

Geração de Malhas Poligonização

Rafael Umino Nakanishi

1 Objetivo

O objetivo desse trabalho foi implementar o método *Marching Tetrahedra* para geração de malhas a partir de superfícies implícitas. O método foi inicialmente proposto por Bloomenthal [1] e tem como base a técnica *Marching Cubes* [2]. A principal vantagem da técnica de Bloomenthal é a não presença de ambiguidades gerada pelos cubos no momento da detecção da superfície.

Nas seções seguintes discutiremos brevemente sobre a técnica e os detalhes de implementação bem como a estrutura escolhida para armazenamento da malha. Por fim apresentamos alguns resultados obtidos utilizando equações implícitas de superfícies conhecidas.

2 Poligonização

Nas subseções seguintes faremos uma breve descrição dos métodos implementados para poligonizar uma superfície implícita. Ao aplicarmos técnica *Marching Tetrahedra* obtemos uma triangulação inicial do modelo, que como poderá ser visto nas Seção 4 apresenta triângulos com qualidade muito inferior. Para contornarmos esse problema, aplicamos uma técnica de suavização para melhorar seu aspecto.

2.1 Marching Tetrahedra

O método de *Marching Tetrahedra* avalia o valor da função implícita em todos os pontos de um tetraedro para detectar intersecções com a superfície que se deseja renderizar. Pela Figura 1 é possível visualizar os possíveis pontos de intersecção com a superfície. Se os sinais obtidos em cada ponto são diferentes, então, pelo Teorema do Valor Intermediário, pode-se dizer que o zero da função encontra-se entre os dois pontos com sinais opostos. A partir disso, podemos criar um conjunto de triângulos que descreverão a superfície implícita, onde os pontos que são os zeros da função encontrados serão vértices da malha.

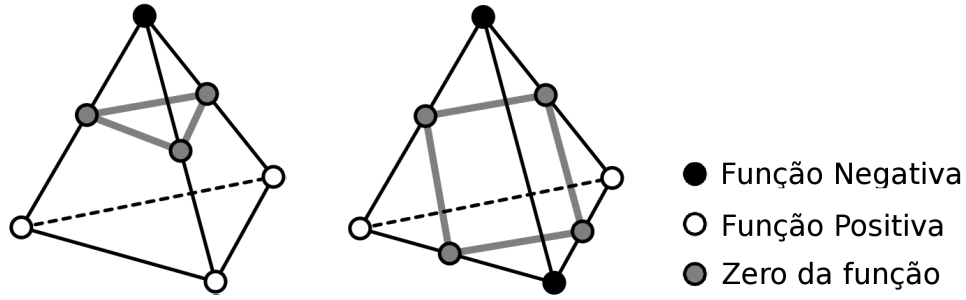


Figura 1: Dois possíveis casos de intersecção com a superfície, a menos de rotações. No caso em que a intersecção resulta em um quadrilátero, basta dividi-lo na diagonal para se obter uma malha apenas de triângulos

2.2 Suavização

A suavização aplicada é descrita por Botsch e Kobbelt [?]. Ela é baseada em mover um vértice para o baricentro do seu 1-anel, como é ilustrado na Figura 2. Dessa forma a qualidade dos triângulos ao longo da suavização é melhorada.

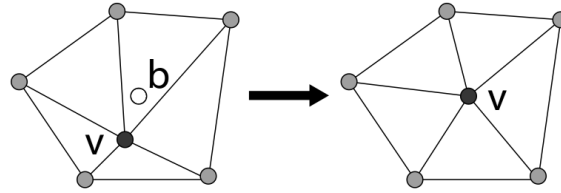


Figura 2: Ilustração do deslocamento de um vértice para o baricentro do seu 1-anel

A posição do novo vértice pode ser descrita como

$$\mathbf{v} = \mathbf{v} + \alpha(\mathbf{d}_v - (\mathbf{d}_v \cdot \mathbf{n}_v)\mathbf{n}_v)$$

, em que \mathbf{n}_v é a normal do vértice, α é um fator de relaxação, $\alpha \in [0, 1]$, e $\mathbf{d}_v = \mathbf{b}_v - \mathbf{v}$ é o vetor deslocamento entre a posição atual do vértice e o baricentro.

3 Detalhes de Implementação

Nessa seção discutiremos alguns detalhes pertinentes da técnica, que valem ser ressaltados. Entre eles, podemos destacar a estrutura de dados que foi utilizada, bem como o método aplicado para se encontrar os tetraedros que interceptam a superfície implícita.

