# Estudo do Controle de Pêndulo Inverso sobre Carro utilizando Rede Neural de Base Radial

Adriana de C. Drummond, Kleyton C. de Oliveira e Adolfo Bauchspiess

### [adriana, kleyton, adolfo]@ene.unb.br

GRACO – Grupo de Automação e Controle Departamento de Engenharia Elétrica UnB – Universidade de Brasília

**Abstract:** This paper presents preliminary results of the use of radial basis neural networks to control an inverted stick. Comparison of the strategy with a PI and a Fuzzy controller have been obtained using the MatWorks Simulink<sup>®</sup>. Main advantages of these aproach (RBF-controller) is the possibility of enhance the performance of the system by a new training procedure, without losing previous stored information.

# 1. Introdução:

O controle de sistemas não-lineares é um assunto que desperta grande interesse dos pesquisadores. Técnicas de controle clássica (controladores proporcionais, PD, PID) são baseados em modelos linearizados dos sistemas físicos, o que representa perda de informações, que muitas vezes são importantes para o funcionamento da planta com altos níveis de exigência.

Atualmente a utilização do denominado controle inteligente tem aberto uma nova perspectiva no tratamento de sistemas não-lineares e no projeto de seus controladores[1]. Muitos outros trabalhos foram desenvolvidos seguindo esta linha de pesquisa[6] na tentativa de desenvolver um controle mais versátil e robusto. Neste trabalho foram utilizadas redes neurais de Base Radial (RBF) para a implementação de um controlador inteligente.

Em alguns casos, as redes neurais determinam os parâmetros ou valores que sejam necessários para a determinação de um

controlador clássico [9]. Neste trabalho, o controlador será a própria rede neural, ou seja, a própria rede será inserida na malha do sistema. O treinamento obtem o modelo inverso do sistema dinâmico.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: A seção 2 descreve o modelo do sistema utilizado. Na seção 3 apresenta-se brevemente as redes neurais de base radial. Em 4 mostra-se o procedimento de treinamento para a obtenção do controlador a partir de amostras do comportamento desejado. A seção 5 mostra o aparato experimental utilizado e a seção 6 os resultados obtidos em laboratório. Uma conclusão fecha o trabalho.

# 2. Pêndulo Inverso sobre Carro:

O sistema físico utilizado neste trabalho, o pêndulo inverso com carro, está esquematizado na figura 1:

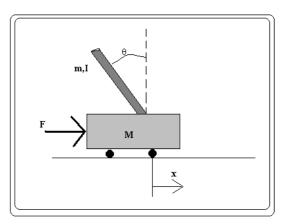


Fig 1: Pêndulo Inverso com Carro

Onde:

M: massa do carro (Kg);

m: massa do pêndulo (Kg);

F: força aplicada no carro (N);

*I*: inércia do pêndulo (Kg.m<sup>2</sup>);

 $\theta$ : ângulo que fornece a posição da haste (rad);

b: coeficiente de atrito (Nm/s).

O pêndulo inverso é um sistema dinâmico nãolinear, que é instável em malha aberta. O modelamento dinâmico considera o equilíbrio de de forças do sistema que, conforme está mostrado na figura 2, [8].

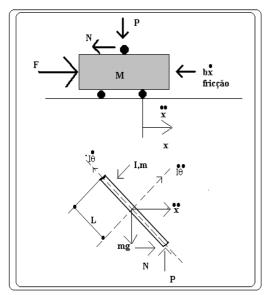


Fig02: Análise de Forças do Pêndulo Invertido com Carrinho

Onde x é a posição do carrinho e  $\theta$  é a posição do pêndulo. As variáveis  $\dot{x}$ ,  $\ddot{x}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  são respectivamente velocidade e aceleração, linear e angular.

Pelo equilíbrio de forças, pode-se obter a equação das forças que influenciam o movimento do carro na direção horizontal[4]:

$$Mx + bx + N = F \tag{1}$$

As forças também poderiam ser somadas na direção vertical, porém nenhuma informação útil seria conseguida com este procedimento.

