110000V011110001100100 = 111111111110100$

В строке M1 6 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют ноль на 12 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 14 = M1\ 6\ 11\ V_{r14} = 1111111111110000V001110000100011 = 111111111110011$

В строке M1 6 11 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 11\ 15 = M1\ 6\ 11\ V_{r15} = 1111111111110000V011100001100011 = 111111111110011$

В строке M1 6 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 12 = M1\ 6\ V_{r12} = 111111100000000V011110011101000 = 111111111101000$

В строке M1 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 13 = M1\ 6\ V_{r13} = 1111111100000000V011110001100100 = 111111101100100$

В строке M1 6 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 8, 11, 12

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 14 = M1\ 6\ V_{r14} = 1111111100000000V001110000100011 = 111111100100011$

В строке M1 6 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 6\ 15 = M1\ 6\ V_{r15} = 1111111100000000V011100001100011 = 111111101100011$

В строке M1 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7 = r1\ V_{r7} = 110010000000000V000001100010000 = 110011100010000$

В строке M1 7 находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{8, 9, 10, 12, 13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8 = M1\ 7\ V_{r8} = 110011100010000V011110010011000 = 111111110011000$

В строке M1 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 10, 13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 9 = M1\ 7\ 8\ V_{r9} = 111111110011000V001110001011101 = 111111111011101$

В строке M1 7 8 9 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10, 14\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 9\ 10 = M1\ 7\ 8\ 9\ V_{r10} = 111111111011101V000010000111111 = 111111111111111$



В строке M1 7 8 9 10 все 1.

Построено  $\psi_8 = \{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_3 9, u_3 6\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 9\ 14 = M1\ 7\ 8\ 9Vr14 = 111111111011101V001110000100011 = 11111111111111$

В строке M1 7 8 9 14 все 1.

Построено  $\psi_9 = \{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_3 9, u_4 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 10 = M1\ 7\ 8Vr10 = 111111110011000V000010000111111 = 111111110111111$

В строке M1 7 8 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 13 = M1\ 7\ 8Vr13 = 111111110011000V011110001100100 = 111111111111100$

В строке M1 7 8 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 13\ 14 = M1\ 7\ 8\ 13Vr14 = 111111111111100V001110000100011 = 111111111111111$

В строке M1 7 8 13 14 все 1.

Построено  $\psi_{10} = \{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_4 10, u_4 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 13\ 15 = M1\ 7\ 8\ 13Vr15 = 111111111111100V011100001100011 = 111111111111111$

В строке M1 7 8 13 15 все 1.

Построено  $\psi_{11} = \{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_4 10, u_5 10\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 14 = M1\ 7\ 8Vr14 = 111111110011000V001110000100011 = 111111110111011$

В строке M1 7 8 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 8\ 15 = M1\ 7\ 8Vr15 = 111111110011000V011100001100011 = 111111111111011$

В строке M1 7 8 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 9 = M1\ 7Vr9 = 110011100010000V001110001011101 = 111111101011101$

В строке M1 7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10, 14\}$ . Строки 10, 14 не закроют ноль на 8 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 10 = M1\ 7Vr10 = 110011100010000V000010000111111 = 110011100111111$

В строке M1 7 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 12 = M1\ 7Vr12 = 110011100010000V011110011101000 = 111111111111000$

В строке M1 7 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 12\ 13 = M1\ 7\ 12Vr13 = 111111111111000V011110001100100 = 111111111111100$

В строке M1 7 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 12\ 13\ 14 = M1\ 7\ 12\ 13Vr14 = 111111111111100V001110000100011 = 111111111111111$

В строке M1 7 12 13 14 все 1.

Построено  $\psi_{12} = \{u_1 3, u_1 11, u_4 11, u_4 10, u_4 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 12\ 13\ 15 = M1\ 7\ 12\ 13\ V_{r15} = 111111111111100V011100001100011 = 111111111111111$

В строке  $M1\ 7\ 12\ 13\ 15$  все 1.

Построено  $\psi_{13} = \{u_1\ 3, u_1\ 11, u_4\ 11, u_4\ 10, u_5\ 10\}$

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 12\ 14 = M1\ 7\ 12\ V_{r14} = 1111111111111000V001110000100011 = 111111111111011$

В строке  $M1\ 7\ 12\ 14$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 12\ 15 = M1\ 7\ 12\ V_{r15} = 1111111111111000V011100001100011 = 111111111111011$

В строке  $M1\ 7\ 12\ 15$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 13 = M1\ 7\ V_{r13} = 110011100010000V011110001100100 = 111111101110100$

В строке  $M1\ 7\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 8, 12

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 14 = M1\ 7\ V_{r14} = 110011100010000V001110000100011 = 111111100110011$

В строке  $M1\ 7\ 14$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 7\ 15 = M1\ 7\ V_{r15} = 110011100010000V011100001100011 = 111111101110011$

В строке  $M1\ 7\ 15$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 8 = r1\ V_{r8} = 110010000000000V011110010011000 = 111110010011000$

В строке  $M1\ 8$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 10, 13, 14, 15\}$ .