3.1 Estrutura de dados

A estrutura de dados utilizadas para a implementação do método foi a matriz de adjacência. Tal estrutura permite o armazenamento dos vizinhos de cada vértice, o torna a implementação da suavização mais agradável e prática.

Podemos descrever uma matriz de adjacência como sendo uma matriz na qual as linhas representam os vértices e nas colunas a existência de vizinhança com outro vértice. Um exemplo gráfico pode ser visto na Figura 3. Note nesse mesmo exemplo que o 1-anel do vértice é facilmente recuperado fazendo um acesso apenas à linha que o representa.

Figura 3: Triangulação com sua respectiva matriz de adjacência

3.2 Decomposição do cubo

Inicialmente, para busca dos vértices que fazem parte da superfície criamos uma caixa que a envolve com segurança (Figura ??). Dessa forma, subdividimos tal caixa por caixinhas menores, que serão responsáveis por detectar intersecção com a superfície. A detecção é feita olhando-se o sinal em cada vértice dos mini-cubos. Caso haja algum vértice cujo sinal seja diferente dos demais, é aplicado uma decomposição em tetraedros.

Figura 4: Caixa de segurança utilizada. Tal caixa é decomposta em mini-cubos que serão utilizados para se encontrar intersecções com a superfície implícita

Indexando cada vértice como mostrado na Figura 5, podemos decompor cada cubo em seis tetraedros. Para cada tetraedro decomposto, novamente é aplicado o teste de intersecção e em caso positivo, procura-se pelo zero da função e então constroi-se a triangulação para a malha.

Figura 5: Decomposição do cubo em seis tetraedros

4 Resultados

Apresentamos nessa seção alguns resultados obtidos a partir da execução da técnica implementada.

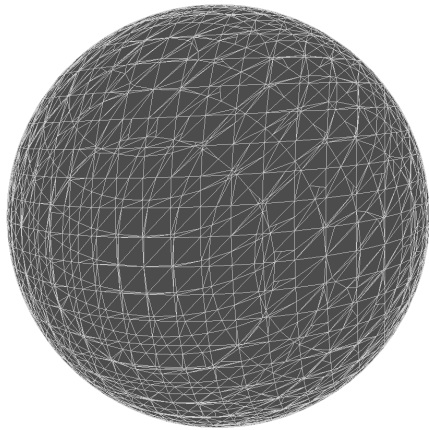
As superfícies que utilizamos como funções implícitas são bem conhecidas: esfera e toro e suas respectivas equações podem ser vistas nas Equações 1 e 2. Nas equações, R é definido como o raio da esfera e raio externo do toro, enquanto r é definido como o raio interno do toro.

$$\begin{array}{ll}
x^2 + y^2 + z^2 - R & \text{Equação da Esfera} \quad (1) \\
(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4(x^2 + y^2) & \text{Equação do Toro} \quad (2)
\end{array}$$

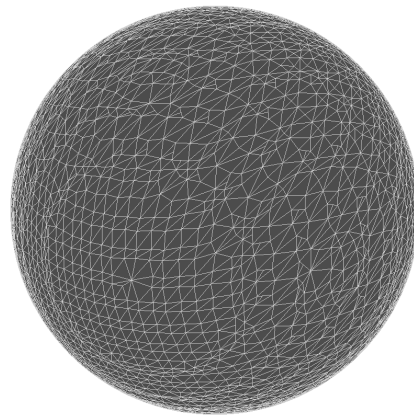
Podemos ver nas Figuras 6 e 7 que a malha original é dada com vários triângulos ruins, gerados a partir do algoritmo de *Marching Tetrahedra*. Com a aplicação da suavização, a qualidade visual dos triângulos foi aumentando. Essa melhora visual é comprovada através dos histogramas de qualidade apresentados nas Figuras 8 e 9. Podemos ver que, inicialmente, muitos triângulos possuíam qualidade inferior a 0.5. Tal índice diminui com o passar das iterações, chegando à convergência.

Referências

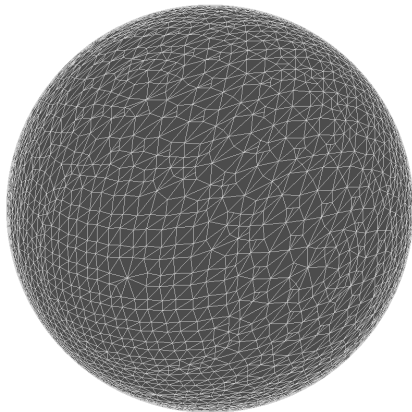
- [1] BLOOMENTHAL, J. *Graphics Gems: IV*, vol. 4. Morgan Kaufmann, 1994, ch. IV.8. An implicit surface polygonizer, pp. 324–350.
- [2] LORENSEN, W. E., AND CLINE, H. E. Marching cubes: A high resolution 3d surface construction algorithm. In *ACM Siggraph Computer Graphics* (1987), vol. 21, ACM, pp. 163–169.



