

Nachgiebigkeitsregelung von pneumatischen Aktoren

Fakultät für Mechatronik und Elektrotechnik
der Hochschule Esslingen

Masterthesis

zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Engineering

vorgelegt von

Christoph Marx

am 15. September 2015

in Kooperation mit
Festo AG & Co. KG, Esslingen

Betreuung: Prof. Dr.-Ing. Ralf Rothfuß
Dr.-Ing. Alexander Hildebrandt

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Arbeit selbstständig durchgeführt zu haben und keine weiteren Hilfsmittel und Quellen als die angegebenen genutzt zu haben.

Esslingen, den 15. September 2015

Kurzfassung

Bei der Mensch-Roboter-Kollaboration teilen sich Arbeiter und Roboter im Rahmen der flexiblen Fertigungsautomatisierung den selben Arbeitsraum. Um ein gefahrloses Zusammenarbeiten zwischen Mensch und Roboter ohne Schutzaun zu garantieren, gilt es, entsprechende Sicherheitsaspekte zu berücksichtigen. Ein Teilespekt ist dabei der Einsatz von nachgiebigen Robotersystemen, sodass der Schaden bei einem möglichen Kollisionsfall reduziert werden kann. Neben aktiven Nachgiebigkeitskonzepten, wie beispielsweise der Regelungstechnischen Weichschaltung, kommen auch passive Konzepte zum Einsatz, bei denen weiche und elastische Elemente in den Antrieben der Robotersysteme eingesetzt werden.

Pneumatische Aktoren besitzen aufgrund der Kompressibilität von Luft und des beschränkten Versorgungsdrucks eine systeminhärente Nachgiebigkeit, die für den Einsatz in der Mensch-Roboter-Kollaboration genutzt werden kann. Unter der Verwendung von zwei getrennten Ventilen zur Ansteuerung eines pneumatischen Antriebs besteht die Möglichkeit, neben der primären Positionsregelung zudem ein gewünschtes Druckniveau in den Kammern vorzugeben. Ziel ist es, die passive inhärente Nachgiebigkeit des Aktors durch die Wahl eines geeigneten Mitteldrucks zu beeinflussen.

In dieser Arbeit werden zwei nichtlineare modellbasierte Regelungskonzepte für Position und Mitteldruck vorgestellt. Durch die gezielte Vorgabe eines niedrigen mittleren Druckniveaus während der Bewegung, kann eine höchstmögliche Nachgiebigkeit des Aktors im Kollisionsfall ermöglicht werden. Die passive inhärente Nachgiebigkeit ist dabei im Augenblick des Aufschlags wirksam, da keine Reaktion auf die Kollision nötig ist.

Als übergeordnetes aktives Nachgiebigkeitskonzept wird zudem eine Admittanzregelung realisiert. Damit kann die Solltrajektorie des Positionsreglers dynamisch angepasst werden, um die Kraftwirkung bei Aktivierung des Reglers zu reduzieren. Mit der Kombination aus passiver und aktiver Nachgiebigkeit kann ein geeignetes Konzept zum Einsatz pneumatischer Antriebe in der Mensch-Roboter-Kollaboration vorgestellt werden.

Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung	i
Kurzfassung	ii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	2
1.2 Definition der inhärenten Nachgiebigkeit	3
1.3 Systemaufbau	4
1.4 Ziele der Arbeit	5
1.5 Regelungsaufgabe	5
2 Modellbildung und Systemidentifikation	7
2.1 Modellierung	7
2.1.1 Massenfluss der Proportionalventile	7
2.1.2 Druckaufbaudynamik im Schwenkantrieb	10
2.1.3 Bewegungsdynamik des Schwenkarms	12
2.1.4 Modell des Gesamtsystems	14
2.2 Parameteridentifikation	15
2.2.1 Pneumatische Kennwerte	15
2.2.2 Mechanische Kennwerte	20
2.3 Modellvalidierung	22
2.3.1 Massenfluss des Proportionalventils	22
2.3.2 Druckaufbaudynamik	23
2.3.3 Bewegungsdynamik	25
3 Systemanalyse	26
3.1 Linearisierung und Eigenwerte	26
3.1.1 Stationäre Punkte	26
3.1.2 Linearisierung um einen stationären Arbeitspunkt	27
3.1.3 Eigenwerte und Zeitkonstanten	29
3.2 Betrachtung der Eigenwerte bei variierendem Mitteldruck	30
3.3 Nachweis der differentiellen Flachheit	32
3.4 Aspekte der Bahnplanung unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen	34

4 Nichtlineare Regelungskonzepte für Position und Mitteldruck	36
4.1 Kompensation der Nichtlinearitäten des Strömungsverhaltens im Proportionalventil	37
4.2 Modellbasierter kaskadierter Regelungsansatz	38
4.2.1 Unterlagerter Druckregler	38
4.2.2 Positionsregler	40
4.2.3 Zustandsrückführung	42
4.2.4 Reglerauslegung	43
4.3 Flachheitsbasierter Regler für das Gesamtsystem	45
4.3.1 Übersicht zum flachheitsbasierten Entwurf	45
4.3.2 Entwurf einer flachheitsbasierten Folgeregelung	46
4.3.3 Realisierung des Reglertyps	51
4.3.4 Reglerauslegung	56
4.4 Vergleich der beiden Regleransätze	58
5 Beeinflussung der inhärenten Nachgiebigkeit	63
5.1 Vorgabe des Mitteldrucks	63
5.1.1 Beeinflussung des Bahnverhaltens für die Positionierung	64
5.1.2 Wahl des Mitteldrucks für die inhärente Nachgiebigkeit	65
5.2 Einhaltung des gewünschten Mitteldrucks bei Kollision	66
5.2.1 Kaskadierter Regler	67
5.2.2 Flachheitsbasierter Regler	69
6 Aktive Nachgiebigkeit: Admittanzregelung	70
7 Zusammenfassung	75
8 Ausblick	78
Symbolverzeichnis	79
Abbildungsverzeichnis	82
Literaturverzeichnis	85

1 Einleitung

In den letzten Jahren entwickelte sich die Mensch-Roboter-Kollaboration (MRK) zu einem Schwerpunktthema im Bereich der flexiblen Fertigungsautomatisierung. Dabei arbeiten Mensch und Roboter ohne Schutzzaun im selben Arbeitsraum, sodass der Roboter als flexibler Assistent an verschiedenen Orten mit schnell wechselnden Aufgaben beauftragt werden kann. Im Zuge dessen wird gefordert, dass eine sichere Anwendung von Robotern und Handlingssystemen möglich ist, damit zu keinem Zeitpunkt Gefahr für den Menschen im Arbeitsraum besteht.

Ein Teilaspekt eines Sicherheitskonzepts in der Mensch-Roboter-Kollaboration ist der Einsatz von nachgiebigen Robotersystemen. Damit kann der Schaden bei einer Kollision mit dem Menschen reduziert werden.

Zur Realisierung eines nachgiebigen Roboters gibt es aktive und passive Nachgiebigkeitskonzepte. Bei der aktiven Nachgiebigkeit wird das Robotersystem mit Hilfe von Regelungstechnischen Ansätzen weichgeschaltet. Dies kann beispielsweise mit der sogenannten Impedanzregelung realisiert werden, wie es beim *KUKA Leichtbauroboter LBR* der Fall ist (Abb. 1.0.1) [dI14].

Eine andere Möglichkeit ist das aktive Begrenzen der Antriebsmomente im Kontaktfall, wie es beim *UR5* von *Universal Robots* umgesetzt wurde [UR512]. Beide Konzepte sind allerdings im Augenblick des Aufschlags nicht wirksam, da die Regler nicht schnell genug sein können.



Abb. 1.0.1: *KUKA LBR iiwa* [iiw15]

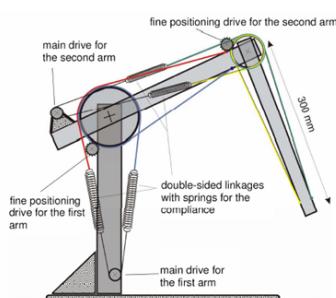


Abb. 1.0.2: Prinzip *Bio-Rob* [Klu05]

Passive Nachgiebigkeitskonzepte zielen darauf ab, weiche und elastische Elemente im Antriebsstrang einzusetzen. Im Falle des Roboters *BioRob* von *BionicRobotics* (Abb. 1.0.2) [Klu05] werden mechanische Federn eingebaut, um die Motormasse abzukoppeln. Die Federsteifigkeit ist dabei konstant, sodass die Nachgiebigkeit des Roboters nicht beeinflusst werden kann. Zudem muss eine verstehende Regelung eingesetzt werden, um eine entsprechende Positioniergenauigkeit zu erreichen.

Eine einstellbare Elastizität im Antriebsstrang wurde vom *DLR* mit dem System *Floating Spring Joint* [Wol11] realisiert. Über einen elektro-mechanischen Aufbau im Antrieb kann die Steifigkeit variabel eingestellt werden. Beide Konzepte sind beim Aufprall wirksam, da keine aktive Reaktion auf die Kollision nötig ist.

1.1 Motivation

Pneumatische Aktoren besitzen durch die Kompressibilität der Luft in den Druckkammern eine systeminhärente Nachgiebigkeit, die für den Einsatz im MRK-Bereich genutzt werden kann. Zudem ist eine Begrenzung der verfügbaren Antriebskraft aufgrund des beschränkten Versorgungsdrucks vorhanden. In bestehenden Arbeiten der Servopneumatik [Gö04] [Hil09] wurden Bahnfolgeregelungen für pneumatische Aktoren entwickelt, bei denen ein 5/3-Wegeventil die Luftströme in die Druckkammern steuert. Dabei ist der Druck in den Kammern allein von der vorgegebenen Bewegung abhängig, sodass die Luftfeder nicht einstellbar ist (Abbildung 1.1.1).

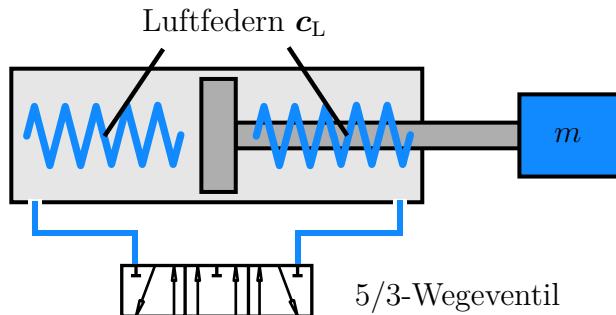


Abb. 1.1.1: Nicht einstellbare Luftfeder in einem pneumatischen Aktor

Werden für die Bahnfolgeregelung der Bewegung zwei getrennte Proportionalventile eingesetzt, so steht durch die Mehrgrößenregelung ein weiterer Freiheitsgrad zu Verfügung. Neben der benötigten Druckdifferenz für die Bewegung des Aktors kann das mittlere Druckniveau (Mitteldruck) der Kammern in gewissen Grenzen vorgegeben werden [Gö04]. Die Luftfedern lassen sich somit variabel einstellen (Abbildung 1.1.2).

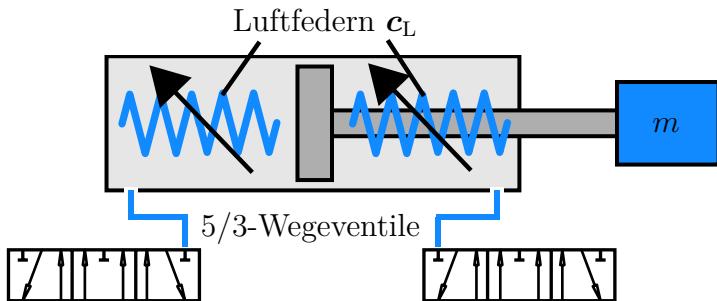


Abb. 1.1.2: Einstellbare Luftfeder in einem pneumatischen Aktor

In dieser Arbeit soll gezeigt werden, inwieweit es möglich ist, das mittlere Druckniveau während einer Bewegung vorzugeben, um damit die inhärente passive Nachgiebigkeit des pneumatischen Antriebssystems zu beeinflussen. Zudem soll untersucht werden, wie aktive Nachgiebigkeitskonzepte einsetzbar und kombinierbar sind.

1.2 Definition der inhärenten Nachgiebigkeit

Die inhärente Nachgiebigkeit von pneumatischen Antrieben ist einerseits definiert über die Beschränktheit des Versorgungsdrucks, sodass das maximale Antriebsmoment im Kontaktfall begrenzt ist. Zum anderen besitzen die Druckkammern von pneumatischen Antrieben eine gewisse Federsteifigkeit durch die Kompressibilität der Luft in den Kammern.

Die Federsteifigkeit eines abgeschlossenen Luftvolumens (siehe Abbildung 1.2.1) kann nach [Mur06] definiert werden als

$$c_L = \frac{dF_L}{dx_L} = \frac{A}{x_{0,L} - x_L} \cdot n \cdot p_L, \quad (1.1)$$

mit A_L = Kolbenfläche, $x_{0,L}$ = Anfangslänge des Volumens, x_L = aktuelle Länge des Volumens, n = Polytropenkonstante, p_L = Druck im Volumen.

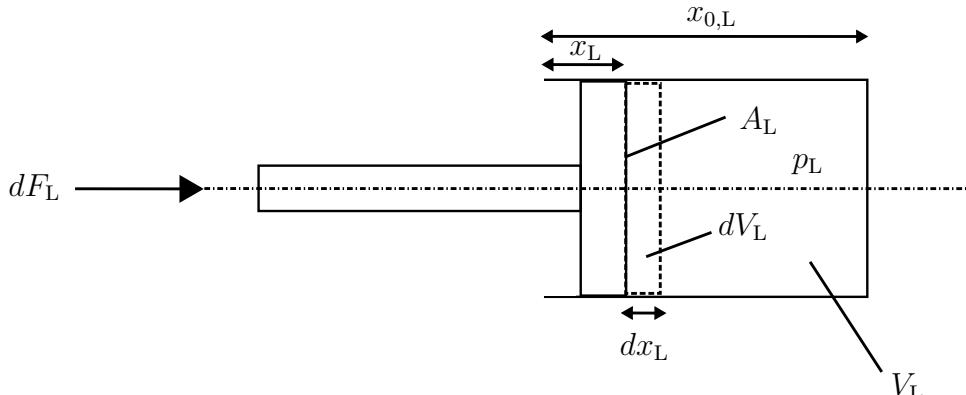


Abb. 1.2.1: Komprimierung eines abgeschlossenen Luftvolumens

Demnach ist die Steifigkeit der Luftfeder in einer Druckkammer maßgeblich abhängig von dem herrschenden Druck p_L , sowie von der Größe des Volumens während der Kompression. Je größer der Kammerdruck, desto steifer ist die Luftfeder. Gleichermaßen gilt für die aktuelle komprimierte Länge x_L : je weiter der Kolben in die Kammer gedrückt wird, desto steifer wird die Luftfeder.

Da die Größe der Kamervolumens durch die vorgegebene Bewegungsbahn definiert ist, kann die Steifigkeit der Luftfeder im Rahmen dieser Arbeit rein durch den herrschenden Kammerdruck beeinflusst werden. Mit dem mittleren Druckniveau p_m der beiden Druckkammern, zeigt sich, dass die Steifigkeit der beiden Kamervolumen proportional zum herrschenden Mitteldruck ist:

$$c_L \sim p_m. \quad (1.2)$$

Wird neben der Position des pneumatischen Aktors zudem der Mitteldruck der Kammern geregelt, so ist die Nachgiebigkeit des Aktors im Augenblick des Aufschlags über den herrschenden Mitteldruck definiert.

1.3 Systemaufbau

Für die Umsetzung der Arbeit ist ein experimenteller Systemaufbau (siehe Abbildung 1.3.1) vorhanden. Den Kern des Aufbaus bildet ein pneumatischer Schwenkantrieb der Firma Festo (DSM-25), welcher von zwei MPYE-Proportionalventilen ($\dot{V}_{\max} = 100 \text{ L/s}$) angesteuert wird. Der pneumatische Aktor wird dabei als Antriebsachse für einen eingelenkigen Schwenkarm eingesetzt. Des Weiteren ist ein Winkelencoder (Auflösung: $10000/360^\circ$) an der Antriebswelle des Schwenkantriebs verbaut, sowie zwei Drucksensoren SPTE zur Messung der Kammerdrücke des Aktors. Der Schwenkantrieb liefert ein maximales Antriebsmoment von 5 Nm bei einer Kammerdruckdifferenz von 6 bar.

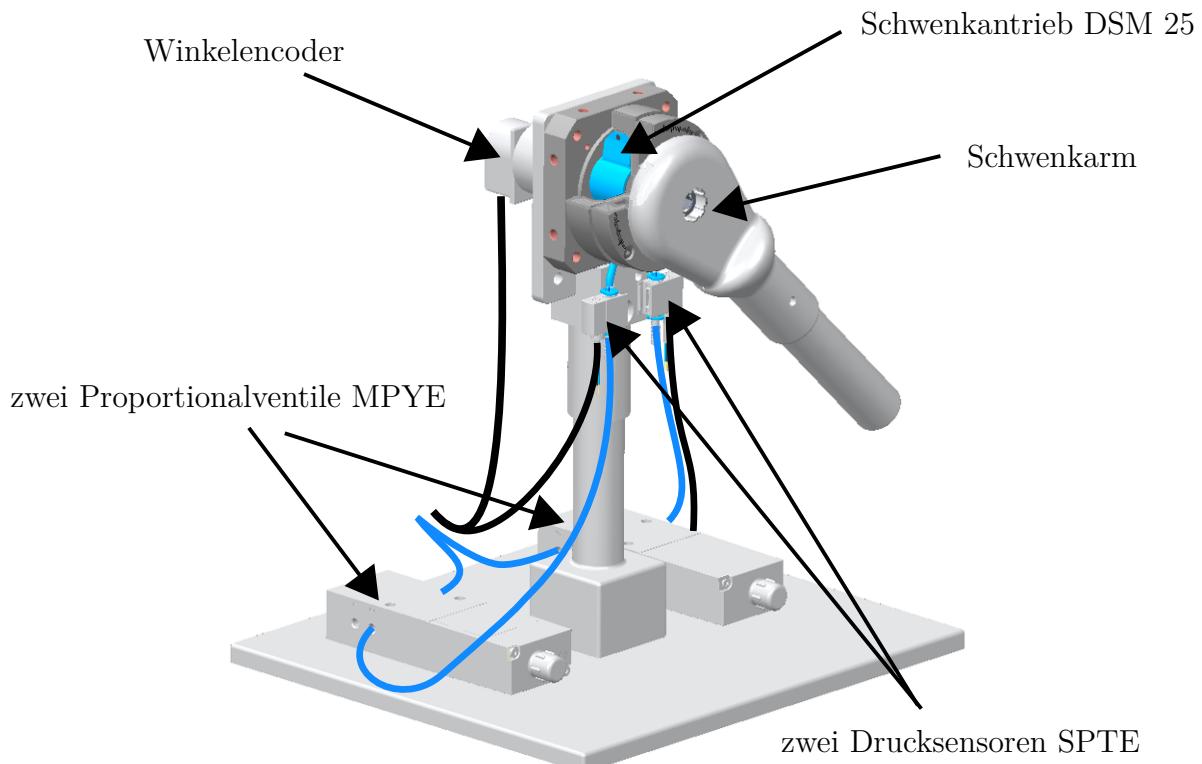


Abb. 1.3.1: Experimenteller Systemaufbau im Labor

Die Reglerentwürfe werden mit *MATLAB/Simulink* entwickelt und mit Hilfe des *MATLAB Simulink Coder* in C-Code gewandelt. Das *Real Time Interface* von *dSpace* ermöglicht anschließend das Ausführen des Codes auf einer *dSpace-Box* in Echtzeit.

1.4 Ziele der Arbeit

Aus der Motivation dieser Arbeit heraus, lassen sich folgende Ziele ableiten:

- (1) Modellbildung des Gesamtsystems sowie die Erarbeitung eines Simulationsmodells
- (2) Entwicklung nichtlinearer modellbasierter Folgeregler für Position und Mitteldruck
- (3) Strategie zur optimalen Nutzung der inhärenten Nachgiebigkeit während einer Bewegung für Nachgiebigkeit im Augenblick des Aufschlags
- (4) Erweiterung der inhärenten Nachgiebigkeit um ein aktives Nachgiebigkeitskonzept zur Beeinflussung der Nachgiebigkeit durch regelungstechnische Weichschaltung

1.5 Regelungsaufgabe

Die Regelungsaufgabe dieser Arbeit besteht im Wesentlichen darin den Schwenkarm des Gesamtsystems entlang einer zeitindizierten Positionstrajektorie zu bewegen. Zudem soll während der Bewegung zu jedem Zeitpunkt ein bewusst gewählter Mitteldruck in den Kammern eingehalten werden.

Die zu wählende gewünschte Trajektorie für den Mitteldruck wird im Laufe der Arbeit untersucht und festgelegt. Für die Bewegungsbahn werden polynomiale Referenztrajektorien für einen Arbeitspunktwechsel nach [Zei15] verwendet. Dabei wird für die Position ein Polynom der 7. Ordnung¹ verwendet, um der Forderung einer hinreichend oft differenzierbaren Solltrajektorie gerecht zu werden. Das allgemeine Polynom für eine Referenztrajektorie lautet

$$\varphi_d(t) = \varphi_0 + (\varphi_T - \varphi_0) \sum_{i=n+1}^{2n+1} a_i \left(\frac{t}{T} \right)^i, \quad (1.3)$$

mit Zeit $t \in [0, T]$, Transitionszeit $T > 0$, Laufvariable $i \in [n+1, 2n+1]$, Ordnung des SISO-Teilsystems n , Startposition $\varphi_d(0) = \varphi_0$, Zielposition $\varphi_d(T) = \varphi_T$, Koeffizienten des Polynoms a_i [Zei15].

Das Polynom erfüllt weiterhin die Bedingung, dass die höheren Ableitungen der Position im Start- und Zielpunkt Null sind:

$$\varphi_d(0)^{(i)} = \varphi_d(T)^{(i)} = 0, \quad i \in [0, n]. \quad (1.4)$$

Die Koeffizienten des Polynoms der Ordnung 7 für $n = 3$ ergeben sich nach [Zei15] zu:

$$a_{n+1} = 35, \quad a_{n+2} = -84, \quad a_{n+3} = 70, \quad a_{n+4} = -20. \quad (1.5)$$

¹Das Teilsystem des flachen Ausgangs Position besitzt die Systemordnung $n = 3$

1.5. REGELUNGSAUFGABE

Als Anforderungen an die Regelgüte wird ein gutes Bahnfolgeverhalten sowie hohe stationäre Genauigkeit gefordert. Es ist zu erwarten, dass die höchsten Bahnabweichungen zu Beginn der Bewegung auftreten, da pneumatische Antriebe eine ausgeprägte Haftreibung besitzen. Die stationäre Positioniergenauigkeit im Zielpunkt soll auch nach einer eintretenden Störung (Kollision, Wegdrücken des Arms) gutes Verhalten aufweisen und vor allem eine gute Wiederholgenauigkeit bieten.

Neben der passiven Nachgiebigkeit des Aktors, welche durch die explizite Mitteldruckregelung realisiert werden kann, soll eine übergeordnete Admittanzregelung als aktives Nachgiebigkeitskonzept umgesetzt werden. Mit der Kombination der beiden Regelungsaufgaben wird angestrebt, sowohl eine im Augenblick des Aufschlags wirksame Nachgiebigkeit, als auch eine aktive Nachgiebigkeitsregelung zu realisieren, die das Verhalten nach einer Kollision bei Wirksamkeit des Reglers beeinflusst.

2 Modellbildung und Systemidentifikation

Als Grundlage der modellbasierten nichtlinearen Reglerentwürfe für Position und Mitteldruck dient die Modellbildung des Gesamtsystems. Hierbei wird das System auf seine dynamischen Eigenschaften untersucht und die physikalischen Vorgänge mathematisch in Form von Differenzialgleichungen beschrieben. Mit Hilfe dieser Modellgleichungen wird ein Simulationsmodell in *Matlab/Simulink* entworfen, welches als Grundlage für den Reglerentwurf dient. Die anhand des Simulationsmodells entworfenen Regler werden darauf am realen System getestet und weiter optimiert.

Nach der Modellbildung folgt die Identifikation der einzelnen Modellparameter. Diese werden mit Hilfe von geeigneten Messverfahren am realen Systemaufbau im Labor identifiziert. Abschließend werden die Modellgleichungen validiert. Dabei werden Simulationsergebnisse mit Messergebnissen am realen System verglichen und so die Modelle gegebenenfalls weiter optimiert.

2.1 Modellierung

Die Modellierung des Gesamtsystems wird unterteilt in die Teilsysteme:

- Massenfluss der Proportionalventile
- Druckaufbaudynamik im Schwenkantrieb
- Bewegungsdynamik des Schwenkarms

2.1.1 Massenfluss der Proportionalventile

Proportionalventile dienen als Stellglied für pneumatische Aktoren im Bereich der Servopneumatik. Solche Ventile besitzen eine Schieber-Hülsen-Paarung, mit welcher sich ein variabler Luftstrom realisieren lässt. Durch das Anlegen einer Ventilspannung nimmt der Schieber eine bestimmte Position ein, und es stellt sich stationär ein entsprechender Massenfluss am Ventil ein. Maßgeblich für den sich einstellenden Massenstrom ist die durchströmte Querschnittsfläche im Ventil, sowie die beiden Drücke vor (primär) und nach (sekundär) dem Ventil.

2.1. MODELLIERUNG

Aus diesem Grund wird der Massenfluss nach der in ISO 6358 standardisierten C-b-Wert-Methode modelliert. Hierbei wird der Massenfluss über die beiden charakteristischen Größen C (pneumatischer Leitwert) und b (kritisches Druckverhältnis) beschrieben. Unter Vernachlässigung von Temperatureffekten wird der Massenfluss im Proportionalventil nach der C-b-Wert-Methode wie folgt modelliert:

$$\dot{m} = C(v) \cdot p_{\text{prim}} \cdot \rho_0 \cdot \Psi(b, q), \quad (2.1)$$

mit $C(v)$... nichtlinearer Ventileitwert in Abhängigkeit der Ventilspannung v , p_{prim} ... primärer Druck am Ventil, ρ_0 ... Normdichte der Luft, $\Psi(b, q)$... Durchflussfunktion in Abhängigkeit des kritischen Druckverhältnisses b und des Verhältnisses von sekundärem und primärem Druck q .

Der pneumatische Leitwert $C(v)$ repräsentiert dabei die Querschnittsfläche am Ventil, welche sich durch die Steuerkantengeometrie einstellt. Ein typischer Verlauf des pneumatischen Leitwerts für ein Proportionalventil ist in Abbildung 2.1.1.1 zu sehen.

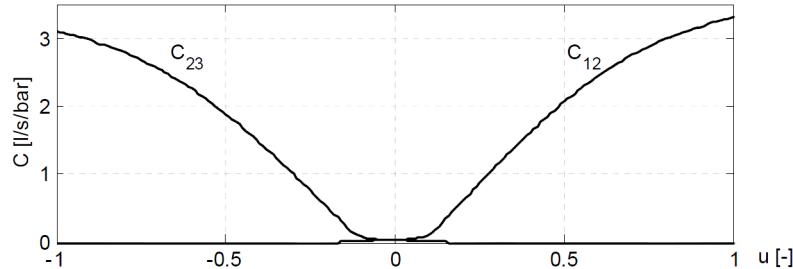


Abb. 2.1.1.1: Typischer Verlauf des pneumatischen Leitwerts in Abhängigkeit der Ventilspannung [Gö04]

Die zweite charakteristische Größe ist das kritische Druckverhältnis b , der Quotient aus sekundärem und primärem Druck an der Düse, bei welchem die Strömung in Schallgeschwindigkeit übergeht. Die Durchflussfunktion $\Psi(b, q)$ bildet diesen Effekt ab. Die Funktion zeigt den Verlauf des Durchflusses an einer Düse über dem anliegenden Druckverhältnis.