Строки 9, 10, 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 7

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 9 = r1\ V_{r9} = 110010000000000V001110001011101 = 111110001011101$

В строке  $M1\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10, 14\}$ . Строки

10, 14 не закроют нули на позициях 6, 7, 8

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 10 = r1\ V_{r10} = 110010000000000V000010000111111 = 110010000111111$

В строке  $M1\ 10$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 11 = r1\ V_{r11} = 110010000000000V011110111110000 = 111110111110000$

В строке  $M1\ 11$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{12, 13, 14, 15\}$ .

Строки 12, 13, 14, 15 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 12 = r1\ V_{r12} = 110010000000000V011110011101000 = 111110011101000$

В строке  $M1\ 12$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 7, 11

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 13 = r1\ V_{r13} = 110010000000000V011110001100100 = 111110001100100$

В строке  $M1\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ . Строки

14, 15 не закроют нули на позициях 6, 7, 8, 11, 12

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 14 = r1\ V_{r14} = 110010000000000V001110000100011 = 111110000100011$

В строке M1 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1\ 15=r1Vr15=11001000000000V011100001100011=111110001100011$

В строке M1 15 остались незакрытые 0. В 2 строке ищем первый нулевой элемент - r2 5.

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 5=r2Vr5=111101010011101V100011011111110=111111011111111$

В строке M2 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{7\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 5\ 7=M2\ 5Vr7=111111011111111V000001100010000=111111111111111$

В строке M2 5 7 все 1.

Построено  $\psi_{14}=\{u_2\ 9, u_2\ 5, u_1\ 11\}$

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 7=r2Vr7=111101010011101V000001100010000=111101110011101$

В строке M2 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,10,14\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 7\ 9=M2\ 7Vr9=111101110011101V001110001011101=111111111011101$

В строке M2 7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,14\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 7\ 9\ 10=M2\ 7\ 9Vr10=111111111011101V000010000111111=111111111111111$

В строке M2 7 9 10 все 1.

Построено  $\psi_{15}=\{u_2\ 9, u_1\ 11, u_3\ 9, u_3\ 6\}$

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 7\ 9\ 14=M2\ 7\ 9Vr14=111111111011101V001110000100011=111111111111111$

В строке M2 7 9 14 все 1.

Построено  $\psi_{16}=\{u_2\ 9, u_1\ 11, u_3\ 9, u_4\ 9\}$

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 7\ 10=M2\ 7Vr10=111101110011101V000010000111111=111111110111111$

В строке M2 7 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 7\ 14=M2\ 7Vr14=111101110011101V001110000100011=111111110111111$

В строке M2 7 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 9=r2Vr9=111101010011101V001110001011101=111111011011101$

В строке M2 9 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,14\}$ . Строки 10, 14 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 10=r2Vr10=111101010011101V000010000111111=111111010111111$

В строке M2 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M2\ 14=r2Vr14=111101010011101V001110000100011=111111010111111$

В строке M2 14 остались незакрытые 0. В 3 строке ищем первый нулевой элемент - r3 4.

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 4=r3Vr4=011001011011111V010101011011111=011101011011111$

В строке M3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{5,7,10\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 4\ 5 = M3\ 4Vr5 = 011101011011111V100011011111110 = 111111011111111$

В строке M3 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{7\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 4\ 5\ 7 = M3\ 4\ 5Vr7 = 111111011111111V000001100010000 = 111111111111111$

В строке M3 4 5 7 все 1.

Построено  $\psi_{17} = \{u_1\ 7, u_1\ 8, u_2\ 5, u_1\ 11\}$

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 4\ 7 = M3\ 4Vr7 = 011101011011111V000001100010000 = 011101111011111$

В строке M3 4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10\}$ . Строка 10 не закрывает ноль на 1 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 4\ 10 = M3\ 4Vr10 = 011101011011111V000010000111111 = 011111011111111$

В строке M3 4 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 5 = r3Vr5 = 011001011011111V100011011111110 = 111011011111111$

В строке M3 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{7\}$ . Строка 7 не закрывает ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 7 = r3Vr7 = 011001011011111V000001100010000 = 011001111011111$

В строке M3 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10\}$ . Строка 10 не закрывает нули на позициях 1, 4

Записываем дизъюнкцию

$M3\ 10 = r3Vr10 = 011001011011111V000010000111111 = 011011011111111$

В строке M3 10 остались незакрытые 0. В 4 строке ищем первый нулевой элемент - r4 5.

Записываем дизъюнкцию

$M4\ 5 = r4Vr5 = 010101011011111V100011011111110 = 110111011111111$

В строке M4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{7\}$ . Строка 7 не закрывает ноль на 3 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M4\ 7 = r4Vr7 = 010101011011111V000001100010000 = 010101111011111$

В строке M4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{10\}$ . Строка 10 не закрывает нули на позициях 1, 3

Записываем дизъюнкцию

$M4\ 10 = r4Vr10 = 010101011011111V000010000111111 = 010111011111111$

В строке M4 10 остались незакрытые 0. В 5 строке ищем первый нулевой элемент - r5 7.

Записываем дизъюнкцию

$M5\ 7 = r5Vr7 = 100011011111111V000001100010000 = 100011111111110$

В строке M5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M5\ 7\ 15 = M5\ 7Vr15 = 100011111111111V011100001100011 = 111111111111111$

В строке M5 7 15 все 1.

Построено  $\psi_{18} = \{u_2\ 5, u_1\ 11, u_5\ 10\}$

Записываем дизъюнкцию

M5 15=r5Vr15=100011011111110V011100001100011=111111011111111

В строке M5 15 остались незакрытые 0.