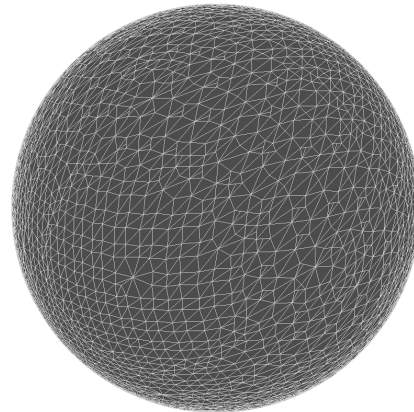
(a) Malha inicial



(b) 10 iterações de suavização



(c) 20 iterações de suavização



(d) 30 iterações de suavização

Figura 6: Malha de triângulos gerada para a esfera de raio 1

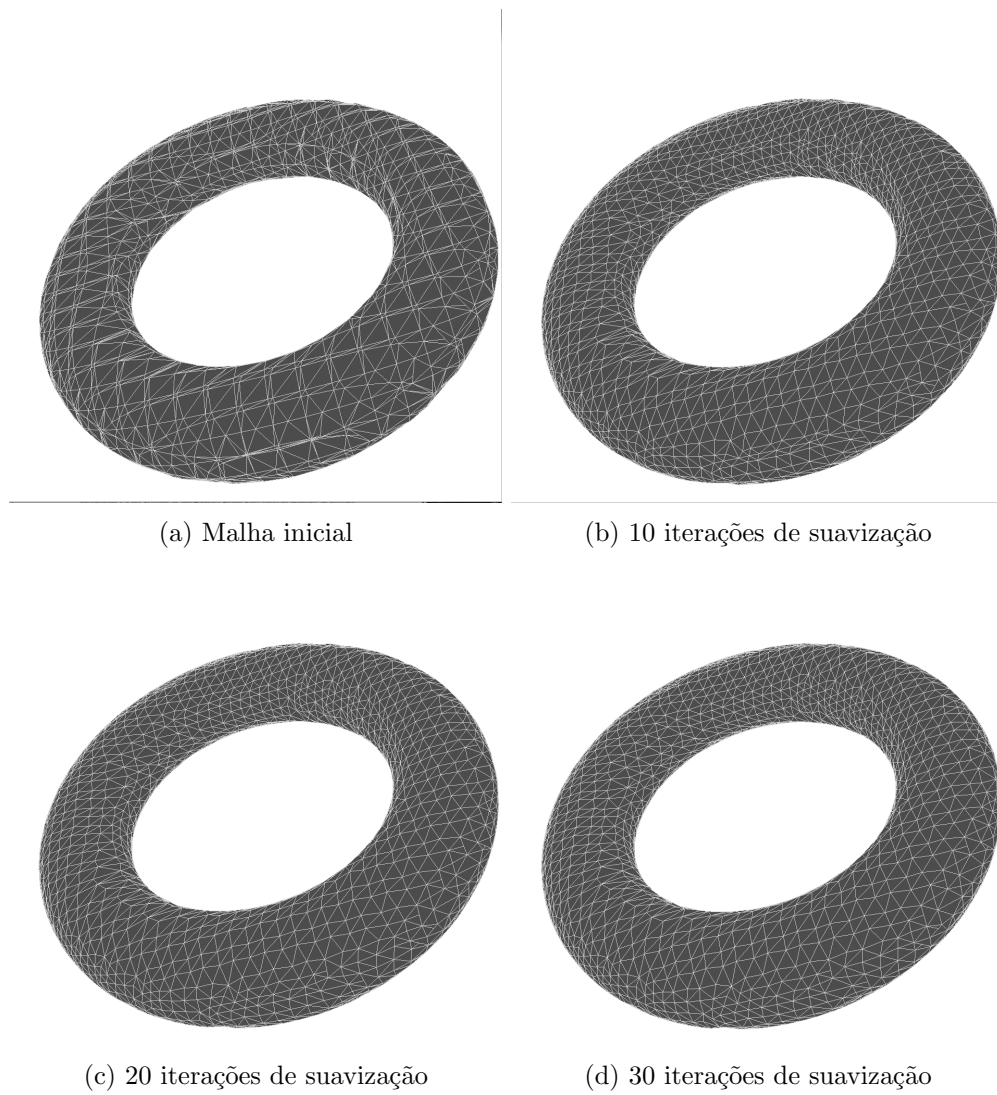
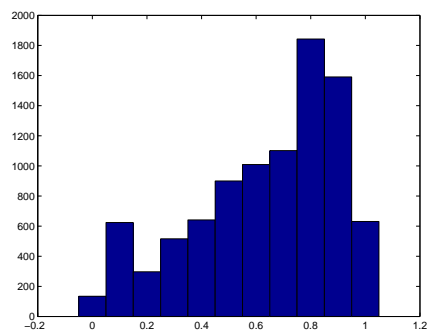
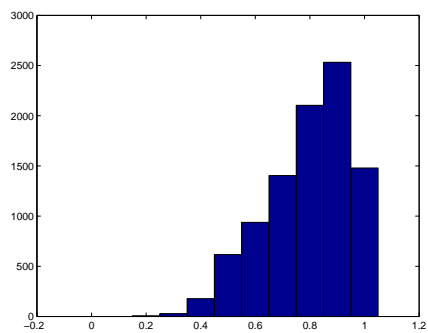