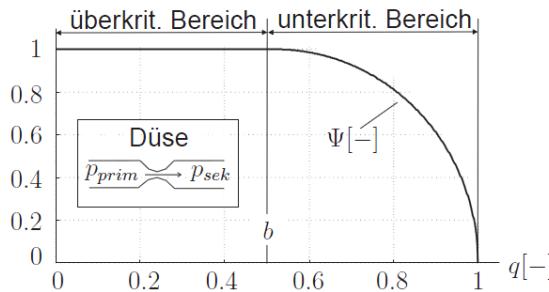


Abb. 2.1.1.2: Typischer Verlauf der Durchflussfunktion $\Psi(b, q)$ [Hil09]

2.1. MODELLIERUNG

In Abbildung 2.1.1.2 ist zu sehen, dass bei einem Druckverhältnis von $q = \frac{p_2}{p_1} = 1$ keine Masse mehr durch die Düse fließt. Bei steigendem primären Druck wird das Druckverhältnis kleiner und der Massenstrom steigt an (unterkritischer Bereich). Beim kritischen Druckverhältnis b erreicht die Strömung Schallgeschwindigkeit. In diesem sogenannten überkritischen Bereich steigt der Durchfluss nicht mehr weiter an. Das kritische Druckverhältnis einer idealen Düse liegt für Luft bei $b = 0.528$. Bei Proportionalventilen liegt aufgrund der Steuerkantengeometrie keine ideale Düse vor, sodass das kritische Druckverhältnis im Ventil kleiner als der ideale Wert ist.

Die Durchflussfunktion $\Psi(b, q)$ kann durch eine Wurzelfunktion angenähert werden

$$\Psi(b, q) = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{q-b}{1-b}\right)^2} & \text{für } q > b \\ 1 & \text{für } q \leq b \end{cases}, \quad (2.2)$$

mit b = kritisches Druckverhältnis, q = Verhältnis von sekundärem zu primärem Druck am Ventil.

Bei dem Systemaufbau im Labor wird jede Kammer mit einem 5/3-Wegeventil MPYE von Festo betrieben. Üblicherweise werden 5/3-Wegeventile für die Ansteuerung von zwei Druckkammern gleichzeitig verwendet, auf dessen Basis die schematische Brückenschaltung für pneumatische Leitwerte entworfen wurde (siehe Abbildung 2.1.1.3).

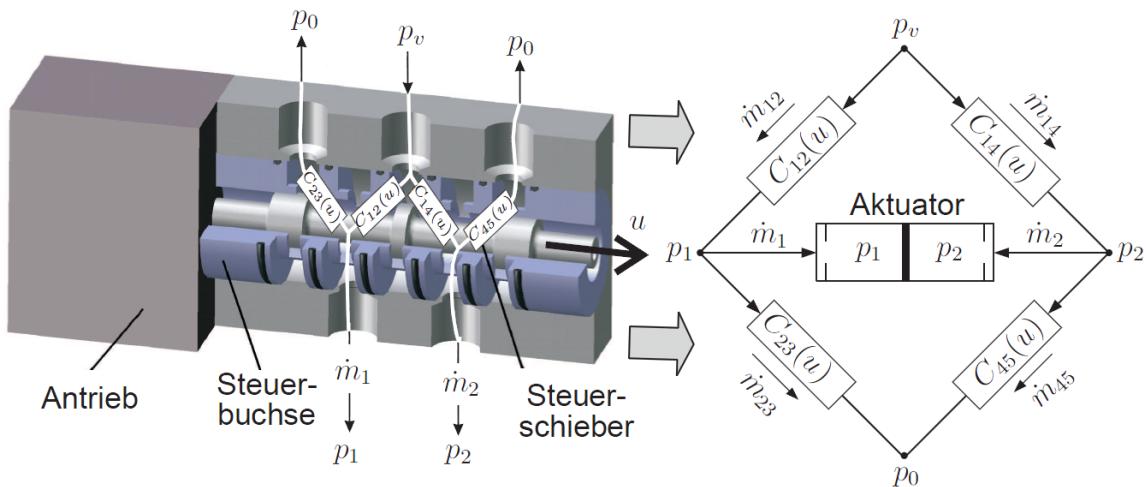


Abb. 2.1.1.3: Ansteuerung eines pneumatischen Aktors mit einem 5/3-Wegeventil [Hil09]

2.1. MODELLIERUNG

Diese Brückenschaltung kann für einen Betrieb mit zwei unabhängigen 5/3-Wegeventilen adaptiert werden. In diesem Fall wird pro Ventil nur eine Hälfte der Brückenschaltung benutzt (siehe Abbildung 2.1.1.4)

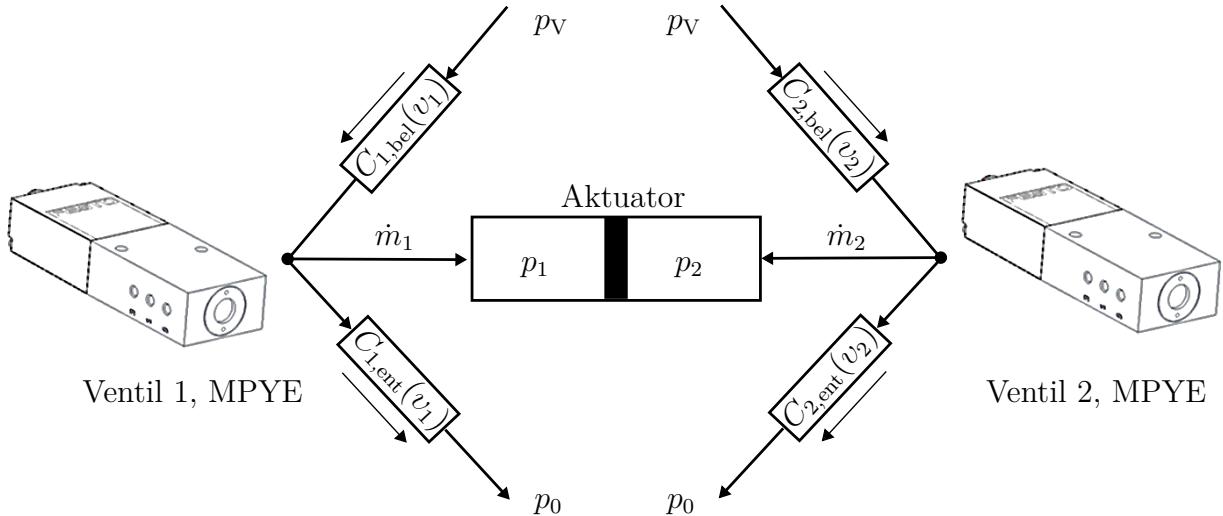


Abb. 2.1.1.4: Adaptierte Brückenschaltung für zwei 5/3-Wegeventile

Unter Vernachlässigung der Ventilleckage ergeben sich für die Massenflüsse \dot{m}_1 und \dot{m}_2 der beiden Proportionalventile:

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_1(p_1, v_1) &= C_{1,\text{bel}}(v_1)p_V\rho_0\Psi(b_{1,\text{bel}}, \frac{p_1}{p_V}) && \text{für } v_1 > 0, \\
 \dot{m}_1(p_1, v_1) &= -C_{1,\text{ent}}(v_1)p_1\rho_0\Psi(b_{1,\text{ent}}, \frac{p_0}{p_1}) && \text{für } v_1 \leq 0, \\
 \dot{m}_2(p_2, v_2) &= C_{2,\text{bel}}(v_2)p_V\rho_0\Psi(b_{2,\text{bel}}, \frac{p_2}{p_V}) && \text{für } v_2 > 0, \\
 \dot{m}_2(p_2, v_2) &= -C_{2,\text{ent}}(v_2)p_2\rho_0\Psi(b_{2,\text{ent}}, \frac{p_0}{p_2}) && \text{für } v_2 \leq 0.
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

2.1.2 Druckaufbaudynamik im Schwenkantrieb

Charakteristisch für pneumatische Aktoren ist die Dynamik der Kammerdrücke. Diese Dynamik beschreibt, wie sich die Drücke in Abhängigkeit des jeweiligen Massenstroms sowie der Bewegung des Aktors einstellen.

Für einen rotatorischen Schwenkantrieb ist in Abbildung 2.1.2.1 ein schematisches Schnittbild zu sehen. Die beiden Druckkammern werden durch einen Schwenkflügel (blau) getrennt. Die effektive Fläche A_{eff} am Schwenkflügel, mit welcher die Druckkraft erzeugt wird, ist für beide Seiten identisch. An den beiden Einlässen für die Massenströme \dot{m}_1 und \dot{m}_2 gibt es je ein Totvolumen ($V_{\text{tot}1}$, $V_{\text{tot}2}$), da der Schwenkflügel in einem gewissen Abstand zu den Einlässen an einem Anschlag stehen bleibt.

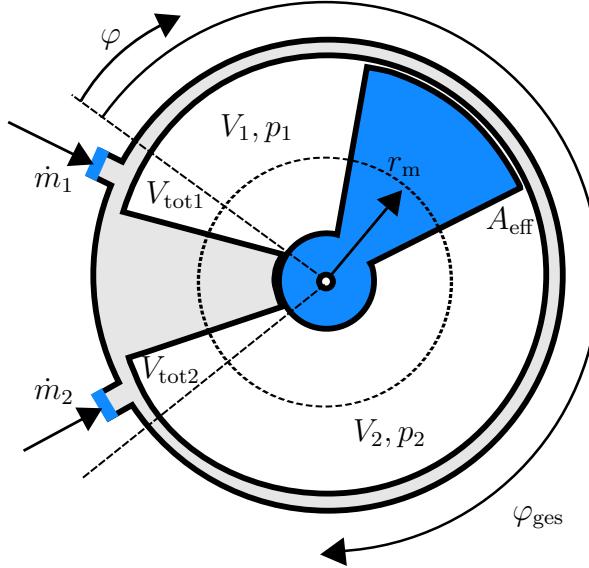


Abb. 2.1.2.1: Schematisches Schnittbild des verwendeten Schwenkantriebs

Das Volumen in einem rotatorischen Antrieb wird definiert über die effektive Fläche A_{eff} und dem Bogenmaß aus aktueller Winkelposition φ und dem mittleren Radius r_m :

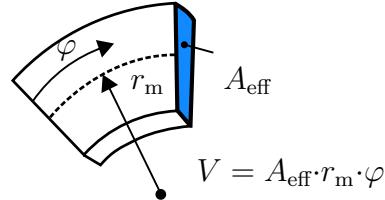


Abb. 2.1.2.2: Aufbau eines rotatorischen Volumens

Zur Vereinfachung wird hierfür eine neue Systemgröße eingeführt: Die effektive Fläche A_{eff} multipliziert mit dem mittleren Radius r_m wird definiert als spezifisches Volumen des Schwenkantriebs V_{spez} :

$$V_{\text{spez}} = A_{\text{eff}} \cdot r_m. \quad (2.4)$$

Mit Hilfe des spezifischen Volumens ergeben sich die Kamervolumina $V_1(\varphi)$ und $V_2(\varphi)$, sowie die zugehörigen Volumenänderungen $\dot{V}_1(\dot{\varphi})$ und $\dot{V}_2(\dot{\varphi})$ des Schwenkantriebs zu:

$$\begin{aligned} V_1(\varphi) &= V_{\text{spez}}\varphi + V_{\text{tot1}}, & V_2(\varphi) &= V_{\text{spez}}(\varphi_{\text{ges}} - \varphi) + V_{\text{tot2}} \\ \dot{V}_1(\dot{\varphi}) &= V_{\text{spez}}\dot{\varphi}, & \dot{V}_2(\dot{\varphi}) &= -V_{\text{spez}}\dot{\varphi}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Grundlage für die Modellierung der Druckdynamik ist der erste Hauptsatz der Thermodynamik für offene Systeme und der Annahme der Luft als ideales Gas. Eine Druckkammer

2.1. MODELLIERUNG

kann als ein offenes System angesehen werden, da ein Stoffaustausch durch die Massenströme sowie ein Wärmeübergang an den Zylinderwänden stattfindet. Unter der Annahme, dass die Kammertemperaturen konstant sind, und durch die Modellierung der Wärmeübergangseffekte als polytrope Zustandsänderung kann die Druckaufbaudynamik für den rotatorischen Schwenkantrieb folgendermaßen beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= \frac{n}{V_1(\varphi)} \left(RT_0 \dot{m}_1 - p_1 \dot{V}_1(\dot{\varphi}) \right), \\ \dot{p}_2 &= \frac{n}{V_2(\varphi)} \left(RT_0 \dot{m}_2 - p_2 \dot{V}_2(\dot{\varphi}) \right),\end{aligned}\quad (2.6)$$

mit p_i ... Kammerdruck, V_i ... Kamervolumen, \dot{V}_i ... zeitliche Änderung des Kamervolumens, $n \in [1, 1.4]$ Polytropenkonstante, \dot{m}_i ... einfließender Massenstrom in Kammer i , $R = 288$ spezifische Gaskonstante, $T_0 = 293$ K Temperatur im Normzustand [Hil09].

2.1.3 Bewegungsdynamik des Schwenkarms

Für die Modellierung der Bewegungsgleichung des Schwenkarms wird der Drallsatz zu Grunde gelegt. Nach dem Satz von d'Alembert ist die Summe aller Momente um das Drehzentrum gleich dem Trägheitsmoment des Systems multipliziert mit dessen Beschleunigung:

$$\sum M_i = J \ddot{\varphi}. \quad (2.7)$$

Die am Drehzentrum angreifenden Momente sind:

- Antriebsmoment M_A
- Moment der Gewichtskraft M_G
- Reibmoment M_R
- externes Lastmoment M_{ext}

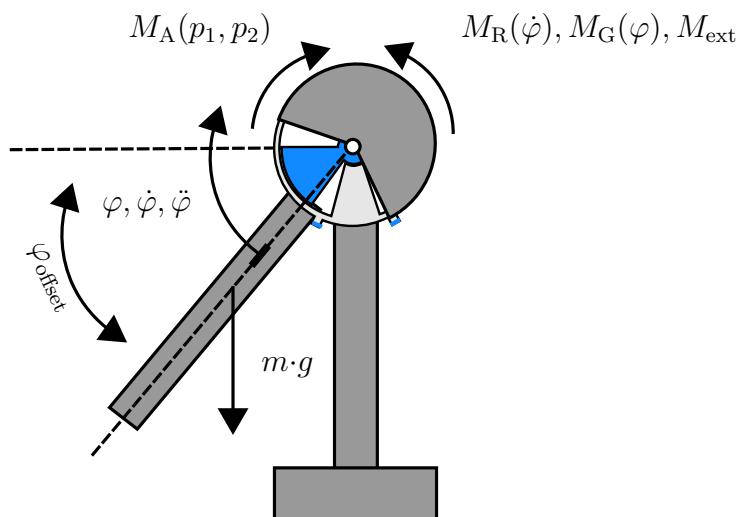


Abb. 2.1.3.1: Mechanisches Modell des Schwenkarms mit angreifenden Momenten

2.1. MODELLIERUNG

Die Differentialgleichung für die Winkelbeschleunigung ergibt sich nach Abbildung 2.1.3.1 zu:

$$\ddot{\varphi} = J^{-1} (M_A(p_1, p_2) - M_G(\varphi) - M_R(\dot{\varphi}) - M_{\text{ext}}). \quad (2.8)$$

Das Antriebsmoment des Schwenkantriebs berechnet sich aus dem spezifischen Volumen und der Druckdifferenz der Kammern:

$$M_A = V_{\text{spez}}(p_1 - p_2). \quad (2.9)$$

Die Gewichtskraft des Schwenkarms ergibt mit dem Abstand von dessen Schwerpunkt zum Drehzentrum das Moment der Gewichtskraft. Unter Berücksichtigung der Drehbewegung mit Winkel φ wird das Moment mit dem Kosinus von $\varphi - \varphi_{\text{offset}}$ multipliziert:

$$M_G(\varphi) = m_S g l_S \cos(\varphi - \varphi_{\text{offset}}). \quad (2.10)$$

φ_{offset} ist dabei der Winkel von $\varphi = 0^\circ$ (linker Anschlag des Schwenkflügels) zur Horizontalen.

Aufgrund der Dichtlippen am Schwenkflügel des Schwenkantriebs ergibt sich ein Reibmoment mit ausgeprägtem Haftreibungsanteil. Das Reibmoment setzt sich zusammen aus:

- viskoser Reibung
- Coulombscher Reibung
- dem Stribeck-Effekt: Übergang von Haftreibung zu Gleitreibung

$$M_R(\dot{\varphi}) = \underbrace{k_r \dot{\varphi}}_{\text{Viskose Reibung}} + \underbrace{M_C \tanh\left(\frac{\dot{\varphi}}{\dot{\epsilon}}\right)}_{\text{Coulombsche Reibung}} + \underbrace{(M_H - M_C) e^{-(\frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_s})^2} \tanh\left(\frac{\dot{\varphi}}{\dot{\epsilon}}\right)}_{\text{Stribeck-Effekt}}, \quad (2.11)$$

mit k_r ... Koeffizient der viskosen Reibung, M_C ... Coulombsches Reibmoment, M_H ... Haftreibungsmoment, $\dot{\varphi}_s$... Stribeckgeschwindigkeit, $\dot{\epsilon}$... Grenzgeschwindigkeit im Nullpunkt [Hil09].

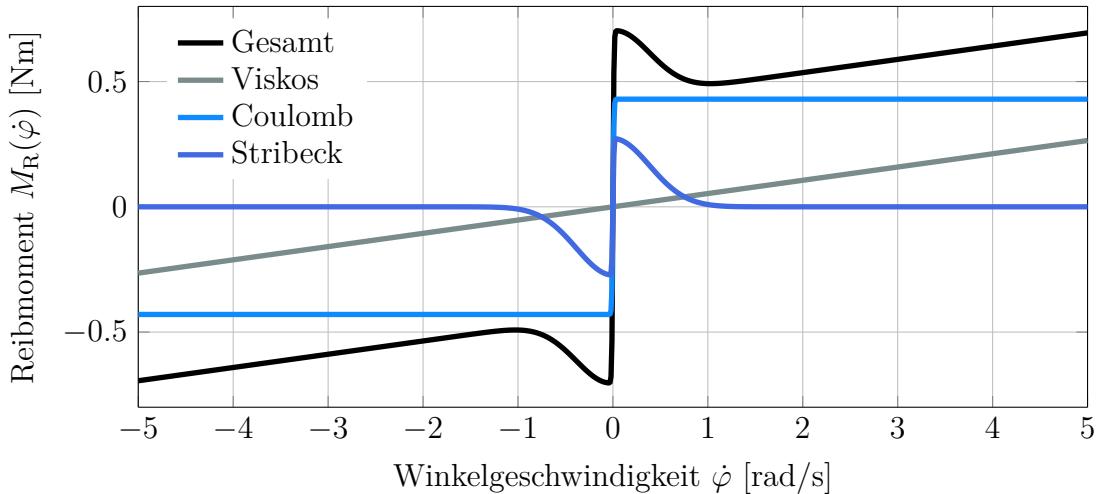


Abb. 2.1.3.2: Darstellung der verschiedenen Reibanteile

2.1.4 Modell des Gesamtsystems

Zusammenfassend kann das Gesamtsystem in nichtlinearer Zustandsdarstellung beschrieben werden als

$$\begin{aligned} \sum_{\text{MIMO}} : \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^4, \\ \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (2.12)$$

mit:

$$\begin{aligned} \text{Zustand} \quad \mathbf{x} &= [\varphi, \dot{\varphi}, p_1, p_2]^T, \quad n = 4, \\ \text{Eingang} \quad \mathbf{u} &= [v_1, v_2]^T, \quad m = 2, \\ \text{Messung} \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= [\varphi, p_m]^T = \left[x_1, \frac{x_3 + x_4}{2} \right]^T, \\ \mathbf{f} &= \begin{pmatrix} x_2 \\ J^{-1} (M_A(x_3, x_4) - M_R(x_2) - M_G(x_1) - M_{\text{ext}}) \\ \frac{n}{V_1(x_1)} (RT_0 \dot{m}_1(x_3, v_1) - x_3 \dot{V}_1(x_2)) \\ \frac{n}{V_2(x_1)} (RT_0 \dot{m}_2(x_4, v_2) - x_4 \dot{V}_2(x_2)) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Nach (2.3) lauten die Massenflüsse der Proportionalventile:

$$\begin{aligned} \dot{m}_1(x_3, v_1) &= C_{1,\text{bel}}(v_1) p_V \rho_0 \Psi(b_{1,\text{bel}}, \frac{x_3}{p_V}) && \text{für } v_1 > 0, \\ \dot{m}_1(x_3, v_1) &= -C_{1,\text{ent}}(v_1) x_3 \rho_0 \Psi(b_{1,\text{ent}}, \frac{p_0}{x_3}) && \text{für } v_1 \leq 0, \\ \dot{m}_2(x_4, v_2) &= C_{2,\text{bel}}(v_2) p_V \rho_0 \Psi(b_{2,\text{bel}}, \frac{x_4}{p_V}) && \text{für } v_2 > 0, \\ \dot{m}_2(x_4, v_2) &= -C_{2,\text{ent}}(v_2) x_4 \rho_0 \Psi(b_{2,\text{ent}}, \frac{p_0}{x_4}) && \text{für } v_2 \leq 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Das pneumatische Antriebsmoment $M_A(x_3, x_4)$ des Schwenkantriebs lautet nach (2.9):

$$M_A = V_{\text{spez}}(x_3 - x_4). \quad (2.15)$$

Das Reibmoment $M_R(x_2)$ im Schwenkantrieb ergibt sich nach (2.11) zu:

$$M_R(x_2) = k_r x_2 + M_C \tanh\left(\frac{x_2}{\dot{\epsilon}}\right) + (M_H - M_C) e^{-(\frac{x_2}{\dot{\epsilon}})^2} \tanh\left(\frac{x_2}{\dot{\epsilon}}\right). \quad (2.16)$$

Gemäß (2.10) lautet die Gewichtskraft $M_G(x_1)$:

$$M_G(x_1) = m_S g l_S \cos(x_1 - \varphi_{\text{offset}}). \quad (2.17)$$

Das externe Störmoment M_{ext} ist unbekannt und wird später mit Hilfe eines Störgrößenbeobachters geschätzt.

Die Kamervolumina und deren zeitliche Ableitungen lauten nach (2.5):

$$\begin{aligned} V_1(\varphi) &= V_{\text{spez}}\varphi + V_{\text{tot1}}, & V_2(\varphi) &= V_{\text{spez}}(\varphi_{\text{ges}} - \varphi) + V_{\text{tot2}}, \\ \dot{V}_1(\dot{\varphi}) &= V_{\text{spez}}\dot{\varphi}, & \dot{V}_2(\dot{\varphi}) &= -V_{\text{spez}}\dot{\varphi}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.2 Parameteridentifikation

Im folgenden Abschnitt wird vorgestellt, wie die einzelnen Parameter der Modellgleichungen identifiziert werden. Der Abschnitt wird dabei in pneumatische und mechanische Systemgrößen unterteilt.

2.2.1 Pneumatische Kennwerte

Gesamtvolumen und Totvolumina des Schwenkantriebs

Allgemein kann die Identifikation eines bestimmten Volumens mit Hilfe der Gleichungen für die isothermen Zustandsänderung eines Gases erfolgen. Bei der isothermen Zustandsänderung wird näherungsweise angenommen, dass die Temperatur vor und nach der Zustandsänderung konstant ist. Daraus folgt aus der idealen Gasgleichung:

$$\begin{aligned} pV &= mRT_0 = \text{const.}, \\ \rightarrow p &\sim \frac{1}{V}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Daraus ergibt sich folgende Beziehung für die Drücke und Volumina bei einer isothermen Zustandsänderung:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}. \quad (2.20)$$

Für die Identifikation eines beliebigen Volumens kann nun folgendes Messverfahren angewendet werden:

Schritt 1: Ein bekanntes definiertes Volumen wird mit einem gewissen Druck befüllt und verschlossen.

Schritt 2: Das zu identifizierende Volumen wird über eine Absperrarmatur mit dem definierten Volumen verbunden.

Schritt 3: Die Absperrarmatur wird geöffnet, sodass ein Druckausgleich stattfinden kann.

Das Gesamtvolumen nach der isothermen Zustandsänderung setzt sich zusammen aus dem definierten Volumen V_{def} , dem zu identifizierenden Volumen V_{ident} und dem Volumen des Verbindungsschlauchs V_{Schlauch} :

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{def}} + V_{\text{ident}} + V_{\text{Schlauch}}. \quad (2.21)$$

2.2. PARAMETERIDENTIFIKATION

Mit Hilfe von (2.20) kann nun das zu identifizierende Volumen berechnet werden:

$$\begin{aligned}\frac{V_{\text{def}}}{V_{\text{ges}}} &= \frac{p_{\text{ges}}}{p_{\text{def}}}, \\ V_{\text{ident}} &= V_{\text{def}} \cdot \frac{p_{\text{def}}}{p_{\text{ges}}} - V_{\text{def}} - V_{\text{Schlauch}}.\end{aligned}\quad (2.22)$$

Für das Gesamtvolumen und die beiden Totvolumina des Schwenkantriebs ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}V_{\text{ges,DSM}} &= 3.92 \cdot 10^{-5} \text{m}^3, \\ V_{\text{tot1,DSM}} &= 2.22 \cdot 10^{-6} \text{m}^3, \\ V_{\text{tot2,DSM}} &= 2.18 \cdot 10^{-6} \text{m}^3.\end{aligned}$$

Für die verwendeten Totvolumina in der Druckaufbaudynamik für die Kammerdrücke muss das jeweilige Totvolumen der Pneumatikschläuche zwischen Ventil und Schwenkantrieb berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned}V_{\text{tot1}} &= V_{\text{tot1,DSM}} + V_{1, \text{Schlauch}}, \\ V_{\text{tot2}} &= V_{\text{tot2,DSM}} + V_{2, \text{Schlauch}}.\end{aligned}\quad (2.23)$$

Das Volumen des Schlauchs berechnet sich allgemein für einen Zylinder mit

$$V_{i, \text{Schlauch}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{innen}}^2}{4} \cdot l_{i, \text{Schlauch}}. \quad (2.24)$$

Spezifisches Volumen des Schwenkantriebs

Die neu eingeführte pneumatische Systemgröße $V_{\text{spez}} = A_{\text{eff}} \cdot r_m$ repräsentiert den Aufbau des Volumens im Schwenkantrieb, sowie das generierte Antriebsmoment durch die herrschende Druckdifferenz in den Kammern.

Mit Hilfe der (2.9) für das Antriebsmoment kann V_{spez} mit Hilfe der Angaben aus dem Datenblatt des verwendeten Schwenkantriebs berechnet werden. Im Datenblatt wird angegeben, dass der Schwenkantrieb ein Antriebsmoment von 5 Nm bei einer Druckdifferenz von 6 bar liefert. Für das spezifische Volumen ergibt sich somit:

$$V_{\text{spez}} = \frac{M_A}{\Delta p} = \frac{5 \text{Nm}}{6 \cdot 10^5 \text{Pa}} = 8,33 \cdot 10^{-6} \text{m}^3. \quad (2.25)$$

Alternativ kann das spezifische Volumen mit Hilfe des identifizierten Gesamtvolumens berechnet werden. Das Gesamtvolumen von $3.92 \cdot 10^{-5} \text{m}^3$ bei dem Gesamtwinkel von 280° ergibt über die Definition des Volumens $V = V_{\text{spez}} \cdot \varphi$:

$$V_{\text{spez}} = \frac{V_{\text{ges,DSM}}}{\varphi_{\text{ges}}} = \frac{3.92 \cdot 10^{-5} \text{m}^3}{4.89 \text{rad}} = 8,03 \cdot 10^{-6} \text{m}^3. \quad (2.26)$$

Durchflussfunktion eines Proportionalventils

Zur Identifikation der Durchflussfunktion $\Psi(b, q)$ werden die Modellgleichungen für den Massenfluss des Proportionalventils, sowie die Druckaufbaudynamik für ein beliebiges konstantes Volumen verwendet.