Из матрицы  $R(G')$  видно, что строки с номерами  $j > 5$  не смогут закрыть ноль в позиции 1.

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств  $\psi G$  построено. Это:

$\psi_1=\{u_1 3, u_1 7, u_1 8, u_1 11, u_3 6\}$

$\psi_2=\{u_1 3, u_3 12, u_3 10, u_3 9, u_3 6\}$

$\psi_3=\{u_1 3, u_3 12, u_3 10, u_3 9, u_4 9\}$

$\psi_4=\{u_1 3, u_3 12, u_3 10, u_4 10, u_4 9\}$

$\psi_5=\{u_1 3, u_3 12, u_3 10, u_4 10, u_5 10\}$

$\psi_6=\{u_1 3, u_3 12, u_4 12, u_4 11, u_4 10, u_4 9\}$

$\psi_7=\{u_1 3, u_3 12, u_4 12, u_4 11, u_4 10, u_5 10\}$

$\psi_8=\{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_3 9, u_3 6\}$

$\psi_9=\{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_3 9, u_4 9\}$

$\psi_{10}=\{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_4 10, u_4 9\}$

$\psi_{11}=\{u_1 3, u_1 11, u_3 10, u_4 10, u_5 10\}$

$\psi_{12}=\{u_1 3, u_1 11, u_4 11, u_4 10, u_4 9\}$

$\psi_{13}=\{u_1 3, u_1 11, u_4 11, u_4 10, u_5 10\}$

$\psi_{14}=\{u_2 9, u_2 5, u_1 11\}$

$\psi_{15}=\{u_2 9, u_1 11, u_3 9, u_3 6\}$

$\psi_{16}=\{u_2 9, u_1 11, u_3 9, u_4 9\}$

$\psi_{17}=\{u_1 7, u_1 8, u_2 5, u_1 11\}$

$\psi_{18}=\{u_2 5, u_1 11, u_5 10\}$

### Выделение из $G'$ максимального двудольного подграфа $H'$

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия  $\alpha_{\gamma\beta}=|\psi_{\gamma}|+|\psi_{\beta}|-|\psi_{\gamma}\cap\psi_{\beta}|$ :

