

# BARISAN DAN DERET

## I. BARISAN

Barisan bilangan adalah susunan bilangan yang memiliki pola atau aturan tertentu antara satu bilangan dengan bilangan berikutnya.

Setiap bilangan dalam barisan disebut suku barisan. Suku ke- $n$  dalam barisan dilambangkan dengan  $U_n$ .

Perhatikan susunan bilangan berikut.

- a. 1, 2, 3, 4, ....
- b. 2, 4, 6, 8, ...
- c. 1, 4, 9, 16, ...
- d. 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...
- e. 1, 2, 2, 4, 3, 6, 4, 8, ...

Dapatkan kalian menemukan polanya? Barisan apa saja susunan bilangan di atas?

## A. Barisan Aritmetika

Barisan Aritmetika atau barisan hitung adalah barisan yang mempunyai selisih tetap antara dua suku barisan yang berurutan.

Selisih tersebut dinamakan beda ( $b$ ) dan suku pertama dilambangkan dengan  $a$ .

Misalkan diketahui suatu barisan aritmetika sebagai berikut.

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_{n-1}, U_n.$$

Dari Barisan tersebut diperoleh:

$$U_1 = a$$

$$U_2 = a + b$$

$$U_3 = a + 2b$$

$$U_4 = a + 3b$$

$\vdots$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Dengan demikian, rumus umum suku ke- $n$  untuk barisan aritmetika adalah

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Contoh 5.1.

Diketahui suatu barisan aritmetika 2, 6, 10, 14, 18, ...

Tentukanlah:

- Suku pertama dan beda barisan tersebut.
- Rumus umum suku ke- $n$ .
- Suku ke-20.

Penyelesaian:

- Suku pertama =  $a = 2$   
beda =  $b = 6 - 2 = 10 - 4 = 4$
- $U_n = a + (n - 1)b$   
 $U_n = 2 + (n - 1)4$   
 $U_n = 2 + 4n - 4$   
 $U_n = 4n - 2$
- $U_{20} = 4(20) - 2 = 78$

Contoh 5.2.

Suatu barisan aritmetika memiliki suku pertama 6 dan suku ke-7 36.

Tentukan beda barisan dan tuliskan lima suku pertama barisan tersebut.

Penyelesaian:

Suku pertama = 6 maka  $a = 6$

Suku ke-7 = 36 maka  $U_7 = a + 6b = 36$  Sehingga

$$6 + 6b = 36$$

$$6b = 30$$

$$b = 5$$

Karena  $a = 6$  dan  $b = 5$ , maka lima suku pertama, yaitu:

$$5, 11, 16, 21, 26.$$

Contoh 5.3.

Banyaknya kursi pada baris pertama di Gedung bioskop adalah 20. Banyaknya kursi pada baris belakangnya lebih banyak 4 kursi dari kursi di baris depannya. Banyaknya kursi pada baris ke-15 adalah...

Penyelesaian:

Dari soal diketahui bahwa  $a = 20, b = 4$  sehingga

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{15} = 20 + 14(4)$$

$$U_{15} = 20 + 56$$

$$U_{15} = 76$$

Jadi, banyak kursi pada baris ke-15 adalah 76 kursi.

## B. Barisan Geometri

Barisan Geometri atau barisan ukur adalah barisan bilangan yang memiliki nilai perbandingan tetap antara dua suku barisan yang berurutan.

Nilai perbandingan tetap tersebut dinamakan rasio dan dinotasikan dengan  $r$ .

Misalkan diketahui suatu barisan geometri sebagai berikut.

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_{n-1}, U_n.$$

Diperoleh

$$U_1 = a$$

$$U_2 = ar$$

$$U_3 = ar^2$$

$$U_4 = ar^3$$

$\vdots$

$$U_n = ar^{n-1}$$

Dengan demikian rumus umum untuk suku ke-n pada barisan bilangan geometri adalah:

$$U_n = ar^{n-1}$$

Contoh 5.4.

Diketahui barisan geometri: 3, 6, 12, 24, 48, .... Tentukanlah:

- Rumus suku ke-n.
- Suku ke-10.

Penyelesaian:

- Diketahui  $a = 3$ ,  $r = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2$ , maka

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_n = 3 \times 2^{n-1}$$

- $U_{10} = 3 \times 2^9 = 3 \times 512 = 1.536$

Contoh 5.5

Diketahui suatu barisan geometri dengan  $U_4 = 4$  dan  $U_7 = 32$ .