Die Druckaufbaudynamik für ein beliebiges konstantes Volumen ($\dot{V} = 0$) ergibt sich zu:

$$\dot{p} = \frac{n}{V} RT_0 C(v) p_{\text{prim}} \rho_0 \Psi(b, q). \quad (2.27)$$

Die Gleichung kann nun nach der gesuchten Durchflussfunktion $\Psi(b, q)$ umgestellt werden:

$$\Psi(b, q) = \frac{\dot{p}}{p_{\text{prim}}} \cdot \underbrace{\frac{V}{nRT_0 C(v) \rho_0}}_{=\text{konst.}}. \quad (2.28)$$

Da die Durchflussfunktion anschließend auf eins normiert wird, kann der Faktor $\frac{V}{nRT_0 C(v) \rho_0}$ als Normierungsfaktor angesehen werden. Daraus folgt, dass die Durchflussfunktion proportional zur zeitlichen Ableitung des Kammerdrucks im Verhältnis zum primären Druck vor dem Ventil ist [Ger11]:

$$\Psi(b, q) \sim \frac{\dot{p}}{p_{\text{prim}}}. \quad (2.29)$$

Für das Messverfahren werden Belüftungs- und Entlüftungsvorgang im Ventil nun getrennt betrachtet. Dabei wird ein beliebiges konstantes Volumen einmal be- und entlüftet und jeweils die Kammerdrücke sowie die primären Drücke am Ventil gemessen. Aus (2.29) ergibt sich für die Durchflussfunktionen im Be- und Entlüftungsfall

$$\begin{aligned} \Psi(b, q)_{\text{bel}} &\sim \frac{\dot{p}_{\text{Kammer}}}{p_V}, \\ \Psi(b, q)_{\text{ent}} &\sim \frac{\dot{p}_{\text{Kammer}}}{p_{\text{Kammer}}}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Alternativ kann für die Identifikation der Durchflussfunktion ein Massenflusssensor verwendet werden. Basis für dieses Messverfahren ist die Differentialgleichung für den Massenfluss in einem Proportionalventil (2.1). Stellt man diese Differentialgleichung nach der gesuchten Größe $\Psi(b, q)$ um, so ergibt sich:

$$\Psi(b, q) = \frac{\dot{m}}{p_{\text{prim}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{C(v) \rho_0}}_{=\text{konst.}}. \quad (2.31)$$

Für das Messverfahren wird ein konstantes Volumen mit unterschiedlichen Versorgungsdrücken be- und entlüftet, um die Kennlinien der beiden Durchflussfunktionen für Belüftung

und Entlüftung zu identifizieren. Für $\Psi(b, q)_{\text{bel}}$ und $\Psi(b, q)_{\text{ent}}$ gilt dabei:

$$\begin{aligned}\Psi(b, q)_{\text{bel}} &\sim \frac{\dot{m}_{\text{bel}}}{p_V}, \\ \Psi(b, q)_{\text{ent}} &\sim \frac{\dot{m}_{\text{ent}}}{p_{\text{Kammer}}}.\end{aligned}\quad (2.32)$$

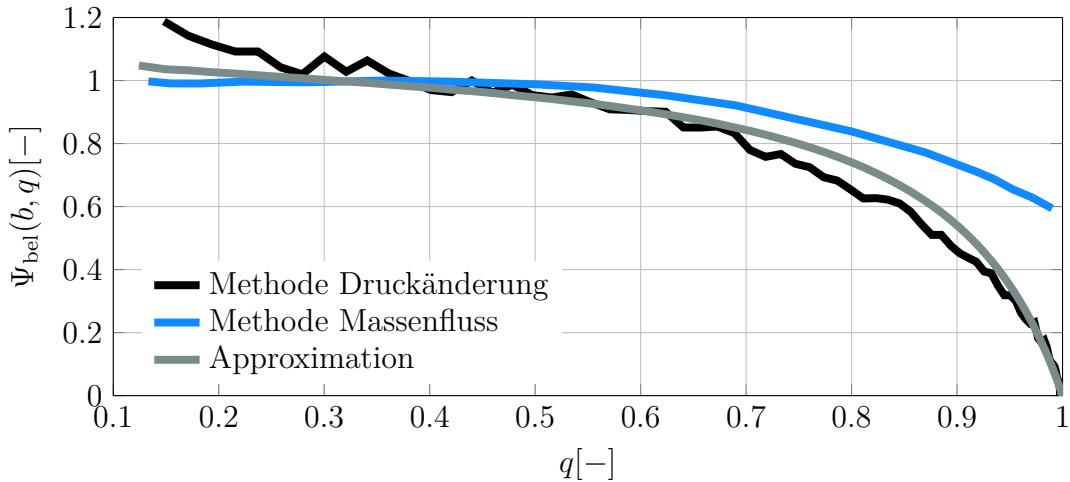


Abb. 2.2.1.1: Durchflussfunktion eines Belüftungsvorgangs mit Hilfe der beiden Messverfahren: Methode Druckänderung (schwarz), Methode Massenfluss (blau), Approximation (grau)

Es zeigt sich, dass die Methode Druckänderung im Bereich von kleinen Durchflüssen wesentlich genauer ist. Dies kann damit begründet werden, dass der Massenflusssensor im Kleinsignalbereich ungenau ist und zudem kleine Massenströme im Bereich um $q = 1$ gar nicht messen kann. Im überkritischen Bereich hingegen ist die Methode mit dem Massenflusssensor genauer. Die Approximation stellt eine gemittelte Durchflussfunktion aus den beiden Verfahren dar.

Pneumatischer Leitwert eines Proportionalventils

Nachdem die Durchflussfunktionen für die Ventile identifiziert sind, kann der pneumatische Leitwert $C(v)$ der Ventile ermittelt werden. Hierbei gibt es wieder zwei mögliche Messverfahren, um die Ventilkennlinie zu bestimmen. Ähnlich der Identifikation der Durchflussfunktion kann hier wieder auf eine Kombination von

- (1) Messung des Kammerdrucks und dessen zeitliche Änderung
- (2) Messung des Massenfluxes im Ventil

zurückgegriffen werden. Dabei wird eine Fusionierung der beiden Verfahren angestrebt, um die Vorteile der jeweiligen Messung zu kombinieren.

Grundlage für die beiden Messverfahren ist die Differentialgleichung des Kammerdrucks bei einem konstanten Volumen (2.27). Stellt man die Gleichung je nach Messverfahren nach der gesuchten Größe $C(v)$ um, so ergibt sich für

$$\text{Verfahren (1): } C_{\dot{p}}(v) = \frac{\dot{p}_{\text{Kammer}}}{p_{\text{prim}}\Psi(b, q)} \cdot \underbrace{\frac{V}{nRT_0\rho_0}}_{=\text{konst.}}, \quad (2.33)$$

$$\text{Verfahren (2): } C_{\dot{m}}(v) = \frac{\dot{m}}{p_{\text{prim}}\Psi(b, q)\rho_0}.$$

Für beide Messverfahren wird mit Hilfe des zu identifizierenden Ventils ein konstantes Volumen be- und entlüftet. Um den gesamten Spannungsbereich des Ventils zu vermessen, wird ein Sägezahnprofil für die angelegte Ventilspannung gewählt.

Problematisch bei der Messung des Massenflusses ist die Latenzzeit des Sensors. Vergleicht man die über die Zeit aufgenommenen Werte für $C_{\dot{m}}(v)$ und $C_{\dot{p}}(v)$, so kann man daraus die Latenzzeit ermitteln und berücksichtigen.

Wiederum ungenau ist der konstante Faktor $\frac{V}{nRT_0\rho_0}$ beim Messverfahren (1). Durch einen Vergleich der Maximalwerte aus $C_{\dot{m}}(v)$ und $C_{\dot{p}}(v)$ kann diese Unsicherheit angepasst werden.

In Abbildung 2.2.1.2 ist der identifizierte pneumatische Leitwert für das MPYE-Ventil der Kammer 1 dargestellt:

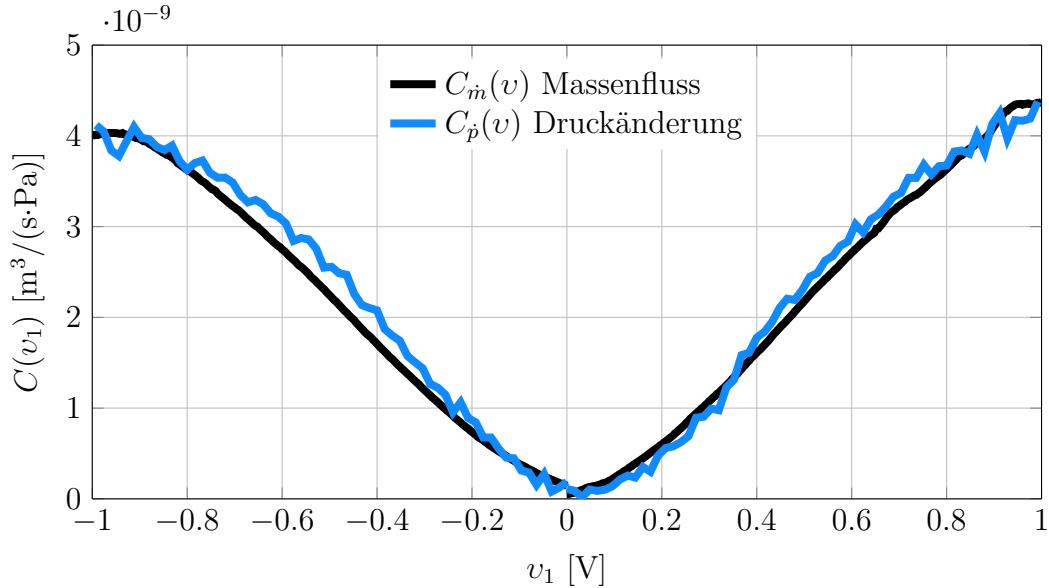


Abb. 2.2.1.2: Pneumatischer Ventilleitwert mit Hilfe der beiden Messverfahren: Verfahren Druckänderung (blau), Verfahren Massenfluss (schwarz)

2.2.2 Mechanische Kennwerte

Gewichtskraft des Schwenkarms

Die Gewichtskraft des Schwenkarms und dessen Schwerpunkt kann recht einfach ermittelt werden. Das Gewicht des Schwenkarms wird mit einer präzisen Waage gemessen:

$$m_S = 0,589 \text{ kg}.$$

Der Abstand vom Schwerpunkt der Stange zum Drehzentrum wird ermittelt, indem der Schwenkarm auf einer Kante ausbalanciert wird und die Länge zum Drehzentrum gemessen wird:

$$l_S = 0,19 \text{ m}.$$

Trägheitsmoment des Schwenkarms

Die Identifikation des Trägheitsmoments muss ohne die Kenntnis der Reibung des Systems erfolgen. Hierfür wird eine Integralvorschrift aus [Hil09] herangezogen und entsprechend für den rotatorischen Fall angepasst. Die grundlegende Idee dieses Identifikationsverfahrens ist es, die geschwindigkeitsabhängige Reibung mit Hilfe eines geeigneten Bahnverlaufs zu eliminieren. Grundlage hierfür ist die Gleichung

$$\int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}^2(\tau) d\tau = \int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}^2(\tau) d\tau, \quad (2.34)$$

bei der die Winkelbeschleunigung auf der rechten Seite mit der Differentialgleichung $\ddot{\varphi}(t) = J^{-1} (M_A(t) - M_R(t) - M_G(t))$ ersetzt wird:

$$\int_{t_s}^{t_e} J \ddot{\varphi}^2(\tau) d\tau = \int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}(\tau) ((M_A(\tau) - M_R(\tau) - M_G(\tau))) d\tau. \quad (2.35)$$

Stellt man die Gleichung nach dem gesuchten Trägheitsmoment um, so ergibt sich:

$$J = \frac{\int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}(\tau) \cdot ((M_A(\tau) - M_R(\tau) - M_G(\tau))) d\tau}{\int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}^2(\tau) d\tau}. \quad (2.36)$$

Der enthaltene Reibungsterm, welcher zum Zeitpunkt der Identifikation der Trägheit nicht vorliegt, kann nun mit Hilfe eines geeigneten Bewegungsablaufes, bei dem gilt:

$$\dot{\varphi}(t_s) \stackrel{!}{=} \dot{\varphi}(t_e). \quad (2.37)$$

eliminiert werden. Für die Annahme, dass das Reibmoment ausschließlich von der Winkelgeschwindigkeit abhängig ist, wird der Term für die Reibung mit Hilfe von (2.37) zu Null:

$$\int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}(\tau) \cdot M_R(\tau) d\tau = \int_{\dot{\varphi}(t_s)}^{\dot{\varphi}(t_e)} M_R(\dot{\varphi}) d\dot{\varphi} = 0. \quad (2.38)$$

2.2. PARAMETERIDENTIFIKATION

Somit kann das Trägheitsmoment ohne die Kenntnis der Reibung im System identifiziert werden:

$$J = \frac{\int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}(\tau) \cdot (M_A(\tau) - M_G(\tau)) d\tau}{\int_{t_s}^{t_e} \ddot{\varphi}^2(\tau) d\tau}. \quad (2.39)$$

Es sei angemerkt, dass für diese Integralvorschrift die Winkelbeschleunigung des Bahnverlaufs benötigt wird. Diese kann offline beispielsweise mit dem zentralen Differenzenquotienten berechnet werden. Ein anschließender Tiefpassfilter ist notwendig um das Beschleunigungs signal zu glätten.

Zur Verifizierung der identifizierten Trägheit wird eine bekannte externe Masse am Schwenkarm angebracht. Eine erneute Messung sollte abzüglich der Trägheit der bekannten Zusatzmasse wieder die identifizierte Trägheit des Schwenkarms ergeben.

Am System konnte ein Trägheitsmoment von $J = 0.027 \text{ kgm}^2$ identifiziert werden.

Reibung im Schwenkantrieb

Nachdem die Trägheit des Schwenkarms bekannt ist, kann die Reibung des Systems mit Hilfe des Drallsatzes ermittelt werden:

$$M_R = V_{\text{spez}}(p_1 - p_2) - m_S g l_S \cos(\varphi - \varphi_{\text{offset}}) - J \ddot{\varphi}. \quad (2.40)$$

Da das Reibmoment später über der Winkelgeschwindigkeit aufgetragen werden soll, wird versucht, eine Bahn abzufahren, in der eine gute Bandbreite als auch Auflösung der Geschwindigkeit gewährleistet werden kann. Die identifizierte Reibung, sowie die Approximation sind in Abbildung 2.2.2.1 dargestellt:

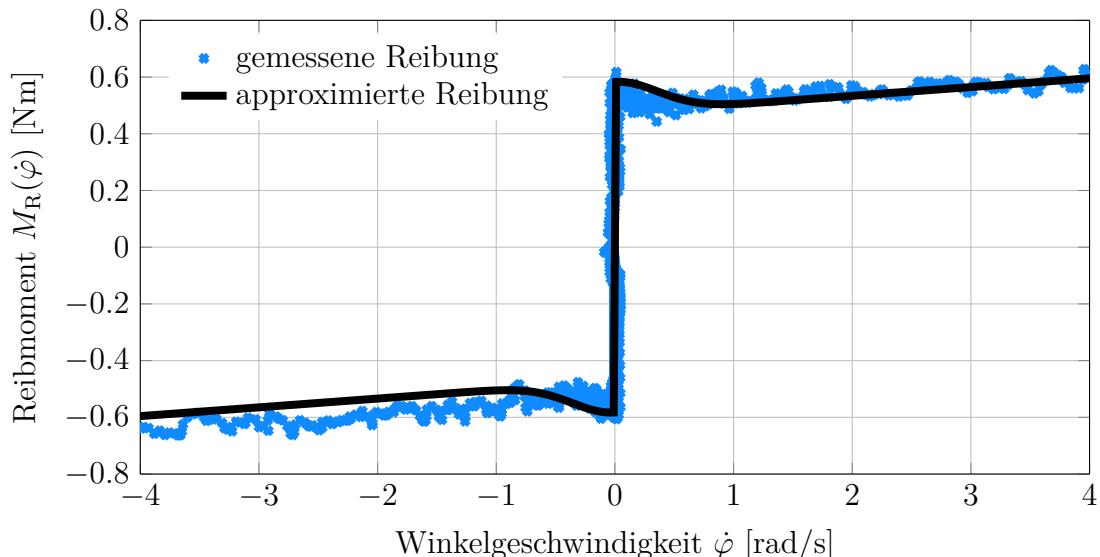


Abb. 2.2.2.1: Gemessene (blau) und approximierte (schwarz) Reibung

Zur Parametrierung der mathematischen Modellgleichung für die Reibung (2.11) wird das *Curve Fitting Tool* von *Matlab* verwendet und dafür der gemessene Reibungs- und Geschwindigkeitsverlauf herangezogen. Dabei ergeben sich folgende Parameter für die einzelnen Reibanteile:

$$\begin{aligned} k_r &= 0.03093, \\ M_C &= 0.47197, \\ M_H &= 0.6582, \\ \dot{\varphi}_s &= -0.5032, \\ \dot{\epsilon} &= 0.01. \end{aligned} \tag{2.41}$$

In der identifizierten Reibung des Schwenkantriebs kann eine ausgeprägte Haftriebung ausgemacht werden. Das Haftriebungsmautmoment liegt bei ca. 0.6 bis 0.7 Nm, was nahezu 20% des verfügbaren Antriebsmoments bei 6 bar ausmacht.

2.3 Modellvalidierung

Nach Abschluss der Modellbildung und Identifikation der Modellparameter wird das Systemmodell validiert. Dabei wird überprüft, inwieweit das reale System im Labor mit dem nachgebildeten Simulationsmodell übereinstimmt. Mit Hilfe einer Vorwärtssimulation werden die Steuersignale des realen Prüfstands parallel auf das Simulationsmodell gegeben. Die simulierten Signale für $[\varphi, \dot{\varphi}, p_1, p_2]$ werden dabei mit den gemessenen Signalen verglichen und das Simulationsmodell gegebenenfalls weiter optimiert.

2.3.1 Massenfluss des Proportionalventils

Im ersten Schritt der Modellvalidierung wird zunächst überprüft, wie gut das Modell der Proportionalventile mit der Realität übereinstimmt. Dabei wird ein konstantes Volumen be- und entlüftet. Hierfür wird ein Sägezahnprofil im Bereich [0 V, 10 V] für das Spannungssignal des Proportionalventils vorgegeben und die Massenflüsse für Be- und Entlüftung gemessen. Es sei angemerkt, dass der Messbereich der verwendeten Durchflusssensoren im Bereich $[2 \text{ l/min}, 200 \text{ l/min}]$ liegt, sodass die Signale nicht exakt auf der Abszisse liegen.

In Abbildung 2.3.1.1 sind der simulierte und der gemessene Massenfluss für einen Belüftungs- und Entlüftungsvorgang abgebildet, wobei das gemessene Signal um die angesprochene Latenzzeit korrigiert wurde. Durch entsprechende kleine Anpassungen der approximierten Ventilkennlinie sowie des kritischen Druckverhältnisses können beide Signale gut zur Deckungsgleichheit gebracht werden.

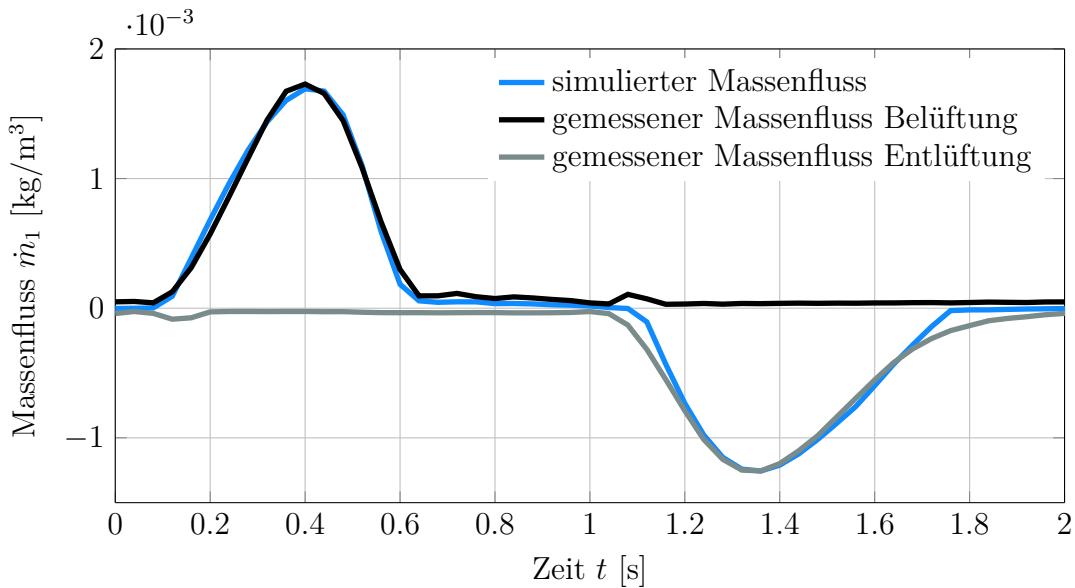


Abb. 2.3.1.1: Gemessener und simulierter Massenfluss für Ventil 1

Lediglich im niedrigen Spannungsbereich des Entlüftungsvorgangs weichen die beiden Massenflüsse voneinander ab. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass der Überdeckungsreich, welcher im Bereich von kleinen Ventilspannungen auftritt, nicht optimal nachgebildet wurde. Hier kommt es in der Realität zu Leckageströmen im Ventil. Die Ventilleckage wurde im Modell des Proportionalventils bewusst nicht mitmodelliert.

2.3.2 Druckaufbaudynamik

Druckaufbaudynamik während Arbeitspunktwechsel

Für die Validierung der Druckaufbaudynamik während einer Bewegung des Schwenkantriebs soll der Schwenkarm einem vorgegebenen Bahnverlauf für die Winkelposition folgen. Dabei wird ein Arbeitspunktwechsel des Schwenkarms zwischen 40° und 240° realisiert.

Problematisch bei der Validierung der Druckdynamik ist die Tatsache, dass der Kammerdruck schnell wegdriftet, wenn der simulierte Massenfluss mit dem echten Massenfluss nicht optimal übereinstimmt. Trotzdem konnte generell eine recht gute Übereinstimmung zwischen den simulierten und den gemessenen Kammerdrücken realisiert werden.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird im Folgenden nur der Kammerdruck p_1 betrachtet. Die Erkenntnisse der Validierung gelten allerdings für beide Druckkammern.

In Abbildung 2.3.2.1 sind die Verläufe für den Kammerdruck p_1 , dessen zeitliche Änderung sowie der Verlauf der Winkelposition φ und der Ventilspannung v_1 abgebildet.

2.3. MODELLVALIDIERUNG

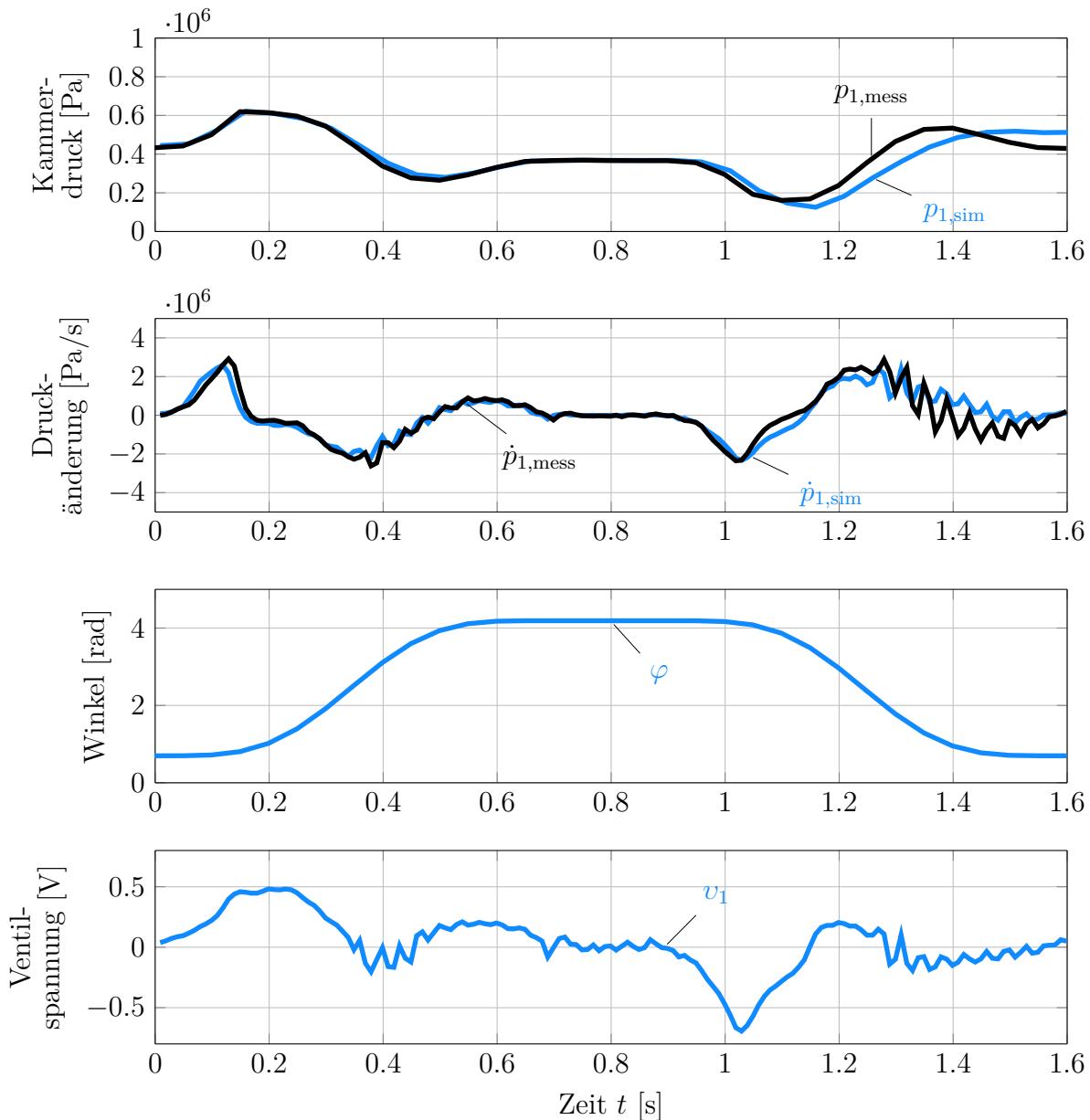


Abb. 2.3.2.1: (1): gemessener (schwarz) und simulierter (blau) Kammerdruck p_1 während eines AP-Wechsels (2): gemessene (schwarz) und simulierte (blau) Kammerdruckänderung \dot{p}_1 (3): Winkelposition (4): Ventilspannung v_1

In der Abbildung ist zu sehen, dass der simulierte Kammerdruck bei einem Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° (Belüftungsvorgang) sehr gut mit der Messung übereinstimmt. Bei der Gegenbewegung wird die Kammer 1 hauptsächlich entlüftet. Hier ist zu erkennen, dass der simulierte Kammerdruck p_1 beim Entlüftungsvorgang im Bereich von kleinen Spannungswerten wegdriftet. Dies ist auf die angesprochenen Leckageströme im Ventil zurückzuführen (vgl. Modellvalidierung Proportionalventil).