Somando as forças atuantes no pêndulo na direção horizontal obtém-se:

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta \tag{2}$$

Ao substituir a equação (2) na (1) tem-se a primeira equação dinâmica para este sistema:

$$(M+m)x+bx+ml\theta\cos\theta-ml\theta^2\sin\theta=F \quad (3)$$

Para se obter a segunda equação dinâmica, soma-se as forças perpendiculares ao pêndulo. Também são somados os momentos em torno do centróide do pêndulo.

$$P \operatorname{sen} \theta + N \cos \theta - mg \operatorname{sen} \theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x} \cos \theta$$

$$- Pl \operatorname{sen} \theta - Nl \cos \theta = I\ddot{\theta}$$
(4)

Através deste conjunto de equações é determinada segunda equação do sistema:

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \operatorname{sen} \theta = -ml\ddot{x} \cos \theta \tag{5}$$

Para linearizar este sistema algumas considerações devem ser tomadas, como: o ângulo  $\theta$  assume o valor  $\pi+\phi$ , onde  $\phi$  é um pequeno ângulo que indica o acréscimo na direção vertical, Com isso o  $\cos\pi$  =-1 e o  $\sin\pi$ =- $\phi$ . Também é considerado que a derivada segunda do ângulo  $\theta$  é nula . A partir dessas considerações consegue-se o seguinte conjunto de equações dinâmicas[4].

$$(I + ml2)\dot{\phi} - mgl \phi = ml\ddot{x}$$

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\dot{\phi} = F$$
(6)

Neste trabalho, o sistema pendular com carrinho tem os seguintes parâmetros físicos:

M=0,5 Kg; m= 0,12Kg; b=0,1 Nm/s I=0,006Kg.m<sup>2</sup>; G=9,8 m/s<sup>2</sup>; L=0,3 m.

A seguir serão descritas as redes neurais utilizadas neste trabalho.

# 3. Redes Neurais Artificiais de Base Radial (RBF):

A arquitetura da rede neural de base radial, é mostrada de forma esquematizada na figura 3:

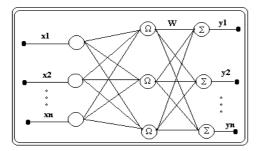


Figura 3: Rede neural de Base Radial

A rede RBF consiste de três camadas, sendo a primeira formada pelas n entradas, que estão completamente conectadas aos neurônios da segunda camada. A terceira camada é a camada de saída. Esta última camada é formada por nós caracterizados por um somatório simples com uma função de ativação linear [2][3].

A segunda camada tem como ativação uma função de base radial (gaussiana), sendo portanto esta radialmente simétrica.

$$f(x) = \exp[-(x - K_e)^2 / 2\sigma^2]$$
 (5)

onde  $K_e$  e  $\sigma$  são parâmetros que estão relacionados ao valor médio e ao espalhamento da gaussiana.

O treinamento desta rede pode ser feito em dois passos. O primeiro é o ajuste de funções de base radial por agrupamento estatístico, ou seja nesta fase é determinado o espalhamento  $\sigma$  da função gaussiana [3].

$$\sigma_i = ((\sum_{p=1,m} abs(c_i - c_{ip}))/m)^{1/2}$$
 (6)

onde  $c_{ip}$  é o centro do p-ésimo agrupamento próximo ao agrupamento i.[2][5]

Este primeiro passo é a fase de treinamento não-supervisionado. O segundo passo consiste em aplicar o algoritmo de regressão linear para o ajuste dos pesos das conexões da camada de saída. Esta é a fase de treinamento supervisionado.

Com a RBF tem-se, em geral, um treinamento mais rápido e uma melhor generalização quando comparado ao '*Perceptron*' multicamadas, além de não apresentar o característico problema com mínimos locais que pode surgir com as MLP's. Uma outra grande vantagem, que foi de grande importância para a sua utilização neste trabalho, foi a possibilidade de se realizar o treinamento incremental desta rede, ou seja, podem-se utilizar as informações já assimiladas pela rede em estágios anteriores em um novo treinamento.

#### 4. Treinamento do Controlador Neural:

A utilização da rede neural como controlador, depende do seu treinamento para esta função. A entrada da rede foi composta pela posição e velocidade do carro e pela posição e velocidade angulares do pêndulo e a saída desejada foi a força aplicada ao carro para manter o pêndulo na posição invertida. Para o mapeamento inverso, os dados que de saída estão compondo o conjunto de entrada e vice-versa [6].

