

HIMPUNAN

1. Definisi Himpunan

Definisi: Himpunan (set) adalah kumpulan objek-objek yang berbeda.

Objek yang terdapat di dalam himpunan disebut elemen, unsur, atau anggota. Kita katakan bahwa himpunan mengandung elemen-elemennya. Kata “berbeda” di dalam definisi di atas adalah penting menekankan maksud bahwa anggota himpunan tidak boleh sama.

2. Penyajian Himpunan

Terdapat banyak cara untuk menyajikan himpunan, disini akan dibahas empat penyajian, yaitu enumerasi, symbol-simbol baku, notasi pembentukan himpunan, dan diagram venn.

a. Enumerasi

Jika sebuah himpunan terbatas dan tidak terlalu besar, Kita bisa menyajikan himpunan dengan cara mengenumerasi, artinya menuliskan semua elemen himpunan yang bersangkutan diantara dua buah tanda kurung kurawal. Biasanya suatu himpunan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital maupun dengan menggunakan symbol-simbol lainnya.

Contoh 1:

Himpunan A yang berisi empat anggota 1, 2, 3, dan 4 dapat ditulis sebagai $A = \{1, 2, 3, 4\}$ atau dapat dituliskan $A = \{2, 3, 4, 1\}$

Contoh 2:

Himpunan B yang berisi lima bilangan genap positif pertama adalah $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.

Contoh 3:

Contoh-contoh lainnya:

$$R = \{a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$$

$$C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$$

$$K = \{\emptyset\}$$

b. Symbol-simbol Baku

Beberapa himpunan yang khusus dituliskan dengan symbol-simbol yang sudah baku. Terdapat sejumlah symbol baku yang berbentuk huruf tebal (boldface) yang biasa digunakan untuk mendefinisikan himpunan yang sering digunakan, antara lain:

P = himpunan bilangan bulat positif = $\{1, 2, 3, \dots\}$

N = himpunan bilangan asli = $\{1, 2, 3, \dots\}$

Z = himpunan bilangan bulat = $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

c. Notasi Pembentukan Himpunan

Cara lain menyajikan himpunan adalah dengan notasi pembentuk himpunan. Dengan cara penyajian ini, himpunan dinyatakan dengan menulis syarat yang harus dipenuhi oleh anggotanya.

Notasi : $\{x | \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x\}$

Aturan yang digunakan dalam penulisan syarat keanggotaan:

- Bagian di kiri tanda | melambangkan elemen himpunan.
- Tanda | dibaca *dimana* atau *sedemikian sehingga*.
- Bagian tanda kanan | menunjukkan syarat keanggotaan himpunan.

Contoh:

Contoh 4:

A adalah himpunan bilangan bulat positif yang lebih kecil dari 5 dinyatakan sebagai

$$A = \{x | x \text{ adalah himpunan bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5\}$$

Atau

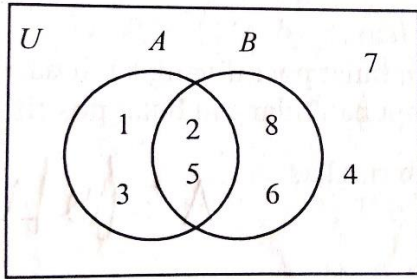
$$A = \{x | x \in P, x < 5\}$$

d. Diagram Venn

Diagram venn menyajikan himpunan secara grafis. Dalam diagram venn, himpunan semesta (U) digambarkan sebagai suatu segi empat sedangkan himpunan lainnya digambarkan sebagai lingkaran di dalam segi empat tersebut. Anggota-anggota suatu himpunan berada di dalam lingkaran sedangkan anggota himpunan lain di dalam lingkaran yang lain pula. Ada kemungkinan dua himpunan mempunyai anggota yang sama dan hal itu digambarkan dengan lingkaran yang saling beririsan. Anggota U yang termasuk di dalam himpunan digambarkan di luar lingkaran.