2.3.3 Bewegungsdynamik

Das Modell der Bewegungsdynamik wird ebenfalls während eines Arbeitspunktwechsels von 40° und 240° überprüft. Hier spielt vor allem die identifizierte und approximierte Reibung im Schwenkantrieb eine große Rolle. Durch eine leichte Anpassung der identifizierten Parameter konnten die simulierte Winkelposition und -geschwindigkeit mit den gemessenen Signalen recht gut zur Übereinstimmung gebracht werden. Die Ergebnisse der Validierung sind in Abbildung 2.3.3.1 zu sehen:

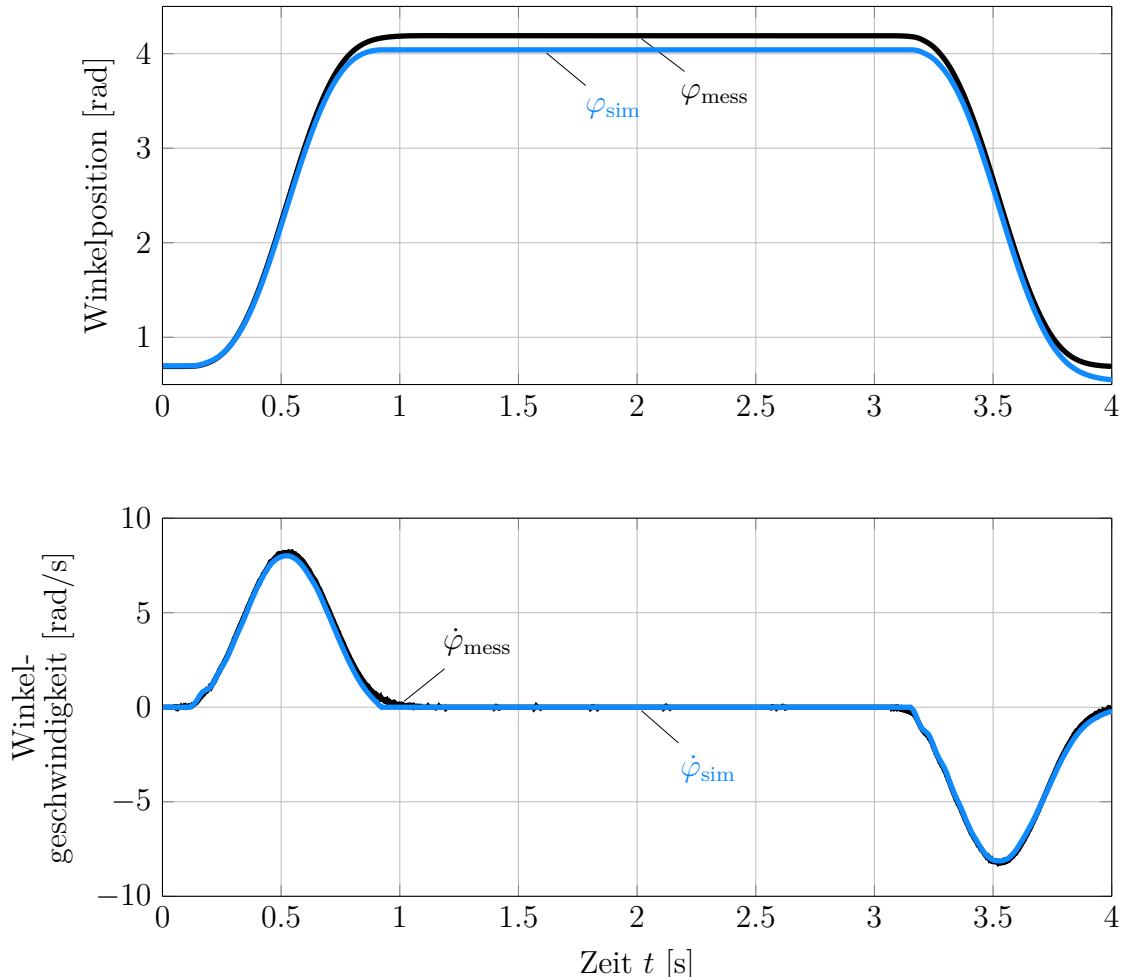


Abb. 2.3.3.1: Validierung des Modells der Bewegungsdynamik: Vergleich von Simulation (blau) und Messung am realen System (schwarz)

Obwohl die simulierte Geschwindigkeit mit der gemessenen recht gut übereinstimmt, besitzt die Position in der Ruhelage eine konstante Abweichung. Dies ist typisch für eine Simulation auf Basis zweier Integratoren. Aufgrund der ausgeprägten Reibung im Schwenkantrieb, kann die Beschleunigung nicht exakt zur Deckungsgleichheit gebracht werden. Durch die anschließende zweifache Integration für Geschwindigkeit und Position werden die Abweichungen immer weiter verstärkt.

3 Systemanalyse

Die Regelungsaufgabe dieser Arbeit ist es, den Schwenkarm entlang einer gewünschten Trajektorie für die Winkelposition unter Einhaltung eines gewünschten Druckniveaus (Mitteldruck) zu bewegen. Bevor die Regelaufgabe umgesetzt wird, gilt es, das System auf seine Regelungstechnisch relevanten Eigenschaften zu untersuchen.

Im ersten Schritt wird das Gesamtsystem linearisiert und die Lage der Eigenwerte bei verschiedenen stationären Arbeitspunkten betrachtet.

Danach wird die Lage der Eigenwerte des linearisierten Systems für die Wahl verschiedener Mitteldrücke untersucht, auf dessen Basis eine Aussage über die Steifigkeit des Systems in Abhängigkeit des Mitteldrucks getroffen werden kann. Anschließend wird das System auf seine Eigenschaft als differentiell flaches System überprüft. Durch die Verwendung von zwei unabhängigen Ventilen zur Ansteuerung der Kammerdrücke wird sich zeigen, dass das System unter einer geeigneten Wahl der flachen Ausgänge die Eigenschaft der Flachheit besitzt. Auf Basis dieses Flachheitsnachweises kann später ein Regler für Position und Mitteldruck entworfen werden.

Zu guter Letzt werden Aspekte der Bahnplanung unter dem Gesichtspunkt der Stellgrößenbeschränkung betrachtet, um später eine geeignete Transitionszeit für eine polynomiale Referenztrajektorie der Position planen zu können.

3.1 Linearisierung und Eigenwerte

Das System soll zur Analyse zunächst linearisiert werden, um so für verschiedene stationäre Arbeitspunkte die Eigenwerte und Zeitkonstanten des Systems zu berechnen.

3.1.1 Stationäre Punkte

Für die Berechnung von stationären Punkten (System in Ruhe) wird das Differentialgleichungssystem $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ zu Null gesetzt:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}. \quad (3.1)$$

Daraus ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ J^{-1}(M_A(x_3, x_4) + M_{\text{ext}} - M_R(x_2) - M_G(x_1)) \\ \frac{n}{V_{\text{spez}}x_1 + V_{\text{tot}1}}(RT_0u_1 - x_3x_2V_{\text{spez}}) \\ \frac{n}{V_{\text{spez}}(x_{1,\text{ges}} - x_1) + V_{\text{tot}2}}(RT_0u_2 + x_4x_2V_{\text{spez}}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Das Gleichungssystem besitzt vier Gleichungen für sechs unbekannte Größen ($x_{1,s}, x_{2,s}, x_{3,s}, x_{4,s}, u_{1,s}, u_{2,s}$). Aus diesem Gleichungssystem ergibt sich für die stationären Größen:

$$\begin{aligned} x_{2,s} &= 0, \\ V_{\text{spez}}(x_{3,s} - x_{4,s}) - m_S g l_S \cos(x_{1,s} - \varphi_{\text{offset}}) &= 0, \\ u_{1,s} &= 0, \\ u_{2,s} &= 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Für die Berechnung eines stationären Punktes bedeutet dies, dass einer der beiden Drücke $x_{3,s}, x_{4,s}$ sowie die Winkelposition $x_{1,s}$ aus (3.3) im Rahmen der physikalischen Grenzen frei gewählt werden können. Die Wahl der stationären Drücke wird über einen gewünschten Mitteldruck realisiert, sodass mit

$$\begin{aligned} x_{1,s} &\in [0^\circ, 280^\circ], \\ p_m &\in [1.5, 6.5] \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ \Delta p &= m_S g l_S \cos(x_{1,s} - \varphi_{\text{offset}}), \\ x_{3,s} &= p_m + \frac{\Delta p}{2}, \\ x_{4,s} &= p_m - \frac{\Delta p}{2}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

eine entsprechende Vorschrift für die Berechnung von stationären Punkten vorliegt.

3.1.2 Linearisierung um einen stationären Arbeitspunkt

Bei der Linearisierung um einen stationären Arbeitspunkt, wird das nichtlineare System in eine lineare Systemdarstellung gebracht. Das Verhalten des linearisierten Systems ist für kleine Abweichungen um den Arbeitspunkt gültig.

Zur Linearisierung wird die Taylorreihenentwicklung genutzt, welche nach dem ersten Glied abgebrochen wird. Dafür werden die Abweichungen vom Arbeitspunkt definiert als:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{x} - \mathbf{x}_s, \\ \Delta \mathbf{u} &= \mathbf{u} - \mathbf{u}_s, \\ \Delta \dot{\mathbf{x}} &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_s. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Mit der Taylorreihenentwicklung ergibt sich:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s} \cdot \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s} \cdot \Delta \mathbf{u}. \quad (3.6)$$

3.1. LINEARISIERUNG UND EIGENWERTE

Für stationäre Punkte sind die Größen $\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s) = \mathbf{0}$. Mit Hilfe der Linearisierung kann das System in die für lineare Systeme gewohnte Form

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = A \cdot \Delta \mathbf{x} + B \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (3.7)$$

überführt werden. Im Folgenden wird nun die linearisierte Systemmatrix A für einen allgemeinen stationären Arbeitspunkt hergeleitet. Die Systemmatrix A stellt anschließend die Grundlage für die Berechnung der Eigenwerte und Zeitkonstanten des linearisierten Systems dar:

$$A = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s}. \quad (3.8)$$

Nach (3.8) ergibt sich mit $M_R(x_2) = k_r x_2$ für die Systemmatrix A:

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{pmatrix}, \\ a_{21} &= J^{-1}(m_S g l_S \sin(x_{1,s} - \varphi_{\text{offset}})), \\ a_{22} &= -\frac{k_r}{J}, \\ a_{23} &= \frac{V_{\text{spez}}}{J}, \\ a_{24} &= -\frac{V_{\text{spez}}}{J}, \\ a_{31} &= \frac{V_{\text{spez}} n (R T_0 u_{1,s} - x_{2,s} x_{3,s} V_{\text{spez}})}{(V_{\text{spez}} x_{1,s} + V_{\text{tot1}})^2}, \\ a_{32} &= \frac{-V_{\text{spez}} n x_{3,s}}{V_{\text{spez}} x_{1,s} + V_{\text{tot1}}}, \\ a_{33} &= \frac{-V_{\text{spez}} n x_{2,s}}{V_{\text{spez}} x_{1,s} + V_{\text{tot1}}}, \\ a_{41} &= \frac{-V_{\text{spez}} n (R T_0 u_{2,s} - x_{2,s} x_{4,s})}{(V_{\text{spez}} (\varphi_{\text{ges}} - x_{1,s}) + V_{\text{tot2}})^2}, \\ a_{42} &= \frac{V_{\text{spez}} n x_{4,s}}{V_{\text{spez}} (\varphi_{\text{ges}} - x_{1,s}) + V_{\text{tot2}}}, \\ a_{44} &= \frac{V_{\text{spez}} n x_{2,s}}{V_{\text{spez}} (\varphi_{\text{ges}} - x_{1,s}) + V_{\text{tot2}}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Setzt man die Bedingungen für einen stationären Punkt ($x_{2,s} = u_{2,s} = u_{2,s} = 0$) in die Systemmatrix A ein, so ergibt sich vereinfachend:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

3.1.3 Eigenwerte und Zeitkonstanten

Im Folgenden sollen nun die Eigenwerte und Zeitkonstanten des um einen stationären Arbeitspunkt linearisierten Systems betrachtet werden. Hierzu werden die stationären Punkte gemäß (3.4) berechnet. In Abbildung 3.1.3.1 sind die Eigenwerte für die stationären Punkte bei 40° , 140° und 240° dargestellt. Der Mitteldruck wurde zu $4 \cdot 10^5$ Pa gewählt. Die Eigenwerte in Abhängigkeit der Elemente der Systemmatrix A ergeben:

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= 0, \\ \lambda_{3,4} &= \frac{a_{22}}{2} \pm \frac{\sqrt{a_{22}^2 + 4 \cdot a_{21} + 4 \cdot a_{23}a_{32} + 4 \cdot a_{24}a_{42}}}{2}.\end{aligned}\quad (3.11)$$

Das System besitzt an jedem stationären Arbeitspunkt zwei Pole bei Null sowie ein komplexes Polpaar mit variierendem Imaginärteil. Der Imaginärteil des komplexen Polpaars ist betragsmäßig um ein Vielfaches größer als der Realteil.

Setzt man für die Matrixelemente die Modellparameter ein, so zeigt sich, dass der Realteil des konjugiert komplexen Polpaars ($a_{22} = -\frac{k_r}{J}$) von der Systemreibung und des Trägheitsmoments abhängt, und damit konstant ist. Der Imaginärteil dagegen variiert und ist abhängig von Position (Gewichtskraft und Volumina) und Kammerdrücken.

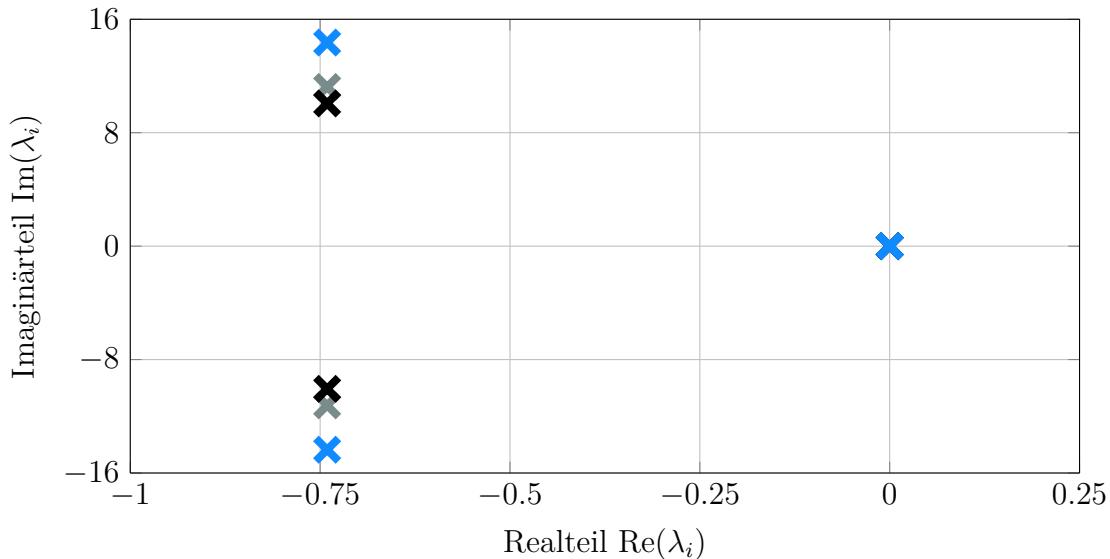


Abb. 3.1.3.1: Eigenwerte des linearisierten Systems für stationäre Punkte bei 40° (grau), 140° (schwarz) und 240° (blau). Zweifache Polstelle (blau) für alle stationären Punkte

3.2. BETRACHTUNG DER EIGENWERTE BEI VARIERENDEM MITTELDRUCK

Aus den Eigenwerten können die Zeitkonstanten des Systems berechnet werden. Die Zeitkonstanten sind definiert als

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{|\operatorname{Re}(\lambda_i)|} \quad \rightarrow \text{Ab-/Aufklingen}, \\ T &= \frac{2\pi}{|\operatorname{Im}(\lambda_i)|} \quad \rightarrow \text{Schwingung}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Für die beiden Pole bei Null ergeben sich die Zeitkonstanten zu

$$T_{1,2} = \frac{1}{|\operatorname{Re}(\lambda_{1,2})|} \quad \rightarrow T_{1,2} = \frac{1}{0} = \infty. \quad (3.13)$$

Für das konjugiert komplexe Polpaar berechnen sich die Zeitkonstanten zu

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{1}{|\operatorname{Re}(\lambda_{3,4})|} \quad \rightarrow T_3 = \frac{2J}{k_r} = 1.259 \text{ s}, \\ T_4 &= \frac{2\pi}{|\operatorname{Im}(\lambda_{3,4})|} \quad \rightarrow T_4 \in \left[\frac{2\pi}{18.48}, \frac{2\pi}{10.04} \right] = [0.34 \text{ s}, 0.62 \text{ s}], \end{aligned} \quad (3.14)$$

für stationäre Punkte im Bereich $x_{1,s} \in [0^\circ, 280^\circ]$ und $p_m = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

3.2 Betrachtung der Eigenwerte bei variierendem Mitteldruck

Für die Berechnung der Eigenwerte des linearisierten Systems, wurde der Mitteldruck des stationären Arbeitspunkts im vorherigen Abschnitt konstant zu 4 bar (Mitte zwischen $p_0 = 1$ bar und $p_V = 7$ bar Absolutdruck) gewählt. Im Folgenden soll nun untersucht werden, wie sich die Wahl des Mitteldrucks im Bereich $[p_0, p_V]$ auf die Eigenwerte des Systems auswirkt. Daraus lässt sich anschließend eine Aussage über die Eigenfrequenz und die Dämpfung des linearisierten Systems machen.

Nach (3.4) lassen sich die stationären Punkte für $x_{1,s} = 140^\circ$ und einem variierenden Mitteldruck $p_m \in [1.5, 6.5] \cdot 10^5 \text{ Pa}$ berechnen und mit Hilfe von (3.10) und (3.11) können die Eigenwerte des linearisierten Systems berechnet werden.

Für das konjugiert komplexe Polpaar kann nun auf Basis eines schwingungsfähigen PT2-Glieds eine Eigenfrequenz ω_0 und eine Lehrsche Dämpfung D berechnet werden zu

$$\begin{aligned} \lambda_{i,j} &= \operatorname{Re} \pm j\operatorname{Im} \\ \omega_0 &= \sqrt{\operatorname{Re}^2 + \operatorname{Im}^2} \\ D &= \frac{-\operatorname{Re}}{\omega_0} \end{aligned} \quad (3.15)$$

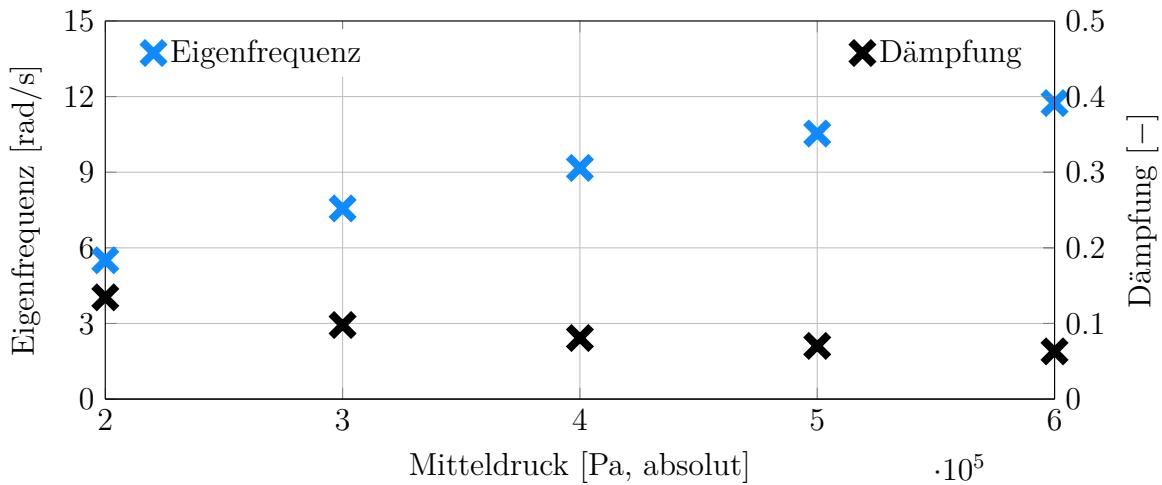


Abb. 3.2.0.1: Änderung der Eigenfrequenz ω_0 und Lehrschen Dämpfung D des linearisierten Systems mit variierendem Mitteldruck

Aus Abbildung 3.2.0.1 ist ersichtlich, dass sich mit steigendem Mitteldruck die Eigenfrequenz ω_0 erhöht und die Lehrsche Dämpfung D kleiner wird. Betrachtet man das schwingungsfähige PT2-Glied als Feder-Masse-Dämpfer System

$$\begin{aligned}
 ms^2 + ds + c = 0, \\
 \omega_0 &= \sqrt{\frac{c}{m}}, \\
 D &= \frac{d}{2m\omega_0},
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

mit m ... Gesamtmasse, d ... Dämpfungskonstante und c ... Federkonstante, so ist ersichtlich, dass sich die Steifigkeit des Gesamtsystems mit steigendem Mitteldruck erhöht.

3.3 Nachweis der differentiellen Flachheit

Flache Systeme sind eine Klasse von nichtlinearen Systemen, welche durch eine geeignete Transformation in neue Koordinaten als lineare Systeme dargestellt werden können. Der Begriff „flach“ kommt durch die geometrische Interpretation der Lösungen der zugrundeliegenden Differentialgleichungen zustande. Mit Hilfe der neuen Koordinaten können alle Zustände sowie Eingänge des nichtlinearen Systems dargestellt werden [Rot97a].

Für flache Systeme lässt sich ein systematischer Entwurf einer Steuerung und Folgeregelung formulieren, welcher im späteren Kapitel zum Reglerentwurf für Position und Mitteldruck angewendet wird.

Basis für den flachheitsbasierten Entwurf ist die nichtlineare Zustandsdarstellung des Gesamtsystems. Dabei werden die beiden Massenflüsse \dot{m}_1 und \dot{m}_2 als Systemeingänge betrachtet. Grund dafür ist eine notwendige eingangsaffine Systemdarstellung, um die Gleichungen beim Flachheitsnachweis explizit nach den Systemeingängen u_1 und u_2 auflösen zu können. Mit Hilfe einer Kompensation der nichtlinearen Ventilkennlinie, können die Massenströme in entsprechende Ventilspannungen umgerechnet werden, sodass diese Vereinfachung hier gerechtfertigt ist.

Das nichtlineare Gesamtsystem mit den Massenflüssen als vereinfachte Systemeingänge $\mathbf{u}(t) = [\dot{m}_1, \dot{m}_2]^T$ und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}(t) = [\varphi, \dot{\varphi}, p_1, p_2]^T$ mit Anfangsbedingungen zu $\mathbf{x}(0) = [\varphi_0, \dot{\varphi}_0, p_{1,0}, p_{2,0}]^T$ ergibt sich zu:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ J^{-1}(M_A(x_3, x_4) + M_{\text{ext}} - M_R(x_2) - M_G(x_1)) \\ \frac{n}{V_{\text{spez}}x_1 + V_{\text{tot1}}} (RT_0u_1 - x_3x_2V_{\text{spez}}) \\ \frac{n}{V_{\text{spez}}(x_{1,\text{ges}} - x_1) + V_{\text{tot2}}} (RT_0u_2 + x_4x_2V_{\text{spez}}) \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Anmerkung: Für den Flachheitsnachweis wird die Reibung im System vereinfacht zu $M_R(x_2) = k_r$ angenommen

Entscheidend für ein flaches System ist die Existenz von m ($m = \dim \mathbf{u}$) fiktiven flachen Ausgängen. Für den Fall von zwei Eingangsgrößen, können zwei fiktive flache Ausgänge gewählt werden. Entgegen einem systematischen Vorgehen zur Bestimmung eines flachen Ausgangs (Lösung von partiellen Differentialgleichungen) wird eine heuristische Methode verwendet. In den meisten Fällen können flache Ausgänge durch eine praktische Betrachtung des Systems und der zu regelnden Größen ermittelt werden. Dabei gilt der Grundsatz, dass ein möglicher flacher Ausgang „weit“ von den Systemeingängen weg liegen soll, um ein explizites Auftreten der Eingänge erst bei höheren Ableitungen des flachen Ausgangs zu erhalten.

3.3. NACHWEIS DER DIFFERENTIELLEN FLACHHEIT

Die zu regelnden Größen in dieser Arbeit sind die Winkelposition und der Mitteldruck ($p_m = \frac{p_1+p_2}{2}$), sodass diese beiden Größen als flache Ausgänge gewählt werden:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \frac{x_3+x_4}{2} \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Der Flachheitsnachweis für die beiden gewählten flachen Ausgänge wird durch das zeitliche Ableiten der flachen Ausgänge geführt. Für den Nachweis müssen alle Zustände des Systems mit Hilfe der flachen Ausgänge und deren zeitlichen Ableitungen darstellbar sein. Zudem müssen die Systemeingänge explizit auflösbar sein und ebenfalls mit Hilfe der flachen Ausgänge und deren zeitlichen Ableitungen darstellbar sein. Durch den Nachweis gilt es zu zeigen:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \phi(y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(\alpha-1)}, y_2, \dot{y}_2, \dots, y_2^{(\beta-1)}), \\ \mathbf{u} &= \gamma(y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(\alpha)}, y_2, \dot{y}_2, \dots, y_2^{(\beta)}). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Flachheitsnachweis durch Differenzieren

(1) Zeitliches Ableiten der flachen Ausgänge bis die Eingänge u_1 und u_2 explizit auftauchen:

Erster flacher Ausgang $y_1 = x_1$:

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1, \\ \dot{y}_1 &= \dot{x}_1 = x_2, \\ \ddot{y}_1 &= \dot{x}_2 = J^{-1}(V_{\text{spez}}(x_3 - x_4) + M_{\text{ext}} - k_r x_2 - mgl \cos(x_1)), \\ \ddot{y}_1 &= J^{-1}(V_{\text{spez}}(\dot{x}_3(u_1) - \dot{x}_4(u_2)) - k_r \dot{x}_2 + mgl \sin(x_1) \dot{x}_1). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Zweiter flacher Ausgang $y_2 = \frac{x_3+x_4}{2}$:

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{x_3 + x_4}{2}, \\ \dot{y}_2 &= \frac{\dot{x}_3(u_1) + \dot{x}_4(u_2)}{2}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

(2) Darstellen der Systemzustände mit Hilfe der flachen Ausgänge und deren zeitlichen Ableitungen:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1, \\ x_2 &= \dot{y}_1, \\ x_3 &= y_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{J\ddot{y}_1 + k_r \dot{y}_1 + m_s g l_s \cos(y_1 - \varphi_{\text{offset}}) - M_{\text{ext}}}{V_{\text{spez}}} = \theta_1(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, y_2), \\ x_4 &= y_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{J\ddot{y}_1 + k_r \dot{y}_1 + m_s g l_s \cos(y_1 - \varphi_{\text{offset}}) - M_{\text{ext}}}{V_{\text{spez}}} = \theta_2(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, y_2). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Daraus folgt die nichtlineare (eindeutig umkehrbare) Transformationsvorschrift:

$$\mathbf{x} = \phi(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, y_2). \quad (3.23)$$

3.4. ASPEKTE DER BAHNPLANUNG UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON STELLGRÖSSENBESCHRÄNKUNGEN

(3) Darstellen der Systemeingänge mit Hilfe der flachen Ausgänge und deren zeitlichen Ableitungen:

In (3.20) und (3.21) tauchen erstmals die Eingänge u_1 und u_2 auf ($\dot{x}_3(u_1), \dot{x}_4(u_2)$). Durch ineinander einsetzen der beiden Gleichungen lässt sich die Berechnungsvorschrift für die Systemeingänge herleiten. Alternativ lassen sich die Drücke in flachen Koordinaten (3.22) nach der Zeit ableiten und nach den Eingängen auflösen.

