

# TURUNAN

## A. Definisi

Turunan fungsi  $f(x)$  didefinisikan:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Contoh:

Dengan definisi turunan, Tentukan turunan dari

1.  $f(x) = x$
2.  $f(x) = 2x^2 - 3$

Jawab:

$$\begin{aligned} 1. \quad f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x + h - x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(x+h)^2 - 3) - (2x^2 - 3)}{h} \\ &= \dots \end{aligned}$$

## B. Turunan fungsi Aljabar

Rumus turunan aljabar, yaitu:

- $f(x) = c$  maka  $f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$  maka  $f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = ax^n$  maka  $f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \ln x$  maka  $f'(x) = \frac{1}{x}$

Contoh:

Tentukan Turunan dari fungsi berikut.

1.  $f(x) = 3x^3 - 2x + 5$
2.  $f(x) = \sqrt[2]{x} - \sqrt[3]{x}$

## C. Sifat-sifat Turunan

Jika  $k$  adalah konstanta,  $u = f(x)$  dan  $v = g(x)$ , maka:

1.  $f(x) = u \pm v \rightarrow f'(x) = u' + v'$
2.  $f(x) = k \cdot u \rightarrow f'(x) = k \cdot u'$
3.  $f(x) = u \cdot v \rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$
4.  $f(x) = \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
5.  $f(x) = f(u) \rightarrow f'(x) = f'(u) \cdot u'$

Contoh:

Tentukan Turunan dari fungsi berikut.

1.  $f(x) = (x^2 + 3x - 5)(8x + 7)$
2.  $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^3}$

#### D. Turunan Fungsi Trigonometri

Turunan bentuk trigonometri dapat dinyatakan sebagai berikut.

1.  $f(x) = \sin x \rightarrow f'(x) = \cos x$
2.  $f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\sin x$
3.  $f(x) = \tan x \rightarrow f'(x) = \sec^2 x$
4.  $f(x) = \cot x \rightarrow f'(x) = -\csc^2 x$
5.  $f(x) = \sec x \rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$
6.  $f(x) = \csc x \rightarrow f'(x) = -\csc x \cot x$

Contoh:

Tentukan Turunan dari:

1.  $f(x) = \sin^2 x$
2.  $f(x) = \sin 2x$

#### E. Aturan Rantai

Aturan Rantai digunakan untuk dua fungsi yang saling berhubungan.

1.  $y = f(g(x)) \rightarrow f'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
2.  $y = (f(x))^n \rightarrow f'(x) = n \cdot (f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$
3.  $y = (f(g(x)))^n \rightarrow f'(x) = n \cdot (f(g(x)))^{n-1} \cdot f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Contoh:

Tentukan

1. nilai  $y'(2)$  jika diketahui  $y = (3x^2 - 4)^4$
2. turunan pertama dari  $y = \sqrt[3]{(x^2 - 5)^2}$
3. jawaban soal nomor 2 pada Contoh Turunan Trigonometri

## F. Penggunaan Turunan

- a. Gradien Garis Singgung
- b. Titik Stasioner Fungsi
- c. Fungsi naik dan Turun
- d. Nilai maksimum dan minimum suatu Kasus

### Soal Latihan

Carilah turunan dari Fungsi-fungsi berikut.

1.  $y = x^4 + 3x^3 - 27x^2 - 10x + 12$
2.  $y = 2x^2 - 18x + \sqrt{2x}$
3.  $y = (2x^2 + 5x - 3)(x + 2)$
4.  $y = (x^3 - 4x^2 + 5)(x^2 - 10)$
5.  $y = \frac{3x-1}{\sqrt{1-2x}}$
6.  $y = (x^2 - 3x + 5)^4$
7.  $y = (x^3 + 2x^2 - 12x + 3)^2$
8.  $y = \sin(3x + 2)$