



دانشکده مهندسی هوافضا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دینامیک سیالات عددی ۲

CFD II

پروژه اول

**Lid Driven Cavity**

به روش المان محدود مبتنی بر حجم محدود

رامبد مژگانی

۹۰۱۲۹۰۴۵

استاد درس:

دکتر کریمیان

۲۷ خرداد ۱۳۹۱

## فهرست

۱	۱
۲	۳
۳	۴
۴	۷
۱.۴	۷
۱.۱.۴	۷
۲.۱.۴	۱۱
۳.۱.۴	۱۲
۴.۱.۴	۱۳
۵.۱.۴	۱۴
۲.۴	۱۵
۳.۴	۱۶
۵	۱۸
۶	۱۹
۷	۲۰
۱.۷	۲۰
۲.۷	۲۲
3.7	۲۳

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۱ شماتیک صورت مساله حفره مستطیلی..... ۱
- شکل ۱-۲ شبکه لایه مرزی با ابعاد  $31 \times 31$ ..... ۳
- شکل ۱-۳ شماتیک مدل سازی UPWIND..... ۴
- شکل ۲-۳ شماتیک الگوریتم به کارفته برای تعیین نقطه بالادست جریان..... ۶
- شکل ۱-۴ خطوط جریان حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه یکنواخت،  $11 \times 11$ ،  $21 \times 21$ ،  $31 \times 31$  و  $51 \times 51$ )..... ۸
- شکل ۲-۴ خطوط جریان حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه لایه مرزی،  $11 \times 11$  و  $31 \times 31$ )..... ۸
- شکل ۳-۴ مؤلفه سرعت در جهت U روی خط مرکزی ( $X/L=0.5$ ) حفره مربعی در شبکه یکنواخت (چپ) و لایه مرزی (راست)..... ۹
- شکل ۴-۴ مؤلفه سرعت در جهت V روی خط مرکزی ( $Y/L=0.5$ ) حفره مربعی روی در شبکه یکنواخت (چپ) و لایه مرزی (راست)..... ۹
- شکل ۵-۴ عدد ناسلت روی صفحه متحرک در شبکه یکنواخت (چپ) و لایه مرزی (راست) (شرایط مقایسه با مرجع شاید دقیق نباشد)..... ۱۰
- شکل ۶-۴ توزیع ضریب فشار روی سطح متحرک..... ۱۰
- شکل ۷-۴ خطوط جریان در رینولدز ۱۰۰ در زمان ۱۰۰ ثانیه (راست: با یک قدم پیشروی، چپ: با ۱۰ قدم پیشروی)..... ۱۱
- شکل ۸-۴ باقیمانده همگرایی با انتخاب قدم زمانی های متفاوت..... ۱۱
- شکل ۹-۴ کانتور اندازه سرعت و خطوط جریان روی حفره با رینولدز ۱۰۰ ( $\theta_y$  برابر با  $-20^\circ$ ،  $+20^\circ$ ،  $0^\circ$ )..... ۱۲
- شکل ۱۰-۴ توزیع  $dU/dn$  روی مرز متحرک حفره با رینولدز ۱۰۰ ( $\theta_y$  برابر با  $-20^\circ$ ،  $+20^\circ$ ) با شبکه یکنواخت  $31 \times 31$ ..... ۱۲
- شکل ۱۱-۴ خطوط جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $+110^\circ$  (در دو حالت دوران یافته نسبت به هم)..... ۱۳
- شکل ۱۲-۴ توزیع اندازه سرعت جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $+110^\circ$  (در دو حالت دوران)..... ۱۳
- شکل ۱۳-۴ مقایسه حل عددی حاضر و حل تحلیلی روی خط میانی جسم جامد..... ۱۴
- شکل ۱۴-۴ توزیع دما در جسم جامد..... ۱۴
- شکل ۱۵-۴ توزیع دما روی حفره مستطیلی با رینولدز ۱۰۰..... ۱۵
- شکل ۱۶-۴ خطوط جریان روی حفره مستطیلی با رینولدز ۱۰۰ و نسبت منبری ۲ در زمان های مختلف..... ۱۵
- شکل ۱۷-۴ توزیع مؤلفه های سرعت و فشار روی حفره مستطیلی در شرایط نزدیک به پایا با رینولدز ۱۰۰ و نسبت منبری ۲..... ۱۶
- شکل ۱۸-۴ مؤلفه سرعت افقی و عمودی روی خط مرکزی حفره مربعی با رینولدز ۱۰۰..... ۱۷
- شکل ۱۹-۴ توزیع مؤلفه های سرعت و فشار و خطوط جریان روی حفره مربعی در شرایط پایا با رینولدز ۱۰۰..... ۱۷
- شکل ۱-۷ مؤلفه سرعت V حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه یکنواخت)..... ۲۰
- شکل ۲-۷ مؤلفه سرعت V حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه لایه مرزی)..... ۲۰
- شکل ۳-۷ مؤلفه سرعت U حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه یکنواخت)..... ۲۱

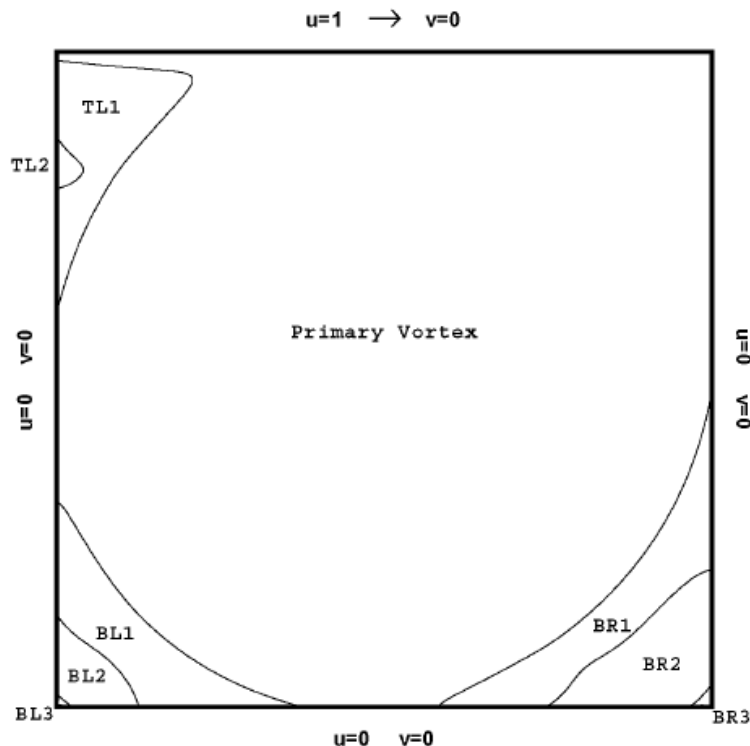
- شکل ۴-۷ مؤلفه سرعت  $U$  حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه لایه مرزی) ..... ۲۱
- شکل ۵-۷ کاننور فشار و بردارهای سرعت حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه یکنواخت) ..... ۲۱
- شکل ۷-۷ توزیع فشار در جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  ( در دو حالت دوران) ..... ۲۲
- شکل ۸-۷ توزیع مؤلفه افقی جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  ( در دو حالت دوران) ..... ۲۲
- شکل ۹-۷ توزیع مؤلفه عمودی جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  ( در دو حالت دوران) ..... ۲۲

## فهرست جداول

- جدول ۱-۵ مراکز گردابه‌های پیش‌بینی شده در شبکه‌های مختلف حفره با رینولدز ۱۰۰ ..... ۸
- جدول ۲-۵ مراکز گردابه‌های پیش‌بینی شده در شبکه‌های مختلف حفره با رینولدز ۱۰۰۰ ..... ۱۶

## ۱ صورت مساله و معادلات

سه معادله پیوستگی، تکانه و انرژی (در کنار معادله حالت) تعیین کننده جریان و پارامترهای حاکم بر آن است. برای جریان تراکم‌ناپذیر در دوبعد، معادله تکانه در دو جهت نوشته می‌شود و معادله انرژی نیز از معادله پیوستگی و تکانه تفکیک<sup>۱</sup> می‌شود<sup>۲</sup> و معادلات حالت نیز بی‌معنی می‌شود. در نتیجه می‌توان دستگاه معادله پیوستگی-تکانه را حل کرد و سپس معادله انرژی را برای تعیین دما اعمال کرد. در این گزارش با استفاده از روش المان محدود مبتنی حجم محدود<sup>۳</sup> دستگاه معادلات پیوستگی<sup>۴</sup> و تکانه<sup>۵</sup> جریان لزج تراکم‌ناپذیر بر روی حفره مستطیلی با یک مرز دیواره متحرک<sup>۶</sup> و سه مرز دیواره بدون لغزش حل می‌شود (شکل ۱-۱)، سپس با حل معادله انرژی توزیع دما در حفره به دست می‌آید.



شکل ۱-۱ شماتیک صورت مساله حفره مستطیلی

<sup>۱</sup> Decoupled

<sup>۲</sup> در جریان تراکم‌پذیر تغییرات دما باعث تغییرات چگالی می‌شود و روی فشار و سرعت تأثیر می‌گذارد، با حذف اثرات تراکم‌پذیری این مکانیزم از بین رفته و معادله انرژی تأثیری روی میدان فشار-سرعت ندارد.

<sup>۳</sup> Control-Volume-Based Finite Element Methods

<sup>۴</sup> Continuity

<sup>۵</sup> Momentum

<sup>۶</sup> Lid Driven Cavity

در روش عددی به کار رفته از روش skewed upwinding برای مدل‌سازی ترم‌های جابه‌جایی<sup>۱</sup> و روش کریمیان-اشنایدر (1) برای مدل‌سازی معادله بقای جرم استفاده شده است.

فرم معادلات تکانه و انرژی یکسان است و معادله جرم به صورت جداگانه مدل‌سازی می‌شود در این جا از تکرار آن‌ها پرهیز شده است. تنها مورد قابل اشاره در این جا نکاتی مربوط به معادله انرژی است.

- در مساله تراکم‌ناپذیر معادله انرژی مستقل از معادله پیوستگی و تکانه است، بنابراین جدا حل شده است.

- از آن جایی که بعد از همگرایی معادلات جرم و تکانه، و با توجه به جواب سرعت-فشار آن، معادله انرژی برای دما حل می‌شود تنها ترم‌های استهلاک<sup>۲</sup> و جابه‌جایی برای به دست آوردن جواب آن کافی است و از ترم‌های گذرا صرف نظر شده است.