Für die beiden Massenströme \dot{m}_1 und \dot{m}_2 ergibt sich:

$$\begin{aligned}\dot{m}_1 &= \frac{1}{RT_0} \left(\frac{V_1(\varphi)}{n} \left(\dot{y}_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{J\ddot{y}_1 + k_r\ddot{y}_1 - m_{\text{sgl}} \sin(y_1 - \varphi_{\text{offset}})\dot{y}_1}{V_{\text{spez}}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \theta_1(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, y_2) \dot{y}_1 V_{\text{spez}} \right), \\ \dot{m}_2 &= \frac{1}{RT_0} \left(\frac{V_2(\varphi)}{n} \left(\dot{y}_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{J\ddot{y}_1 + k_r\ddot{y}_1 - m_{\text{sgl}} \sin(y_1 - \varphi_{\text{offset}})\dot{y}_1}{V_{\text{spez}}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \theta_2(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, y_2) \dot{y}_1 V_{\text{spez}} \right).\end{aligned}\quad (3.24)$$

Daraus folgt die linearisierende Rückführung:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\gamma}(y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, \ddot{y}_1, y_2, \dot{y}_2).$$

Mit dem Flachheitsnachweis durch zeitliches Differenzieren wurde gezeigt, dass sich alle Systemzustände und Systemeingänge mit Hilfe der flachen Ausgänge y_1 und y_2 und deren zeitlichen Ableitungen darstellen lassen. Somit ist das System differentiell flach.

3.4 Aspekte der Bahnplanung unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen

In Abschnitt Regelungsaufgabe wurde eine polynomiale Referenztrajektorie für die Winkelposition vorgestellt. Bei der Planung eines solchen polynomialen Arbeitspunktwechsels kann eine Start- und Zielposition, sowie die gewünschte Transitionszeit vorgegeben werden. Bei der Wahl der Transitionszeit ist zu beachten, dass keine Stellgrößenbeschränkungen für die Kammerdrücke, Massenflüsse und Ventilspannungen auftreten.

Um die minimale Transitionszeit für einen vorgegebenen Arbeitspunktwechsel analytisch zu bestimmen, muss das Polynom der 7. Ordnung gelöst werden, was sich als schwierig erweist. Alternativ besteht die Möglichkeit die Polynomordnung zu reduzieren, sodass zwar die Referenztrajektorie nicht mehr glatt ist, die Lösbarkeit aber einfacher wird. Da der Fokus in dieser Arbeit nicht auf einer optimalen Bahnplanung liegt, kann die minimale Transitionszeit für einen vorgegebenen Arbeitspunktwechsel iterativ bestimmt werden. Auf Basis des vorgestellten Flachheitsnachweises (Abschnitt Nachweis der differentiellen Flachheit) können

3.4. ASPEKTE DER BAHNPLANUNG UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON STELLGRÖSSENBESCHRÄNKUNGEN

alle Systemzustände und -eingänge in Abhängigkeit der Winkelposition und deren zeitlichen Ableitungen berechnet werden. Die Ventilspannungen können simulativ über das entworfene Modell ermittelt werden.

Mit Hilfe dieser Vorgehensweise kann die Transitionszeit schrittweise kleiner gewählt werden, bis eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt. Dabei wird ein Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° untersucht, der in dieser Arbeit als Referenzbewegung verwendet wird. In Abbildung 3.4.0.1 sind die Kammerdrücke, Massenflüsse und Ventilspannungen für $T = 0.6$ s dargestellt, bei der eine Beschränkung vorliegt.

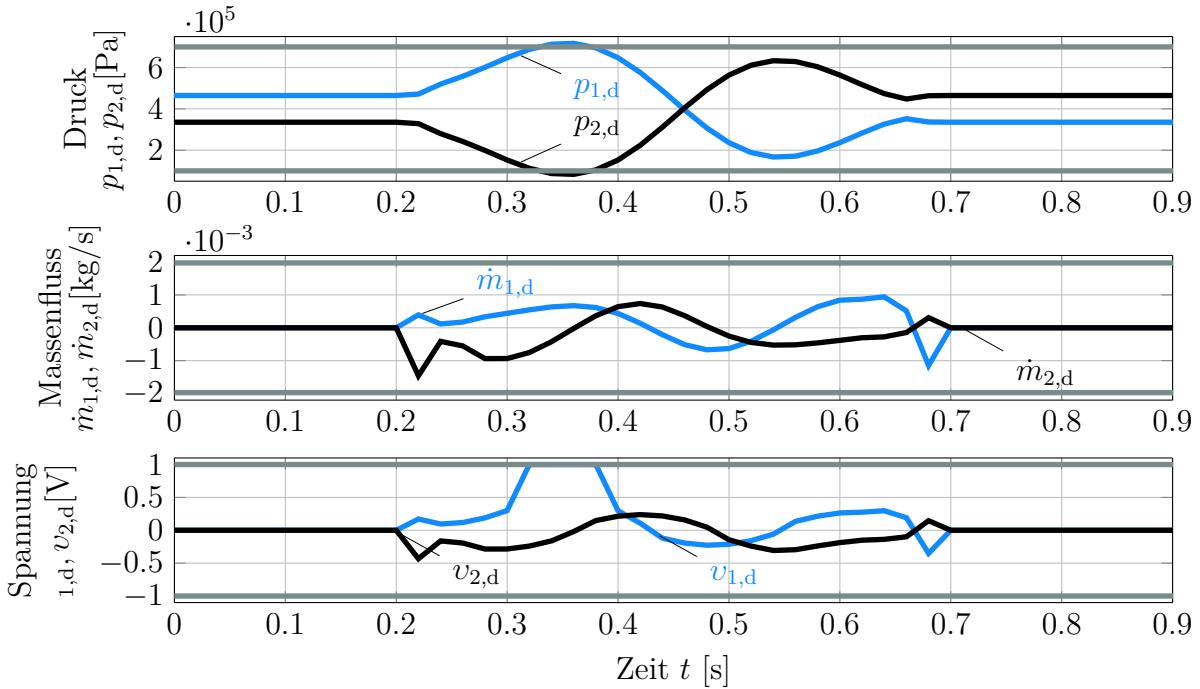


Abb. 3.4.0.1: Stellgrößenbeschränkung bei $T = 0.6$ s für einen Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240°

Mit der iterativen Vorgehensweise zeigt sich, dass die Kammerdrücke bei kleiner werdender Transitionszeit immer näher in Richtung der Beschränkungen wandern. Ab $T = 0.6$ s reicht die mögliche Druckdifferenz innerhalb der Grenzen von p_0 und p_V nicht mehr aus, um die Bewegung zu realisieren, sodass eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt.

Die damit ermittelte minimale Transitionszeit für den Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° basiert auf dem Modellwissen des Systems. Im Experiment zeigt sich, dass es ab $T = 0.7$ s eine Beschränkung vorliegt.

4 Nichtlineare Regelungskonzepte für Position und Mitteldruck

Die im vorherigen Kapitel erläuterte Modellbildung des Systems dient als Grundlage für den nun folgenden Reglerentwurf für die Winkelposition und den Mitteldruck. Das Ziel der Reglerentwürfe ist es, eine hohe Bahngenaugkeit für die Winkelposition unter Einhaltung des geforderten Druckniveaus zu erreichen. Dies ermöglicht, die systemimmanente Nachgiebigkeit pneumatischer Aktoren für bahngeregelte Positionieraufgaben einzusetzen.

Aus den Modellgleichungen der Teilsysteme ist ersichtlich, dass das System bestehend aus Proportionalventilen, Schwenkantrieb und Schwenkarm von Nichtlinearitäten geprägt ist:

- stationäre Nichtlinearitäten in pneumatischem Ventilleitwert $C(v)$
- Volumenänderung \dot{V}_i in der Druckaufbaudynamik der jeweiligen Kammer
- Reibung im Schwenkantrieb (Stribeck-Effekt)
- Gewichtskraft der Schwenkarmmechanik (inverses Pendel)

Eine Möglichkeit zur Regelung des nichtlinearen Systems ist die Linearisierung mit Arbeitspunkt nachführung. Aufgrund des gewünschten Bahngleichverhaltens ist es allerdings erstrebenswert einen nichtlinearen Reglerentwurf auf Basis der exakten Linearisierung in Betracht zu ziehen, da sich mit dieser Methode für gewöhnlich bessere Ergebnisse bei geringerem Entwurfsaufwand erzielen lassen [Gö09].

Im Folgenden werden zwei modellbasierte nichtlineare Regelungskonzepte für Position und Mitteldruck vorgestellt:

- Kaskadierter Regler: Positionsregelung mit unterlagertem Druckregler
- Flachheitsbasierter Regler für das Gesamtsystem

Ein weiterer wichtiger Teil der nichtlinearen Regelungsstrategien ist die Kompensation des nichtlinearen pneumatischen Leitwerts $C(v)$. Damit ist es möglich, einen lineares Verhalten zwischen Spannung und Leitwert zu erhalten. Mit Hilfe des inversen Systems kann somit für einen gewünschten Massenfluss am Ventil die benötigte Ventilspannung berechnet werden.

4.1 Kompensation der Nichtlinearitäten des Strömungsverhaltens im Proportionalventil

Der pneumatische Leitwert $C(v)$ eines Proportionalventils, welcher maßgeblich die Steuerkantengeometrie repräsentiert, ist eine nichtlineare Funktion der Ventilspannung v . Für ein gutes Bahnfolgeverhalten des Reglers ist es wichtig, die richtige Ventilspannung für den geforderten Massenfluss anzulegen. Auf Basis des Modellwissens für das Proportionalventil kann ein linearer Zusammenhang zwischen Ventilleitwert und Ventilspannung hergestellt werden.

Dafür wird der Ventilleitwert zunächst in eine andere Darstellung gebracht:

$$C(v) = C_{max} \cdot C_n(v). \quad (4.1)$$

C_{max} ist dabei der maximale Leitwert und $C_n(v)$ der normierte Leitwert, welcher weiterhin die Nichtlinearität enthält. Zur Kompensation der Nichtlinearität wird nun der inverse normierte Ventilleitwert $C_n^{-1}(v)$ berechnet und in Reihe geschaltet mit dem normierten Ventilleitwert $C_n(v)$ [Gö04]. Daraus ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen Ventilleitwert und Ventilspannung (siehe Abbildung 4.1.0.1)

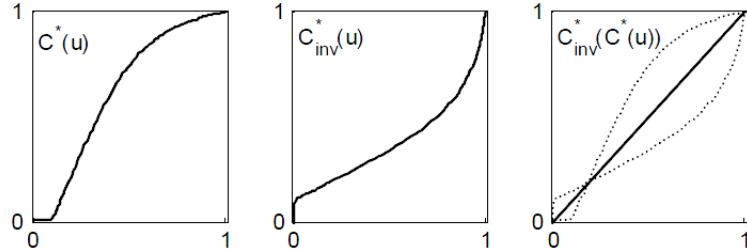


Abb. 4.1.0.1: Normierte Leitwertkennlinie, inverse normierte Kennlinie, Ergebnis der Reihenschaltung [Gö04]

Der linearisierte Ventilleitwert ergibt sich somit zu:

$$C_{in}(v) = C_{max} \cdot C_n^{-1}(C_n(v)) = C_{max} \cdot v. \quad (4.2)$$

Mit Hilfe des linearisierten Ventilleitwerts kann nun das Modell des Proportionalventils vereinfacht werden:

$$\dot{m} = C_{max} p_{prim} \rho \Psi(b, q) \cdot v. \quad (4.3)$$

Mit Hilfe dieser sogenannten Ventilkompensation kann nun am Ausgang des Reglers auf Basis eines geforderten Massenstroms eine entsprechende Ventilspannung berechnet werden. Hierfür wird die Gleichung für das Massenflussmodell nach dem normierten Ventilleitwert umgestellt

$$C_n(v) = \frac{\dot{m}}{C_{max} p_{prim} \rho \Psi(b, q)}, \quad (4.4)$$

und anschließend mit dem inversen normierten Ventilleitwert in Reihe geschaltet, sodass sich die Ventilspannung v ergibt.

4.2 Modellbasierter kaskadierter Regelungsansatz

Das erste Konzept zur Regelung von Position und Mitteldruck sieht vor, die Teilsysteme Druckdynamik und Bewegungsdynamik getrennt voneinander zu betrachten. Durch die Trennung der beiden Teilsysteme ist es möglich, zwei unterschiedliche Regelungsansätze für Druckdynamik und Bewegungsdynamik anzuwenden. Da die wesentlichen Nichtlinearitäten in der Druckaufbaudynamik stecken, wird hier ein nichtlinearer Regler mit Kompensation der Nichtlinearitäten durch eine Zustandsrückführung entworfen. Für die Bewegungsdynamik hingegen kann ein linearer Zustandsregler entwickelt werden.

Der kaskadierte Regler wird dabei so gestaltet, dass ein übergeordneter Positionsregler ein gewünschtes Antriebsmoment $M_{A,d}$ an den unterlagerten Druckregler für die beiden Kammerdrücke im Schwenkantrieb liefert. Als Schnittstelle zwischen den beiden Reglern dient eine Druckaufteilung, welche aus dem gewünschten Antriebsmoment und einem gewünschten Mitteldruck $p_{m,d}$ die jeweiligen Solldrücke $p_{1,d}$ und $p_{2,d}$ für den Druckregler generiert:

$$\begin{aligned}\Delta p_d &= \frac{M_{A,d}}{V_{\text{spez}}}, \\ p_{1,d} &= p_{m,d} + \frac{\Delta p_d}{2}, \\ p_{2,d} &= p_{m,d} - \frac{\Delta p_d}{2}.\end{aligned}\tag{4.5}$$

Die gewünschten Massenströme $\dot{m}_{1,d}$ und $\dot{m}_{2,d}$ des Druckreglers werden anschließend über die Ventilkompensation in Ventilspannungen umgerechnet. Das Konzept ist in Abbildung 4.2.0.1 dargestellt:

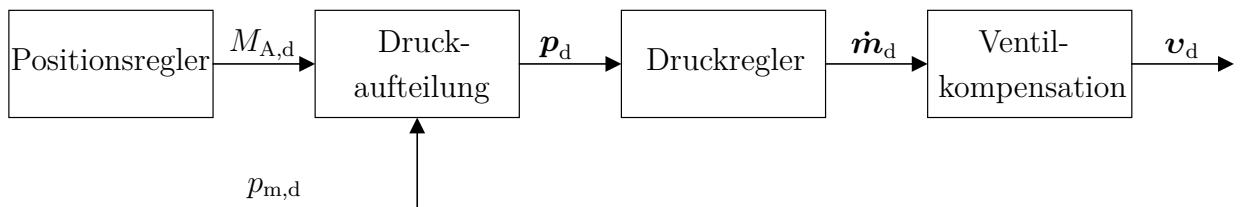


Abb. 4.2.0.1: Überblick zum kaskadierten Regleransatz

4.2.1 Unterlagerter Druckregler

Das nichtlineare Modell für die Druckaufbaudynamik soll mit Hilfe einer Zustandsrückführung exakte linearisiert werden. Im Anschluss daran kann ein Regler für die linearisierte Strecke entworfen werden. Basis für die Kompensation der Nichtlinearitäten sind die Differentialgleichungen der Kammerdrücke, welche hier nochmals aufgeführt werden:

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= \frac{n}{V_{\text{spez}}\varphi + V_{\text{tot1}}}(RT_0\dot{m}_1 - p_1\dot{\varphi}V_{\text{spez}}), \\ \dot{p}_2 &= \frac{n}{V_{\text{spez}}(\varphi_{\text{ges}} - \varphi) + V_{\text{tot2}}}(RT_0\dot{m}_2 + p_2\dot{\varphi}V_{\text{spez}}).\end{aligned}\tag{4.6}$$

Aus den beiden Differentialgleichungen geht hervor, dass die Druckaufbaudynamik neben dem Massenfluss als Systemeingang zusätzlich die Winkelposition und -geschwindigkeit als passiven Eingang besitzt, welche das Volumen und die Volumenänderung beeinflussen. Winkelposition und -geschwindigkeit werden dabei als variable Parameter betrachtet [Fal12]. Dem Druckregler wird daher die Winkelposition des Encoders zurückgeführt.

Die exakte Linearisierung durch eine entsprechende Zustandsrückführung wird beispielhaft für die Druckkammer 1 erläutert. Die Differentialgleichung für den Druck liegt bereits in Byrnes/Isidori-Normalform vor (siehe Abbildung 4.2.1.1):

$$\begin{aligned} y &= p_1, \\ \dot{y} &= \dot{p}_1 = \frac{n}{V_1(\varphi)}(RT_0\dot{m}_1 - p_1\dot{\varphi}V_{\text{spez}}) = \vartheta(p_1, \dot{m}_1, \varphi, \dot{\varphi}). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Die Differenzordnung entspricht dabei der Systemordnung ($r = n = 1$), sodass keine Null-dynamik vorliegt.

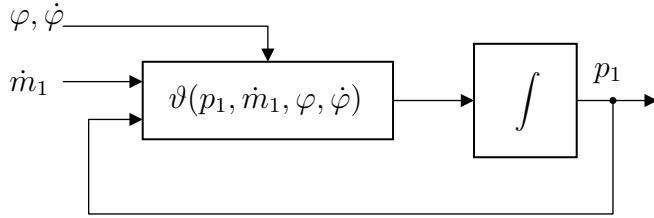


Abb. 4.2.1.1: Blockschaltbild der Normalform für die Druckaufbaudynamik

Für \dot{p}_1 wird der neue Eingang ν_{p_1} definiert:

$$\dot{p}_1 = \frac{n}{V_1(\varphi)}(RT_0\dot{m}_1 - p_1\dot{\varphi}V_{\text{spez}}) = \nu_{p_1}. \quad (4.8)$$

Stellt man (4.8) nach dem Eingang \dot{m}_1 um, erhält man die linearisierende Rückführung $\dot{m}_1 = \eta(\varphi, \dot{\varphi}, p_1, \nu_{p_1})$, welche die Nichtlinearitäten kompensiert und dem System den neuen Eingang ν_{p_1} aufprägt:

$$\dot{m}_1 = \frac{V_1(\varphi)}{nRT_0} \left(\nu_{p_1} - \frac{np_1\dot{V}_1(\varphi)}{V_1(\varphi)} \right) = \eta(\varphi, \dot{\varphi}, p_1, \nu_{p_1}). \quad (4.9)$$

Übrig bleibt als linearisierte Strecke zwischen $\dot{p}_1 = \nu_{p_1}$ und p_1 ein einfacher Integrator, wie in Abbildung 4.2.1.2 zu sehen ist.

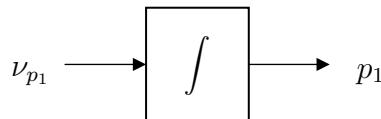


Abb. 4.2.1.2: Einfacher Integrator durch Kompensation der Nichtlinearitäten

Für die linearisierte Strecke $G_S(s)$ kann nun sehr einfach ein linearer Regler mit Vorsteuerung entworfen werden:

$$\nu_{p_1} = \dot{p}_{1,d} - k(p_1 - p_{1,d}). \quad (4.10)$$

Modellbasierte Vorsteuerung für Druckregler

Wie in (4.10) zu sehen, besteht die Vorsteuerung der Druckregelung aus einem einfachen Differenzierer

$$G_V(s) = G_S^{-1}(s) = s. \quad (4.11)$$

Da die Sollgrößen $p_{i,d}$ des unterlagerten Druckreglers direkt vom Lageregler darüber generiert werden, liegen diese nicht in algebraisierter Form vor. Eine möglich Lösung wäre, die Vorsteuerung $\dot{p}_{i,d}$ mittels realer Differenzierung (beispielsweise DT1-Glied) zu realisieren. In der Praxis hat sich allerdings gezeigt, dass das Vorsteuerungssignal über diesen Weg zu verrauscht ist und zu Ventilknattern führt.

Daher ist die Idee, einen algebraisierten Sollverlauf für die Kammerdrücke zu berechnen, diesen analytisch abzuleiten und für die Vorsteuerung $\dot{p}_{i,d}$ zu verwenden.

Bei der Generierung der Druckaufteilung des überlagerten Druckreglers werden die Solldrücke für die Kammern an der Momentenschnittstelle berechnet. Dabei werden die Solldrücke auf Basis der geforderten Druckdifferenz des Reglers und eines gewünschten Soll-Mitteldrucks ermittelt (siehe (4.2)). Nun ist es möglich die benötigte Druckdifferenz modellbasiert zu berechnen und für die Vorsteuerung zu verwenden:

$$\Delta p_d = V_{\text{spez}}^{-1}(J\ddot{\varphi}_d + M_R(\dot{\varphi}_d) + M_G(\varphi_d)). \quad (4.12)$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich die zeitliche Ableitung des Drucksollverlaufes herleiten:

$$\begin{aligned} \dot{p}_{1,d} &= \dot{p}_{m,d} + \frac{\Delta \dot{p}_d}{2}, \\ \dot{p}_{2,d} &= \dot{p}_{m,d} - \frac{\Delta \dot{p}_d}{2}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

4.2.2 Positionsregler

Überlagert zum Druckregler kann nun ein Positionsregler entworfen werden. Grundlage für den Reglerentwurf ist die Differentialgleichung der Winkelbeschleunigung (2.8), die in Abbildung 4.2.2.1 als Blockschaltbild dargestellt ist.

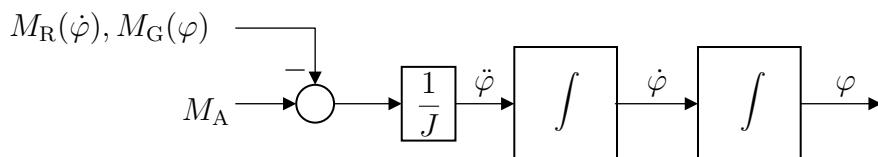


Abb. 4.2.2.1: Blockschaltbild der Bewegungsdynamik

4.2. MODELLOBASIERTER KASKADIERTER REGELUNGSANSATZ

Das Antriebsmoment M_A stellt dabei den Systemeingang für die Bewegungsdynamik dar. Die Nichtlinearitäten des Teilsystems stecken in der Reibung und in der Gewichtskraft, welche vorgesteuert kompensiert werden:

$$M_{A,d} = M_A + M_R(\dot{\varphi}_d) + M_G(\varphi_d), \quad (4.14)$$

$$\ddot{\varphi} = J^{-1}M_A.$$

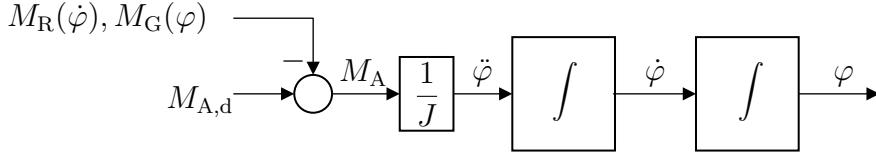


Abb. 4.2.2.2: Vorgesteuerte Kompensation der Nichtlinearitäten

Durch das Aufprägen des neuen Systemeingangs ν_φ

$$\ddot{\varphi} = J^{-1}M_A = \nu_\varphi, \quad (4.15)$$

wird das Teilsystem der Bewegungsdynamik zu einem zweifachen Integrator reduziert.

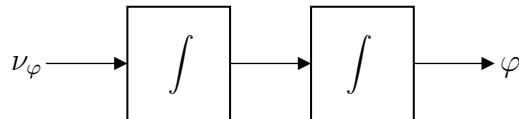


Abb. 4.2.2.3: Integratorkette durch Kompensation der Nichtlinearitäten

Für den zweifachen Integrator kann nun ein linearer Zustandsregler mit Vorsteuerung entworfen werden:

$$\nu_\varphi = \ddot{\varphi}_d - k_1(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d) - k_0(\varphi - \varphi_d). \quad (4.16)$$

Die Reglerverstärkungen k_0 und k_1 werden durch Polvorgabe über einen Koeffizientenvergleich mit einem PT2-Glied berechnet. Dabei kann eine Wunscheckfrequenz $f_{R,d}$ und eine Wunschedämpfung $D_{R,d}$ gewählt werden.

Das gewünschte Antriebsmoment für das Teilsystem der Bewegungsdynamik berechnet sich damit zu:

$$M_{A,d} = J\nu_\varphi + M_R(\dot{\varphi}_d) + M_G(\varphi_d), \quad (4.17)$$

$$M_{A,d} = J(\ddot{\varphi}_d - k_1(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d) - k_0(\varphi - \varphi_d)) + M_R(\dot{\varphi}_d) + M_G(\varphi_d).$$

4.2.3 Zustandsrückführung

Für die Realisierung der Regelung müssen alle Zustände φ , $\dot{\varphi}$, p_1 und p_2 des Systems zurückgeführt werden. Für die Winkelposition und die beiden Kammerdrücke sind entsprechende Sensoren vorhanden. Diese werden je mit einem PT1-Tiefpassfilter geglättet.

Die aktuelle Winkelgeschwindigkeit kann mittels realer Differenzierung unter Verwendung eines DT1-Glieds bestimmt werden.

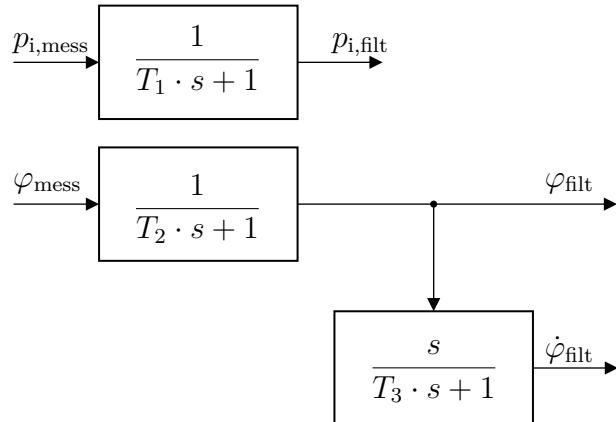


Abb. 4.2.3.1: Filterung der Messsignale für die Zustandsrückführung im Regler

Die Filterkonstanten der PT1- und DT1-Glieder werden im Experiment am realen System ausgelegt:

$$T_1 = 50 \text{ Hz}, \quad T_2 = 100 \text{ Hz}, \quad T_3 = 40 \text{ Hz}.$$

Abbildung 4.2.3.2 zeigt den differenzierten Verlauf der Geschwindigkeit auf Basis des Encodersignals für die Position:

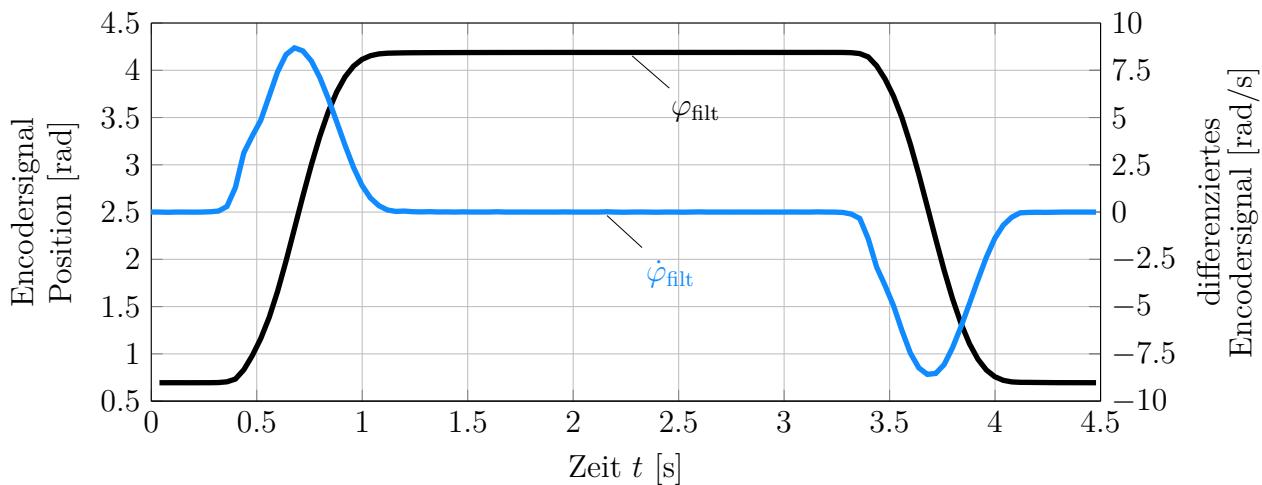


Abb. 4.2.3.2: Winkelgeschwindigkeit durch Differenzieren des Encodersignals

4.2.4 Reglerauslegung

Die Auslegung des kaskadierten Regelungsansatzes wird direkt am realen System vorgenommen.