A fase de treinamento foi feita baseada nas expressões de ajuste de peso para a rede RBF mencionadas anteriormente, seguindo o esquema mostrado a seguir:

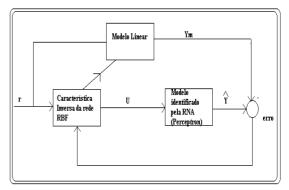


Figura 4: Diagrama de Blocos do Treinamento do Controlador Neural

Para a realização do treinamento foi utilizada a *Toolbox* de Redes Neurais do programa MATLAB 5. Foi apresentado à rede um conjunto de entrada-saída com 400 amostras, onde a saída da rede neural deveria ser um sinal quadrado de diversas amplitudes, sendo a entrada conseguida através de uma simulação do sistema quando esta entrada era aplicada.

Após o treinamento a rede RBF constituiu-se de 274 neurônios, sendo o espalhamento da função de ativação gaussiana de 0,5. O gráfico a seguir apresenta a soma quadrática do erro durante o treinamento da rede, além do sinal de saída desejado.

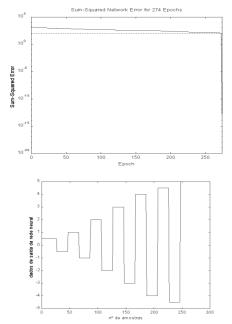


Figura 5: Gráfico do erro quadrático no treinamento e sinal de saída da rede desejado

Após o treinamento, a rede é inserida ao sistema atuando como controlador[6]. Com esta configuração, Figura 7. A referência para o sistema é a posição do pêndulo e do carro desejadas, tendo como saída as posições reais dos mesmos. O sinal produzido pelo controlador é a força necessária para produzir no sistema real o equilíbrio na posição invertida.

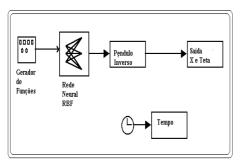


Figura 6: Diagrama de Blocos do Sistema de Pêndulo Invertido com um controlador neural

# 5. Procedimento Experimental

Para a realização das diversas simulações foi utilizado o SIMULINK<sup>®</sup> do MATLAB 5<sup>®</sup>. Como exemplo está mostrado a seguir o diagrama de blocos do pêndulo sendo controlado por um controlador PI.

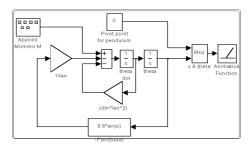


Figura 7: Diagrama de Blocos do Modelo Matemático do Pêndulo Inverso Simples

Após a fase de simulações foi iniciada a implementação física do sistema de pêndulo invertido sobre um carro. Para a realização desta fase foi utilizado um pequeno motor DC para o acionamento do carrinho e um pêndulo inverso com o comprimento L de sua haste variável. Para a aquisição de dados e realização do controle foi utilizada uma placa conversora A/D e D/A PC30D

O acionamento do motor é feito por um drive que tem seu funcionamento baseado em um programa escrito em C++ Builder [8], que gera um sinal de PWM [7].

O controlador neural e todas as simulações foram realizadas em um computador Pentium 133. O aparato experimental é mostrado na figura 8.



Figura 8: Protótipo do Pêndulo Inverso Simples com seu Controlador Neural.

Os testes do controlador em laboratório estão ainda em andamento.

#### 6. Resultados

Para a validação do funcionamento da rede neural utilizou-se um sinal diferente para as simulações do sistema com o controlador neural. Foi utilizado um sinal formado por ondas quadradas de mesma amplitude e o sistema deveria seguir este sinal de uma forma satisfatória, ou seja, mantendo o equilíbrio. O resultado conseguido utilizando o controlador baseado no treinamento inverso da rede neural RBF está mostrado a seguir:

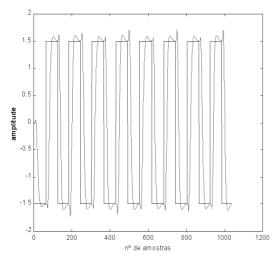
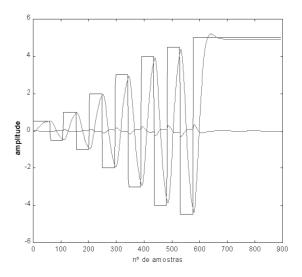


Figura 9: Gráfico do comportamento do sistema de pêndulo inverso com o controlador neural

Ao observar o gráfico, pode-se notar que o sistema manteve seu equilíbrio, mesmo apresentando algumas pequenas oscilações do pêndulo.