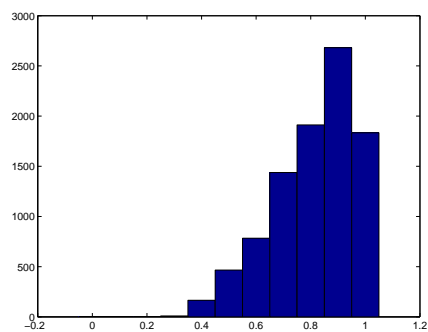
Figura 7: Malha de triângulos gerada para o toro com raios 1 e 0.25



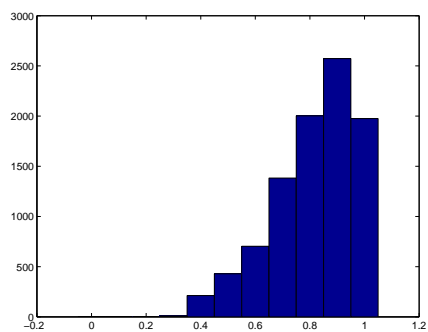
(a) Qualidade inicial



(b) 10 iterações de suavização

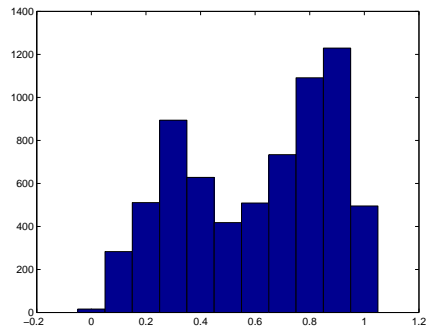


(c) 20 iterações de suavização

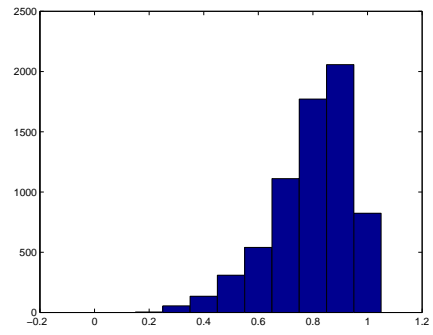


(d) 30 iterações de suavização

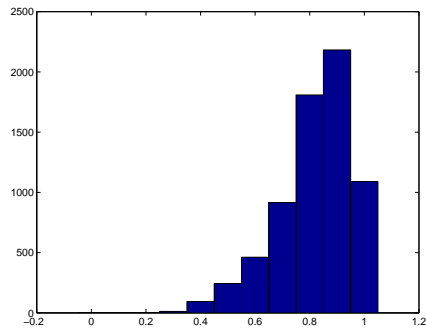
Figura 8: Histogramas de qualidade dos triângulos para a esfera de raio 1



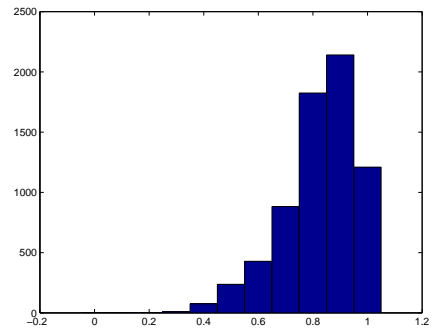
(a) Qualidade inicial



(b) 10 iterações de suavização



(c) 20 iterações de suavização



(d) 30 iterações de suavização

Figura 9: Histogramas de qualidade dos triângulos para o toro com raios 1 e 0.25