Contoh 5.

Misalkan $U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 5\}$, dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$. Ketiga himpunan tersebut digambarkan dengan diagram venn tersebut.



3. Kardinalitas

Definisi:

Sebuah himpunan dikatakan **berhingga** (*finite set*) jika terdapat n elemen berbeda yang dalam hal ini n adalah bilangan bulat tak negative. Sebaliknya himpunan tersebut dinamakan **tak berhingga** (*infinite set*)

Misalkan A merupakan himpunan berhingga, maka jumlah elemen berbeda di dalam A disebut **kardinal** dari himpunan A .

Notasi: $n(A)$ atau $|A|$

Contoh 6.

$A = \{x | x \text{ merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari } 20\}$ maka $|A| = 8$ dengan elemen-elemen A adalah 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

4. Himpunan Kosong

Definisi:

Himpunan yang tidak memiliki satupun elemen atau himpunan dengan kardinal $= 0$ disebut himpunan kosong dan disimbolkan dengan \emptyset .

Contoh 7.

$E = \{x | x < x\}$, maka $|E| = 0$

5. Himpunan Bagian (subset)

Definisi:

Himpunan A dikatakan himpunan bagian (subset) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B . Notasi : $A \subseteq B$

Contoh 8.

$\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

6. Himpunan yang Sama

Definisi:

Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika keduanya mempunyai elemen yang sama. Dengan kata lain, A sama dengan B jika A adalah himpunan bagian dari B dan B adalah himpunan bagian dari A. Jika tidak demikian, maka dikatakan A tidak sama dengan B.

Notasi : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B \text{ dan } B \subseteq A$

Contoh 9.

Jika $A = \{0,1\}$ dan $B = \{x|x(x-1) = 0\}$, maka $A = B$

7. Himpunan yang Ekuivalen

Definisi:

Himpunan A dikatakan dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

Contoh 10.

Jika $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$, maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

8. Himpunan Saling Lepas

Definisi:

Dua Himpunan A dan B dikatakan saling lepas jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.

Notasi : $A // B$

Contoh 11.

Jika $A = \{x|x \in P, x < 8\}$ dan $B = \{10, 20, 30, \dots\}$ maka $A // B$.

9. Himpunan Kuasa

Definisi:

Himpunan Kuasa dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.

Notasi: $P(A)$ atau 2^A

Contoh 12.

Jika $A = \{1, 2\}$ maka $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

$B = \{a, b, c\}$ maka $P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}$

10. Operasi terhadap Himpunan

a. Irisan (intersection)

Definisi:

Irisan dari dua himpunan A dan B adalah sebuah himpunan yang setiap elemennya merupakan elemen dari himpunan A dan himpunan B.

Notasi: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Contoh 13.

Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka $A \cap B = \{4, 10\}$

b. Gabungan (union)

Definisi:

Gabungan dari dua himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap elemennya merupakan elemen dari himpunan A atau himpunan B.

Notasi: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Contoh 13.

Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 14, 18\}$

c. Komplemen (Complement)

Definisi:

Komplemen suatu himpunan A terhadap suatu himpunan Semesta U adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen U yang bukan elemen A.

Notasi: $\bar{A} = \{x | x \in U \text{ dan } x \notin A\}$

Contoh 14.

Misalkan $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$

Jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$ maka $\bar{A} = \{2, 4, 5, 6, 8\}$

d. Selisih (Difference)

Definisi:

Selisih dari dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen dari A tapi bukan elemen dari B.

Notasi: $A - B = \{x | x \in A \text{ dan } x \notin B\}$

Contoh 15.

Jika $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ maka $A - B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

e. Beda Setangkup (Symmetric Difference)

Definisi:

Beda setangkup dari himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya ada pada himpunan A atau B, tetapi tidak pada keduanya.

Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$

Contoh 16.

Jika $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ maka $A \oplus B = \{1, 3, 5, 6, 8, 10\}$