

# Ejercicios FFI Resueltos

Raúl Mortes Illescas

19 de Enero de 2019-3

## **Resumen**

En este documento se aspira a proveer una solución correcta para todos los ejercicios de FFI de la Universidad de Alicante

# Índice

<b>1. Tema 0</b>	<b>2</b>
1.1. Ejercicio 1 . . . . .	2
1.1.1. Apartado A . . . . .	2
1.1.2. Apartado B . . . . .	2
1.1.3. Apartado C . . . . .	2
1.2. Ejercicio 2 . . . . .	2
1.2.1. Apartado A . . . . .	2
1.2.2. Apartado B . . . . .	3
1.2.3. Apartado C . . . . .	3
1.3. Ejercicio 3 . . . . .	3
1.3.1. Apartado A . . . . .	3
1.3.2. Apartado B . . . . .	3
1.4. Ejercicio 4 . . . . .	3
1.4.1. Apartado A . . . . .	3
1.4.2. Apartado B . . . . .	4
1.5. Ejercicio 5 . . . . .	4
1.6. Ejercicio 6 . . . . .	4
1.7. Ejercicio 7 . . . . .	4
1.8. Ejercicio 8 . . . . .	5
1.8.1. Apartado A . . . . .	5
1.8.2. Apartado B . . . . .	5
1.8.3. Apartado C . . . . .	5
1.8.4. Apartado D . . . . .	5
1.8.5. Apartado E . . . . .	5
<b>2. Tema 1</b>	<b>6</b>
2.1. Primer ejercicio . . . . .	6

## 1. Tema 0

### 1.1. Ejercicio 1

Dados los vectores  $a=3i-2j$  y  $b=-4i+j$ , calcular:

- A) El vector suma y su módulo
- B) El vector diferencia y el ángulo que forma con el eje OX
- C) El vector  $c=2a-3b$  y el vector unitario que define la dirección y sentido de  $c$

#### 1.1.1. Apartado A

$$\vec{m} = a + b = 3i - 2j - 4i + j = -i - j$$

$$|m| = \sqrt{-1^2 + -1^2} = \sqrt{2}$$

#### 1.1.2. Apartado B

$$\vec{n} = a - b = 3i - 2j + 4i - j = 7i - 3j$$

$$\tan(\alpha) = \frac{n_y}{n_x} = \frac{-3}{7} = -0,4285$$

$$\rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-3}{7}\right) = -23,2^\circ$$

#### 1.1.3. Apartado C

$$c = 2a - 3b = 2(3i - 2j) - 3(-4i + j) = 6i - 4j + 12i - 3j = 18i - 7j$$

$$|c| = \sqrt{18^2 + 7^2} = \sqrt{373} = 19,31$$

$$\vec{u}_c = \frac{18}{19,31}i - \frac{7}{19,31}j = ,93i - ,36j$$

### 1.2. Ejercicio 2

Un vector tiene por origen respecto de cierto sistema de referencia el punto O (-1, 2, 0) y de extremo P (3, -1, 2). Calcular:

- A) Componentes del vector OP
- B) Módulo y cosenos directores
- C) Un vector unitario en la dirección de él pero de sentido contrario

#### 1.2.1. Apartado A

$$\vec{OP} = \vec{P} - \vec{O} = (3, -1, 2) - (-1, 2, 0) = (4, -3, 2)$$

### 1.2.2. Apartado B

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5,38$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{\sqrt{29}}; \cos(\beta) = \frac{-3}{\sqrt{29}}; \cos(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

### 1.2.3. Apartado C

$$\overrightarrow{u_{OP}} = \left( \frac{4}{\sqrt{29}}, \frac{-3}{\sqrt{29}}, \frac{2}{\sqrt{29}} \right)$$

$$-\overrightarrow{u_{OP}} = \left( \frac{-4}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{-2}{\sqrt{29}} \right)$$

## 1.3. Ejercicio 3

Dados los vectores  $a(1, -1, 2)$  y  $b(-1, 3, 4)$ , calcular:

A) El producto escalar de ambos vectores

B) El ángulo que forman

### 1.3.1. Apartado A

$$a \cdot b = 1 \cdot -1 + -1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 4$$

### 1.3.2. Apartado B

$$a \cdot b = 4 = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\alpha)$$

$$\rightarrow \cos(\alpha) = \frac{4}{|a| \cdot |b|} = \frac{4}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{26}} = \frac{4}{2\sqrt{39}} = ,32$$

$$\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(,32) = 71,32^\circ$$

## 1.4. Ejercicio 4

Dados los vectores  $a=5i-2j+k$  y  $b=i-j+2k$ , calcular:

A) El producto vectorial de ambos vectores

B) El ángulo que forman

### 1.4.1. Apartado A

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -4i + j - 5k + 2k - 10j + i = -3i - 9j - 3k$$

### 1.4.2. Apartado B

$$|a \times b| = |a| \cdot |b| \cdot \sin(\alpha)$$

$$\rightarrow \sin(\alpha) = \frac{|a \times b|}{|a| \cdot |b|} = \frac{\sqrt{3^2 + 9^2 + 3^2}}{\sqrt{5^2 + 2^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{55}}{10} = ,74$$

$$\rightarrow \alpha = \sin^{-1}(,74) = 47,86^\circ$$

### 1.5. Ejercicio 5

El origen de un vector es el punto A(3, -1, 2) y su extremo B(1, 2, 1). Calcular su momento respecto al punto C(1, 1, 2)

$$M = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AB} = (-2, 3, -1); \overrightarrow{CA} = (2, -2, 0);$$

$$M = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2i + 6k - 4k + 2j = 2i + 2j + 2k$$

### 1.6. Ejercicio 6

Un móvil parte de un punto con una velocidad de 110 cm/s y recorre una trayectoria rectilínea con aceleración de -10 cm/s<sup>2</sup>. Calcular el tiempo que tardará en pasar por un punto que dista 105 cm del punto de partida. (Interpretar físicamente las dos soluciones que se obtienen)

$$y = -\frac{1}{2}10x^2 + 110x + 0$$

Resolvamos para cuando y = 105

$$105 = -5x^2 + 110x + 0 \rightarrow 0 = -5x^2 + 110x - 105$$

$$x = \frac{-110 \pm \sqrt{110^2 - 4(-5)(-105)}}{2(-5)} = \frac{-110 \pm \sqrt{10000}}{-10}$$

$$x = \frac{-110 + \sqrt{10000}}{-10} = 1$$

$$x = \frac{-110 - \sqrt{10000}}{-10} = 21$$

### 1.7. Ejercicio 7

Hallar las fórmulas de un movimiento uniformemente acelerado sabiendo que la aceleración es de 8cm/s<sup>2</sup>, que la velocidad se anula para t=3s, y que pasa por el origen (x=0) en t=11 s.

Para la velocidad sabemos lo siguiente

$$v = 8 * 3 = 24$$

Como sabemos que la aceleración es positiva, y hace 0 a la velocidad en algún punto del recorrido, esta tiene que empezar negativa. Por lo tanto  $v = -75\text{cm/s}$

Para el espacio recorrido, sabemos que

$$x = \frac{1}{2}8 * 11^2 - 24 * 11 = 220$$

Como x=0 cuando t>0, sabemos que x tiene que empezar negativa. Por lo tanto, la fórmula final es:

$$x = \frac{1}{2}8 * 11 - 24 * 11 - 220$$

## 1.8. Ejercicio 8

La velocidad de un punto que se mueve en trayectoria recta queda expresada en S.I. por la ecuación:  $v=40-8t$ . Para  $t=2s$  el punto dista del origen 80m. Determinar:

- A) La expresión general de la distancia al origen.
- B) El espacio inicial
- C) La aceleración
- D) ¿En qué instante tiene el móvil velocidad nula?
- E) ¿Cuánto dista del origen en tal instante?

### 1.8.1. Apartado A

$$x = \frac{1}{2}at^2 + vt + x_0 = -\frac{1}{2}8t^2 + 40t + x_0$$

### 1.8.2. Apartado B

$$x_0 = -\frac{1}{2}at^2 - vt + x$$

Como sabemos que  $x_2=80m$

$$x_0 = \frac{1}{2}8 * 2^2 - 40 * 2 + 80 = 16$$

### 1.8.3. Apartado C

La aceleración es de  $-8m/s^2$

### 1.8.4. Apartado D

$$v = 40 - 8t \rightarrow t = \frac{40 - v}{8}$$

Para  $v=0$

$$t = \frac{40}{8} = 5$$

### 1.8.5. Apartado E

$$x_5 = -\frac{1}{2}8 * 5^2 + 40 * 5 + 16 = 116$$

## 2. Tema 1

### 2.1. Primer ejercicio