$\alpha_{12}=|\psi_1|+|\psi_2|-|\psi_1\cap\psi_2|=5+5-2=8$

$\alpha_{13}=|\psi_1|+|\psi_3|-|\psi_1\cap\psi_3|=5+5-1=9$

$\alpha_{14}=|\psi_1|+|\psi_4|-|\psi_1\cap\psi_4|=5+5-1=9$

$\alpha_{15}=|\psi_1|+|\psi_5|-|\psi_1\cap\psi_5|=5+5-1=9$

$\alpha_{16}=|\psi_1|+|\psi_6|-|\psi_1\cap\psi_6|=5+6-1=10$

$\alpha_{17}=|\psi_1|+|\psi_7|-|\psi_1\cap\psi_7|=5+6-1=10$

$\alpha_{18}=|\psi_1|+|\psi_8|-|\psi_1\cap\psi_8|=5+5-3=7$

$\alpha_{19}=|\psi_1|+|\psi_9|-|\psi_1\cap\psi_9|=5+5-2=8$

$\alpha_{110}=|\psi_1|+|\psi_{10}|-|\psi_1\cap\psi_{10}|=5+5-2=8$

$\alpha_{111}=|\psi_1|+|\psi_{11}|-|\psi_1\cap\psi_{11}|=5+5-2=8$

$\alpha_{112}=|\psi_1|+|\psi_{12}|-|\psi_1\cap\psi_{12}|=5+5-2=8$

$\alpha_{113}=|\psi_1|+|\psi_{13}|-|\psi_1\cap\psi_{13}|=5+5-2=8$

$\alpha_{114}=|\psi_1|+|\psi_{14}|-|\psi_1\cap\psi_{14}|=5+3-1=7$

$\alpha_{115}=|\psi_1|+|\psi_{15}|-|\psi_1\cap\psi_{15}|=5+4-2=7$

$\alpha_{116}=|\psi_1|+|\psi_{16}|-|\psi_1\cap\psi_{16}|=5+4-1=8$

$\alpha_{117}=|\psi_1|+|\psi_{17}|-|\psi_1\cap\psi_{17}|=5+4-3=6$

$$\begin{aligned}
\alpha_{118} &= |\psi_1| + |\psi_{18}| - |\psi_1 \cap \psi_{18}| = 5+3-1=7 \\
\alpha_{23} &= |\psi_2| + |\psi_3| - |\psi_2 \cap \psi_3| = 5+5-4=6 \\
\alpha_{24} &= |\psi_2| + |\psi_4| - |\psi_2 \cap \psi_4| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{25} &= |\psi_2| + |\psi_5| - |\psi_2 \cap \psi_5| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{26} &= |\psi_2| + |\psi_6| - |\psi_2 \cap \psi_6| = 5+6-2=9 \\
\alpha_{27} &= |\psi_2| + |\psi_7| - |\psi_2 \cap \psi_7| = 5+6-2=9 \\
\alpha_{28} &= |\psi_2| + |\psi_8| - |\psi_2 \cap \psi_8| = 5+5-4=6 \\
\alpha_{29} &= |\psi_2| + |\psi_9| - |\psi_2 \cap \psi_9| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{210} &= |\psi_2| + |\psi_{10}| - |\psi_2 \cap \psi_{10}| = 5+5-2=8 \\
\alpha_{211} &= |\psi_2| + |\psi_{11}| - |\psi_2 \cap \psi_{11}| = 5+5-2=8 \\
\alpha_{212} &= |\psi_2| + |\psi_{12}| - |\psi_2 \cap \psi_{12}| = 5+5-1=9 \\
\alpha_{213} &= |\psi_2| + |\psi_{13}| - |\psi_2 \cap \psi_{13}| = 5+5-1=9 \\
\alpha_{214} &= |\psi_2| + |\psi_{14}| - |\psi_2 \cap \psi_{14}| = 5+3-0=8 \\
\alpha_{215} &= |\psi_2| + |\psi_{15}| - |\psi_2 \cap \psi_{15}| = 5+4-2=7 \\
\alpha_{216} &= |\psi_2| + |\psi_{16}| - |\psi_2 \cap \psi_{16}| = 5+4-1=8 \\
\alpha_{217} &= |\psi_2| + |\psi_{17}| - |\psi_2 \cap \psi_{17}| = 5+4-0=9 \\
\alpha_{218} &= |\psi_2| + |\psi_{18}| - |\psi_2 \cap \psi_{18}| = 5+3-0=8 \\
\alpha_{34} &= |\psi_3| + |\psi_4| - |\psi_3 \cap \psi_4| = 5+5-4=6 \\
\alpha_{35} &= |\psi_3| + |\psi_5| - |\psi_3 \cap \psi_5| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{36} &= |\psi_3| + |\psi_6| - |\psi_3 \cap \psi_6| = 5+6-3=8 \\
\alpha_{37} &= |\psi_3| + |\psi_7| - |\psi_3 \cap \psi_7| = 5+6-2=9 \\
\alpha_{38} &= |\psi_3| + |\psi_8| - |\psi_3 \cap \psi_8| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{39} &= |\psi_3| + |\psi_9| - |\psi_3 \cap \psi_9| = 5+5-4=6 \\
\alpha_{310} &= |\psi_3| + |\psi_{10}| - |\psi_3 \cap \psi_{10}| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{311} &= |\psi_3| + |\psi_{11}| - |\psi_3 \cap \psi_{11}| = 5+5-2=8 \\
\alpha_{312} &= |\psi_3| + |\psi_{12}| - |\psi_3 \cap \psi_{12}| = 5+5-2=8 \\
\alpha_{313} &= |\psi_3| + |\psi_{13}| - |\psi_3 \cap \psi_{13}| = 5+5-1=9 \\
\alpha_{314} &= |\psi_3| + |\psi_{14}| - |\psi_3 \cap \psi_{14}| = 5+3-0=8 \\
\alpha_{315} &= |\psi_3| + |\psi_{15}| - |\psi_3 \cap \psi_{15}| = 5+4-1=8 \\
\alpha_{316} &= |\psi_3| + |\psi_{16}| - |\psi_3 \cap \psi_{16}| = 5+4-2=7 \\
\alpha_{317} &= |\psi_3| + |\psi_{17}| - |\psi_3 \cap \psi_{17}| = 5+4-0=9 \\
\alpha_{318} &= |\psi_3| + |\psi_{18}| - |\psi_3 \cap \psi_{18}| = 5+3-0=8 \\
\alpha_{45} &= |\psi_4| + |\psi_5| - |\psi_4 \cap \psi_5| = 5+5-4=6 \\
\alpha_{46} &= |\psi_4| + |\psi_6| - |\psi_4 \cap \psi_6| = 5+6-4=7 \\
\alpha_{47} &= |\psi_4| + |\psi_7| - |\psi_4 \cap \psi_7| = 5+6-3=8 \\
\alpha_{48} &= |\psi_4| + |\psi_8| - |\psi_4 \cap \psi_8| = 5+5-2=8 \\
\alpha_{49} &= |\psi_4| + |\psi_9| - |\psi_4 \cap \psi_9| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{410} &= |\psi_4| + |\psi_{10}| - |\psi_4 \cap \psi_{10}| = 5+5-4=6 \\
\alpha_{411} &= |\psi_4| + |\psi_{11}| - |\psi_4 \cap \psi_{11}| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{412} &= |\psi_4| + |\psi_{12}| - |\psi_4 \cap \psi_{12}| = 5+5-3=7 \\
\alpha_{413} &= |\psi_4| + |\psi_{13}| - |\psi_4 \cap \psi_{13}| = 5+5-2=8 \\
\alpha_{414} &= |\psi_4| + |\psi_{14}| - |\psi_4 \cap \psi_{14}| = 5+3-0=8 \\
\alpha_{415} &= |\psi_4| + |\psi_{15}| - |\psi_4 \cap \psi_{15}| = 5+4-0=9 \\
\alpha_{416} &= |\psi_4| + |\psi_{16}| - |\psi_4 \cap \psi_{16}| = 5+4-1=8
\end{aligned}$$