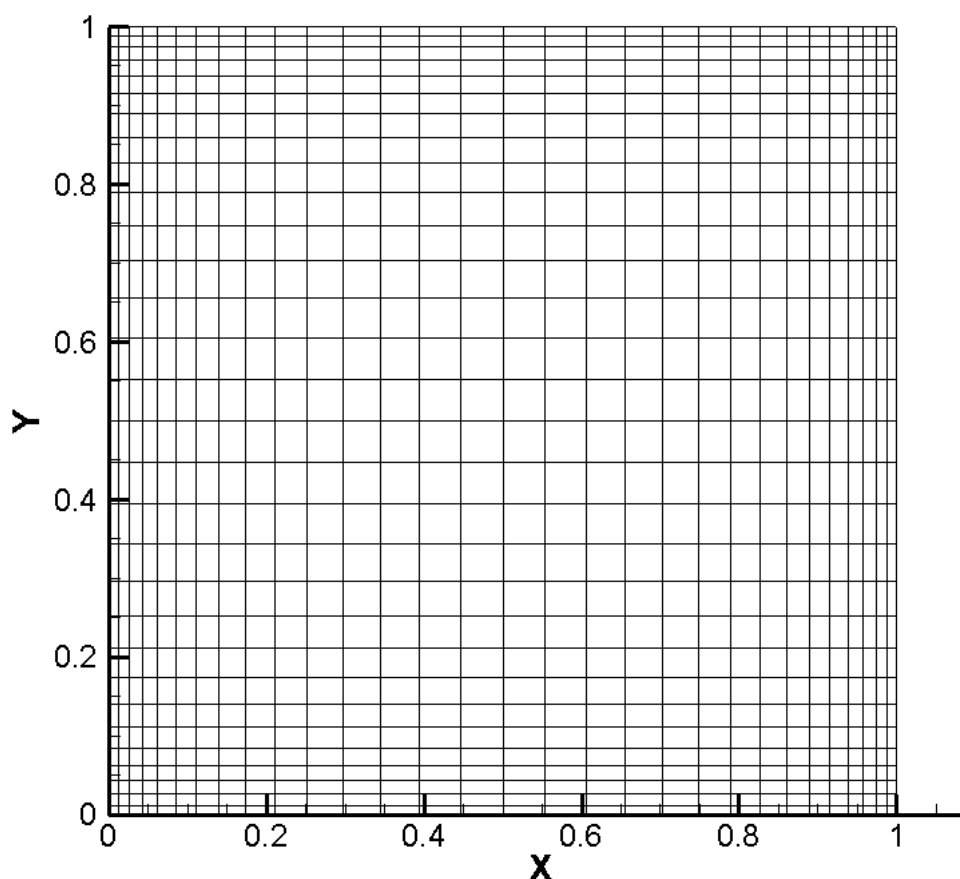
---

<sup>1</sup> Convection

<sup>2</sup> Diffusion

## ۲ شبکه

در این کد از دو شبکه یکنواخت<sup>۱</sup> و لایه‌مرزی<sup>۲</sup> استفاده شده است. نام‌گذاری و روش شبکه یکنواخت قبلاً توضیح داده شده است (۲). از همین شماره‌گذاری برای آدرس‌دهی شبکه لایه‌مرزی نیز استفاده شده است. این شبکه با استفاده از روش جبری میان‌یابی تانژانت هایپربولیک<sup>۳</sup> دو طرفه به دست آمده است و زیرروال آن توسعه داده شده است (۳) و سپس برای این حفره مستطیلی پیاده‌سازی شده است. در کد تولید شبکه این مساله امکان زوایه دادن به شبکه گنجانده نشده است و صرفاً از آن می‌توان برای حفره متعامد استفاده کرد، در صورتی که در برنامه از این همزمان از زاویه و شبکه لایه‌مرزی استفاده شود، کاربر با با خطاری روبه‌رو می‌شود که این نکته را متذکر می‌شود و سپس شبکه زوایا برابر با صفر قرار می‌گیرند. در شبکه لایه‌مرزی کاربر می‌تواند با تعیین پارامتر dens نزدیک شدن نقاط به دیواره را کنترل کند.



شکل ۱-۲ شبکه لایه‌مرزی با ابعاد 31×31

<sup>۱</sup> Uniform Grid ( [SUBROUTINE](#) gridgen(IE,JE,thx,thy,lx,ly,x,y,ICORN))

<sup>۲</sup> Boundary Layer Grid ( [SUBROUTINE](#) gridgenBL(dens,IE,JE,thx,thy,lx,ly,x,y,ICORN))

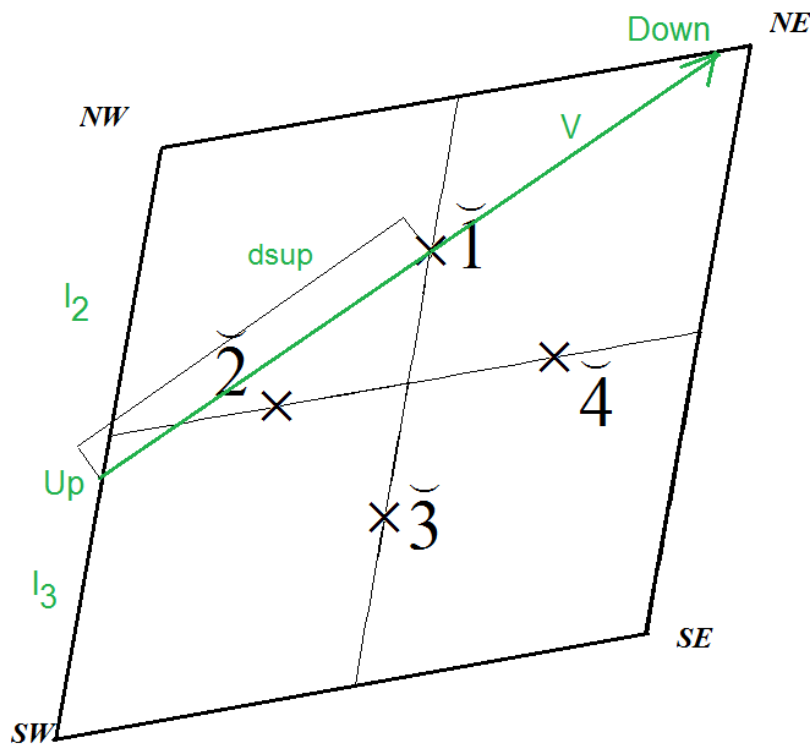
<sup>۳</sup> Tangent Hyperbolic

### ۳ الگوریتم محاسبه upwind

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی ترم جابه‌جایی پیشنهاد شده است، در این جا برای جلوگیری از مشکل استهلاک اشتباه<sup>۱</sup> از روش upwind استفاده شده است که پارامتر مجهول در نقاط انتگرالی<sup>۲</sup> را بر حسب مقادیر چهار گوشه سلول شبکه ارائه می‌دهد؛ به طوری که مقدار نقطه انتگرالی به نسبت فاصله جریان بالادست از چهار گوشه سلول تعیین می‌شود. به طور مثال در نقطه انتگرالی  $\bar{1}$ ، سرعت  $v$  از معادله ۱-۳ به دست می‌آید (و شکل ۱-۳).

$$\varphi_{up,1} = 0\varphi_{NE} + \frac{l_{3,up}}{l_{3,up} + l_{2,up}}\varphi_{NW} + \frac{l_{2,up}}{l_{3,up} + l_{2,up}}\varphi_{SW} + 0\varphi_{SE} \quad \text{معادله ۱-۳}$$

به همین ترتیب آرایه  $4 \times 4$  با نام cup را می‌توان تشکیل داد که سهم هر یک از نقاط از با توجه به جریان بالادست معلوم باشد<sup>۳</sup>. علاوه بر آن در مدل‌سازی به فاصله نقطه انتگرالی تا محل بالادست (dsup) هم نیاز است، که در این زیرروال محاسبه می‌شود.



شکل ۱-۳ شماتیک مدل‌سازی upwind

<sup>۱</sup> Flase Diffusion

<sup>۲</sup> Integral Points

<sup>۳</sup> SUBROUTINE upwind(Xi,Yi,u,v,cup,dsup)



برای محاسبه محل جریان بالادست ایده‌های هندسی مختلفی ممکن است وجود داشته باشد، مثلاً می‌توان معادله بردار سرعت با خطوط تشکیل دهنده سلول قطع داده می‌شود تا محل برخورد به دست آید، سپس تعیین می‌شود که کدام نقاط روی چهارضلعی (و نه امتداد اضلاع آن) قرار دارد و در نهایت با استفاده از جهت سرعت، نقاط بالادست جریان تعیین می‌گردد. در روش دیگری با در نظر گرفتن زوایای دید اطراف نقطه انتگرالی تعیین کرد که سرعت در نقطه انتگرالی بین کدام بازه از زوایای دید قرار می‌گیرد. در این‌جا از روش اول استفاده شده است.

برای مثال به شکل ۲-۳ توجه کنید، می‌خواهیم بالادست نقطه انتگرالی  $\bar{A}$  را تعیین کنیم، از خل دو به دوی بردار سرعت و معادلات خطوط متوازی‌الاضلاع حداکثر چهار نقطه (A-D) به دست می‌آید. برای تعیین نقاطی که روی متوازی‌الاضلاع هستند، فاصله نقاط تا دو سر ضلع مورد نظر به دست می‌آید، اگر این فاصله با طول ضلع برابر باشد، نقطه روی متوازی‌الاضلاع قرار دارد (و در غیر این صورت در امتداد اضلاع است). مثلاً برای نقطه A و B :

$$l_{B,NW} + l_{B,SW} = l_{NW,SW} \Rightarrow B \text{ is on cell}$$

$$l_{A,NW} + l_{A,SW} > l_{NW,SW} \Rightarrow A \text{ is not on cell}$$

به این ترتیب دو نقطه روی متوازی‌الاضلاع تعیین می‌شود که یکی پایین دست و دیگری بالادست جریان است، حال برای حالت‌های مختلف جهت مؤلفه‌های سرعت نقطه انتگرالی، این دو از هم تمیز داده می‌شوند. به این ترتیب که:

$$u, v > 0 \Rightarrow x_{up} < x_{down} \ \& \ y_{up} < y_{down} \quad \text{معادله ۲-۳}$$

$$u, v < 0 \Rightarrow x_{up} > x_{down} \ \& \ y_{up} > y_{down} \quad \text{معادله ۳-۳}$$

$$u > 0, v < 0 \Rightarrow x_{up} < x_{down} \ \& \ y_{up} > y_{down} \quad \text{معادله ۴-۳}$$

$$u < 0, v > 0 \Rightarrow x_{up} > x_{down} \ \& \ y_{up} < y_{down} \quad \text{معادله ۵-۳}$$

که البته بررسی دو شرط از چهار شرط فوق برای تشخیص نقطه بالادست از پایین دست کافی است<sup>۱</sup>.

<sup>۱</sup> به عبارتی شروط مستقل از هم نیستند.



