

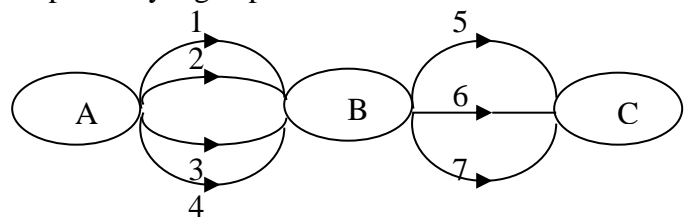
PELUANG (part I)

A. Kaidah Pencacahan

1. Prinsip Dasar Membilang

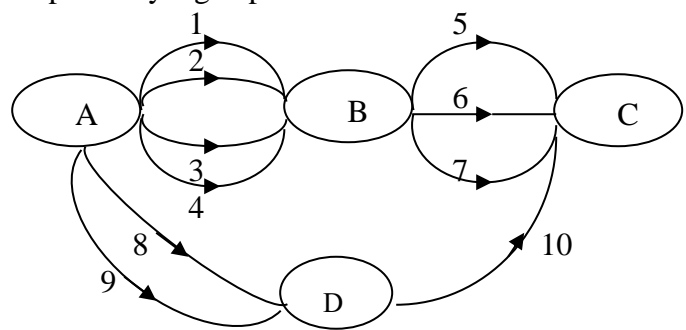
Jika suatu operasi terdiri dari 2 tahap, tahap pertama dapat dilakukan dengan m cara yang berbeda dan tahap kedua dapat dilakukan dengan n cara yang berbeda, maka keseluruhan operasi dapat dilakukan dengan m x n cara. Cara pencacahan seperti ini disebut *kaidah perkalian*.

**Contoh:**  
Berikut ini jalan yang dapat dilalui pengendara motor dari kota A ke kota C melalui kota B. Ada berapa cara yang dapat dilakukan dari A ke C ?



**Jawab:**  
Dari A ke B dapat dilakukan dengan 4 cara.  
Dari B ke C dapat dilakukan dengan 3 cara.  
Jadi, dari A ke C dapat dilakukan dengan  $= 4 \times 3 = 12$  cara, yaitu:  
jalan 1,5 ; jalan 1,6 ; jalan 1,7  
jalan 2,5 ; jalan 2,6 ; jalan 2,7  
jalan 3,5 ; jalan 3,6 ; jalan 3,7  
jalan 4,5 ; jalan 4,6 ; jalan 4,7

**Contoh:**  
Ada berapa cara yang dapat dilakukan dari A ke C ?



**Jawab:**  
A ke B ada 4 cara  
B ke C ada 3 cara  
A ke D ada 2 cara  
D ke C ada 1 cara  
A ke C melalui B ada  $4 \times 3 = 12$  cara  
A ke C melalui D ada  $2 \times 1 = 2$  cara  
Jadi, A ke C baik melalui B maupun D ada  $12 + 2 = 14$  cara.

2. Faktorial

Hasil kali bilangan bulat positif (bilangan asli) berturut-turut dari n sampai 1 disebut n faktorial, ditulis : n!

$$n! = n(n - 1)(n - 2)(n - 3) \dots 3.2.1$$
$$0! = 1$$

**Contoh:**

Hitunglah  $\frac{5!}{2!}$  !

**Jawab:**

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5.4.3.2.1}{2.1} = 60$$

**Contoh:**

Nyatakan 4 x 3 dalam factorial !

**Jawab:**

$$4 \times 3 = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{4!}{2!}$$

**B. Permutasi dan Kombinasi**

**1. Permutasi**

Permutasi adalah susunan objek-objek dengan memperlihatkan urutan tertentu.

a. Permutasi n objek berbeda yang setiap kali diambil seluruhnya ( ${}_nP_n$ )

${}_nP_n = n! \text{ atau } P_n^n = n!$

**Contoh:**

Diketahui 3 abjad pertama yaitu A, B dan C. Berapa banyak susunan yang mungkin dari 3 huruf yang berbeda itu ?

