Ejercicios FFI Resueltos

Raúl Mortes Illescas

19 de Enero de 2019-3

Resumen

En este documento se aspira a proveer una solución correcta para todos los ejercicios de FFI de la Universidad de Alicante

Índice

Tema 0

0.1. Ejercicio 1

Dados los vectores a=3i-2j y b=-4i+j, calcular:

A) El vector suma y su módulo

B) El vector diferencia y el ángulo que forma con el eje OX

C) El vector c=2a-3b y el vector unitario que define la dirección y sentido de c

0.1.1. Apartado A

$$\overrightarrow{m} = a + b = 3i - 2j - 4i + j = -i - j$$

$$|m| = \sqrt{-1^2 + -1^2} = \sqrt{2}$$

0.1.2. Apartado B

$$\overrightarrow{n} = a - b = 3i - 2j + 4i - j = 7i - 3j$$

$$tan(\alpha) = \frac{n_y}{n_x} = \frac{-3}{7} = -0{,}4285$$

$$\rightarrow \alpha = tan^{-1}(\frac{-3}{7}) = -23{,}2°$$

0.1.3. Apartado C

$$c = 2a - 3b = 2(3i - 2j) - 3(-4i + j) = 6i - 4j + 12i - 3j = 18i - 7j$$

$$|c| = \sqrt{18^2 + 7^2} = \sqrt{(}373) = 19{,}31$$

$$\overrightarrow{u_c} = \frac{18}{19{,}31}i - \frac{7}{19{,}31}j = {,}93i - {,}36j$$

0.2. Ejercicio 2

Un vector tiene por origen respecto de cierto sistema de referencia el punto O (-1, 2, 0) y de extremo P (3, -1, 2). Calcular:

A) Componentes del vector OP

B) Módulo y cosenos directores

C) Un vector unitario en la dirección de él pero de sentido contrario

0.2.1. Apartado A

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{P} - \overrightarrow{O} = (3, -1, 2) - (-1, 2, 0) = (4, -3, 2)$$

0.2.2. Apartado B

$$\left|\overrightarrow{OP}\right| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5{,}38$$

$$cos(\alpha) = \frac{4}{\sqrt{29}}; cos(\beta) = \frac{-3}{\sqrt{29}}; cos(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

0.2.3. Apartado C

$$\overrightarrow{u_{OP}} = (\frac{4}{\sqrt{29}}, \frac{-3}{\sqrt{29}}, \frac{2}{\sqrt{29}})$$

$$-\overrightarrow{u_{OP}} = (\frac{-4}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{-2}{\sqrt{29}})$$

0.3. Ejercicio 3

Dados los vectores a(1, -1, 2) y b(-1, 3, 4), calcular:

A) El producto escalar de ambos vectores

B) El ángulo que forman

0.3.1. Apartado A

$$a \cdot b = 1 \cdot -1 + -1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 4$$

0.3.2. Apartado B

$$a \cdot b = 4 = |a| \cdot |b| \cdot cos(\alpha)$$

$$\rightarrow cos(\alpha) = \frac{4}{|a| \cdot |b|} = \frac{4}{\sqrt{(6)} \cdot \sqrt{26}} = \frac{4}{2\sqrt{39}} = {,}32$$

$$\rightarrow \alpha = cos^{-1}({,}32) = 71{,}32°$$

0.4. Ejercicio 4

Dados los vectores a=5i-2j+k y b=i-j+2k, calcular:

A) El producto vectorial de ambos vectores

B) El ángulo que forman

0.4.1. Apartado A

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -4i + j - 5k + 2k - 10j + i = -3i - 9j - 3k$$

0.4.2. Apartado B

$$|a \times b| = |a| \cdot |b| \cdot sin(\alpha)$$

$$\to sin(\alpha) = \frac{|a \times b|}{|a| \cdot |b|} = \frac{\sqrt{3^2 + 9^2 + 3^2}}{\sqrt{5^2 + 2^2 + 1^2}\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{55}}{10} = ,74$$

$$\to \alpha = sin^{-1}(,74) = 47{,}86^\circ$$

0.5. Ejercicio 5

El origen de un vector es el punto A(3, -1, 2) y su extremo B(1, 2, 1). Calcular su momento respecto al punto C(1, 1, 2)

$$M = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AB} = (-2, 3, -1); \overrightarrow{CA} = (2, -2, 0);$$

$$M = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2i + 6k - 4k + 2j = 2i + 2j + 2k$$

0.6. Ejercicio 6

Un móvil parte de un punto con una velocidad de 110 cm/s y recorre una trayectoria rectilínea con aceleración de -10 cm/s^2. Calcular el tiempo que tardará en pasar por un punto que dista 105 cm del punto de partida. (Interpretar físicamente las dos soluciones que se obtienen)

$$y = -\frac{1}{2}10x^2 + 110x + 0$$

Resolvamos para cuando y = 105

$$105 = -5x^2 + 110x + 0 \to 0 = -5x^2 + 110x - 105$$

$$x = \frac{-110 \pm \sqrt{110^2(-4)(-5)(-105)}}{2(-5)} = \frac{-110 \pm \sqrt{10000}}{-10}$$

$$x = \frac{-110 + \sqrt{10000}}{-10} = 1$$

$$x = \frac{-110 - \sqrt{10000}}{-10} = 21$$

0.7. Ejercicio 7

Hallar las fórmulas de un movimiento uniformemente acelerado sabiendo que la aceleración es de 8cm/s^2, que la velocidad se anula para t=3s, y que pasa por el origen (x=0) en t=11 s.