## ۴ نتایج

در این بخش اثرات ریزی شبکه، شبکه لایه‌مرزی، اثر انتخاب قدم زمانی و دوران شبکه روی مربع با رینولدز ۱۰۰ آورده شده است و سپس پاسخ معادله انرژی روی آن ارائه شده است. سپس مساله مستطیل با رینولدز ۱۰۰۰ حل شده و دو گردابه آن به دست آمده است و در نهایت نتایج جریان روی حفره با رینولدز ۱۰۰۰ گزارش شده است.

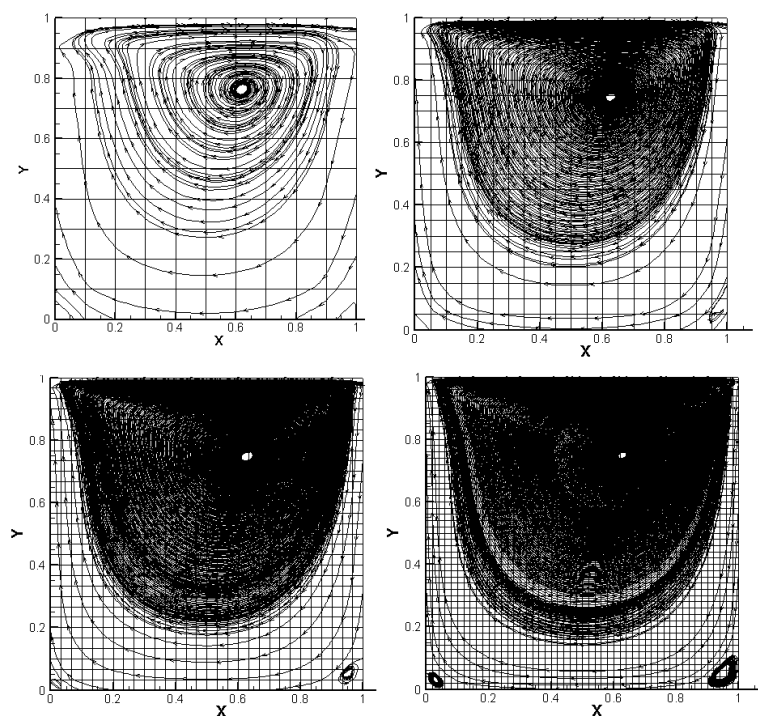
### ۱.۴ مربع با رینولدز ۱۰۰

#### ۱.۱.۴ اثر ریزی شبکه

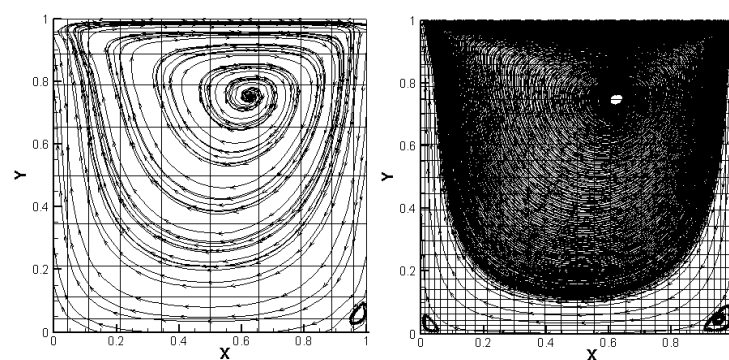
در این بخش اثر کیفیت شبکه روی نتایج با رینولدز ۱۰۰ بررسی می‌شود. شبکه‌ها ابعاد بین  $11 \times 11$  تا  $51 \times 51$  دارند و هر دو نوع شبکه یکنواخت و لایه‌مرزی آزمایش شده است. مواردی که جهت مقایسه در این بخش آورده می‌شود شامل سرعت‌ها در خطوط مرکزی حفره، توزیع ناسلت و فشار روی دیواره متحرک و مرکز گردابه‌ها و خطوط جریان است و سایر موارد ترسیمی شامل کانتورها در بخش پیوست (۱.۷) ارائه شده است.

در شکل ۱-۴ خطوط جریان روی حفره را در کنار شبکه یکنواخت حل آن مشاهده می‌شود، محل مرکز گردابه اصلی در تمامی شبکه‌های تقریباً یکسان است اما در شبکه‌ی  $31 \times 31$  گردابه کوچک جدیدی در سمت راست پایین حفره دیده می‌شود که شبکه درشت قادر به حل آن نبوده‌اند، این گردابه در شبکه  $51 \times 51$  با وضوح بیش‌تری دیده می‌شود، همچنین در این شبکه گردابه کوچک دیگری در پایین سمت چپ حفره به دست آمده است. در شکل ۲-۴ همین حل در شبکه‌های لایه‌مرزی به دست آمده است، ریز شدن این شبکه‌ها در نزدیک دیواره کمک کرده است که گردابه‌های ثانویه در گوشه‌های حفره با تعداد کم‌تری از شبکه‌ها قابل مشاهده باشد، به طوری که گردابه ثانویه اول در شبکه  $11 \times 11$  و دیگری در شبکه  $31 \times 31$  نیز دیده می‌شود.

محل مرکز این گردابه‌ها در جدول ۱-۴ گزارش و با مرجع (4) مقایسه شده است. دقت بهتر از ۵٪ در تمامی شبکه‌ها (نسبت به مقدار مرجع) به دست آمده است؛ علاوه بر آن طول محل مرکز گردابه ساده‌تر از ارتفاع آن پیش‌بینی شده است.



شکل ۴-۱ خطوط جریان حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه یکنواخت، ۱۱×۱۱، ۲۱×۲۱، ۳۱×۳۱ و ۵۱×۵۱)

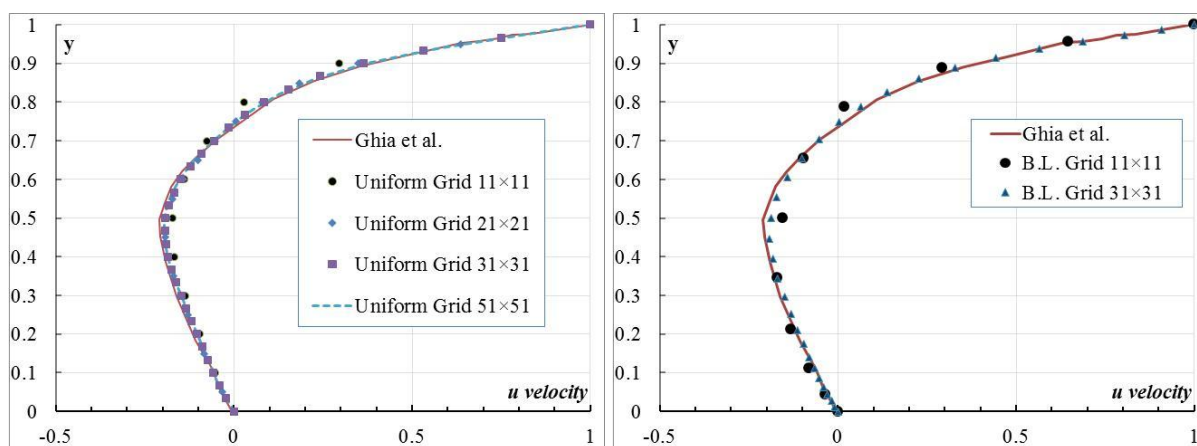


شکل ۴-۲ خطوط جریان حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه لایه‌مرزی، ۱۱×۱۱ و ۳۱×۳۱)

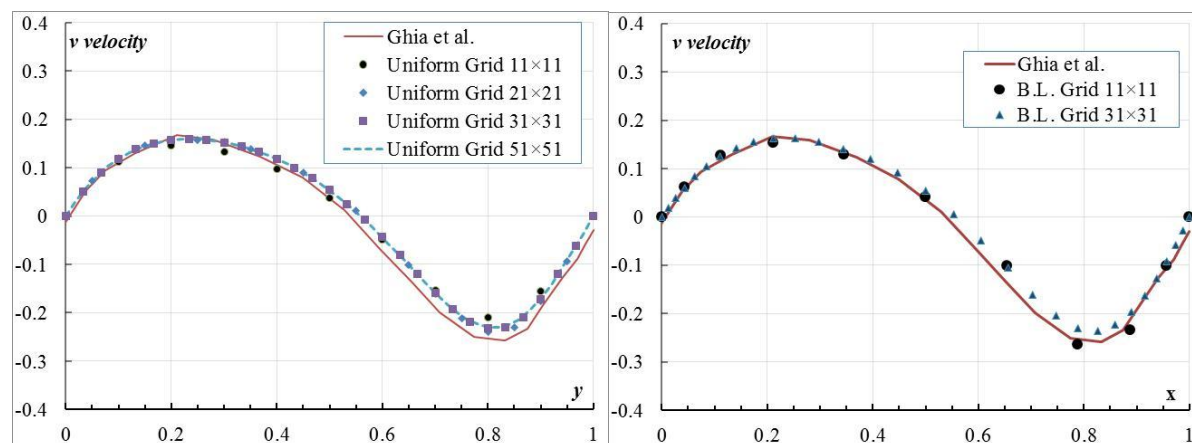
جدول ۴-۱ مراکز گردابه‌های پیش‌بینی شده در شبکه‌های مختلف حفره با رینولدز ۱۰۰

	Grid		Left Vortex		Main Vortex		Right Vortex	
			x	y	x	y	x	y
Present Study	Uniform	11×11	---	---	0.62	0.76	---	---
		21×21	---	---	0.62	0.74	---	---
		31×31	---	---	0.63	0.75	0.95	0.05
		51×51	0.03	0.03	0.63	0.75	0.95	0.05
	Boundary Layer	11×11	---	---	0.63	0.75	0.97	0.05
		31×31	0.03	0.02	0.62	0.75	0.95	0.05
Ghia et al.	Uniform	129×129	N/A	N/A	0.62	0.727	N/A	N/A

برای مقایسه دقیق‌تر در حل داخل میدان، سرعت در خطوط مرکز عمودی<sup>۱</sup> و افقی<sup>۲</sup> در شکل ۳-۴ و شکل ۴-۴ با مقادیر مرجع (۴) مقایسه شده است. در شبکه یکنواخت با افزایش ریزی شبکه، دقت حل بالاتر رفته و به نتایج مرجع نزدیک‌تر شده است ولی در بیش‌ترین سلول‌های حل شده در این گزارش نیز همچنان مقدار ماکزیمم کمتر از مقدار مرجع پیش‌بینی شده است. استفاده از شبکه لایه‌مرزی (نسبت به شبکه یکنواخت معادل) دقت در نزدیک دیواره را بالاتر برده ولی بدیهی است به دلیل سلول‌های بزرگ‌تر در مرکز میدان حل دقت در این محدوده کاهش یافته است. اثر مثبت شبکه لایه‌مرزی در بررسی سرعت عمودی روی شبکه ۱۱×۱۱ دیده می‌شود به طوری که حدکثر سرعت نزدیک دیواره‌ها به خوبی به دست آمده است (شکل ۴-۴).