Tentukanlah:

- Suku pertama dan rasio barisan.
- Suku kesepuluh.

Penyelesaian:

- Diketahui  $U_4 = 4$  dan  $U_7 = 32$  sehingga

$U_4 = ar^3 = 4$  dan  $U_7 = ar^6 = 32$  jika kita bandingkan  $U_7$  dengan  $U_4$  diperoleh:

$$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{32}{4} \leftrightarrow r^3 = 8 \leftrightarrow r = 2$$

Sehingga  $ar^3 = 4 \leftrightarrow a2^3 = 4 \leftrightarrow 8a = 4 \leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

- $U_n = ar^{n-1}$

$$U_{10} = \frac{1}{2}(2)^9 = 256$$

## II. DERET

Deret adalah jumlah suku-suku dari suatu barisan bilangan.

### A. Deret Aritmetika

Deret aritmetika atau deret hitung adalah jumlah suku-suku dari suatu barisan bilangan aritmetika.

Rumus umum deret aritmetika adalah sebagai berikut.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Contoh 5.6.

Suatu barisan aritmetika memiliki suku pertama 4 dan bedanya 5. Tentukanlah deret aritmetika dari barisan tersebut!

Penyelesaian:

Barisan aritmetika yang dimaksud adalah  $4, 9, 14, 19, \dots, U_n$  sehingga deretnya  $4 + 9 + 14 + 19 + \dots + U_n$ .

Contoh 5.7.

Diketahui suatu barisan aritmetika:  $2, 5, 8, 11, \dots$ . Tentukanlah rumus suku ke- $n$ , jumlah  $n$  suku pertama, dan jumlah 20 suku pertama.

Penyelesaian:

Suku ke- $n$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Jika diketahui  $a = 2, b = 5 - 2 = 3$  maka

$$U_n = 2 + (n - 1)3$$

$$U_n = 2 + 3n - 3$$

$$U_n = 3n - 1$$

Jumlah  $n$  suku pertama

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2 + (3n - 1))$$

$$S_n = \frac{n}{2}(3n + 1)$$

Jumlah 20 suku pertama

$$S_{20} = \frac{20}{2} (3(20) + 1)$$

$$S_{20} = 10(61)$$

$$S_{20} = 610$$

## B. Deret Geometri

Deret Geometri atau deret ukur adalah jumlah suku-suku dari suatu barisan bilangan geometri.

Rumus umum deret geometri adalah sebagai berikut.

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \text{ untuk } r < 1 \text{ atau } S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)} \text{ untuk } r > 1$$

Contoh 5.8.

Diketahui barisan geometri: 4, 8, 16, 32, ...,  $U_n$ . Tentukan suku ke-8 dan jumlah 8 suku pertama.

Penyelesaian:

Suku ke-8

Diketahui  $a = 4, r = \frac{8}{4} = 2$ , maka

$$U_n = ar^{n-1} \leftrightarrow U_8 = 4 \times 2^7 = 4 \times 128 = 512$$

Jumlah 8 suku pertama

Karena  $r > 1$  maka

$$S_8 = \frac{4(2^8 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_8 = \frac{4(256 - 1)}{1}$$

$$S_8 = 4(255) = 1.020$$



Contoh 5.9.

Diketahui  $U_3 = 18$  dan  $U_5 = 162$ . Tentukanlah: jumlah 7 suku pertama dari barisan geometri tersebut.

Penyelesaian:

$$U_3 = 18 \leftrightarrow ar^2 = 18$$

$$U_5 = 162 \leftrightarrow ar^4 = 162$$

$$\text{Sehingga } \frac{ar^4}{ar^2} = \frac{162}{18} \leftrightarrow r^2 = 9 \leftrightarrow r = 3$$

$$\text{Untuk } r = 3 \text{ maka } ar^2 = 18 \leftrightarrow a \times 3^2 = 18 \leftrightarrow a = 2$$

Untuk  $a = 2, r = 3$  dan  $r > 3$  maka

$$S_{10} = \frac{2(3^7 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_{10} = \frac{2(2.187 - 1)}{2}$$

$$S_{10} = 2.186$$

### C. Deret Geometri Tak Hingga

Suatu deret geometri tak hingga mempunyai bentuk umum

$$a + ar + ar^2 + \dots$$

- Suatu deret geometri tak hingga mempunyai jumlah tertentu (konvergen) atau memusat jika rasio deret tersebut terletak pada  $|r| < 1$  atau  $-1 < r < 1$ .
- Suatu deret geometri tak hingga dikatakan divergen atau memencar jika rasio deret tersebut terletak pada  $|r| > 1$  atau  $r < -1$  atau  $r > 1$ .