Para efeito de comparação foram realizadas simulações utilizando um controlador clássico do tipo PI, e um outro tipo de controlador inteligente, baseado em lógica fuzzy.

Com relação ao controlador PI foram aplicadas ao sistema dois diferentes sinais de entrada, o primeiro foi o sinal mostrado na figura 4 e o outro foi o conjunto de degraus utilizado na simulação anterior. Os gráficos estão mostrados a seguir, figura 10:



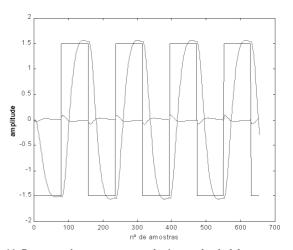


Figura 11: Respostas do comportamento do sistema de pêndulo inverso com o controlador clássico PI

Pode-se observar que o sistema possui uma certa dificuldade para acompanhar a posição desejada aplicada na entrada, porém continua mantendo o equilíbrio do pêndulo.

A última comparação é feita com o controlador fuzzy utilizado para equilibrar o pêndulo inverso. O comportamento do sistema está mostrado na figura 12.

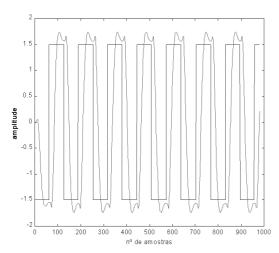


Figura 12: Resposta do sistema de pêndulo invertido com controlador fuzzy

O controlador fuzzy apresenta um desempenho tão bom quanto o controlador neural, o sistema acompanha o sinal de entrada de forma satisfatória, porém este controlador apresenta um valor de sobrepasso maior se comparado ao apresentado pelo controlador neural.

#### 7. Conclusão

Neste trabalho apresentam-se resultados preliminares da utilização de um controlador neural. Foi possível observar a robustez do controle inteligente se comparado ao controle clássico. Foi também observado a validade do método de determinação dos parâmetros da rede neural RBF baseado no treinamento inverso da apresentação dos pares de entrada-saída.

Com a obtenção de resultados do controlador neural acoplado ao sistema físico real espera-se obter novos aspectos relevantes ao uso de controladores inteligentes para sistemas não lineares.

#### Referência:

- [1] Gupta, Madan M. e Sinha, Naresh K.; Intelligent Control Systems, Theory and Applications; IEEE.
- [2] Suykens, Johan A K., Vanderwalle, Joos P.L., De Moor, Bart L.R.; Artificial Neural Networks for Modeling and Control of Non-Linear Systems; Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [3] Loesch, Claudio e Sari, Solange T.; *Redes Neurais Artificiais, Fundamentos e Modelos*; Editora da FURB, 1996.

- [4]Grupo de Pesquisa da Universidade de Michigan; *Example: Modeling na Inverted Pendulum*; Novembro de 1997.
- [5] Harris, C.J., Moore, C.G., Brown, M.; Intelligent Control – Aspects of Fuzzy Logic and Neural Nets; World Scientific, 1994.
- [6] Alsina, Pablo J., Gehlot Narpat S.; Análise Comparativa de Neurocontroladores para Manipulador Robótico; 10° Congresso Brasileiro de Automática e 6° Congresso Latino Americano de Controle Automático, 19 a 23 de Setembro de 1994. Rio de Janeiro, RJ.
- [7] Rashid, Muhammad H.; *Power Electronics-Circuits, Devices and Applications*; Prentice-Hall, 1993.
- [8] PC30D EDR, Software Developers Kit for Eagle Technology Boards (User Manual), 1998.
- [9] Bauchspiess, A.;, Drummond, A.C.; Romariz, A.R.S.: Servocontrole Não-Linear Auto-Sintonizado por Redes Neurais de Base Radial, I3.SBAI-Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, pp.430-435, Sept. 1997, Vitoria/ES