شکل ۳-۴ مؤلفه سرعت در جهت  $u$  روی خط مرکزی (x/l=0.5) حفره مربعی در شبکه یکنواخت (چپ) و لایه‌مرزی (راست)



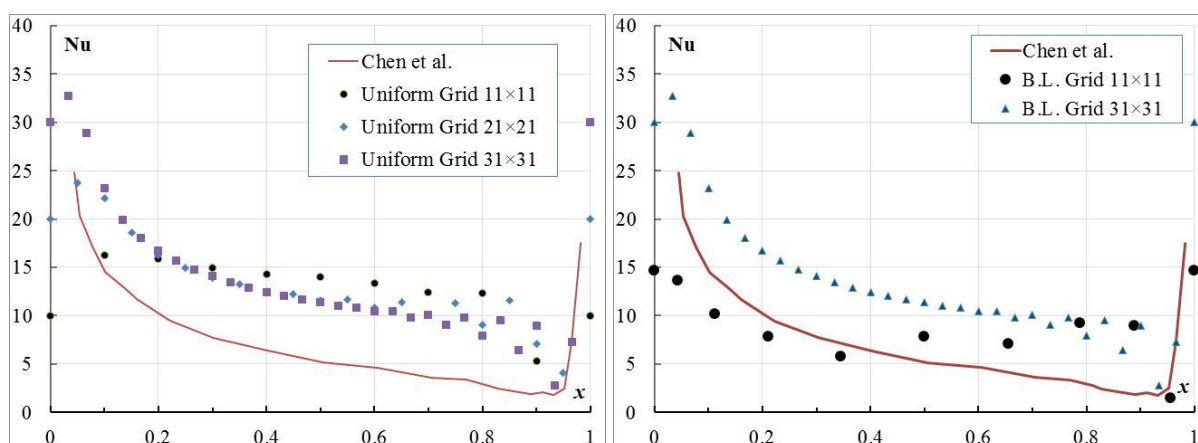
شکل ۴-۴ مؤلفه سرعت در جهت  $v$  روی خط مرکزی (y/l=0.5) حفره مربعی روی در شبکه یکنواخت (چپ) و لایه‌مرزی (راست)

در شکل ۴-۵ (پس از حل معادله انرژی) عدد ناسلت روی دیواره متحرک حفره محاسبه شده است، این مقادیر به دلیل در دسترس نبودن شرایط حل مرجع قابل استناد نباشد، اما به هر حال روند کیفی نتایج آن

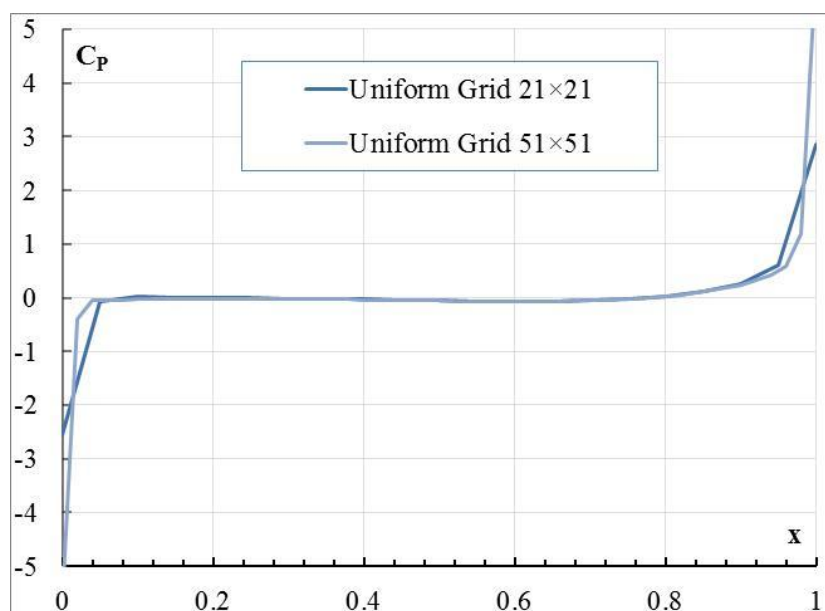
<sup>۱</sup> x/l=0.5

<sup>۲</sup> y/l=0.5

قابل اتکا است. حل‌های انجام شده به جز شبکه لایه مرزی درشت روند نزولی عدد ناسلت را حفظ کرده. به عبارت دیگر شیب تغییرات دما با نزدیک شدن به انتهای صفحه متحرک کم می‌شود؛ به نظر می‌رسد دیواره عمودی در انتهای حفره جلوی انتقال حرارت جابه‌جایی را گرفته و در نتیجه شیب تغییرات دما کاهش یافته است. در شکل ۴-۶ نیز توزیع فشار روی سطح متحرک رسم شده است، ریزتر شدن شبکه شیب این تغییرات را شدیدتر و مقدار حداکثر و حداقل آن را به سمت بی‌نهایت تئوری نزدیک کرده است. سایر کانتورهای حل نیز در پیوست (بخش ۱.۷) ارائه شده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود ریز شدن شبکه باعث نرم‌تر شدن تغییرات و بالاتر رفتن کیفیت شده است.



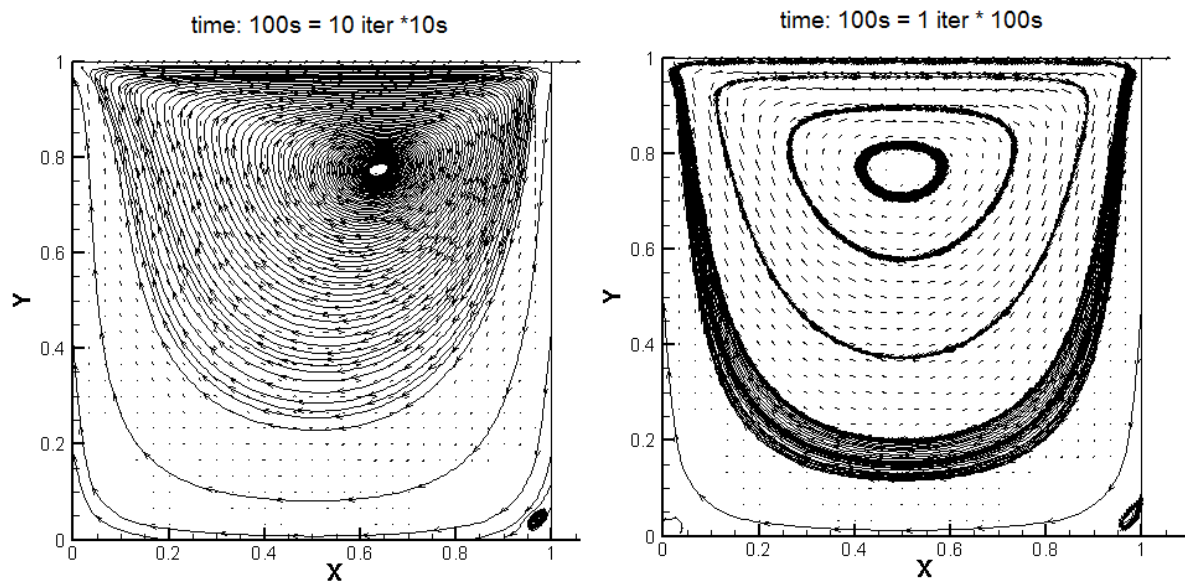
شکل ۴-۵ عدد ناسلت روی صفحه متحرک در شبکه یکنواخت (چپ) و لایه‌مرزی (راست) (شرایط مقایسه با مرجع شاید دقیق نباشد)



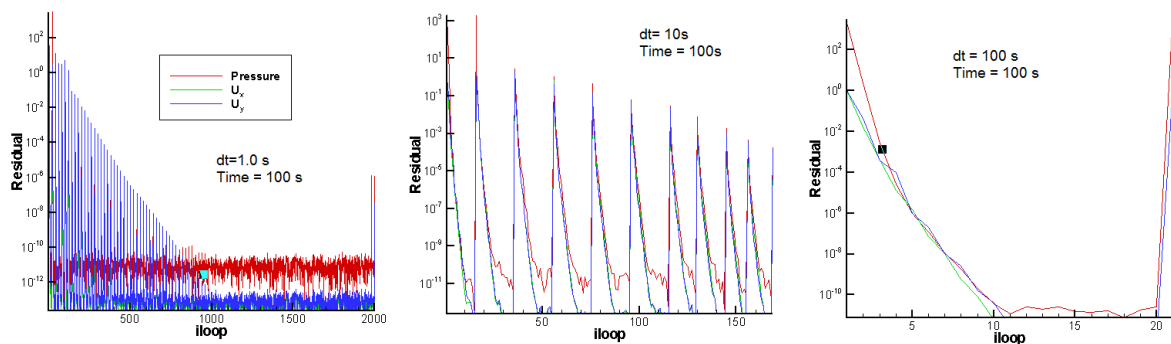
شکل ۴-۶ توزیع ضریب فشار روی سطح متحرک

## ۲.۱.۴ اثر قدم زمانی

در حل ناپایای حاضر انتخاب قدم‌های زمان و ریز آن در سرعت رسیدن به جواب و همگرایی نقش دارد. این قدم‌ها نباید به قدری ریز باشد تا شرط همگرایی به دلیل فیزیک کند حل برقرار و حل قطع شود و نه باید به اندازه‌ای بزرگ باشد که خطای غیرقابل قبول وارد مساله کند یا باعث واگرایی جواب شود. برای مثال خطوط جریان در زمان ۱۰۰ ثانیه با دو پیشروی با قدم‌های زمانی ۱۰ و ۱۰۰ ثانیه در شکل ۴-۷ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این دو حل با یکدیگر تفاوت دارد و