Druckregelung

Die Dynamik der beiden Druckregler muss schneller sein als die Dynamik des Positionsreglers. Durch die serielle Struktur des kaskadierten Regelungsansatzes wirkt sich die Reglerverstärkung des unterlagerten Druckreglers direkt auf die Position aus. In Kombination mit dem Positionsregler wird der Pol der beiden Druckregler iterativ auf $-2\pi \cdot 15 \text{ Hz}$ gewählt. Dies stellt einen Kompromiss aus Regelgüte und Ventilknattern dar.

Abbildung 4.2.4.1 zeigt die Regelgüte des Mitteldrucks bei einem Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° und zurück dar. Der gewünschte Mitteldruck wurde dabei zu $p_{m,d} = 4 \text{ bar}$ gewählt.

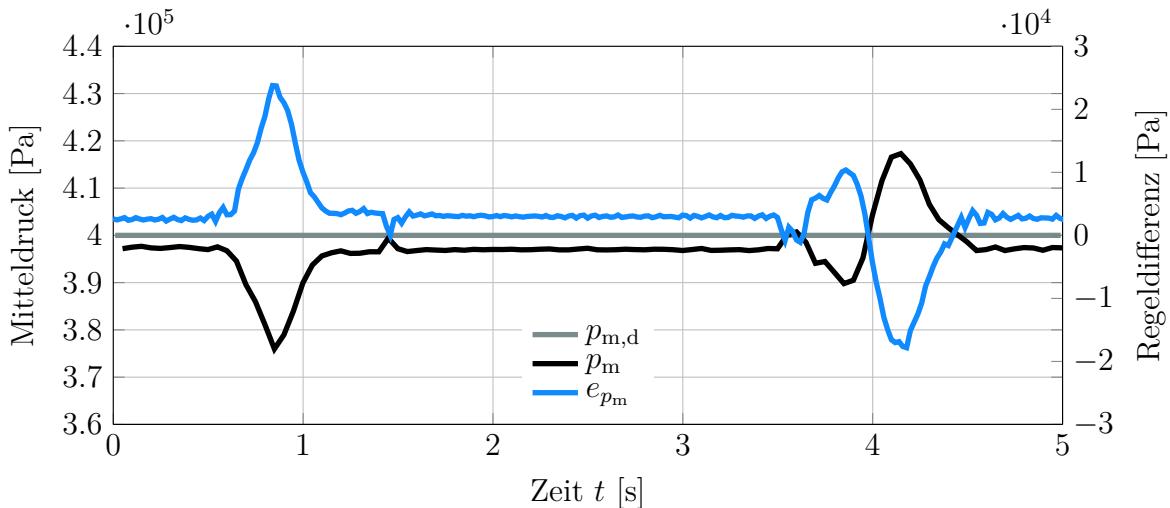


Abb. 4.2.4.1: Regelabweichung des Mitteldrucks für $\lambda_{pm} = -2\pi \cdot 15 \text{ Hz}$ während eines AP-Wechsels von 40° auf 240° und zurück

Positionsregelung

Die Fehlerdynamik des Positionsreglers wird durch eine Polvorgabe mittels PT2-Glied vorgenommen. Mit dieser Vorgehensweise kann die Verteilung der Pole des Reglers auf Basis eines natürlichen schwingungsfähigen Systems vorgegeben werden. Für das PT2-Glied wird eine Wunschkreisfrequenz $f_{R,eck}$, sowie eine Wunschkdämpfung D_R vorgegeben und die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms berechnet nach:

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 2\pi f_{R,eck}, \\ k_0 &= \omega_0^2, \\ k_1 &= 2D_R\omega_0.\end{aligned}\tag{4.18}$$

4.2. MODELLBASIERTER KASKADIERTER REGELUNGSANSATZ

Die Wunschdämpfung D_R wird dabei zu 0.7 gewählt. Damit kann eine hohe Eckfrequenz bei vertretbarem Überschwingen des Regelfehlers realisiert werden.

In Abbildung 4.2.4 ist die Regelgüte des Positionsreglers während eines Arbeitspunktwechsels mit unterschiedlichen Reglereckfrequenzen $f_{R,eck}$ zu sehen:

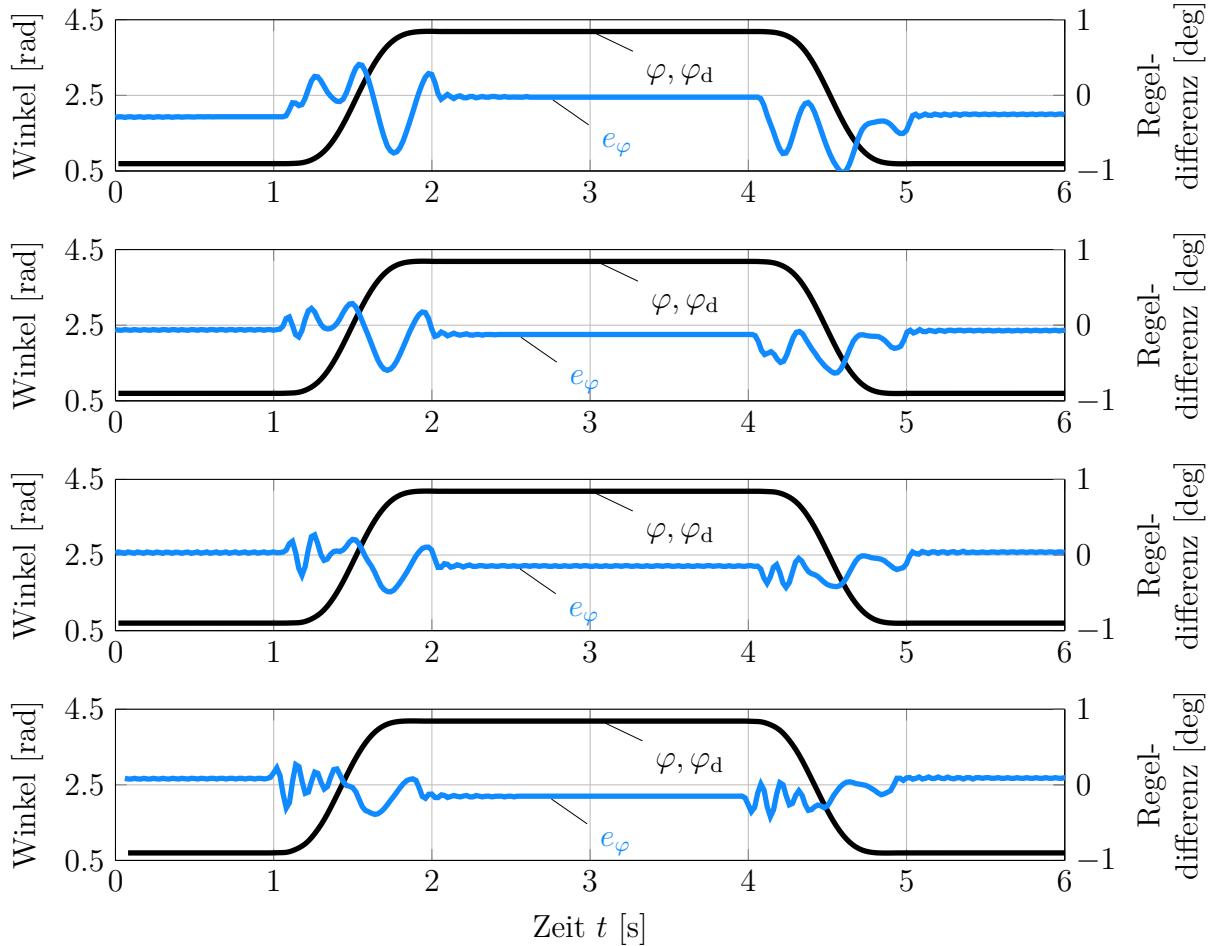


Abb. 4.2.4.2: Bahngenaugkeit für verschiedene Reglereckfrequenzen bei $D = 0.7$ bei einem Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° und zurück. (1): $f_{0,R} = 4 \text{ Hz}$ (2): $f_{0,R} = 5 \text{ Hz}$, (3): $f_{0,R} = 6 \text{ Hz}$ (4): $f_{0,R} = 7 \text{ Hz}$

Bei einer Reglereckfrequenz $f_{R,eck}$ von 5 Hz (Diagramm 2) kann dabei das beste Ergebnis bezüglich Regelgüte und Stabilität des geschlossenen Regelkreises erreicht werden. Ab 6 Hz können leichte grenzstabile Schwingungen ausgemacht werden, wenn der Schwenkarm stationär an einem Arbeitspunkt verweilt.

4.3 Flachheitsbasierter Regler für das Gesamtsystem

Beim zweiten Konzept zur Regelung von Position und Mitteldruck wird das nichtlineare Gesamtsystem betrachtet. Aus dem Flachheitsnachweis (Abschnitt 3.3) geht hervor, dass das Mehrgrößensystem der 4. Ordnung differentiell flach ist. Der relative Grad r ist somit gleich der Systemordnung n ($r = n = 4$), sodass keine Nulldynamik vorliegt.

Mit dem flachheitsbasierten Entwurf kann das nichtlineare Gesamtsystem in ein lineares System transformiert werden. Für das transformierte lineare System kann anschließend ein linearer Folgeregler entworfen werden, mit dem Ziel der hinreichen oft differenzierbaren Trajektorie $\mathbf{y}_d(t)$ zu folgen.

4.3.1 Übersicht zum flachheitsbasierten Entwurf

Die Vorgehensweise beim flachheitsbasierten Entwurf einer Folgeregelung für Position und Mitteldruck ist im Folgenden als Übersicht dargestellt:

- (1) Nachweis der differentiellen Flachheit unter Wahl geeigneter flacher Ausgänge \mathbf{y}

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \begin{pmatrix} \varphi \\ \frac{p_1+p_2}{2} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{x} &= \Psi_1(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(\gamma)}), \\ \mathbf{u} &= \Psi_2(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(\gamma+1)}).\end{aligned}\tag{4.19}$$

- (2) Transformation der flachen Ausgänge \mathbf{y} und deren zeitlichen Ableitungen in neue Normalformkoordinaten \mathbf{z} . Dabei erfolgt eine Unterteilung in zwei Teilsysteme \mathbf{z}_α und \mathbf{z}_β

$$\begin{aligned}\mathbf{z} &= \begin{pmatrix} \mathbf{z}_\alpha \\ \mathbf{z}_\beta \end{pmatrix}, \dim \mathbf{z}_\alpha = 3, \dim \mathbf{z}_\beta = 1, \\ \mathbf{z} &= \phi_1(\mathbf{y}) = \phi_2(\mathbf{x}).\end{aligned}\tag{4.20}$$

- (3) Darstellung des Systems in nichtlinearer Regelungsnormalform auf Basis der neuen Koordinaten \mathbf{z}

$$\begin{aligned}\dot{z}_{\alpha 1} &= z_{\alpha 2}, \\ \dot{z}_{\alpha 2} &= z_{\alpha 3}, \\ \dot{z}_{\alpha 3} &= \theta_1(\mathbf{z}, \mathbf{u}), \\ \dot{z}_{\beta 1} &= \theta_2(\mathbf{z}, \mathbf{u}).\end{aligned}\tag{4.21}$$

- (4) Überführen des Systems in die Brunovsky-Normalform durch Einführen von neuen Eingängen $\boldsymbol{\nu}$ und einer nichtlinearen Zustandsrückführung

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\nu} &= \xi(\mathbf{z}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{u} &= \xi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\nu}).\end{aligned}\tag{4.22}$$

- (5) Stabilisierung des Trajektorienfolgefekters \mathbf{e} für das linearisierte System mit Hilfe der neuen Eingänge $\boldsymbol{\nu}$ und einer weiteren Zustandsrückführung

$$\begin{aligned}\mathbf{e}(t) &= \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_d(t), \\ \nu_1 &= \ddot{y}_1(t) = \ddot{y}_{1,d}(t) - \sum_{j=0}^2 k_{1,j} (y_1^{(j)}(t) - y_{1,d}^{(j)}(t)), \\ \nu_1 &= \dot{z}_{\alpha 3}(t) = \dot{z}_{\alpha 3,d}(t) - \sum_{j=1}^3 k_{1,j-1} (z_{\alpha j}(t) - z_{\alpha j,d}(t)), \\ \nu_2 &= \dot{y}_2(t) = \dot{y}_{2,d}(t) - k_{2,0} (y_2(t) - y_{2,d}(t)), \\ \nu_2 &= \dot{z}_{\beta 1}(t) = \dot{z}_{\beta 1,d}(t) - k_{2,0} (z_{\beta 1}(t) - z_{\beta 1,d}(t)).\end{aligned}\tag{4.23}$$

- (6) Asymptotische Folgeregelung in Normalformkoordinaten

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\zeta}_1(\mathbf{z}(t), \mathbf{k}).\tag{4.24}$$

- (7) Rücktransformation der entworfenen Folgeregelung in Originalkoordinaten

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\zeta}_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{k}).\tag{4.25}$$

4.3.2 Entwurf einer flachheitsbasierten Folgeregelung

Diese sieben Schritte werden nun im Detail für die Folgeregelung von Position und Mitteldruck erläutert.

Anmerkung 1: das externe Lastmoment M_{ext} wird im Entwurf nicht mit beachtet

Anmerkung 2: als Systemeingänge \mathbf{u} werden die Massenflüsse $\dot{\mathbf{m}}$ betrachtet, welche anschließend mit Hilfe der Ventilkompensation in entsprechende Ventilspannungen $\boldsymbol{\nu}$ umgewandelt werden

(1) Nachweis der differentiellen Flachheit

Der Nachweis der differentiellen Flachheit unter der Wahl der flachen Ausgänge $y_1 = \varphi$ und $y_2 = \frac{p_1+p_2}{2}$ wurde bereits in Abschnitt 3.3 gezeigt. Dort wurde erläutert, dass die Forderung

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \begin{pmatrix} \varphi \\ \frac{p_1+p_2}{2} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{x} &= \boldsymbol{\Psi}_1(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(\gamma)}), \\ \mathbf{u} &= \boldsymbol{\Psi}_2(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(\gamma+1)})\end{aligned}\tag{4.26}$$

unter der Verwendung von zwei getrennten Ventilen erfüllt werden kann.

(2) Überführung in Normalformkoordinaten \mathbf{z}

Auf Basis des Flachheitsnachweises werden die flachen Ausgänge und deren zeitliche Ableitungen im nächsten Schritt in neue Koordinaten überführt. Dazu werden die neuen Koordinaten

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_\alpha &= \begin{pmatrix} z_{\alpha 1} \\ z_{\alpha 2} \\ z_{\alpha 3} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{z}_\beta &= \begin{pmatrix} z_{\beta 1} \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (4.27)$$

eingeführt und die Transformation

$$\begin{aligned}z_{\alpha 1} &= y_1 = x_1, \\ z_{\alpha 2} &= \dot{y}_1 = \dot{x}_1 = x_2, \\ z_{\alpha 3} &= \ddot{y}_1 = J^{-1} \left(V_{\text{spez}}(x_3 - x_4) - k_r x_2 - M_C \tanh \left(\frac{x_2}{\dot{\epsilon}} \right) \right. \\ &\quad \left. - (M_H - M_C) e^{-\left(\frac{x_2}{\dot{\varphi}_{\text{s}}}\right)^2} \tanh \left(\frac{x_2}{\dot{\epsilon}} \right) - m_S g l_S \cos(x_1 - \varphi_{\text{offset}}) \right), \\ z_{\beta 1} &= y_2 = \frac{x_3 + x_4}{2}\end{aligned}\quad (4.28)$$

definiert. Dies entspricht den Transformationen

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\phi}_1(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\phi}_2(\mathbf{x}). \quad (4.29)$$

Die dazugehörige inverse Transformation zur Darstellung der Zustände $[x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ in \mathbf{z} -Koordinaten kann direkt aus dem Nachweis der differentiellen Flachheit übernommen werden.

Mit $M_R(z_{\alpha 2}) = k_r z_{\alpha 2} + M_C \tanh \left(\frac{z_{\alpha 2}}{\dot{\epsilon}} \right) + (M_H + M_C) e^{-\left(\frac{x_2}{\dot{\varphi}_{\text{s}}}\right)^2} \tanh \left(\frac{z_{\alpha 2}}{\dot{\epsilon}} \right)$ ergibt sich:

$$\begin{aligned}x_1 &= z_{\alpha 1}, \\ x_2 &= z_{\alpha 2}, \\ x_3 &= z_{\beta 1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{J z_{\alpha 3} + M_R(z_{\alpha 2}) + m_S g l_S \cos(z_{\alpha 1} - \varphi_{\text{offset}})}{V_{\text{spez}}} = \phi_{11}(\mathbf{z}), \\ x_4 &= z_{\beta 1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J z_{\alpha 3} + M_R(z_{\alpha 2}) + m_S g l_S \cos(z_{\alpha 1} - \varphi_{\text{offset}})}{V_{\text{spez}}} = \phi_{12}(\mathbf{z}).\end{aligned}\quad (4.30)$$

(3) Transformation in die nichtlineare Regelungsnormalform

Auf Basis der neuen Koordinaten kann das System nun in nichtlinearer Regelungsnormalform, bestehend aus zwei Teilsystemen, dargestellt werden:

Anmerkung: Die zeitliche Ableitung des Reibmoments wird als $k_r \dot{x}_2$ angenommen

$$\begin{aligned} \dot{z}_{\alpha 1} &= z_{\alpha 2}, \\ \dot{z}_{\alpha 2} &= z_{\alpha 3}, \\ \dot{z}_{\alpha 3} &= J^{-1} \left(V_{\text{spez}} \left(\frac{n}{V_1(z_{\alpha 1})} (RT_0 \dot{m}_1 - z_{\alpha 2} \phi_{11}(\mathbf{z}) V_{\text{spez}}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{n}{V_2(z_{\alpha 1})} (RT_0 \dot{m}_2 + z_{\alpha 2} \phi_{12}(\mathbf{z}) V_{\text{spez}}) \right) - k_r z_{\alpha 3} \right. , \\ &\quad \left. + m_S g l_S \sin(z_{\alpha 1} - \varphi_{\text{offset}}) z_{\alpha 2} \right) = \theta_{11}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \\ \dot{z}_{\beta 1} &= \frac{\frac{n}{V_1(z_{\alpha 1})} (RT_0 \dot{m}_1 - z_{\alpha 2} \phi_{11}(\mathbf{z}) V_{\text{spez}})}{2} \\ &\quad + \frac{\frac{n}{V_2(z_{\alpha 1})} (RT_0 \dot{m}_2 + z_{\alpha 2} \phi_{12}(\mathbf{z}) V_{\text{spez}})}{2} = \theta_{12}(\mathbf{z}, \mathbf{u}). \end{aligned} \quad (4.31)$$

Das System besteht nun aus zwei Integratorketten mit Zustandsrückführung und zwei Vorfaktoren für die Eingänge u_1 und u_2 .

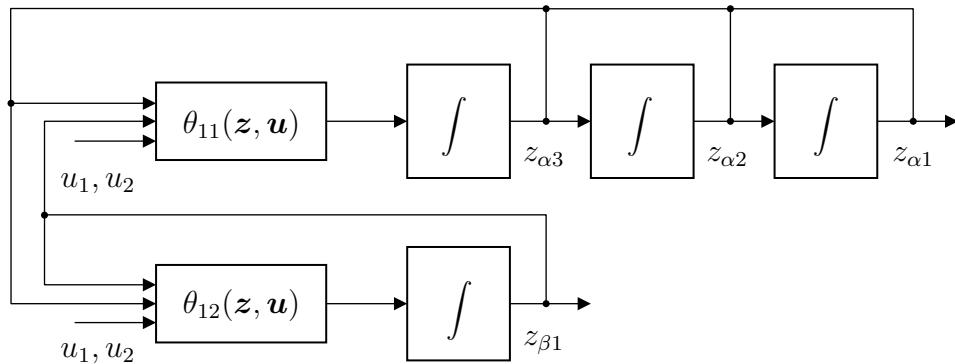


Abb. 4.3.2.1: System in nichtlinearer Regelungsnormalform

(4) Transformation in die Brunovsky-Normalform

Die Besonderheit der nichtlinearen Regelungsnormalform ist, dass die Verkopplung zwischen den beiden Teilsystemen aufgehoben wird, sowie die Nichtlinearitäten durch eine Zustandsrückführung exakt linearisiert werden [Rot97b]. Durch Einführen der neuen Eingänge

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \xi_1(\mathbf{z}, \mathbf{u}), \\ \nu_2 &= \xi_2(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (4.32)$$

wird das System mit Hilfe der Zustandsrückführung $\mathbf{u} = \xi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\nu})$

$$\begin{aligned}\dot{m}_1 &= \frac{1}{RT_0} \left(\frac{V_1(z_{\alpha 1})}{n} \left(\nu_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{J\nu_1 + k_r z_{\alpha 3} - m_S g l_S \sin(z_{\alpha 1} - \varphi_{\text{offset}}) z_{\alpha 2}}{V_{\text{spez}}} \right) \right. \\ &\quad \left. + z_{\alpha 2} \phi_{11}(\mathbf{z}) V_{\text{spez}} \right) = \xi_1^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\nu}) \\ \dot{m}_2 &= \frac{1}{RT_0} \left(\frac{V_2(z_{\alpha 1})}{n} \left(\nu_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{J\nu_1 + k_r z_{\alpha 3} - m_S g l_S \sin(z_{\alpha 1} - \varphi_{\text{offset}}) z_{\alpha 2}}{V_{\text{spez}}} \right) \right. \\ &\quad \left. - z_{\alpha 2} \phi_{12}(\mathbf{z}) V_{\text{spez}} \right) = \xi_2^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\nu})\end{aligned}\tag{4.33}$$

in die Brunovsky-Normalform überführt:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{\alpha 1} &= z_{\alpha 2}, \\ \dot{z}_{\alpha 2} &= z_{\alpha 3}, \\ \dot{z}_{\alpha 3} &= \nu_1, \\ \dot{z}_{\beta 1} &= \nu_2.\end{aligned}\tag{4.34}$$

Das System besteht nun aus zwei offenen gesteuerten Integratorketten:

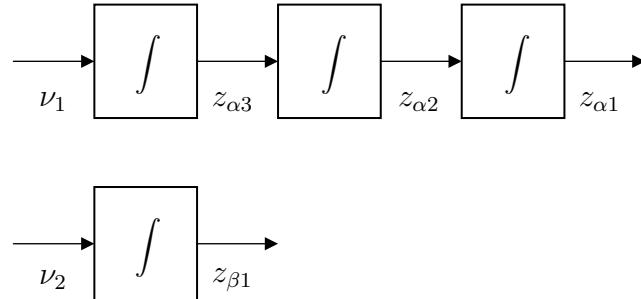


Abb. 4.3.2.2: System in Brunovsky-Normalform

(5) Stabilisierung des Trajektorienfolgefehlers $e(t)$

Auf Basis der Brunovsky-Normalform kann nun ein Folgeregel für die flachen Ausgänge, welche hier die Regelgrößen darstellen, entworfen werden. Ziel ist es, dass das System den Solltrajektorien $\mathbf{y}_d(t)$ mit ausreichender Genauigkeit folgt. Wichtig ist, dass die geplanten Solltrajektorien genügend oft differenzierbar sind und keine Stellgrößenbeschränkung vorliegt.

Der Folgefehler für die beiden Regelgrößen wird in flachen Koordinaten wie folgt definiert

$$\begin{aligned}\mathbf{e}(t) &= \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_d(t), \\ e_1(t) &= y_1(t) - y_{1,d}(t), \\ e_2(t) &= y_2(t) - y_{2,d}(t),\end{aligned}\tag{4.35}$$

4.3. FLACHHEITSBASIERTER REGLER FÜR DAS GESAMTSYSTEM

und mit Hilfe der Transformation $\mathbf{z} = \phi_1(\mathbf{y})$ in Normalformkoordinaten transformiert:

$$\begin{aligned} e_1(t) &= z_{\alpha 1}(t) - z_{\alpha 1,d}(t), \\ e_2(t) &= z_{\beta 1}(t) - z_{\beta 1,d}(t). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Auf Basis des Folgefehlers $\mathbf{e}(t)$ kann nun eine homogene Differentialgleichung für die Fehlerdynamik aufgestellt werden

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) + k_{12}\ddot{e}_1(t) + k_{11}\dot{e}_1(t) + k_{10}e_1(t) &= 0, \\ \dot{e}_2(t) + k_{20}e_2(t) &= 0. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Die Eigenwerte der beiden Differentialgleichungen können durch die Reglerverstärkung \mathbf{k} mit Hilfe einer Polvorgabe gewählt werden. Dabei wird für den Positionsregler ein Koeffizientenvergleich mit einem PT3-Glied angewendet.

Aus der Brunovsky-Normalform geht hervor, dass $\dot{z}_{\alpha 3} = \nu_1$ und $\dot{z}_{\beta 1} = \nu_2$. Setzt man dies in die beiden Differentialgleichungen für die Fehlerdynamik in \mathbf{z} -Koordinaten

$$\begin{aligned} \dot{z}_{\alpha 3}(t) &= \dot{z}_{\alpha 3,d}(t) - k_{12}(z_{\alpha 3}(t) - z_{\alpha 3,d}(t)) - k_{11}(z_{\alpha 2}(t) - z_{\alpha 2,d}(t)) - k_{10}(z_{\alpha 1}(t) - z_{\alpha 1,d}(t)), \\ \dot{z}_{\beta 1}(t) &= \dot{z}_{\beta 1,d}(t) - k_{20}(z_{\beta 1}(t) - z_{\beta 1,d}(t)) \end{aligned} \quad (4.38)$$

ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \dot{z}_{\alpha 3,d}(t) - k_{12}(z_{\alpha 3}(t) - z_{\alpha 3,d}(t)) - k_{11}(z_{\alpha 2}(t) - z_{\alpha 2,d}(t)) - k_{10}(z_{\alpha 1}(t) - z_{\alpha 1,d}(t)) \\ \nu_2 &= \dot{z}_{\beta 1,d}(t) - k_{20}(z_{\beta 1}(t) - z_{\beta 1,d}(t)). \end{aligned} \quad (4.39)$$

Das um die Fehlerdynamik stabilisierte System in Brunovsky-Normalform ist in Abbildung 4.3.2.3 als Blockschaltbild dargestellt.

