

Ejercicios FFI Resueltos

Raúl Mortes Illescas

19 de Enero de 2019-3

Resumen

En este documento se aspira a proveer una solución correcta para todos los ejercicios de FFI de la Universidad de Alicante

Índice

1. Tema 0	2
1.1. Ejercicio 1	2
1.1.1. Apartado A	2
1.1.2. Apartado B	2
1.1.3. Apartado C	2
1.2. Ejercicio 2	2
1.2.1. Apartado A	2
1.2.2. Apartado B	3
1.2.3. Apartado C	3
1.3. Ejercicio 3	3
1.3.1. Apartado A	3
1.3.2. Apartado B	3
1.4. Ejercicio 4	3
1.4.1. Apartado A	3
1.4.2. Apartado B	4
1.5. Ejercicio 5	4
1.6. Ejercicio 6	4
1.7. Ejercicio 7	4
2. Tema 1	6
2.1. Primer ejercicio	6

1. Tema 0

1.1. Ejercicio 1

Dados los vectores $a=3i-2j$ y $b=-4i+j$, calcular:

- A) El vector suma y su módulo
- B) El vector diferencia y el ángulo que forma con el eje OX
- C) El vector $c=2a-3b$ y el vector unitario que define la dirección y sentido de c

1.1.1. Apartado A

$$\vec{m} = a + b = 3i - 2j - 4i + j = -i - j$$

$$|m| = \sqrt{-1^2 + -1^2} = \sqrt{2}$$

1.1.2. Apartado B

$$\vec{n} = a - b = 3i - 2j + 4i - j = 7i - 3j$$

$$\tan(\alpha) = \frac{n_y}{n_x} = \frac{-3}{7} = -0,4285$$

$$\rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-3}{7}\right) = -23,2^\circ$$

1.1.3. Apartado C

$$c = 2a - 3b = 2(3i - 2j) - 3(-4i + j) = 6i - 4j + 12i - 3j = 18i - 7j$$

$$|c| = \sqrt{18^2 + 7^2} = \sqrt{373} = 19,31$$

$$\vec{u}_c = \frac{18}{19,31}i - \frac{7}{19,31}j = ,93i - ,36j$$

1.2. Ejercicio 2

Un vector tiene por origen respecto de cierto sistema de referencia el punto O (-1, 2, 0) y de extremo P (3, -1, 2). Calcular:

- A) Componentes del vector OP
- B) Módulo y cosenos directores
- C) Un vector unitario en la dirección de él pero de sentido contrario

1.2.1. Apartado A

$$\vec{OP} = \vec{P} - \vec{O} = (3, -1, 2) - (-1, 2, 0) = (4, -3, 2)$$

1.2.2. Apartado B

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5,38$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{\sqrt{29}}; \cos(\beta) = \frac{-3}{\sqrt{29}}; \cos(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

1.2.3. Apartado C

$$\overrightarrow{u_{OP}} = \left(\frac{4}{\sqrt{29}}, \frac{-3}{\sqrt{29}}, \frac{2}{\sqrt{29}} \right)$$

$$-\overrightarrow{u_{OP}} = \left(\frac{-4}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{-2}{\sqrt{29}} \right)$$

1.3. Ejercicio 3

Dados los vectores $a(1, -1, 2)$ y $b(-1, 3, 4)$, calcular:

A) El producto escalar de ambos vectores

B) El ángulo que forman

1.3.1. Apartado A

$$a \cdot b = 1 \cdot -1 + -1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 4$$

1.3.2. Apartado B

$$a \cdot b = 4 = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\alpha)$$

$$\rightarrow \cos(\alpha) = \frac{4}{|a| \cdot |b|} = \frac{4}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{26}} = \frac{4}{2\sqrt{39}} = ,32$$

$$\rightarrow \alpha = \cos^{-1}(,32) = 71,32^\circ$$

1.4. Ejercicio 4

Dados los vectores $a=5i-2j+k$ y $b=i-j+2k$, calcular:

A) El producto vectorial de ambos vectores

B) El ángulo que forman

1.4.1. Apartado A

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -4i + j - 5k + 2k - 10j + i = -3i - 9j - 3k$$

1.4.2. Apartado B

$$|a \times b| = |a| \cdot |b| \cdot \sin(\alpha)$$

$$\rightarrow \sin(\alpha) = \frac{|a \times b|}{|a| \cdot |b|} = \frac{\sqrt{3^2 + 9^2 + 3^2}}{\sqrt{5^2 + 2^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{55}}{10} = ,74$$

$$\rightarrow \alpha = \sin^{-1}(,74) = 47,86^\circ$$

1.5. Ejercicio 5

El origen de un vector es el punto A(3, -1, 2) y su extremo B(1, 2, 1). Calcular su momento respecto al punto C(1, 1, 2)

$$M = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AB} = (-2, 3, -1); \overrightarrow{CA} = (2, -2, 0);$$

$$M = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2i + 6k - 4k + 2j = 2i + 2j + 2k$$

1.6. Ejercicio 6

Un móvil parte de un punto con una velocidad de 110 cm/s y recorre una trayectoria rectilínea con aceleración de -10 cm/s^2 . Calcular el tiempo que tardará en pasar por un punto que dista 105 cm del punto de partida. (Interpretar físicamente las dos soluciones que se obtienen)

$$y = -\frac{1}{2}10x^2 + 110x + 0$$

Resolvamos para cuando $y = 105$

$$105 = -5x^2 + 110x + 0 \rightarrow 0 = -5x^2 + 110x - 105$$

$$x = \frac{-110 \pm \sqrt{110^2 - 4(-5)(-105)}}{2(-5)} = \frac{-110 \pm \sqrt{10000}}{-10}$$

$$x = \frac{-110 + \sqrt{10000}}{-10} = 1$$

$$x = \frac{-110 - \sqrt{10000}}{-10} = 21$$

1.7. Ejercicio 7

Hallar las fórmulas de un movimiento uniformemente acelerado sabiendo que la aceleración es de 8 cm/s^2 , que la velocidad se anula para $t=3\text{s}$, y que pasa por el origen ($x=0$) en $t=11 \text{ s}$.

Para la velocidad sabemos lo siguiente

$$v = 8 * 3 = 24$$

Como sabemos que la aceleración es positiva, y hace 0 a la velocidad en algún punto del recorrido, esta tiene que empezar negativa. Por lo tanto $v = -75 \text{ cm/s}$

Para el espacio recorrido, sabemos que

$$x = \frac{1}{2}8 * 11^2 - 24 * 11 = 220$$

Como $x=0$ cuando $t>0$, sabemos que x tiene que empezar negativa. Por lo tanto, la fórmula final es:

$$x = \frac{1}{2}8 * 11 - 24 * 11 - 220$$

2. Tema 1

2.1. Primer ejercicio