**Jawab:**

$${}_3P_3 = 3! = 3.2.1 = 6 \text{ cara}$$

**Contoh:**

Diketahui 4 siswa : Ary, Ani, Ali dan Asih akan ditempatkan pada 4 buah kursi. Ada berapa cara untuk menempatkan siswa itu pada kursi yang berbeda ?

**Jawab:**

I	II	III	IV
4	3	2	1

Kursi I dapat diisi oleh salah satu siswa dalam 4 cara.  
Kursi II dapat diisi oleh salah satu siswa dalam 3 cara.  
Kursi III dapat diisi oleh salah satu siswa dalam 2 cara.  
Kursi IV dapat diisi oleh salah satu siswa dalam 1 cara.  
Sehingga dengan prinsip dasar probabilitas, keempat kursi dapat ditempati oleh keempat siswa dengan :  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  cara.  
Atau:  
 ${}_nP_n = {}_4P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$  cara.

b. Permutasi n objek berbeda yang setiap kali diambil sebagian ( ${}_nP_r$ )

Banyak permutasi n objek yang diambil r objek ( $0 < r < n$ ) dinotasikan  ${}_nP_r$  atau  $P_{(n, r)}$  atau  $P_r^n$  (dibaca Permutasi r dari n) adalah :

$$\begin{aligned} {}_nP_r &= n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) \text{ atau} \\ {}_nP_r &= \frac{n!}{(n-r)!} \end{aligned}$$

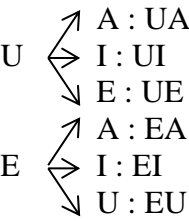
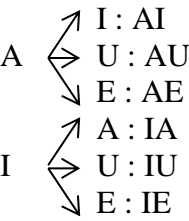
**Contoh:**

Berapa banyak permutasi yang terdiri atas 2 huruf yang berbeda dari 4 huruf : A, I, U, E.

**Jawab:**

$${}_4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4.3.2.1}{2.1} = 4.3 = 12 \text{ cara}$$

Ke-12 permutasi itu adalah :



*c. Permutasi n objek yang tidak semua berbeda*

Banyaknya cara menyusun unsur dalam suatu baris, jika ada p unsur yang sama dari satu jenis, q unsur dari jenis lain, dan seterusnya adalah :

$$P = \frac{n!}{p!.q!...}$$

**Contoh:**

Berapa carakah 5 huruf dari kata CUACA dapat disusun dalam suatu baris !

**Jawab:**

Unsur-unsur yang sama : huruf C ada 2, huruf A ada 2.

$$P = \frac{5!}{2!.2!} = \frac{5.4.3.2.1}{2.1.2.1} = 30$$

Jadi susunan yang mungkin ada 30 buah.

*d. Permutasi Siklis*

Banyaknya cara menyusun n objek berlainan dalam suatu lingkaran, dengan memandang susunan yang searah putaran jarum jam dan berlawanan arah putaran jarum jam adalah :

$$P_s(n) = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

**Contoh:**

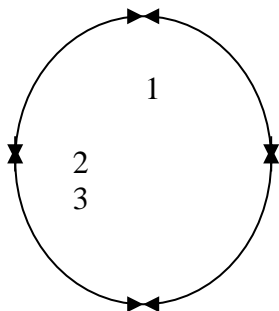
Terdapat berapa carakah empat anak A, B, C, D yang duduk melingkar dapat disusun dalam lingkaran ?

**Jawab:**

*Cara I*

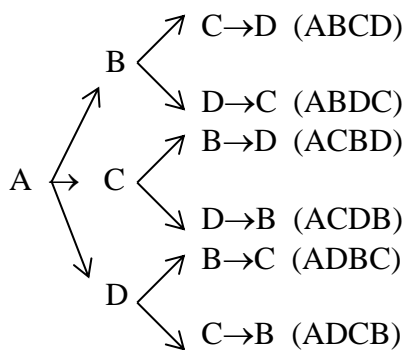
Ambil seorang anak untuk diletakkan pada posisi yang tetap, kemudian menyusun tiga anak yang lain dalam tempat yang berbeda, maka cara ini dapat dilakukan dalam  $3! = 3.2.1 = 6$  cara.

Cara II  
Perhatikan gambar !