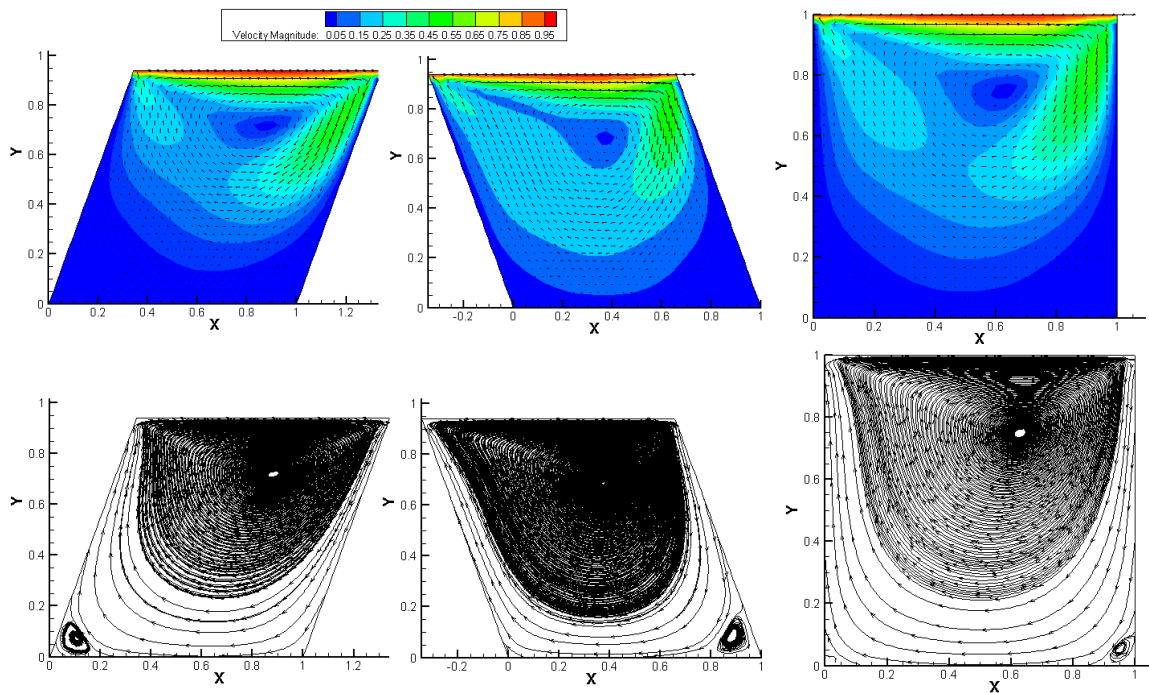
شکل ۴-۷ خطوط جریان در رینولدز ۱۰۰ در زمان ۱۰۰ ثانیه (راست: با یک قدم پیشروی، چپ: با ۱۰ قدم پیشروی)



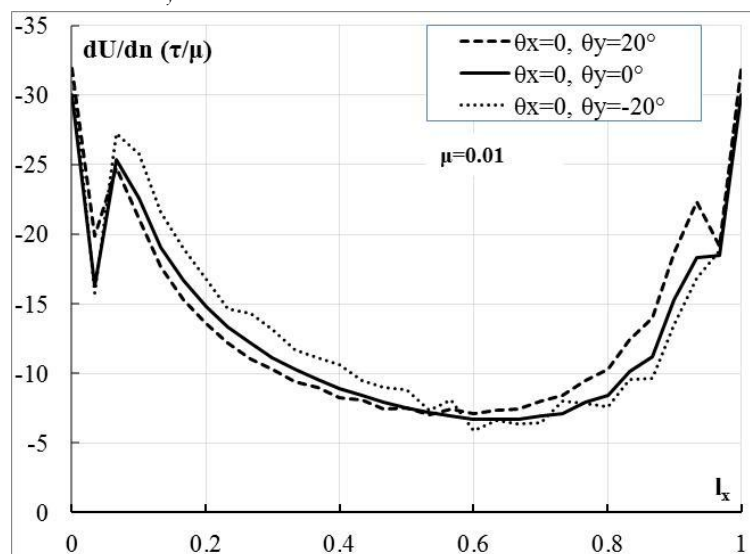
شکل ۴-۸ باقیمانده همگرایی با انتخاب قدم زمانی‌های متفاوت

### ۳.۱.۴ اثر زاویه شبکه

در این بخش اثر تغییر زاویه روی حفره با  $\theta_y$  برابر با  $0^\circ, +20^\circ, -20^\circ$  ( و  $\theta_x = 0^\circ$  ) بررسی می‌شود. در شکل ۹-۴ کانتورهای اندازه سرعت و خطوط جریان در حل‌ها با زاویه مشاهده می‌شود و مقدار تنش برشی دیواره (ضریبی از شیب تغییرات سرعت در دیواره) بر حسب طول سطح متحرک در شکل ۱۰-۴ رسم شده است. مقدار متوسط آن در زاویه صفر به حداقل می‌رسد و در زاویه منفی با نرخ بیش‌تری رشد می‌کند. حداقل آن تقریباً در محل مرکز گردابه رخ می‌دهد و در نزدیک دیواره به دلیل نرخ شدید تغییرات سرعت ناشی از چرخیدن جریان به حداکثر می‌رسد.



شکل ۹-۴ کانتور اندازه سرعت و خطوط جریان روی حفره با رینولدز ۱۰۰ ( $\theta_y$  برابر با  $0^\circ, +20^\circ, -20^\circ$ )

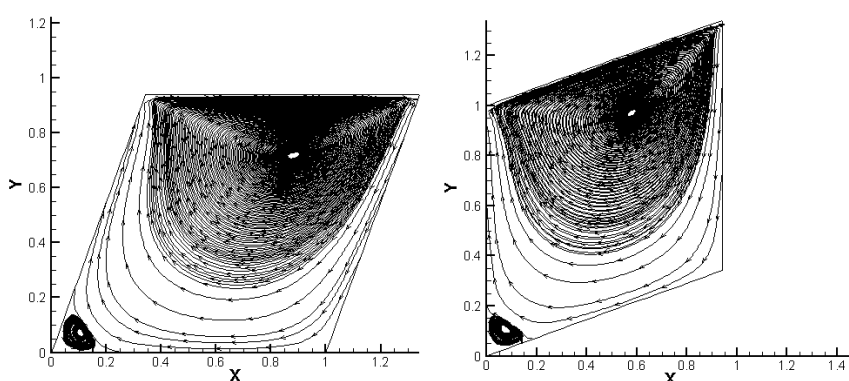


شکل ۱۰-۴ توزیع  $dU/dn$  روی مرز متحرک حفره با رینولدز ۱۰۰ ( $\theta_y$  برابر با  $+20^\circ, -20^\circ$ ) با شبکه  $31 \times 31$

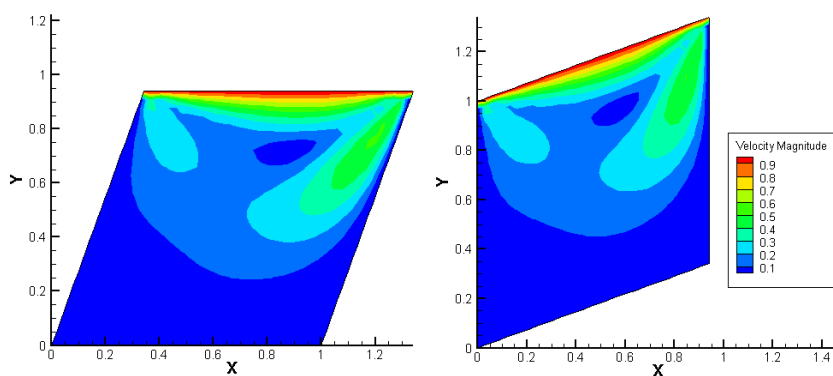


#### ۴.۱.۴ اثر دوران شبکه

آزمون دیگری برای اطمینان از صحت کد پیشنهاد شده است، در این آزمون یک مساله را در دو مختلف که فقط نسبت به یکدیگر دوران داده شده است، بررسی می‌شود. به این منظور مساله روی حفره متوازی‌الاضلاع با زاویه راس  $110^\circ$  در حالتی که  $20^\circ$  نسبت به هم دوران داده شده است در نظر گرفته شده است. سپس حل روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  در رینولدز ۱۰۰ انجام شده است. برای مقایسه نتایج خطوط جریان و اندازه سرعت مورد بررسی قرار گرفته‌اند<sup>۱</sup> (شکل ۴-۱۱ و شکل ۴-۱۲). همان‌طور که مشاهده می‌شود خطوط جریان و اندازه سرعت هر دو حل یکسان بود و فقط نسبت به هم دوران پیدا کرده‌اند. اندازه سرعت در دیواره بالایی به شرط مرزی خود می‌رسد و در مرکز حفره‌ها جریان متوقف می‌شود.



شکل ۴-۱۱ خطوط جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  (در دو حالت دوران یافته نسبت به هم)

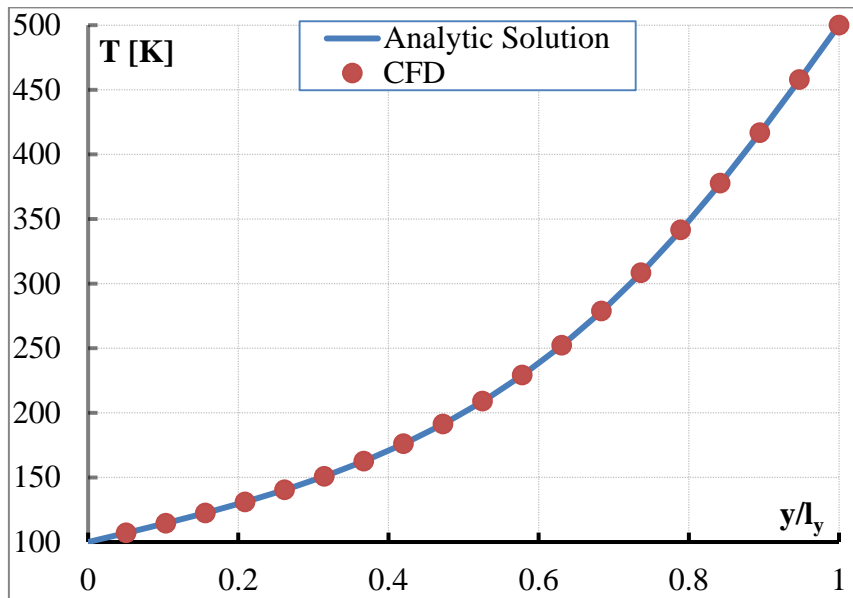


شکل ۴-۱۲ توزیع اندازه سرعت جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  (در دو حالت دوران)