$\alpha_{417} = |\psi_4| + |\psi_{17}| - |\psi_4 \cap \psi_{17}| = 5+4-0=9$   
 $\alpha_{418} = |\psi_4| + |\psi_{18}| - |\psi_4 \cap \psi_{18}| = 5+3-0=8$   
 $\alpha_{56} = |\psi_5| + |\psi_6| - |\psi_5 \cap \psi_6| = 5+6-3=8$   
 $\alpha_{57} = |\psi_5| + |\psi_7| - |\psi_5 \cap \psi_7| = 5+6-4=7$   
 $\alpha_{58} = |\psi_5| + |\psi_8| - |\psi_5 \cap \psi_8| = 5+5-2=8$   
 $\alpha_{59} = |\psi_5| + |\psi_9| - |\psi_5 \cap \psi_9| = 5+5-2=8$   
 $\alpha_{510} = |\psi_5| + |\psi_{10}| - |\psi_5 \cap \psi_{10}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{511} = |\psi_5| + |\psi_{11}| - |\psi_5 \cap \psi_{11}| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{512} = |\psi_5| + |\psi_{12}| - |\psi_5 \cap \psi_{12}| = 5+5-2=8$   
 $\alpha_{513} = |\psi_5| + |\psi_{13}| - |\psi_5 \cap \psi_{13}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{514} = |\psi_5| + |\psi_{14}| - |\psi_5 \cap \psi_{14}| = 5+3-0=8$   
 $\alpha_{515} = |\psi_5| + |\psi_{15}| - |\psi_5 \cap \psi_{15}| = 5+4-0=9$   
 $\alpha_{516} = |\psi_5| + |\psi_{16}| - |\psi_5 \cap \psi_{16}| = 5+4-0=9$   
 $\alpha_{517} = |\psi_5| + |\psi_{17}| - |\psi_5 \cap \psi_{17}| = 5+4-0=9$   
 $\alpha_{518} = |\psi_5| + |\psi_{18}| - |\psi_5 \cap \psi_{18}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{67} = |\psi_6| + |\psi_7| - |\psi_6 \cap \psi_7| = 6+6-5=7$   
 $\alpha_{68} = |\psi_6| + |\psi_8| - |\psi_6 \cap \psi_8| = 6+5-1=10$   
 $\alpha_{69} = |\psi_6| + |\psi_9| - |\psi_6 \cap \psi_9| = 6+5-2=9$   
 $\alpha_{610} = |\psi_6| + |\psi_{10}| - |\psi_6 \cap \psi_{10}| = 6+5-3=8$   
 $\alpha_{611} = |\psi_6| + |\psi_{11}| - |\psi_6 \cap \psi_{11}| = 6+5-2=9$   
 $\alpha_{612} = |\psi_6| + |\psi_{12}| - |\psi_6 \cap \psi_{12}| = 6+5-4=7$   
 $\alpha_{613} = |\psi_6| + |\psi_{13}| - |\psi_6 \cap \psi_{13}| = 6+5-3=8$   
 $\alpha_{614} = |\psi_6| + |\psi_{14}| - |\psi_6 \cap \psi_{14}| = 6+3-0=9$   
 $\alpha_{615} = |\psi_6| + |\psi_{15}| - |\psi_6 \cap \psi_{15}| = 6+4-0=10$   
 $\alpha_{616} = |\psi_6| + |\psi_{16}| - |\psi_6 \cap \psi_{16}| = 6+4-1=9$   
 $\alpha_{617} = |\psi_6| + |\psi_{17}| - |\psi_6 \cap \psi_{17}| = 6+4-0=10$   
 $\alpha_{618} = |\psi_6| + |\psi_{18}| - |\psi_6 \cap \psi_{18}| = 6+3-0=9$   
 $\alpha_{78} = |\psi_7| + |\psi_8| - |\psi_7 \cap \psi_8| = 6+5-1=10$   
 $\alpha_{79} = |\psi_7| + |\psi_9| - |\psi_7 \cap \psi_9| = 6+5-1=10$   
 $\alpha_{710} = |\psi_7| + |\psi_{10}| - |\psi_7 \cap \psi_{10}| = 6+5-2=9$   
 $\alpha_{711} = |\psi_7| + |\psi_{11}| - |\psi_7 \cap \psi_{11}| = 6+5-3=8$   
 $\alpha_{712} = |\psi_7| + |\psi_{12}| - |\psi_7 \cap \psi_{12}| = 6+5-3=8$   
 $\alpha_{713} = |\psi_7| + |\psi_{13}| - |\psi_7 \cap \psi_{13}| = 6+5-4=7$   
 $\alpha_{714} = |\psi_7| + |\psi_{14}| - |\psi_7 \cap \psi_{14}| = 6+3-0=9$   
 $\alpha_{715} = |\psi_7| + |\psi_{15}| - |\psi_7 \cap \psi_{15}| = 6+4-0=10$   
 $\alpha_{716} = |\psi_7| + |\psi_{16}| - |\psi_7 \cap \psi_{16}| = 6+4-0=10$   
 $\alpha_{717} = |\psi_7| + |\psi_{17}| - |\psi_7 \cap \psi_{17}| = 6+4-0=10$   
 $\alpha_{718} = |\psi_7| + |\psi_{18}| - |\psi_7 \cap \psi_{18}| = 6+3-1=8$   
 $\alpha_{89} = |\psi_8| + |\psi_9| - |\psi_8 \cap \psi_9| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{810} = |\psi_8| + |\psi_{10}| - |\psi_8 \cap \psi_{10}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{811} = |\psi_8| + |\psi_{11}| - |\psi_8 \cap \psi_{11}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{812} = |\psi_8| + |\psi_{12}| - |\psi_8 \cap \psi_{12}| = 5+5-2=8$   
 $\alpha_{813} = |\psi_8| + |\psi_{13}| - |\psi_8 \cap \psi_{13}| = 5+5-2=8$   
 $\alpha_{814} = |\psi_8| + |\psi_{14}| - |\psi_8 \cap \psi_{14}| = 5+3-1=7$