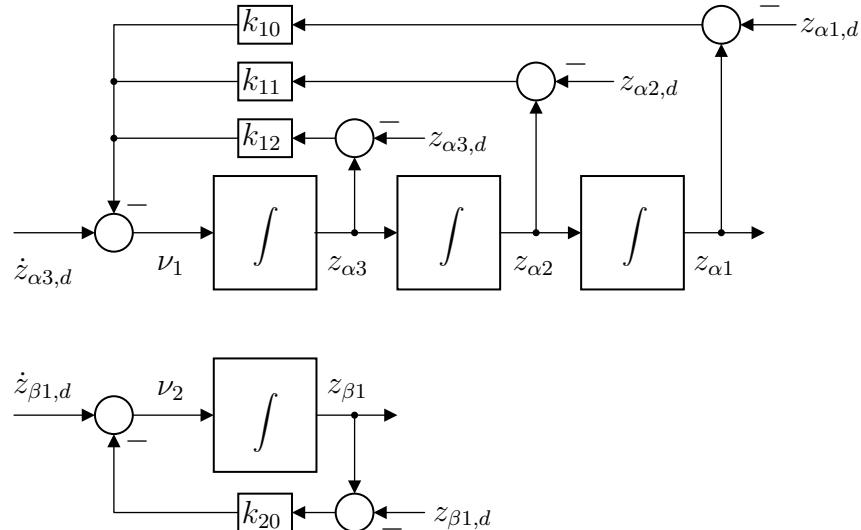


Abb. 4.3.2.3: Stabilisierung des Trajektorienfolgefektors

(6) Asymptotische Folgeregelung in Normalformkoordinaten z

Das linearisierte System in Brunovsky-Normalform folgt nun einer vorgegebene Wunschtrajektorie $z_d(t)$ gemäß der Polvorgabe der Fehlerdynamik. Das gesamte Regelgesetz für die asymptotische Folgeregelung in z -Koordinaten erhält man nun, indem man die Fehlerdynamik aus (4.39) in die nichtlineare Zustandsrückführung $\mathbf{u} = \xi^{-1}(z, \nu)$ einsetzt.

Daraus ergibt sich die zweifache Zustandsrückführung $\mathbf{u}(t) = \zeta_1(z(t), \mathbf{k})$ bestehend aus

- (1) exakte Zustandslinearisierung
- (2) Stabilisierung des Trajektorienfolgefehlers

(7) Asymptotische Folgeregelung in Originalkoordinaten x

Mit Hilfe der Rücktransformation $\mathbf{x} = \phi_2^{-1}(z)$ kann die in z -Koordinaten entworfene Folgeregelung in Originalkoordinaten \mathbf{x} überführt werden. Die asymptotische Folgeregelung ergibt sich somit zu

$$\mathbf{u}(t) = \zeta_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{k}). \quad (4.40)$$

4.3.3 Realisierung des Reglerteszes

Beim flachheitsbasierten Entwurf wird zur Realisierung des Reglerteszes neben den Systemzuständen \mathbf{x} auch die aktuelle Winkelbeschleunigung des Systems benötigt. Die Beschleunigung ist zum einen für die Zustandstransformation, zum anderen für die Stabilisierung der offenen Integratorketten notwendig. Die zweifache reale Differenzierung des Encodersignals hat sich im Experiment als nicht praktikabel erwiesen, da die zweifache Differenzierung des Signals zu Rauschen und Ventilknattern führt, sodass die gewünschte Reglereckfrequenz herabgesetzt werden muss.

Modellbasierte Berechnung der Winkelbeschleunigung

Aus diesem Grund wird alternativ eine modellbasierte Berechnung der Winkelbeschleunigung realisiert. Auf Basis der Differentialgleichung für die Winkelbeschleunigung (2.8) kann die aktuelle Beschleunigung des Systems analytisch berechnet werden. Entscheidend für die exakte Berechnung der Beschleunigung ist das Reibmoment im System. Da dieses Reibmoment nicht optimal approximiert werden kann, soll ein Störgrößenbeobachter implementiert werden. Damit werden alle unbekannten Momente, die am Schwenkantrieb angreifen geschätzt. Dies ermöglicht eine Berechnungsvorschrift für die Beschleunigung auf Basis des Modells der Bewegungsdynamik und dem Systemzustand.

Störgrößenbeobachter

Für den Beobachter wird nur das mechanische Teilsystem mit rein viskoser Reibung zugrunde gelegt:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_{\text{mech}} &= \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}, \quad u_{\text{mech}} = M_A = V_{\text{spez}}(p_1 - p_2), \quad \eta = \varphi, \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{\text{mech}} &= \begin{pmatrix} x_2 \\ J^{-1}(-k_r x_2 - m_S g l_S \cos(x_1 - \varphi_{\text{offset}}) - M_{\text{ext}}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{pmatrix} u_{\text{mech}}.\end{aligned}\quad (4.41)$$

Für die mechanische Eingangsgröße $u_{\text{mech}} = V_{\text{spez}}(p_1 - p_2)$ werden die gemessenen Kammerdrücke verwendet. Durch Kompensation der Gewichtskraft $M_G(x_1)$ kann das System linear dargestellt werden als

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\text{mech}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-k_r}{J} \end{pmatrix} \boldsymbol{x}_{\text{mech}} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{pmatrix} u_{\text{mech}} - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{M_{\text{ext}}}{J} \end{pmatrix}. \quad (4.42)$$

Dem Entwurfsmodell für den Störgrößenbeobachter wird nun ein dritter Zustand $x_3 = M_{\text{ext}}$ hinzugefügt, sodass das erweiterte mechanische Modell nun folgendermaßen angeschrieben werden kann:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_{\text{mech}} &= \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ M_{\text{ext}} \end{pmatrix}, \quad u_{\text{mech}} = V_{\text{spez}}(p_1 - p_2), \\ \eta &= \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{c}_{\text{mech}}^T} \boldsymbol{x}_{\text{mech}}, \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{\text{mech}} &= \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-k_r}{J} & \frac{-1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{A}_{\text{mech}}} \boldsymbol{x}_{\text{mech}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{b}_{\text{mech}}} u_{\text{mech}}.\end{aligned}\quad (4.43)$$

Dabei wird für das unbekannte externe Moment M_{ext} angenommen, dass $\dot{M}_{\text{ext}} = 0$.

Die Beobachtbarkeit des erweiterten mechanischen Modells kann nachgewiesen werden durch die Beobachtbarkeitsmatrix \boldsymbol{Q}_B und $\det(\boldsymbol{Q}_B) \neq 0$. Die Beobachtbarkeitsmatrix \boldsymbol{Q}_B für das Modell ist dabei

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Q}_B &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{c}_{\text{mech}}^T \\ \boldsymbol{c}_{\text{mech}}^T \cdot \boldsymbol{A}_{\text{mech}} \\ \boldsymbol{c}_{\text{mech}}^T \cdot \boldsymbol{A}_{\text{mech}}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-k_r}{J} & \frac{-1}{J} \end{pmatrix}, \\ \det(\boldsymbol{Q}_B) &= \frac{-1}{J} \neq 0 \rightarrow \text{beobachtbar}.\end{aligned}\quad (4.44)$$

4.3. FLACHHEITSBASIERTER REGLER FÜR DAS GESAMTSYSTEM

Nun kann die Gleichung für den Störgrößenbeobachter formuliert werden zu:

$$\dot{\hat{x}}_{\text{mech}} = \mathbf{A}_{\text{mech}} \hat{x}_{\text{mech}} + \mathbf{b}_{\text{mech}} u_{\text{mech}} + \mathbf{k}_b (\eta - \mathbf{c}_{\text{mech}}^T \hat{x}_{\text{mech}}), \quad \hat{x}_{\text{mech}}(0) = \hat{x}_{0,\text{mech}}. \quad (4.45)$$

Mit der Differentialgleichung für den Schätzfehler $\tilde{x}_{\text{mech}} = \hat{x}_{\text{mech}} - x_{\text{mech}}$ des Beobachters

$$\dot{\tilde{x}}_{\text{mech}} = \underbrace{(\mathbf{A}_{\text{mech}} - \mathbf{k}_b \mathbf{c}_{\text{mech}}^T)}_{\mathbf{A}^*} \tilde{x}_{\text{mech}} \quad (4.46)$$

kann die Dynamik des Beobachters ausgelegt werden. Dabei können die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A}^* beliebig gewählt werden. Das charakteristische Polynom in Abhängigkeit der Beobachterkoeffizienten \mathbf{k}_b für \mathbf{A}^* kann formuliert werden zu:

$$\lambda^3 + \left(\frac{k_r}{J} + k_{b1} \right) \lambda^2 + \left(\frac{k_r}{J} k_{b1} + k_{b2} \right) \lambda - \frac{k_{b3}}{J} = 0. \quad (4.47)$$

Durch einen Koeffizientenvergleich mit einem PT3-Glied kann die Dynamik eingestellt werden durch die Wunschkreisfrequenz $f_{b,0}$ ($\omega_{b,0} = 2\pi f_{b,0}$) und Dämpfung D_b , sodass sich für die Beobachterverstärkungen Folgendes ergibt:

$$\begin{aligned} p_0 &= \omega_{b,0}^3, & p_1 &= \omega_{b,0}^2 \cdot (2D_b + 1), & p_2 &= \omega_{b,0} \cdot (2D_b + 1), \\ k_{b1} &= p_2 - \frac{k_r}{J}, \\ k_{b2} &= p_1 - \frac{k_r}{J} \left(p_2 - \frac{k_r}{J} \right), \\ k_{b3} &= -Jp_0. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Bei der Auslegung des Beobachters ist darauf zu achten, dass ein guter Kompromiss aus Minimierung des Beobachterfehlers und des Messrauschen erreicht wird. Je weiter die Pole in der linken Halbebene liegen, desto mehr wird das Rauschen verstärkt. Im Experiment wird der Beobachter auf eine Eckfrequenz von 20 Hz bei einer Dämpfung von 0.7 gelegt. Abbildung 4.3.3.1 zeigt das geschätzte Störmoment über der Position bei einem Arbeitspunktwechsel:

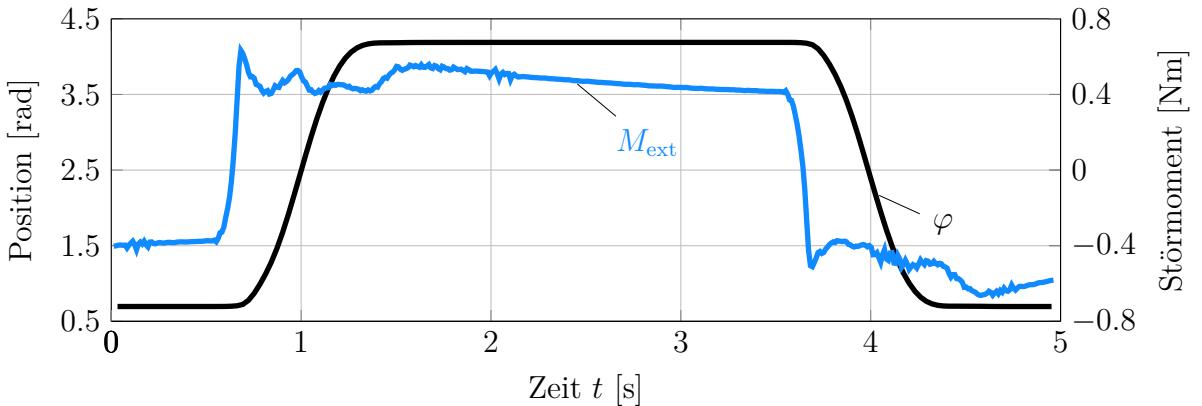


Abb. 4.3.3.1: Position (schwarz) und geschätztes externes Störmoment (blau)

4.3. FLACHHEITSBASIERTER REGLER FÜR DAS GESAMTSYSTEM

Da dem Beobachtermodell nur die viskose Reibung zugrunde gelegt wurde, enthält das externe geschätzte Moment den restlichen Reibungsverlauf aus Haftreibung und Stribeck-Effekt.

In Abbildung 4.3.3.2 ist des Weiteren die Position und Geschwindigkeit des Beobachters und der jeweilige Beobachterfehler dargestellt.

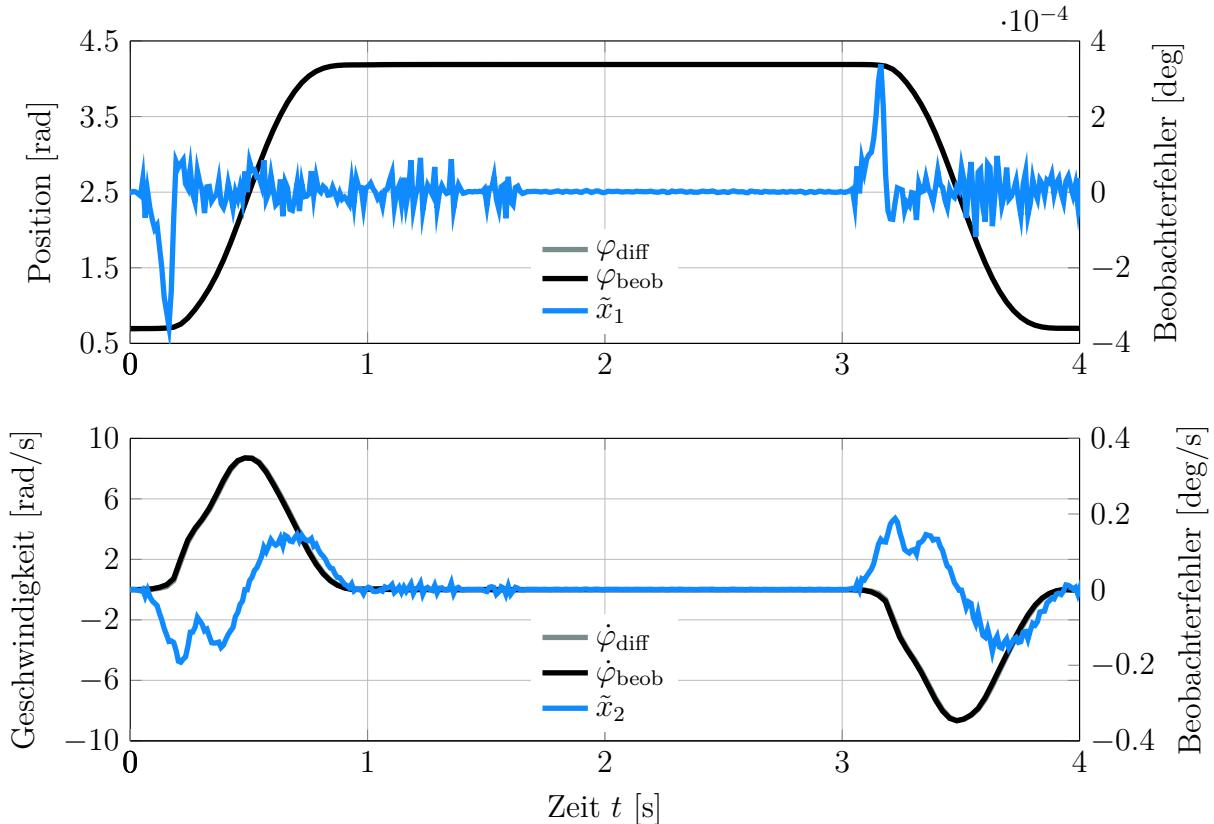


Abb. 4.3.3.2: Position und Geschwindigkeit (schwarz) mit Beobachterfehler (blau)

Algebraischer Ansatz für die Winkelbeschleunigung

Die modellbasierte Berechnung der Winkelbeschleunigung lässt sich nun auf Basis der Differentialgleichung für die Bewegungsdynamik in Kombination mit dem Störgrößenbeobachter realisieren. Die Berechnungsvorschrift für die Winkelbeschleunigung lautet

$$\ddot{\varphi}_{\text{alg}} = J^{-1} \left(V_{\text{spez}}(p_1 - p_2) - k_r \hat{x}_2 - m_S g l_S \cos(\hat{x}_1 - \varphi_{\text{offset}}) - \hat{M}_{\text{ext}} \right). \quad (4.49)$$

Dabei werden für p_1 und p_2 die Drucksensoren verwendet, während bei Position und Geschwindigkeit auf die geschätzten Größen \hat{x}_1 und \hat{x}_2 des Störgrößenbeobachters zurückgegriffen wird.

Vergleicht man die modellbasierte Beschleunigung mit dem zweifach differenzierten Encoder-Signal, so ist eine gute Übereinstimmung der beiden Signale auszumachen (siehe Abbildung

4.3. FLACHHEITSBASIERTER REGLER FÜR DAS GESAMTSYSTEM

4.3.3.3). Lediglich beim Beginn der Bewegung (Losreißeffekt) kann ein unterschiedlicher Verlauf festgestellt werden. Beide Signale laufen ungefähr zur gleichen Zeit los, die Steigung der modellbasierten Beschleunigung ist aber um einiges höher, als die der differenzierten Beschleunigung. Nach kurzer Zeit sind die beiden Steigungen wieder dieselben und der Verlauf ist deckungsgleich. Dies bedeutet, dass die modellbasierte Beschleunigung bereits eine Bewegung sieht, obwohl sich der Schwenkantrieb aufgrund der Haftreibung noch nicht wirklich losreißen konnte.

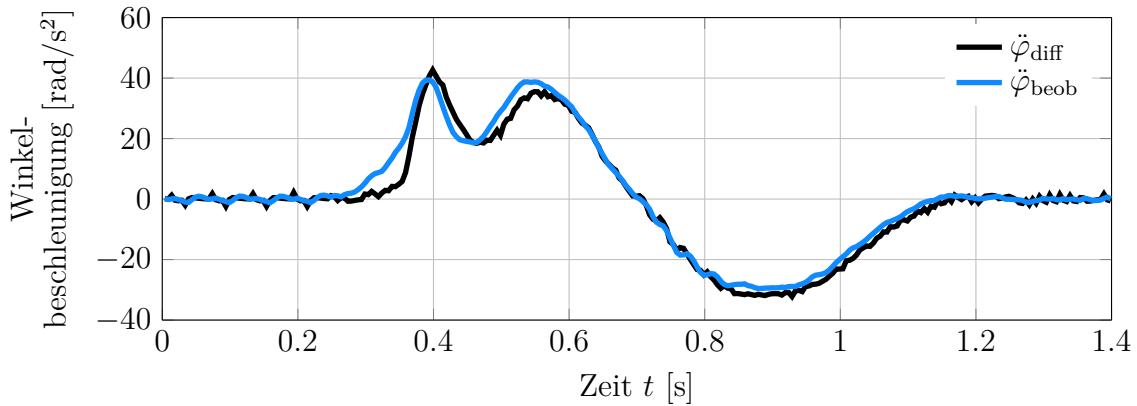


Abb. 4.3.3.3: Vergleich von differenzierter und modellbasierter Beschleunigung während eines AP-Wechsels

Zur Analyse dieses Effekts sind in Abbildung 4.3.3.4 die einzelnen Komponenten der Berechnungsvorschrift für die modellbasierte Beschleunigung dargestellt. Es zeigt sich, dass das resultierende Moment (blau, gestrichelt) aufgrund des Störmoments früher ansteigt.

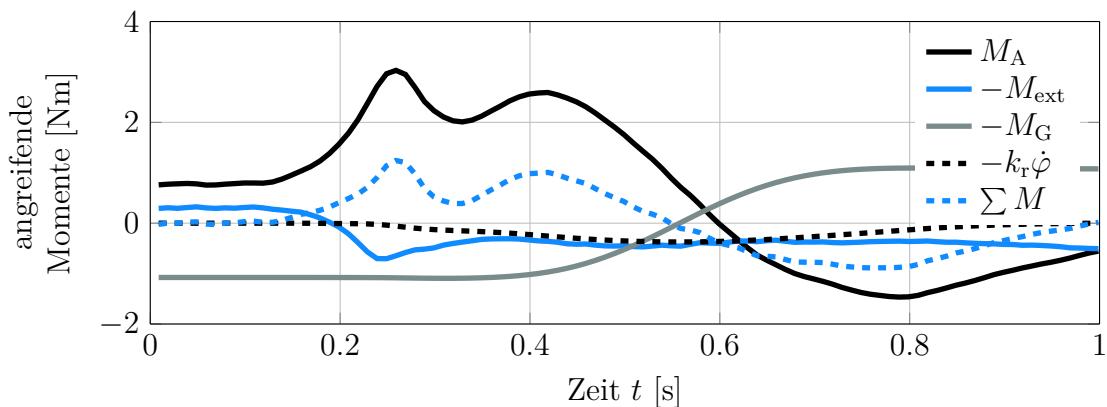


Abb. 4.3.3.4: Vergleich von differenzierter und modellbasierter Beschleunigung während eines AP-Wechsels

Für die Realisierung des flachheitsbasierten Reglers werden fortan die modellbasierte Beschleunigung $\ddot{\varphi}_{\text{alg}}$, sowie die beobachteten Zustände \hat{x}_1 und \hat{x}_2 verwendet.

4.3.4 Reglerauslegung

Die Auslegung des flachheitsbasierten Reglers wird wieder im Experiment am realen Systemaufbau vorgenommen.

Polvorgabe für Mitteldruckregler

Die Polvorgabe des Mitteldruckreglers beim flachheitsbasierten Entwurf ist unabhängig vom Positionsregler. Anders als beim kaskadierten Regleransatz kann die Reglerverstärkung somit sehr hoch ausgelegt werden, ohne dass es zu Ventilknattern kommt. Dies beruht auf der parallelen Struktur aus Position- und Mitteldruckregelung.

Der Pol des Mitteldruckreglers wird im Experiment auf $\lambda_{pm} = -150$ gelegt. In Abbildung 4.3.4.1 ist die Regelabweichung bei einem Arbeitspunktwechsel für eine konstante Mitteldruckvorgabe von $p_{m,d} = 4$ bar dargestellt:

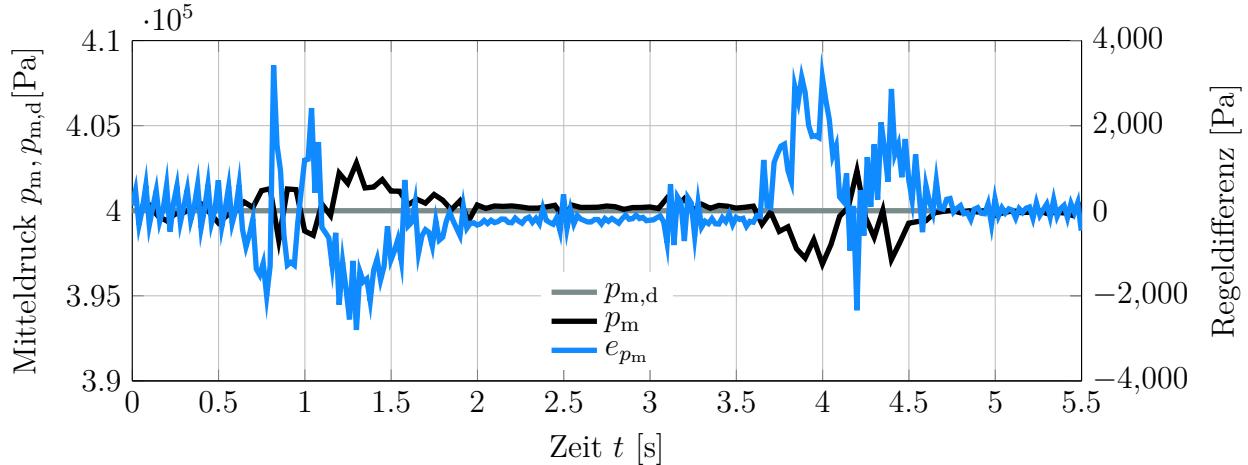


Abb. 4.3.4.1: Regelabweichung des Mitteldrucks für $\lambda_{pm} = -150$ während eines AP-Wechsels von 40° auf 240° und zurück

Polvorgabe für Positionsregler

Für den Positionsregler wird eine Polvorgabe für die Fehlerdynamik auf Basis eines PT3-Glieds realisiert. Durch Koeffizientenvergleich mit dem charakteristischen Polynoms eines PT3-Glieds,

$$p_0 = \omega_{R,0}^3, \quad p_1 = \omega_{R,0}^2 \cdot (2D_R + 1), \quad p_2 = \omega_{R,0} \cdot (2D_R + 1) \quad (4.50)$$

bei dem die beiden Eckfrequenzen $f_{0,R}$ und $f_{1,R}$ identisch gewählt wurden, ergibt sich für die Reglerverstärkungen:

$$\begin{aligned} k_0 &= \omega_{R,0}^3, \\ k_1 &= \omega_{R,0}^2 \cdot (2D_R + 1), \\ k_2 &= \omega_{R,0} \cdot (2D_R + 1). \end{aligned} \quad (4.51)$$

4.3. FLACHHEITSBASIERTER REGLER FÜR DAS GESAMTSYSTEM

Für die Polvorgabe wurde eine Dämpfung $D_R = 0.7$ gewählt und versucht eine möglichst hohe Reglereckfrequenz $f_{0,R}$ zu realisieren. In Abbildung 4.3.4.2 ist die Regelabweichung bei einem Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° und zurück für verschiedene Reglereckfrequenzen zu sehen:

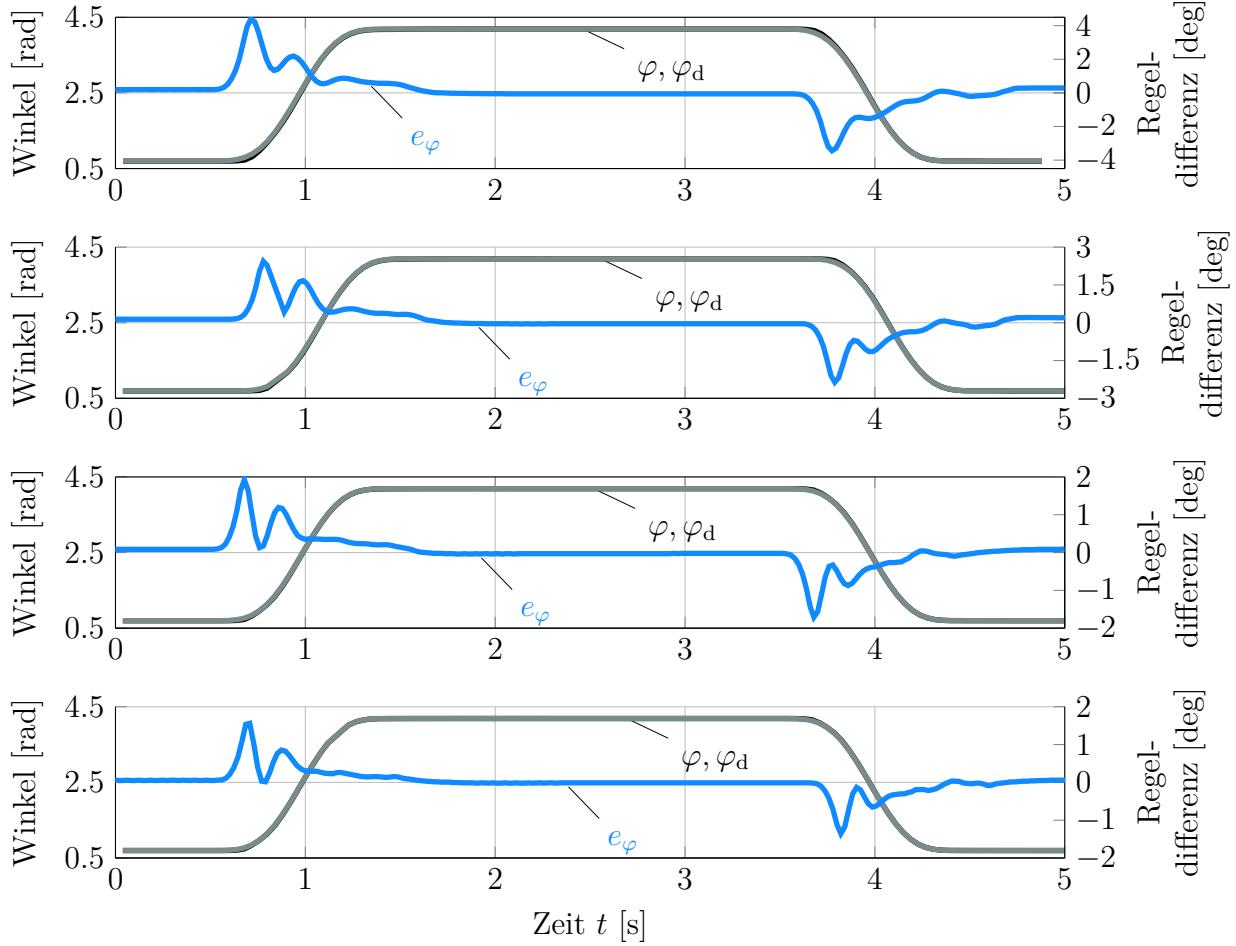


Abb. 4.3.4.2: Bahngenaugkeit des flachheitsbasierten Reglers für verschiedene Reglereckfrequenzen bei $D = 0.7$. Für die Rückführung werden die beobachteten Größen verwendet. (1): $f_{0,R} = 5 \text{ Hz}$ (2): $f_{0,R} = 6 \text{ Hz}$, (3): $f_{0,R} = 7 \text{ Hz}$ (4): $f_{0,R} = 8 \text{ Hz}$

Bei einer Reglereckfrequenz von $f_{0,R} = 7 \text{ Hz}$ (Diagramm ③) kann eine ausreichende Bahngenaugkeit von unter 2° beim Losreißen aus der Haftriebung, sowie eine stationäre Genauigkeit von unter 0.2° erreicht werden. Wird die Reglereckfrequenz höher gewählt, wird der geschlossene Regelkreis langsam grenzstabil und das Ventilknattern wird stärker.