Jika keempat anak itu diletakkan pada posisi 1, 2, 3 dan 4 bergantian searah putaran jarum jam dalam sebuah lingkaran , maka mereka tetap membentuk susunan yang sama. Karena itu, penyusunannya harus menempatkan seorang anak kepada posisi yang tetap dan menggerak-gerakkan posisi tiga anak yang lain.

Menyusunnya seperti berikut:



Jadi banyaknya susunan melingkar =  $(4 - 1)! = 3! = 6$  cara.

## 2. Kombinasi

Kombinasi adalah susunan dari unsur-unsur yang berbeda tanpa memperhatikan urutan unsur-unsur itu.

Kombinasi dari  $n$  objek yang diambil  $r$  objek dinotasikan  ${}_nC_r$  atau  $C_{(n, r)}$  atau  $C_r^n$  atau  $\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix}$

adalah :

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Melalui contoh berikut ini, dapat dibedakan antara permutasi dan kombinasi.

Pengambilan 3 huruf dari 4 huruf yang ada (A, B, C, D).

Kombinasi ( ${}_4C_3$ ) : ABC, ABD, ACD, BCD

Permutasi ( ${}_4P_3$ ) : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA  
ABD, ADB, BAD, BDA, DAB, DBA  
ACD, ADC, CAD, CDA, DAC, DCA  
BCD, BDC, CBD, CDB, DBC, DCB

Jadi,  ${}_4C_3 \cdot 3! = {}_4P_3$  atau  ${}_4C_3 = \frac{{}_4P_3}{3!}$

Sehingga kita peroleh:  ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

### Contoh:

Ada berapa cara dapat dilakukan jika 5 pemain bola basket diambil dari tim yang terdiri 12 pemain untuk berpartisipasi dalam pertandingan persahabatan ?

**Jawab:**

$${}_{12}C_5 = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12!}{5!.7!} = \frac{12.11.10.9.8.7!}{5.4.3.2.1.7!} = 792$$

Jadi, banyaknya cara memilih 5 pemain dari 12 pemain ada 792 cara.

**Contoh:**

Ada berapa cara 2 bola merah, 3 bola biru, dan 4 bola putih dapat dipilih dari suatu kotak yang berisi 4 bola merah, 6 bola biru, dan 5 bola putih ?

**Jawab:**

2 bola merah dapat dipilih dari 4 bola dalam  ${}_4C_2$  cara.

3 bola biru dapat dipilih dari 6 bola dalam  ${}_6C_3$  cara.

4 bola putih dapat dipilih dari 5 bola dalam  ${}_5C_4$  cara.

Dengan prinsip perkalian, banyaknya cara memilih bola yang diminta :

$$\begin{aligned} {}_4C_2 \times {}_6C_3 \times {}_5C_4 &= \frac{4!}{2!.2!} \times \frac{6!}{3!.3!} \times \frac{5!}{4!.1!} \\ &= \frac{4.3.2!}{2.1.2!} \times \frac{6.5.4.3!}{3.2.1.3!} \times \frac{5.4!}{4!.1} \\ &= 6 \times 20 \times 5 \\ &= 600 \text{ cara.} \end{aligned}$$

**LATIHAN 1**

- Dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 akan dibentuk suatu bilangan dengan syarat setiap bilangan tidak boleh ada angka yang sama.
  - Tentukan banyaknya bilangan yang terdiri atas 4 angka dan habis dibagi 2 !
  - Tentukan banyaknya bilangan yang terdiri atas 3 angka dan merupakan bilangan ganjil !
- Dari angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5 akan dibentuk suatu bilangan dengan syarat bahwa setiap bilangan tidak terdapat angka yang sama. Berapakah banyaknya bilangan yang dapat dibentuk jika diberikan ketentuan sebagai berikut !
  - terdiri atas 4 angka.
  - terdiri atas 3 angka dan kelipatan 2.
  - bilangan itu kurang dari 500.
- Tentukan nilai n jika  $P_{(n+2, n)} = 60$  !
- Hitunglah permutasi dari kata-kata berikut !
  - SATUAN
  - GEGANA
- Hitunglah hasil kombinasi berikut !
  - $C_{(6, 2)}$
  - $C_{(8, 3)} \cdot C_{(6, 2)}$
- Tentukan nilai n jika  $C_{(n, n-2)} = 10$  !