$\alpha_{815} = |\psi_8| + |\psi_{15}| - |\psi_8 \cap \psi_{15}| = 5+4-3=6$   
 $\alpha_{816} = |\psi_8| + |\psi_{16}| - |\psi_8 \cap \psi_{16}| = 5+4-2=7$   
 $\alpha_{817} = |\psi_8| + |\psi_{17}| - |\psi_8 \cap \psi_{17}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{818} = |\psi_8| + |\psi_{18}| - |\psi_8 \cap \psi_{18}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{910} = |\psi_9| + |\psi_{10}| - |\psi_9 \cap \psi_{10}| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{911} = |\psi_9| + |\psi_{11}| - |\psi_9 \cap \psi_{11}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{912} = |\psi_9| + |\psi_{12}| - |\psi_9 \cap \psi_{12}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{913} = |\psi_9| + |\psi_{13}| - |\psi_9 \cap \psi_{13}| = 5+5-2=8$   
 $\alpha_{914} = |\psi_9| + |\psi_{14}| - |\psi_9 \cap \psi_{14}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{915} = |\psi_9| + |\psi_{15}| - |\psi_9 \cap \psi_{15}| = 5+4-2=7$   
 $\alpha_{916} = |\psi_9| + |\psi_{16}| - |\psi_9 \cap \psi_{16}| = 5+4-3=6$   
 $\alpha_{917} = |\psi_9| + |\psi_{17}| - |\psi_9 \cap \psi_{17}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{918} = |\psi_9| + |\psi_{18}| - |\psi_9 \cap \psi_{18}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1011} = |\psi_{10}| + |\psi_{11}| - |\psi_{10} \cap \psi_{11}| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{1012} = |\psi_{10}| + |\psi_{12}| - |\psi_{10} \cap \psi_{12}| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{1013} = |\psi_{10}| + |\psi_{13}| - |\psi_{10} \cap \psi_{13}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{1014} = |\psi_{10}| + |\psi_{14}| - |\psi_{10} \cap \psi_{14}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1015} = |\psi_{10}| + |\psi_{15}| - |\psi_{10} \cap \psi_{15}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1016} = |\psi_{10}| + |\psi_{16}| - |\psi_{10} \cap \psi_{16}| = 5+4-2=7$   
 $\alpha_{1017} = |\psi_{10}| + |\psi_{17}| - |\psi_{10} \cap \psi_{17}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1018} = |\psi_{10}| + |\psi_{18}| - |\psi_{10} \cap \psi_{18}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1112} = |\psi_{11}| + |\psi_{12}| - |\psi_{11} \cap \psi_{12}| = 5+5-3=7$   
 $\alpha_{1113} = |\psi_{11}| + |\psi_{13}| - |\psi_{11} \cap \psi_{13}| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{1114} = |\psi_{11}| + |\psi_{14}| - |\psi_{11} \cap \psi_{14}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1115} = |\psi_{11}| + |\psi_{15}| - |\psi_{11} \cap \psi_{15}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1116} = |\psi_{11}| + |\psi_{16}| - |\psi_{11} \cap \psi_{16}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1117} = |\psi_{11}| + |\psi_{17}| - |\psi_{11} \cap \psi_{17}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1118} = |\psi_{11}| + |\psi_{18}| - |\psi_{11} \cap \psi_{18}| = 5+3-2=6$   
 $\alpha_{1213} = |\psi_{12}| + |\psi_{13}| - |\psi_{12} \cap \psi_{13}| = 5+5-4=6$   
 $\alpha_{1214} = |\psi_{12}| + |\psi_{14}| - |\psi_{12} \cap \psi_{14}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1215} = |\psi_{12}| + |\psi_{15}| - |\psi_{12} \cap \psi_{15}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1216} = |\psi_{12}| + |\psi_{16}| - |\psi_{12} \cap \psi_{16}| = 5+4-2=7$   
 $\alpha_{1217} = |\psi_{12}| + |\psi_{17}| - |\psi_{12} \cap \psi_{17}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1218} = |\psi_{12}| + |\psi_{18}| - |\psi_{12} \cap \psi_{18}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1314} = |\psi_{13}| + |\psi_{14}| - |\psi_{13} \cap \psi_{14}| = 5+3-1=7$   
 $\alpha_{1315} = |\psi_{13}| + |\psi_{15}| - |\psi_{13} \cap \psi_{15}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1316} = |\psi_{13}| + |\psi_{16}| - |\psi_{13} \cap \psi_{16}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1317} = |\psi_{13}| + |\psi_{17}| - |\psi_{13} \cap \psi_{17}| = 5+4-1=8$   
 $\alpha_{1318} = |\psi_{13}| + |\psi_{18}| - |\psi_{13} \cap \psi_{18}| = 5+3-2=6$   
 $\alpha_{1415} = |\psi_{14}| + |\psi_{15}| - |\psi_{14} \cap \psi_{15}| = 3+4-2=5$   
 $\alpha_{1416} = |\psi_{14}| + |\psi_{16}| - |\psi_{14} \cap \psi_{16}| = 3+4-2=5$   
 $\alpha_{1417} = |\psi_{14}| + |\psi_{17}| - |\psi_{14} \cap \psi_{17}| = 3+4-2=5$   
 $\alpha_{1418} = |\psi_{14}| + |\psi_{18}| - |\psi_{14} \cap \psi_{18}| = 3+3-2=4$   
 $\alpha_{1516} = |\psi_{15}| + |\psi_{16}| - |\psi_{15} \cap \psi_{16}| = 4+4-3=5$