Para la velocidad sabemos lo siguiente

$$v = 8 * 3 = 24$$

Como sabemos que la aceleración es positiva, y hace 0 a la velocidad en algún punto del recorrido, esta tiene que empezar negativa. Por lo tanto $v = -75$cm/s

Para el espacio recorrido, sabemos que

$$x = \frac{1}{2}8 * 11^2 - 24 * 11 = 220$$

Como x=0 cuando t>0, sabemos que x tiene que empezar negativa. Por lo tanto, la fórmula final es:

$$x = \frac{1}{2}8 * 11 - 24 * 11 - 220$$

0.8. Ejercicio 8

La velocidad de un punto que se mueve en trayectoria recta queda expresada en S.I. por la ecuación: v=40-8t. Para t=2s el punto dista del origen 80m. Determinar:

A) La expresión general de la distancia al origen.

B) El espacio inicial

C) La aceleración

D) ¿En qué instante tiene el móvil velocidad nula?

E) ¿Cuánto dista del origen en tal instante?

0.8.1. Apartado A

$$x = \frac{1}{2}at^2 + vt + x_0 = -\frac{1}{2}8t^2 + 40t + x_0$$

0.8.2. Apartado B

$$x_0 = -\frac{1}{2}at^2 - vt + x$$

Como sabemos que x_2=80m

$$x_0 = \frac{1}{2}8 * 2^2 - 40 * 2 + 80 = 16$$

0.8.3. Apartado C

La aceleración es de -8m/s^2

0.8.4. Apartado D

$$v = 40 - 8t \rightarrow t = \frac{40 - v}{8}$$

Para v=0

$$t = \frac{40}{8} = 5$$

0.8.5. Apartado E

$$x_5 = -\frac{1}{2}8 * 5^2 + 40 * 5 + 16 = 116$$

0.9. Ejercicio 9

En un terreno horizontal se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. El viento le produce una aceleración horizontal constante igual a g/5, siendo g=10 m/s2. Calcular:

A) Las ecuaciones vectoriales horarias

B) La ecuación analítica de la trayectoria

C) La distancia entre el punto de lanzamiento y del impacto con la horizontal

D) La altura máxima que alcanza el proyectil

E) El ángulo que forma con la horizontal el vector velocidad en el punto del impacto

Como el ejercicio es trivial, queda para el lector resolverlo
lol

0.10. Ejercicio 10

Desde una torre de 30 m de altura se lanza un objeto de masa 0.10 kg con una velocidad de 16 m/s en una dirección que forma un ángulo de 45º con la horizontal:

A) ¿Cuál es la energía total después del lanzamiento?

B) ¿Cuál es su velocidad cuando se encuentra a 10 m sobre el suelo? Nota: No tomar en consideración la resistencia del aire

0.10.1. Apartado A

$$E_T = E_C + E_P; E_C = \frac{1}{2}mv^2; E_P = mgh$$

$$E_C = \frac{1}{2},10 \cdot 16^2 = 12{,}8; E_P = ,10 \cdot 9{,}8 \cdot 30 = 29{,}4$$

$$E_T = E_C + E_P = 12{,}8 + 9{,}8 = 42{,}2J$$

0.10.2. Apartado B

$$E_T = 42{,}2; E'_T = E'_C + E'_P = 42{,}2$$

$$E'_P = ,10 \cdot 9{,}8 \cdot 10 = 9{,}8$$

$$E'_C = 42{,}2 - 9{,}8 = 32{,}4 \to v = \sqrt{\frac{2E'_C}{m}} = 25{,}46$$

0.11. Ejercicio 11

Una partícula está sometida a una fuerza que, expresada en el S.I., tiene por ecuación F=xyi, en la que x e y son las coordenadas del punto del plano en las que se encuentra la partícula en cada instante. Calcular el trabajo realizado por tal fuerza al desplazar la partícula del punto A(0,3) m al B(3,0) m, a lo largo de la recta que une los puntos.

$$W = \int_0^3 \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} = \int_0^3 (i)di = \left[\frac{i^2}{2}\right]_0^3 = \frac{9}{2} = 4{,}5J$$

Esta es la solución a la que he llegado, un poco sin saber por qué. Mi escusa es que como la x y la y son çonstantes"dentro de lo que cabe me las puedo cepillar a la hora de integrar, y como solamente está la i para integrar, me puedo escapar con una integral sola.

Pero esto está, muy seguramente, mal.

0.12. Ejercicio 12

Dada la magnitud escalar A = x^2y + 3xyz - 3z^2 + 1 de A, calcular el gradiente de ∇A en el punto B(1,0,2)

$$\nabla A = \frac{A}{dx}\overrightarrow{i} + \frac{A}{dy}\overrightarrow{j} + \frac{A}{dz}\overrightarrow{k}$$

$$\frac{A}{dx}\overrightarrow{i} = (2xy + 3yz)\overrightarrow{i}$$

$$\frac{A}{dy}\overrightarrow{j} = (x^2 + 3xz)\overrightarrow{j}$$

$$\frac{A}{dz}\overrightarrow{k} = (3xy - 6z)\overrightarrow{k}$$

$$\nabla A = (2xy + 3yz)\overrightarrow{i} + (x^2 + 3xz)\overrightarrow{j} + (3xy - 6z)\overrightarrow{k}$$

$$\nabla A_B = 7\overrightarrow{j} - 12\overrightarrow{k}$$

1. Tema 1

1.1. Primer ejercicio