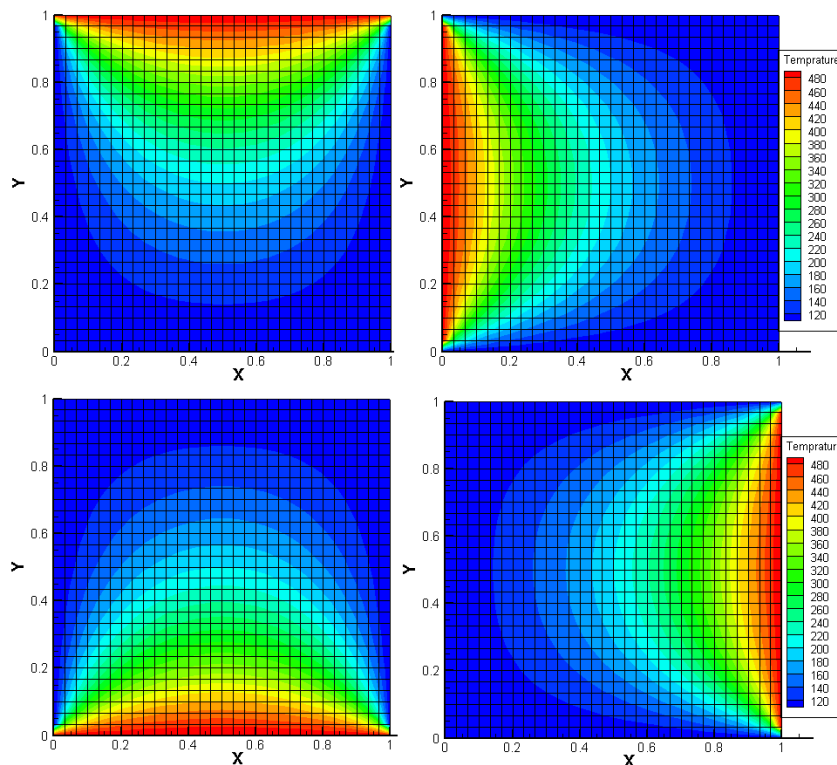
<sup>۱</sup> باید توجه داشت که برای مقایسه راحت‌تر است که از پارامترهای اسکالر استفاده شود، زیر بردارها در دو دستگاه نسبت به یکدیگر دوران داده شده‌اند و در صورتی که بخواهیم آن را مورد ارزیابی قرار دهیم، به ناچار می‌باید آن‌ها را نیز دوران دهیم. با این حال نتایج مؤلفه‌های سرعت در پیوست ارائه می‌شود.

#### ۵.۱.۴ پاسخ معادله انرژی

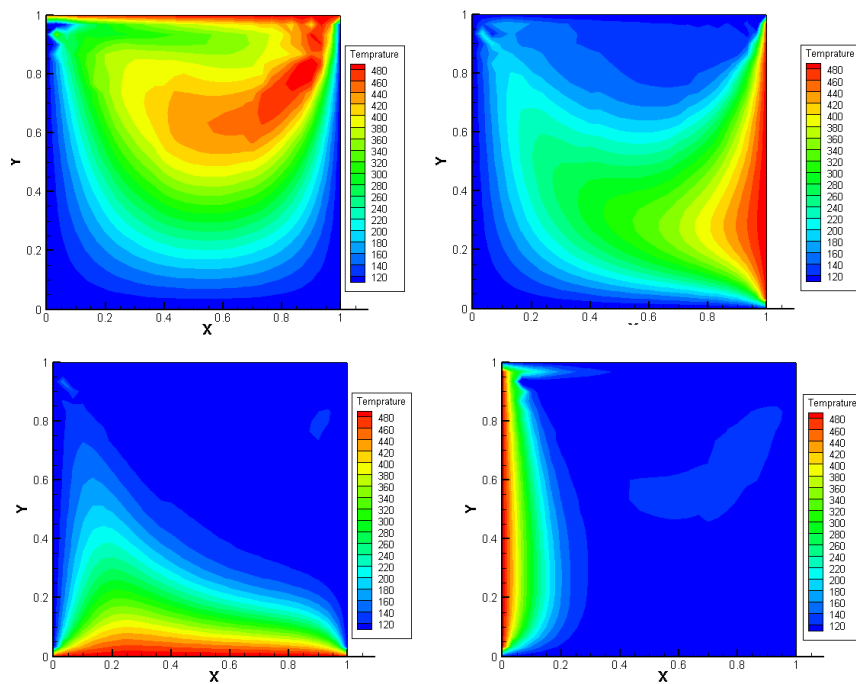
در این بخش پاسخ معادله انرژی در شبکه  $31 \times 31$  با رینولدز ۱۰۰ بررسی می‌شود. برای آزمودن صحت ترم استهلاک نتایج در حالتی که سرعت کل جریان صفر شده است با شرایط مرزی مختلف ارائه شده است (شکل ۴-۱۴) و با نتایج حل تحلیل در خط میانی مربع مقایسه شده است (شکل ۴-۱۳)؛ این نتایج کارکرد ترم استهلاک و شرایط مرزی اعمال شده را اثبات می‌کند.



شکل ۴-۱۳ مقایسه حل عددی حاضر و حل تحلیلی روی خط میانی جسم جامد



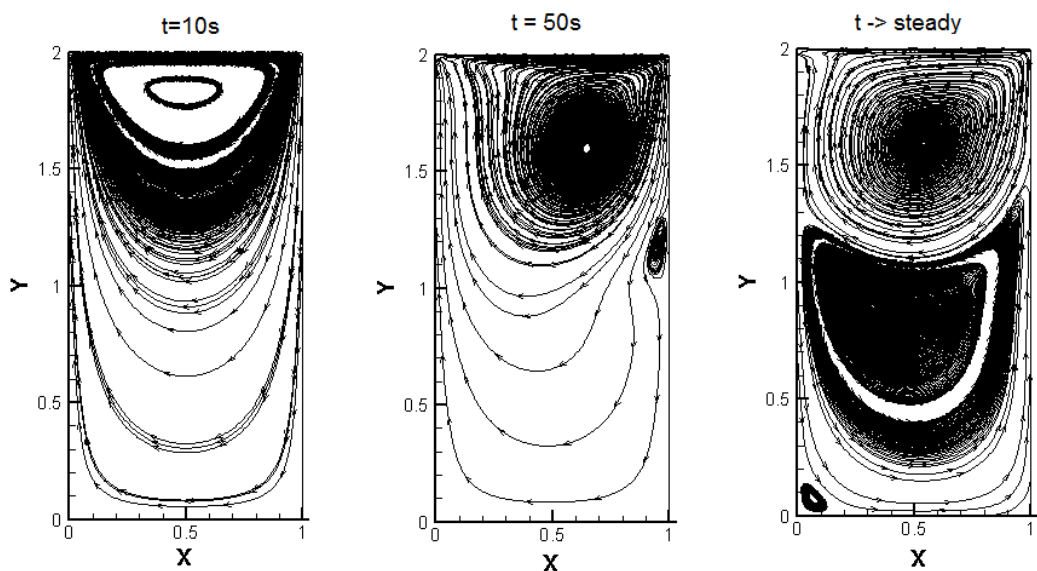
شکل ۴-۱۴ توزیع دما در جسم جامد



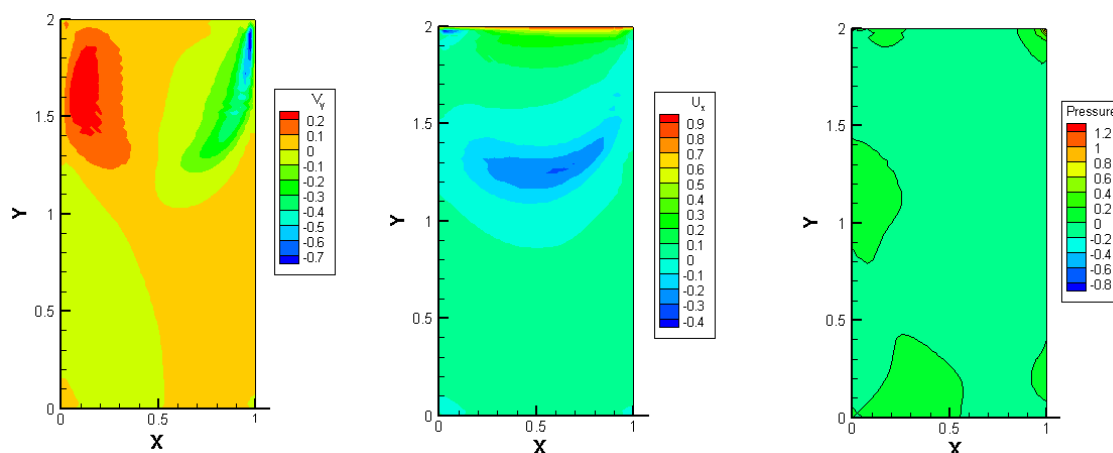
شکل ۴-۱۵ توزیع دما روی حفره مستطیلی با رینولدز ۱۰۰

## ۲.۴ مستطیل با رینولدز ۱۰۰۰

در این بخش جریان با رینولدز ۱۰۰۰ از روی حفره مستطیلی با نسبت منظری ۲ عبور داده می‌شود.



شکل ۴-۱۶ خطوط جریان روی حفره مستطیلی با رینولدز ۱۰۰۰ و نسبت منظری ۲ در زمان‌های مختلف



شکل ۳-۴ توزیع مؤلفه‌های سرعت و فشار روی حفره مستطیلی در شرایط نزدیک به پایا با رینولدز ۱۰۰۰ و نسبت منظری ۲

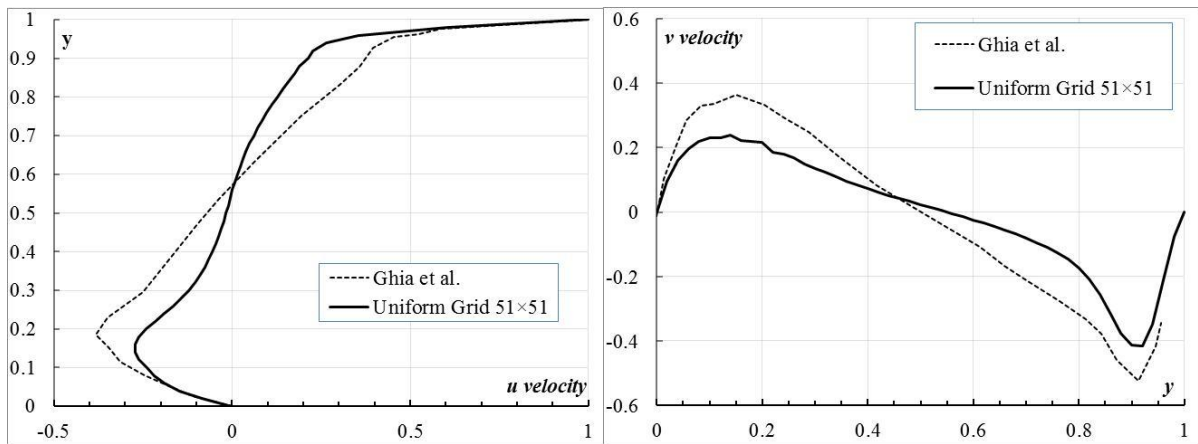
### ۳.۴ مربع با رینولدز ۱۰۰۰

در این بخش نتایج حل حفره مربعی با رینولدز ۱۰۰۰ ارائه شده است. با افزایش رینولدز سرعت عمودی افزایش یافته و مرکز ورتکس اصلی را به سمت پایین هدایت می‌کند و باعث می‌شود که در گوشه‌های پایین حفره ورتکس‌ها شدیدتر شوند. این گردابه‌ها در شکل ۳-۴ مشاهده می‌شود و محل آن در جدول ۳-۴ با مقادیر مرجع (۴) مقایسه شده است. خطای نسبی محاسبات حاضر بیش از خطای نسبی در رینولدز ۱۰۰ بوده است و نشان می‌دهد که با افزایش سرعت از کارایی این روش کاسته شده است و به افزایش دقت گسسته سازی و یا ریزتر کردن شبکه نیاز است.