$$\begin{aligned}\alpha_{1517} &= |\psi_{15}| + |\psi_{17}| - |\psi_{15} \cap \psi_{17}| = 4 + 4 - 1 = 7 \\ \alpha_{1518} &= |\psi_{15}| + |\psi_{18}| - |\psi_{15} \cap \psi_{18}| = 4 + 3 - 1 = 6 \\ \alpha_{1617} &= |\psi_{16}| + |\psi_{17}| - |\psi_{16} \cap \psi_{17}| = 4 + 4 - 1 = 7 \\ \alpha_{1618} &= |\psi_{16}| + |\psi_{18}| - |\psi_{16} \cap \psi_{18}| = 4 + 3 - 1 = 6 \\ \alpha_{1718} &= |\psi_{17}| + |\psi_{18}| - |\psi_{17} \cap \psi_{18}| = 4 + 3 - 2 = 5\end{aligned}$$

Результаты вычислений запишем в матрицу  $A = || \alpha_{\gamma\delta} ||$ .

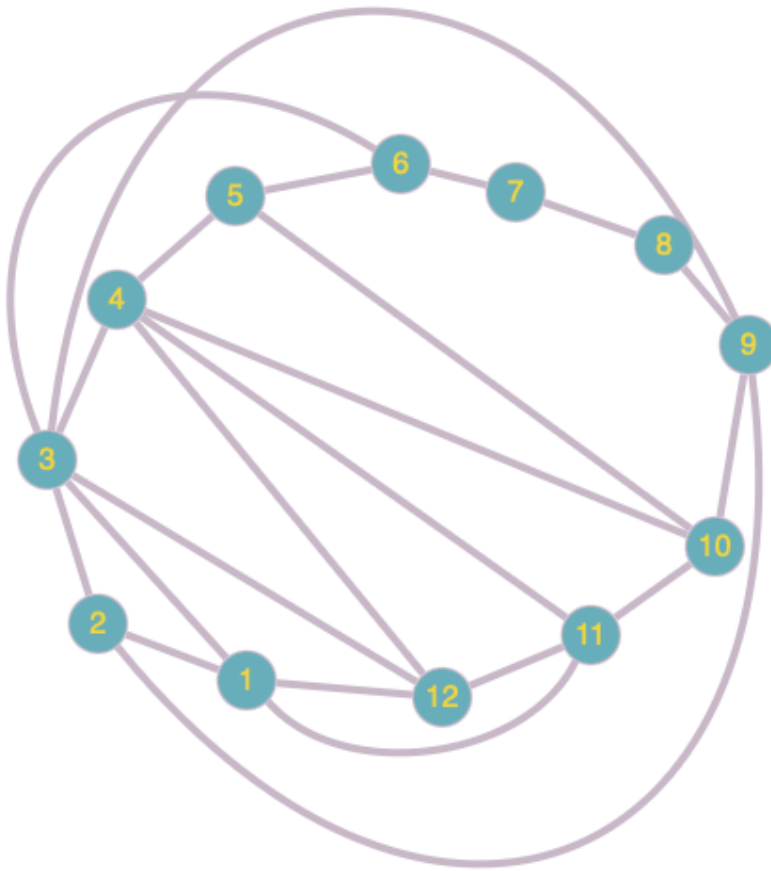
	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_4$	$\psi_5$	$\psi_6$	$\psi_7$	$\psi_8$	$\psi_9$	$\psi_{10}$	$\psi_{11}$	$\psi_{12}$	$\psi_{13}$	$\psi_{14}$	$\psi_{15}$	$\psi_{16}$	$\psi_{17}$	$\psi_{18}$
$\psi_1$		8	9	9	9	10	10	7	8	8	8	8	8	7	7	8	6	7
$\psi_2$			6	7	7	9	9	6	7	8	8	9	9	8	7	8	9	8
$\psi_3$				6	7	8	9	7	6	7	8	8	9	8	8	7	9	8
$\psi_4$					6	7	8	8	7	6	7	7	8	8	9	8	9	8
$\psi_5$						8	7	8	8	7	6	8	7	8	9	9	9	7
$\psi_6$							7	10	9	8	9	7	8	9	10	9	10	9
$\psi_7$								10	10	9	8	8	7	9	10	10	10	8
$\psi_8$									6	7	7	8	8	7	6	7	8	7
$\psi_9$										6	7	7	8	7	7	6	8	7
$\psi_{10}$											6	6	7	7	8	7	8	7
$\psi_{11}$												7	6	7	8	8	8	6
$\psi_{12}$													6	7	8	7	8	7
$\psi_{13}$														7	8	8	8	6
$\psi_{14}$															5	5	5	4
$\psi_{15}$																5	7	6
$\psi_{16}$																	7	6
$\psi_{17}$																		5

$$\max = \alpha_{715} = 10$$

$$\psi_7 = \{u_{13}, u_{312}, u_{412}, u_{411}, u_{410}, u_{510}\}$$

$$\psi_{15} = \{u_{29}, u_{111}, u_{39}, u_{36}\}$$

В суграфе  $H$ , содержащем максимальное число непересекающихся рёбер, рёбра, вошедшие в  $\psi_7$ , проводим внутри гамильтонова цикла, а в  $\psi_{15}$  – вне его.