Rumus umum deret geometri tak hingga adalah sebagai berikut.

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \text{ dengan } |r| < 1 \text{ atau } -1 < r < 1$$

Contoh 5.10.

Tentukan jumlah deret geometri tak hingga berikut.

$$36 - 12 + 4 - \frac{4}{3} + \dots$$

Penyelesaian:

Diketahui:

$$a = 36, r = -\frac{12}{36} = -\frac{1}{3}$$

Maka

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{36}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{36}{\frac{4}{3}} = 27$$

## SOAL LATIHAN

1. Tentukanlah rumus-rumus suku ke-n dan suku terakhir pada barisan-barisan aritmetika berikut.
  - a.  $3, 8, 13, 18, 23, \dots, U_{10}$
  - b.  $2, 9, 16, 23, 30, \dots, U_{15}$ .
  - c.  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 1\frac{3}{4}, \dots, U_{10}$ .
  - d.  $100, 75, 25, 0, -25, \dots, U_{10}$ .
  - e.  $1.000, 997, 994, 991, \dots, U_{15}$ .
2. Suku pertama suatu barisan aritmetika adalah 5 dan bedanya 3. Tentukan rumus suku ke-n, suku ke-7, serta suku ke-13.
3. Diketahui suku ke-2 suatu barisan aritmetika adalah 5. Jika jumlah suku ke-4 dan suku ke-6 adalah 28. Tentukan suku ke-12!
4. Suku ke-3 suatu barisan aritmetika adalah -38 dan suku ke-7 adalah -66. Tentukanlah suku ke-10 dan jumlah 12 suku suku pertama!
5. Suku ke-2 suatu barisan aritmetika adalah 13 dan suku ke-6 adalah 33. Tentukan suku ke-10 dan jumlah 15 suku suku pertama!
6. Tentukanlah rumus-rumus suku ke-n dan suku terakhir pada barisan geometri berikut.
  - a.  $2, 6, 18, 54, \dots, U_{10}$ .

- b.  $3, 9, 27, 81, \dots, U_8$ .
  - c.  $128, -64, 32, \dots, U_{10}$ .
  - d.  $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots, U_{10}$ .
  - e.  $100, 20, 4, \frac{4}{5}, \dots, U_8$ .
7. Diketahui suku ke-3 suatu barisan geometri adalah 8 dan suku ke-6 adalah 64. Tentukan rasio, suku pertama, dan suku ke-10!
8. Diketahui suku pertama suatu barisan geometri adalah 27 dan suku ke-4 adalah 1. Tentukan rasio, rumus suku ke-n, dan suku ke-10!
9. Suku ke-5 suatu barisan geometri adalah 12 dan suku ke-8 adalah 96. Tentukan jumlah 10 suku pertama!
10. Diketahui suku pertama suatu barisan geometri adalah 729 dan suku ke-6 adalah 3. Tentukan jumlah 12 suku pertama!
11. Perusahaan konveksi “RAPI” mampu menghasilkan 50 kodi pakaian pada bulan pertama produksinya. Seiring berjalannya waktu, perusahaan tersebut mampu menambah produksinya sebanyak 20 kodi setiap bulan melalui penambahan karyawan dan peningkatan produktivitas. Jika diasumsikan perkembangan produksinya konstan, hitunglah:
- a. Banyak pakaian yang diproduksi pada bulan ke-8 (dalam kodi)

- b. Total produksi selama 10 bulan.
12. Suatu perusahaan mampu menghasilkan laba penjualan produknya sebesar 210 juta rupiah pada tahun ke-3 dan 300 juta rupiah pada tahun ke-6. Jika perkembangan tersebut dianggap mengikuti pola barisan aritmetika, tentukanlah:
- a. Laba tahun ke-5.
  - b. Tahun pada saat laba sebesar 480 juta rupiah.