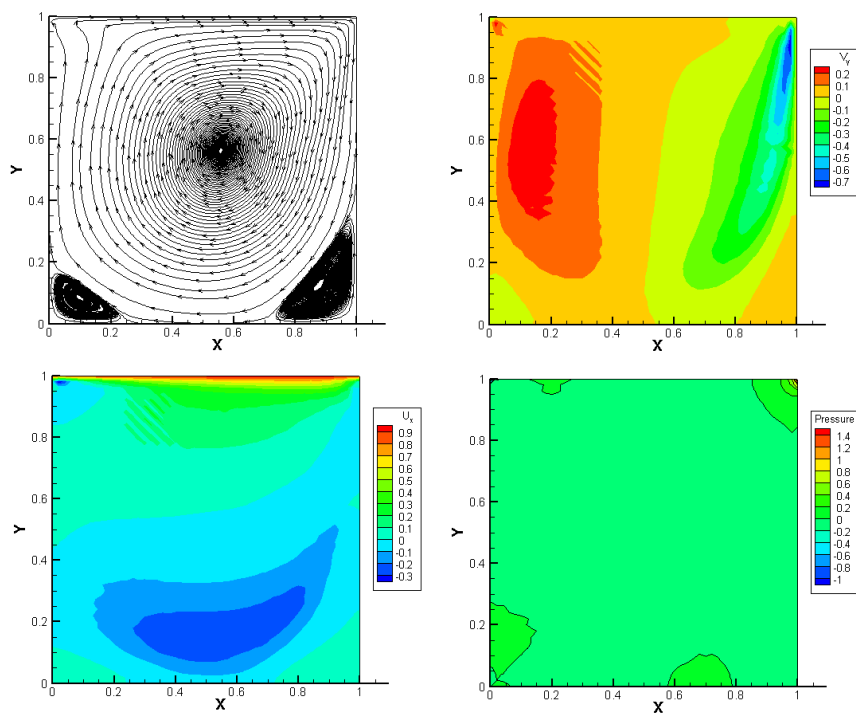
مقدار مؤلفه‌های سرعت روی خطوط مرکزی حفره در شکل ۳-۴ با مقادیر مرجع (۴) مقایسه شده است، همان طور که مشاهده می‌شود هر چند خطوط جریان و شیب سرعت‌ها در دیواره‌ها نسبتاً قابل قبول به دست آمده ولی حداکثر مقدار سرعت‌ها نرم شده است و گرادیان‌ها در آن مناطق به خوبی به دست نیامده است.

جدول ۳-۴ مراکز گردابه‌های پیش‌بینی شده در شبکه‌های مختلف حفره با رینولدز ۱۰۰۰

	Grid	Left Vortex		Main Vortex		Right Vortex	
		x	y	x	y	x	y
<b>Present Study</b>	Uniform 51×51	0.10	0.08	0.56	0.56	0.88	0.12
<b>Ghia et al. (4)</b>	Uniform 129×129	0.083	0.078	0.520	0.546	0.863	0.112



شکل ۱۸-۴ مؤلفه سرعت افقی و عمودی روی خط مرکزی حفره مربعی با رینولدز ۱۰۰۰



شکل ۱۹-۴ توزیع مؤلفه‌های سرعت و فشار و خطوط جریان روی حفره مربعی در شرایط پایا با رینولدز ۱۰۰۰

## ۵ خطاها

بدیهی است که حل حاضر همانند تمامی حل‌های عددی دارای خطاهای قطع و روش است، دقت کامپیوتری در حد double precession حفظ شده است. حد همگرایی تا حدی که زمان محاسبات را بیش از حد طولانی نکند کوچک در نظر گرفته شده است تا تخمین خوبی از ضرایب غیر خطی به دست آید و نیز حل پایا به حالت بدون تغییر خود نزدیک شود. با این حال گسسته سازی معادله جابه‌جایی از نوع مرتبه اول (مکانی) بوده و خطایی در حدود بزرگی  $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  وارد محاسبات می‌کند که مقدار آن با ریز شدن شبکه کاهش می‌یابد.

کوچک‌تر بودن سرعت‌های در جهت عمود محور مختصات (v) نسب به سرعت‌های افقی باعث می‌شود که پیش‌بینی آن با دشواری‌هایی همراه باشد، علاوه بر آن شیب‌ها تندی در جریان وجود دارد که پیش‌بینی آن‌ها نیز خطا را افزایش می‌دهد.

در بعضی حل‌ها (مانند شکل ۴-۱۹) توزیع سرعت‌ها در یک منطقه خاص دارای پرش‌هایی است که به نظر می‌رسد در آن محدوده‌ها پارامتر جابه‌جایی با دقت کافی محاسبه نشده است، احتمال وجود خطای ناشی از کامل نبودن الگوریتم upwind وجود دارد، هر چند ممکن این حدس درست نباشد.

## ۶ مراجع

1. *Pressure-Based Control-Volume Finite-Element Method for Flow at All Speeds.* **Karimian, S.M.H., and Schneider, G.E.** No. 9, . : AIAA Journal, 1995, Vol. Vol. 33, pp. pp 1611-1618.

۲. مژگانی، رامبد. تمرین های ۱ و ۲ (تولید شبکه و میان یابی دوخطی). دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده هوافضا، کلاس درس CFD II، مدرس: دکتر کریمیان. اسفند ۱۳۹۰.

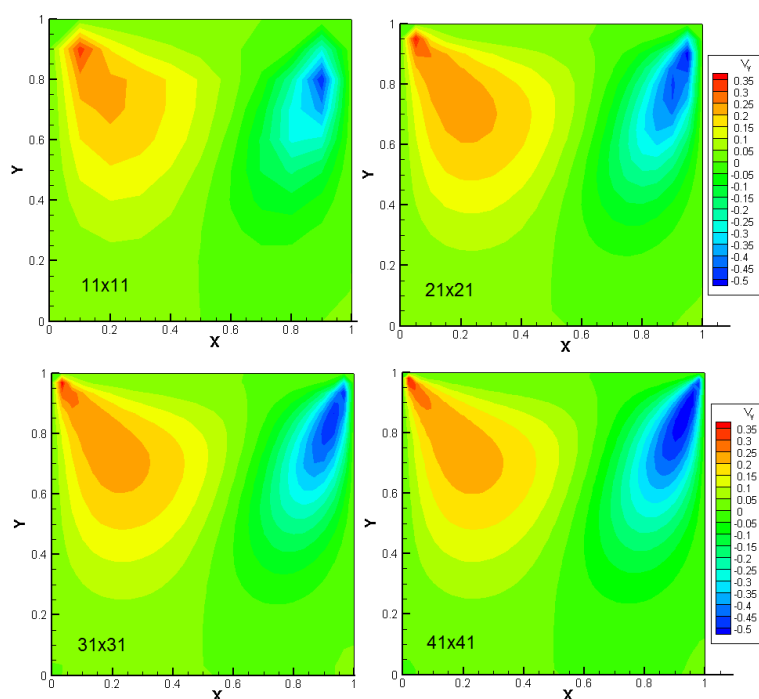
۳. —. تولید شبکه جبری. دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده هوافضا، کلاس درس تولید شبکه محاسباتی، مدرس: دکتر جهانگیریان. فروردین ۱۳۹۱.

4. *High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Quations and Multigrid Method.* **U. Ghia, K.N Ghia and C.T. Shin.** s.l. : Joutnal of Computational Physics, 1982, Vol. 48, pp. 387-411.

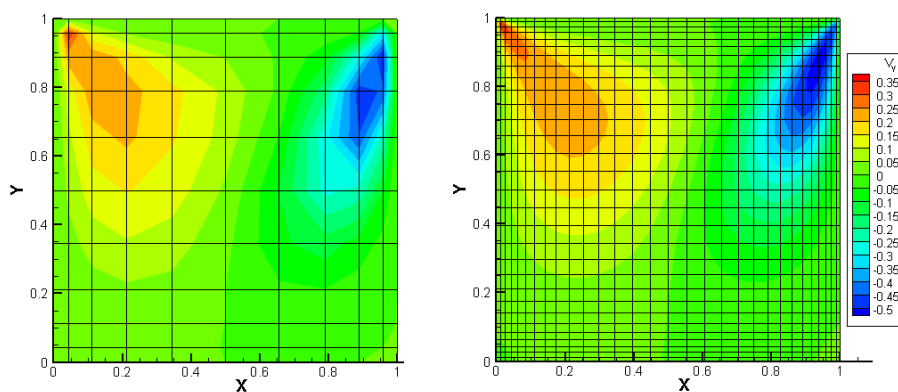
۵. مژگانی، رامبد. تمرین ۳، حل معادلات انتقال حرارت به روش المان محدود مبتنی بر حجم محدود. دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده هوافضا، کلاس درس CFD II، مدرس: دکتر کریمیان. اسفند ۱۳۹۰.

## ۱.۷ تصاویر اثر ریزی شبکه (رینولدز ۱۰۰)

در این قسمت کانتورهای حل‌های انجام شده در رینولدز ۱۰۰ برای بررسی اثر ریزی شبکه (یکنواخت و لایه‌مرزی) ارائه شده است. توضیحات بیش‌تر و مقایسه پارامترهای به صورت عددی در متن گزارش (بخش ۱.۱.۴) آمده است.