Удаляем из  $\Psi G'$  ребра, вошедшие в  $\psi_7$ ,  $\psi_{15}$  и удаляем пустые множества.

$\psi_1 = \{u_1, u_7, u_8\}$   
 $\psi_2 = \{u_3, u_{10}\}$   $\psi_5 = \{u_3, u_{10}\}$   $\psi_8 = \{u_3, u_{10}\}$   $\psi_{11} = \{u_3, u_{10}\}$   
 $\psi_3 = \{u_3, u_{10}, u_4, u_9\}$   $\psi_4 = \{u_3, u_{10}, u_4, u_9\}$   $\psi_9 = \{u_3, u_{10}, u_4, u_9\}$   $\psi_{10} = \{u_3, u_{10}, u_4, u_9\}$   
 $\psi_6 = \{u_4, u_9\}$   $\psi_{12} = \{u_4, u_9\}$   $\psi_{16} = \{u_4, u_9\}$   
 $\psi_{14} = \{u_2, u_5\}$   $\psi_{18} = \{u_2, u_5\}$   
 $\psi_{17} = \{u_1, u_7, u_8, u_5\}$

Удаляем одинаковые множества:

$\psi_1 = \{u_1, u_7, u_8\}$   
 $\psi_2 = \{u_3, u_{10}\}$   
 $\psi_3 = \{u_3, u_{10}, u_4, u_9\}$   
 $\psi_6 = \{u_4, u_9\}$   
 $\psi_{14} = \{u_2, u_5\}$   
 $\psi_{17} = \{u_1, u_7, u_8, u_5\}$

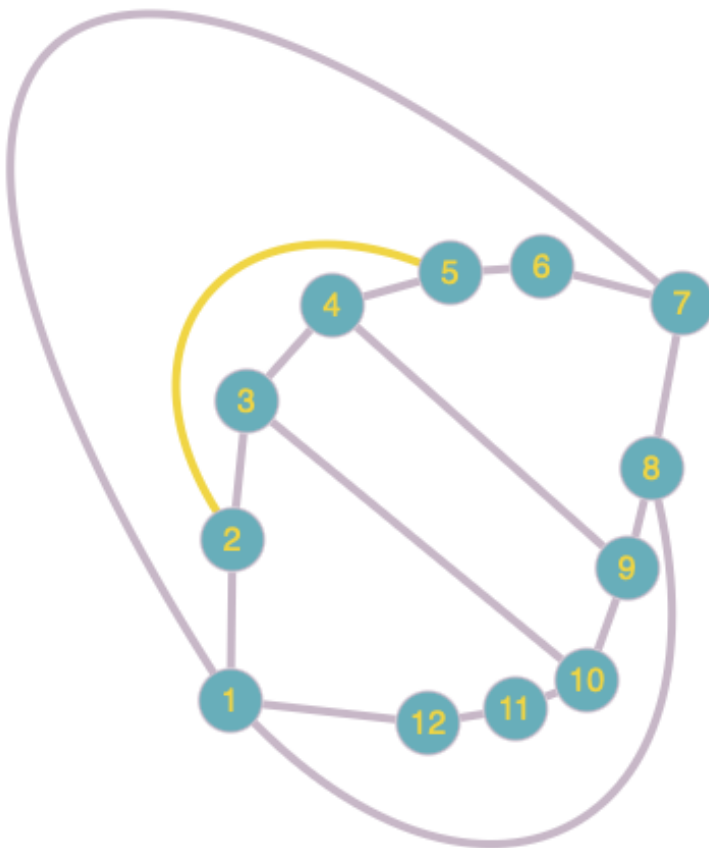
Для каждой пары множеств вычислим значение критерия  $\alpha_\gamma\beta = |\psi_\gamma| + |\psi_\beta| - |\psi_\gamma \cap \psi_\beta|$ :

	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_6$	$\psi_{14}$	$\psi_{17}$
$\psi_1$	0	3	4	3	3	3
$\psi_2$		0	2	2	2	4
$\psi_3$			0	2	3	5
$\psi_6$				0	2	4
$\psi_{14}$					0	3
$\psi_{17}$						0

$\max = \alpha_3 17 = 5$

Возьмем  $\psi_3 = \{u_3 10, u_4 9\}$  и  $\psi_{17} = \{u_1 7, u_1 8, u_2 5\}$

Ребра, вошедшие в  $\psi_3$ , проведем внутри гамильтонова цикла  $\alpha$ , для  $\psi_{17}$  – вне цикла.



Удаляем из  $\Psi G'$  ребра, вошедшие в  $\psi_3$ ,  $\psi_{17}$  и удаляем пустые множества.

Множеств не остаётся.

**Граф планаризирован.**

Толщина графа  $m = 2$ .