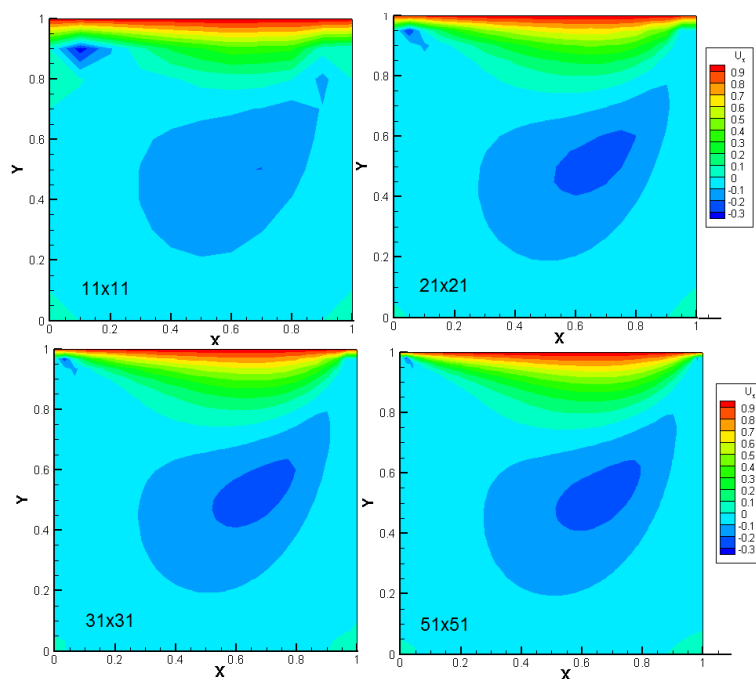


شکل ۱-۷ مؤلفه سرعت  $v$  حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه یکنواخت)

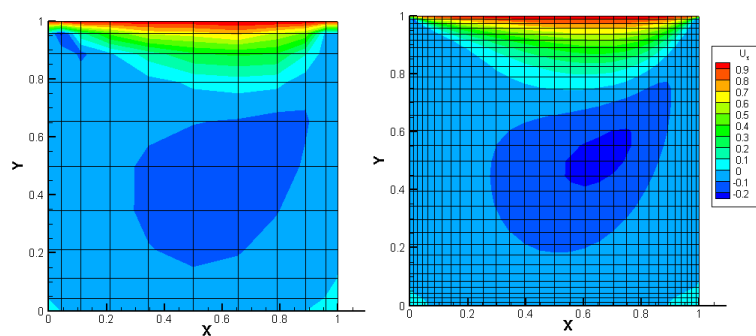


شکل ۲-۷ مؤلفه سرعت  $v$  حاصل از رینولدز ۱۰۰ (شبکه لایه‌مرزی)

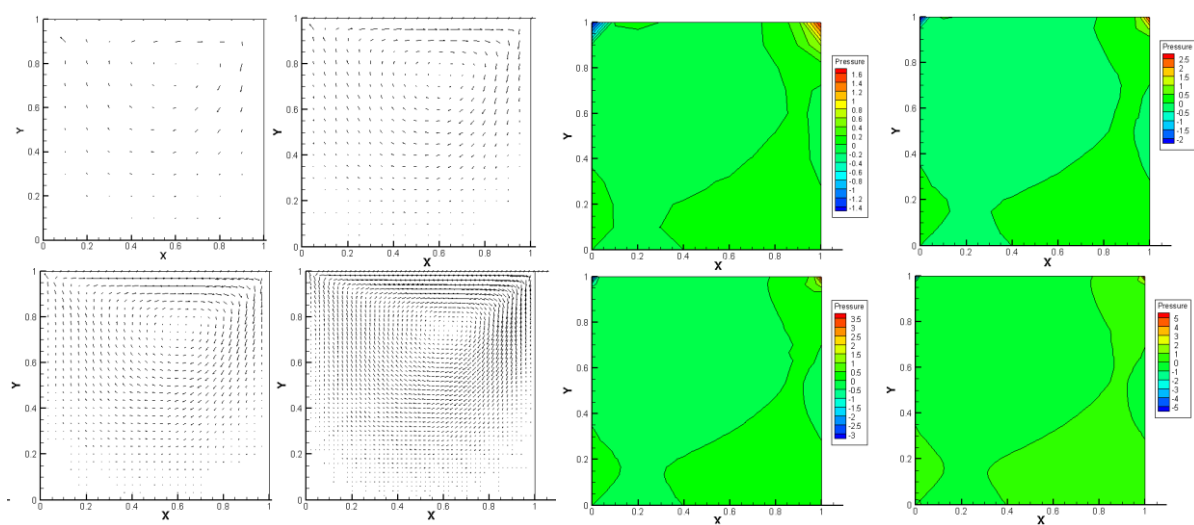




شکل ۷-۳ مؤلفه سرعت  $U$  حاصل از رینولدز  $100$  (شبکه یکنواخت)



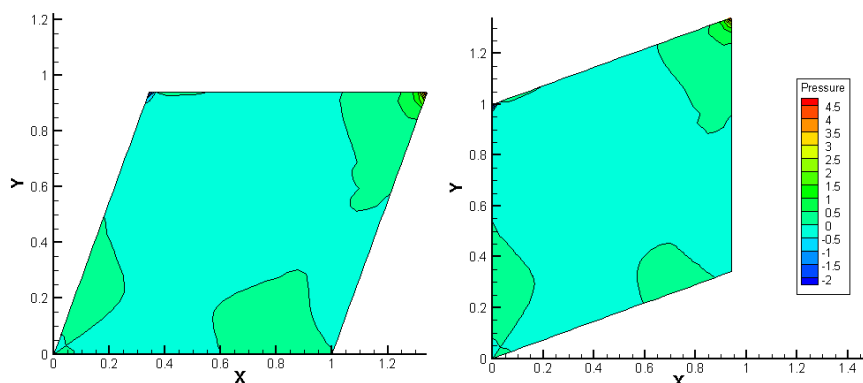
شکل ۷-۴ مؤلفه سرعت  $U$  حاصل از رینولدز  $100$  (شبکه لایه‌مرزی)



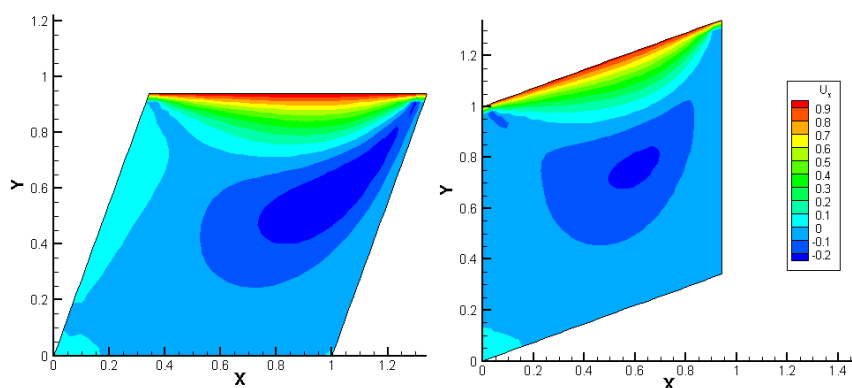
شکل ۷-۵ کانور فشار و بردارهای سرعت حاصل از رینولدز  $100$  (شبکه یکنواخت)

## ۲.۷ تصاویر اثر دوران شبکه (رینولدز ۱۰۰)

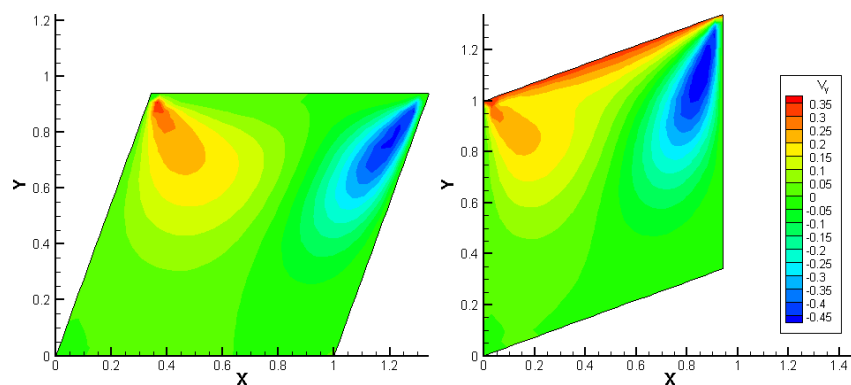
خطوط جریان و توزیع اندازه سرعت در متن گزارش (شکل ۴-۱۱ و شکل ۴-۱۲) ارائه و شرح داده شده است و در ادامه تنها توزیع فشار و مؤلفه‌های سرعت ارائه شده است.



شکل ۶-۷ توزیع فشار در جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  (در دو حالت دوران)



شکل ۷-۷ توزیع مولفه افقی جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  (در دو حالت دوران)<sup>۱</sup>



شکل ۸-۷ توزیع مولفه عمودی جریان با رینولدز ۱۰۰ روی شبکه یکنواخت  $31 \times 31$  با زاویه راس  $110^\circ$  (در دو حالت دوران)

<sup>۱۱</sup> مجدداً متذکر می‌شود که در صورتی که بخواهیم پارامترهای برداری رامقایسه کنیم، به ناچار می‌باید آن‌ها را نیز دوران

### ۳.۷ لیست زیربرنامه‌ها

لیست فایل‌های برنامه، زیرروال‌ها و توابع مورد استفاده در جدول ۷-۱ ارائه شده است.

جدول ۷-۱ فایل‌های برنامه، زیرروال‌ها و توابع

File name	Fortran Name	Description
<b>Cavity.f90</b>	<b>program</b> main	Main Program
<b>assemb.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> assemb	Calls local coefficient functions and assemble them for Continuity and Momentum Equation.
<b>AssemEnergy.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> AssemEnergy	Calls local coefficient functions and assemble them for energy equation.
<b>bandpack.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> bandpack <b>SUBROUTINE</b> banbks <b>SUBROUTINE</b> bandec	Calls the “Numerical Recipe” band solvers
<b>bandready.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> BandReady	Provides array place of a banded matrix
<b>BCT.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> BCT	Enforce Energy Equation Boundary condition
<b>BLgrid.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> gridgenBL	Generate the boundary layer grid
<b>BLN.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> BLN	A Bilinear Interpolation Derivative Subroutine
<b>ConPV.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> CovPV	Checks the convergence
<b>derv.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> derv	Calculates the geometric properties of grid
<b>distance.f90</b>	<b>FUNCTION</b> distance	Finds Distance Between two points, A & B
<b>EnforceBCCavity.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> EnforceBCCavity	Enforce Boundary Condition of cavity problem
<b>generatelist.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> generatelist	Generates the list of location of boundary points number
<b>grid.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> gridgen	Generates Uniform grid
<b>HypInt2.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> HypInt2	Hyperbolic tangent interpolation used for boundary layer grid generation
<b>localcd.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> localcd	Diffusion term discretization for local coefficients
<b>localch.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> localch	Continuity term discretization for local coefficients
<b>localctdd.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> localctdd	Transient Terms local coefficients
<b>localdp.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> localdp	Convection Terms local coefficients
<b>solve2l.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> solve2l	Finds intersection of two lines
<b>upwind.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> upwind	Finds the upwind location and properties of integral points
<b>writepack.f90</b>	<b>SUBROUTINE</b> writeresult <b>SUBROUTINE</b> resultonline <b>SUBROUTINE</b> shearwrite <b>SUBROUTINE</b> Nusseltwrite	Calculates and write some of the solution results, i.e.: contours, velocities on centerlines , driven lid shear stress and Nusselt number