4.4 Vergleich der beiden Regleransätze

Entwurfsaufwand für das Reglertheses

Der Entwurfsaufwand für den kaskadierten Regler ist an sich geringer als beim flachheitsbasierten Regler. Allerdings muss beim kaskadierten Regler zusätzlich Aufwand in die modellbasierte Vorsteuerung für die Druckregler, sowie in die modellbasierte vorgesteuerte Kompensation der Nichtlinearitäten im Positionsregler gesteckt werden. Nur mit Hilfe der modellbasierten Vorsteuerung kann eine vergleichbare Regelgüte der beiden Ansätze erzielt werden. Damit kann der Gesamtaufwand für die beiden Reglerkonzepte letztendlich als gleich angesehen werden.

Entwurfsaufwand zur Rückführung von Systemgrößen

Der flachheitsbasierte Regelungsansatz benötigt neben Position und Geschwindigkeit zusätzlich die Winkelbeschleunigung. Dies stellt natürlich einen größeren Aufwand dar, zumal hier eine Alternative zum zweifachen Differenzieren des Encodersignals implementiert wurde.

Reglerauslegung und Regelgüte

Die Reglerauslegung erfolgte bei beiden Ansätzen über eine Polvorgabe durch Koeffizientenvergleich mit einem PT2- bzw. PT3-Glied. Dabei konnte beim flachheitsbasierten Entwurf eine höhere Reglerfrequenz erreicht werden. Dies ist bezüglich Störsteifigkeit und Modellgenauigkeiten von Vorteil.

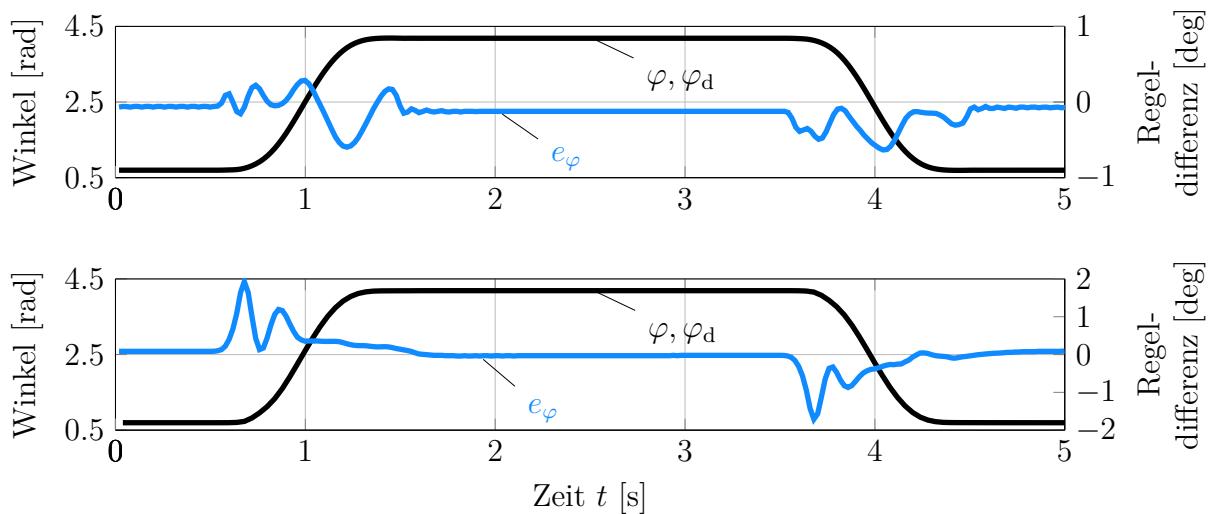


Abb. 4.4.0.1: Bahngenaugkeit des kaskadierten Reglers mit $f_{0,R} = 5\text{ Hz}$ (oben) und des flachheitsbasierten Reglers bei $f_{0,R} = 7\text{ Hz}$ (unten)

4.4. VERGLEICH DER BEIDEN REGLERANSÄTZE

Die Regelgüte beim Folgeverhalten für einen Arbeitspunktwechsel ist vergleichbar: der flachheitsbasierte Regler liefert eine Bahnabweichung von knapp unter 2° beim Losreißen aus der Haftreibung und kann diesen Fehler schnell minimieren. Der kaskadierte Regler hingegen liefert sogar eine maximale Bahnabweichung von unter 1° . Dies kann damit begründet werden, dass das Folgeverhalten maßgeblich von der Vorsteuerung beeinflusst wird. Beide Regelungsansätze enthalten eine modellbasierte Vorsteuerung, welche beim kaskadierten Regler zusätzlich entworfen werden musste, während diese beim flachheitsbasierten Entwurf bereits integriert ist.

Stationäre Genauigkeit bei sprunghaften Störungen

Lenkt man den Schwenkarm manuell aus einer stationären Soll-Position aus, so fällt auf, dass sich die beiden Regler bei der anschließenden Positionierung zurück in ihre Soll-Position unterschiedlich verhalten. Mit Hilfe von kleinen sprungartigen Änderungen der Soll-Position soll dieses Verhalten genauer untersucht werden.

Die Analyse geschieht auf Basis der geforderten Massenflüsse der beiden Regler, welche im Ventil umgesetzt werden, sofern keine Stellgrößenbeschränkung vorliegt. Für eine sprunghafte Änderung der Regelabweichung aus einer Ruhelage ($\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_d = \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_d = \ddot{\varphi}_d = 0$ und $e_{pm} = 0$) berechnen sich die jeweiligen anfänglichen Massenflüsse der Regler zu

$$\begin{aligned}\dot{m}_{KK} &= \frac{V_i(\varphi)}{nRT_0} \cdot \frac{0.5}{V_{spez}} \cdot (Jk_{\varphi,KK} \cdot e_{sprung} + M_G(\varphi)) \cdot k_{p,KK} \rightarrow \dot{m}_{KK} \approx [0.8, -1.5]^T \cdot 10^{-3} \text{kg/s} \\ \dot{m}_{FL} &= \frac{V_i(\varphi)}{nRT_0} \cdot \frac{0.5}{V_{spez}} \cdot (Jk_{\varphi,FL} \cdot e_{sprung}) \rightarrow \dot{m}_{FL} \approx [0.4, -0.9]^T \cdot 10^{-3} \text{kg/s},\end{aligned}\tag{4.52}$$

wobei beide Regler mit der gleichen Eckfrequenz von 5 Hz und einer Dämpfung von 0.7 ausgelegt sind und die Pole für die beiden Druckregler, sowie des Mitteldruckreglers bei $-15 \text{ Hz} \cdot 2\pi$ liegen. Es zeigt sich, dass der Kaskadenregler höhere Massenflüsse zu Beginn des Regelfehlers fordert.

Der weitere Verlauf der geforderten Massenflüsse und die Minimierung des Regelfehlers unterliegen nun jeweils der Dynamik des geschlossenen Regelkreises, sodass das Verhalten der beiden Regler im Experiment untersucht wird. In den Abbildungen 4.4.0.2 und 4.4.0.3 ist das Verhalten der beiden Regleransätze für einen Sprung der Sollposition um 3° dargestellt.

Aus Abbildung 4.4.0.2 geht hervor, dass sich zunächst ein hoher geforderter Massenfluss einstellt, um die Regelabweichung zu kompensieren. Der Regler fordert auf Basis des Regelfehlers ein Antriebsmoment, welches über die beiden Druckregler umgesetzt wird. Die Regelabweichung wird dadurch schnell kleiner, sodass sich das geforderte Antriebsmoment in Richtung des herrschenden Haftreibungsmoment bewegt. Bei einer Regeldifferenz von knapp 1° fordert der Regler keine Massenflüsse mehr und der Schwenkarm bleibt stehen. Die bleibende Regelabweichung führt zu einem Antriebsmoment in der Größenordnung der Haftreibung, die der Druckregler auch umsetzt, welches aber zu keiner Bewegung führt.

4.4. VERGLEICH DER BEIDEN REGLERANSÄTZE

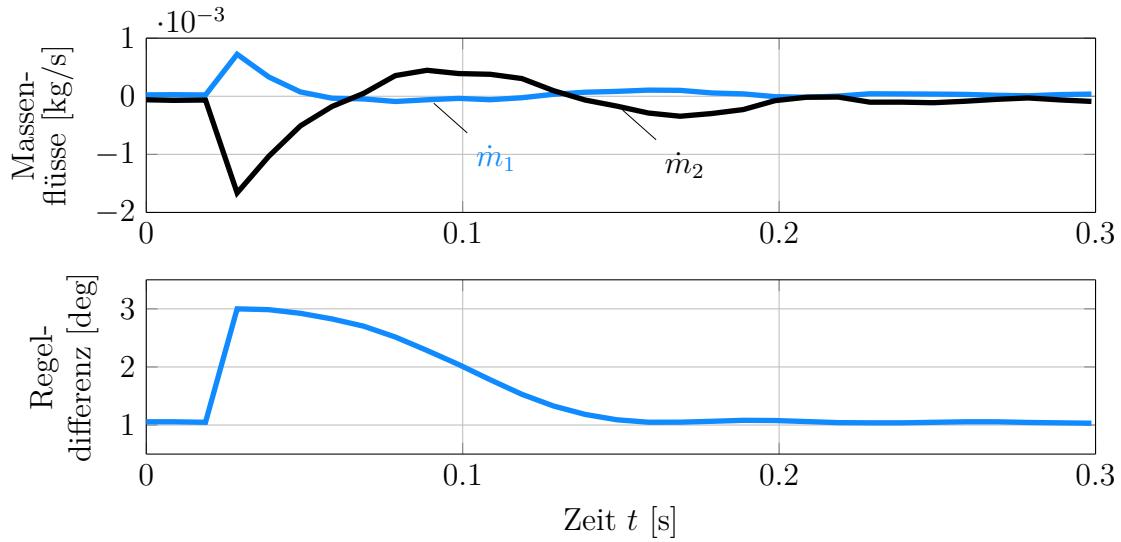


Abb. 4.4.0.2: Verhalten des kaskadierten Reglers bei sprungartiger Änderung der Soll-Position

Der flachheitsbasierte Regler hingegen (siehe Abbildung 4.4.0.3) fordert kleinere Massenflüsse bei entsprechend gleicher Regelabweichung. Die Massenflüsse werden hier direkt auf Basis der Regelabweichung in der Position generiert. Der flachheitsbasierte Regler fordert daher über einen recht langen Zeitraum einen Massenfluss größer Null. Bei einer Regeldifferenz von knapp \$0.25^\circ\$ bleibt der Schwenkarm stehen, was deutlich besser ist im Vergleich zum kaskadierten Regler. Der letztendliche Massenfluss, bei der keine Bewegung mehr stattfindet, liegt in der Größenordnung der Ventilleckage, sodass es zu keiner weiteren Druckänderung kommt.

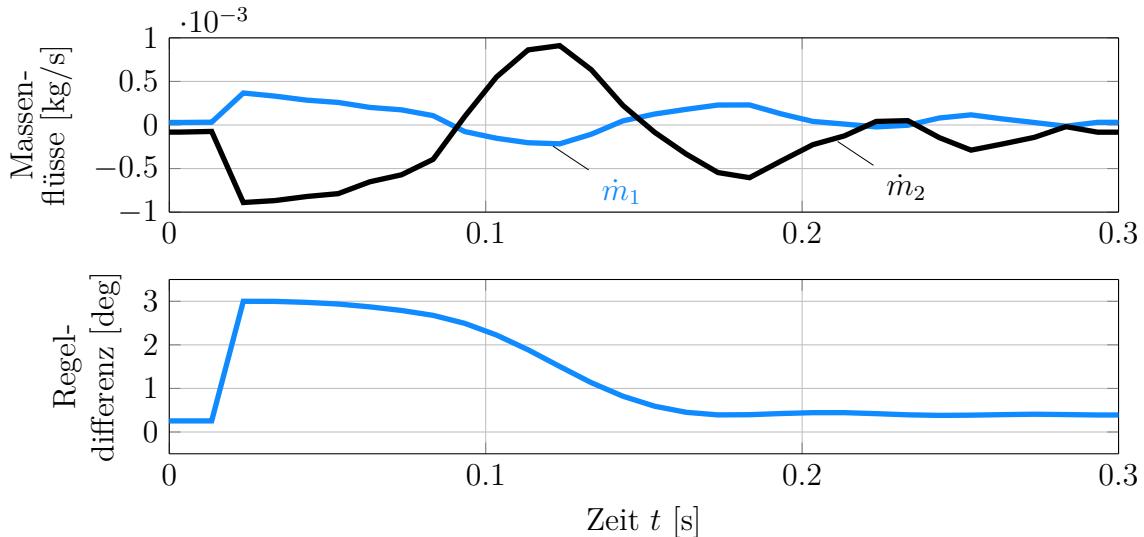


Abb. 4.4.0.3: Verhalten des flachheitsbasierten Reglers bei sprungartiger Änderung der Soll-Position

Strukturelle Unterschiede der Regleransätze

Zusammenfassend sind noch einmal die strukturellen Unterschiede der beiden Regler aufgeführt. Diese strukturellen Unterschiede sind verantwortlich für das unterschiedliche Verhalten der stationären Genauigkeit bei sprunghaften Störungen.

Der kaskadierte Regler besitzt eine serielle Struktur für Positions- und Druckregelung:

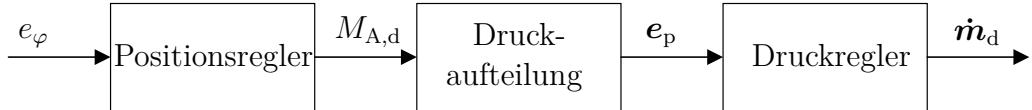


Abb. 4.4.0.4: Struktur des kaskadierten Regleransatzes

Bei einem Regelfehler für die Winkelposition wird ein entsprechendes Sollmoment gefordert, welches über die beiden Druckregler für die Kammern umgesetzt wird. Dabei werden vom Druckregler hohe Massenflüsse gefordert, die zu einer schnellen Einregelung der Drücke führt.

Bei kleiner werdendem Positionsfehler wird das Sollmoment immer kleiner und ist schließlich in der Größenordnung der Haftreibung des Schwenkantriebs angelangt. Abhängig von der Dynamik der Positionierung kommt der Schwenkarm nun früher oder später zum Stehen, sodass es zu einer bleibenden Regelabweichung kommt. Der Positionsregler fordert zwar weiterhin ein Antriebsmoment, die entsprechenden eingeregelten Kammerdrücke reichen aber nicht aus um den Schwenkarm weiter zu positionieren. Die letztendliche stationäre Genauigkeit ist von der Geschwindigkeit des Positionierungsvorgangs bei einer Störung abhängig.

Der flachheitsbasierte Regler hingegen besitzt eine parallele Struktur:

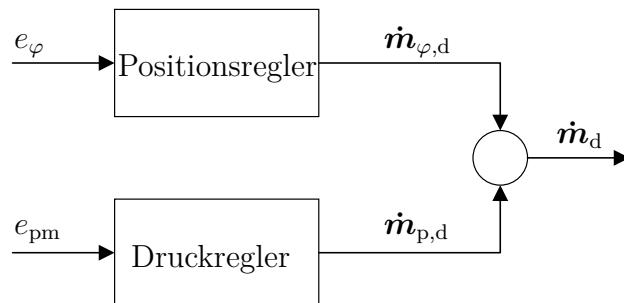


Abb. 4.4.0.5: Struktur des flachheitsbasierten Regleransatzes

Bei einem Regelfehler für die Winkelposition werden vom Positionsregler direkt entsprechende Massenflüsse gefordert. Der Regelfehler wird solange verkleinert, bis der Massenfluss im Ventil in die Größenordnung der Ventilleckage kommt. Danach kommt es zu keiner weiteren Druckänderung in den Kammern und der Antrieb kommt langsam zum stehen. Unabhängig

4.4. VERGLEICH DER BEIDEN REGLERANSÄTZE

von der Geschwindigkeit des Positionierungsvorgangs ist die stationäre Genauigkeit gleichbleibend. Sie wird allein durch die eingestellte Reglerverstärkung definiert: je höher die Verstärkung, desto kleiner die stationäre Abweichung bei einem Massenfluss in der Größenordnung der Ventilleckage.

Dies stellt einen klaren Vorteil des flachheitsbasierten Reglers dar, da der Schwenkarm immer wieder die gleiche Zielposition einnimmt, sodass fortwährend eine gute Positionier- und Wiederholgenauigkeit gewährleistet werden kann.

5 Beeinflussung der inhärenten Nachgiebigkeit

Die inhärente Nachgiebigkeit eines pneumatischen Aktors wird kurz gesagt über den herrschenden Mitteldruck in den beiden Kammern definiert. Bei einer Kollision ist der aktuell eingestellte Mitteldruck maßgeblich dafür verantwortlich, wie nachgiebig das System ist. In den Abschnitten 1.2 und 3.2 wurde gezeigt, dass sich die Steifigkeit des Systems umgekehrt proportional zum gewählten Mitteldruck verhält. Ziel ist es nun, eine geeignete Bahnplanung des gewünschten Mitteldrucks in Abhängigkeit zur Positionstrajektorie zu finden, sodass zu jedem Zeitpunkt eine möglichst hohe inhärente Nachgiebigkeit gewährleistet werden kann.

5.1 Vorgabe des Mitteldrucks

Das mittlere Druckniveau der beiden Kammern eines pneumatischen Aktors kann innerhalb der Grenzen aus Umgebungsdruck p_0 und Versorgungsdruck p_V gewählt werden. Zusätzlich muss stets die benötigte Druckdifferenz Δp der gewünschten Solltrajektorie beachtet werden, sodass keine Stellgrößenbeschränkung vorliegt. Daraus ergibt sich das Band

$$p_0 + \frac{|\Delta p|}{2} \leq p_m \leq p_V - \frac{|\Delta p|}{2}, \quad (5.1)$$

innerhalb dessen der Mitteldruck frei gewählt werden kann [Gö04].

In Abbildung 5.1.0.1 ist dieses Band dargestellt für einen typischen Arbeitspunktwechsel, wobei der Mitteldruck innerhalb der blauen Grenzen frei gewählt werden kann.

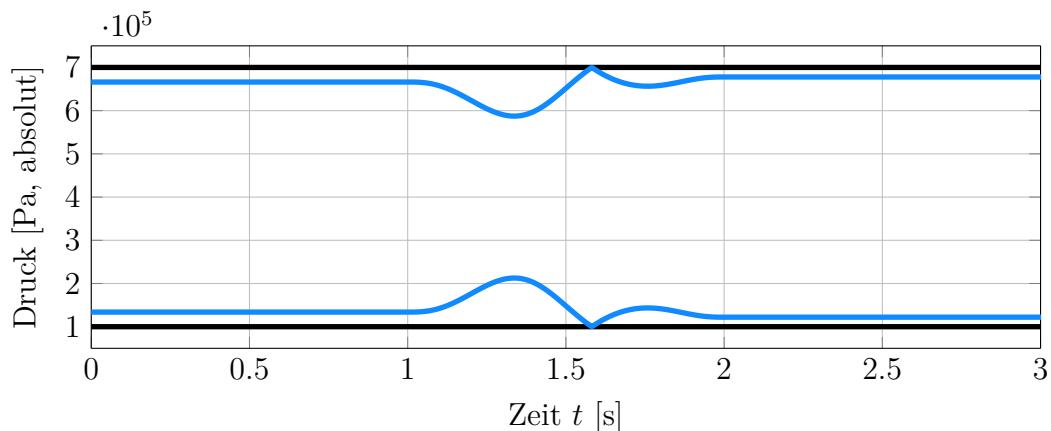


Abb. 5.1.0.1: Band für die Wahl des Mitteldrucks in den Grenzen von p_0 , p_V , sowie Δp

5.1. VORGABE DES MITTELDRUCKS

Die benötigte Druckdifferenz für eine beliebige Solltrajektorie für die Position kann modellbasiert berechnet werden. Dafür stellt man die Differentialgleichung für die Beschleunigung aus (2.8) entsprechend nach der geforderten Soll-Druckdifferenz um:

$$\Delta p = \frac{J\ddot{\varphi}_d + M_R(\dot{\varphi}_d) + M_G(\varphi_d)}{V_{\text{spez}}}. \quad (5.2)$$

Für das Reibmoment wird dabei ein rein viskoses Reibmodell zugrundegelegt.

5.1.1 Beeinflussung des Bahnverhaltens für die Positionierung

Zunächst soll geklärt werden, wie die Wahl des Mitteldrucks das Bahnverhalten für die Positionierung beeinflusst. Bisher wurde für die Vorgabe des Mitteldrucks stets ein konstantes Druckniveau von 4 bar gewählt, sodass dem Regler die gesamte Bandbreite des verfügbaren Drucks zur Verfügung steht. Logischerweise kommt es bei der Wahl eines konstanten Druckniveaus in der Nähe der Grenzen p_0 und p_V leichter zur Stellgrößenbeschränkung. Unabhängig davon, kann aber noch einer weiteren Effekt beobachtet werden: wählt man ein niedriges konstantes Druckniveau, so bleibt der Schwenkarm bei der Positionierung kurz vor dem Zielpunkt in der Haftriebung hängen und wird dann vom Regler langsam zum eigentlichen Ziel positioniert (siehe Abbildung 5.1.1.1).

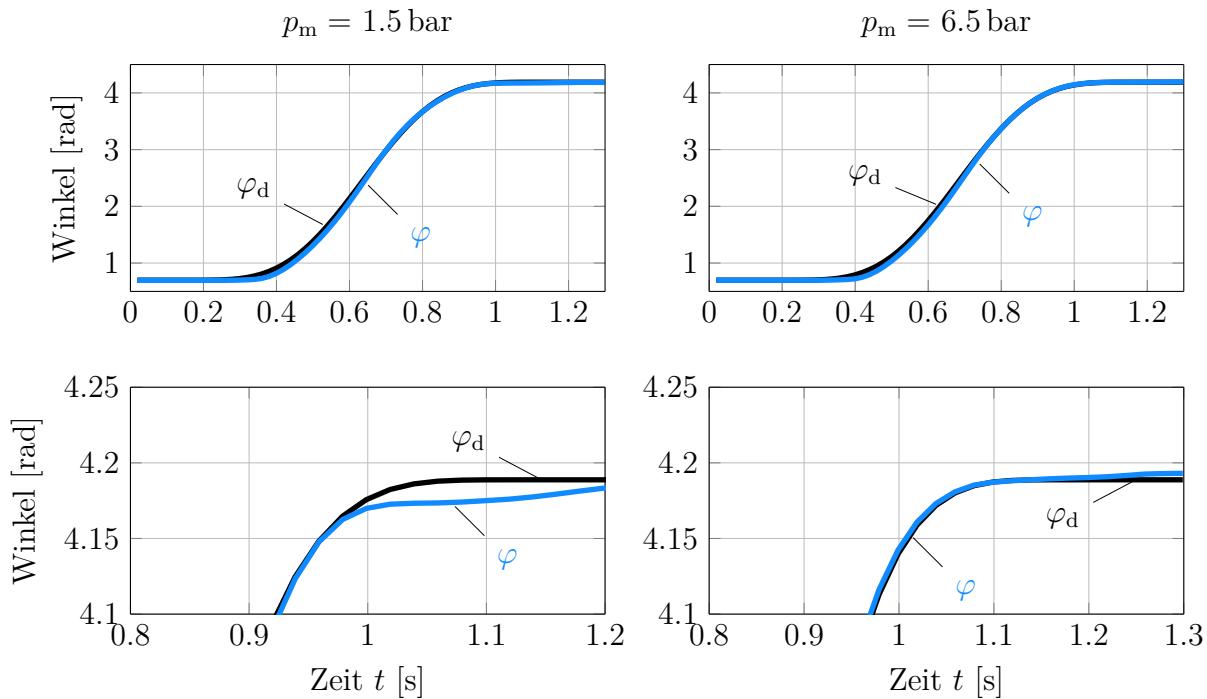


Abb. 5.1.1.1: Langsames Einlaufen in die Zielposition bei $p_m = 1.5$ bar (links unten)

5.1. VORGABE DES MITTELDRUCKS

Bei einem Vergleich des Bahnverhaltens mit einem hohen Mitteldruck, kommt es nicht zu diesem langsamen Einlaufen in den Zielpunkt, obwohl bei beiden Druckniveaus eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt. Deshalb liegt die Vermutung nahe, dass der angesprochene Effekt auf die niedrige Steifigkeit des Gesamtsystems bei niedrigem Mitteldruck zurückzuführen ist. Dadurch bleibt das System bei der Positionierung leichter in der Haftreibung hängen.

5.1.2 Wahl des Mitteldrucks für die inhärente Nachgiebigkeit

Um das Kriterium der höchstmöglichen Nachgiebigkeit während einer Bewegung zu erfüllen, wird die untere Grenze des vorgestellten Bands für den Mitteldruck gewählt. Hierfür muss allerdings ein gewisser Abstand p_{offset} zur modellbasiert berechneten Grenze mit berücksichtigt werden, sodass Störungen und Modellfehler nicht direkt zu einer Stellgrößenbeschränkung führen. Daraus ergibt sich für die Bahnplanung des Mitteldrucks:

$$p_m(t) = p_0 + \frac{|J\ddot{\varphi}_d(t) + M_R(\dot{\varphi}_d(t)) + M_G(\varphi_d(t))|}{2 \cdot V_{\text{spez}}} + p_{\text{offset}}. \quad (5.3)$$

Wird für die benötigte Druckdifferenz das Reibungsmodell bestehend aus viskoser Reibung, Gleitreibung und Haftreibung gewählt, so ergibt sich ein Verlauf für den Mitteldruck (Abbildung 5.1.2.1), welcher starke Druckänderungen am Anfang und Ende der Bewegung aufweist. Dies ist nicht optimal, da hierdurch entsprechende Stellenergie benötigt wird, die dann für das primäre Ziel der Positionierung fehlt. [Göt04]

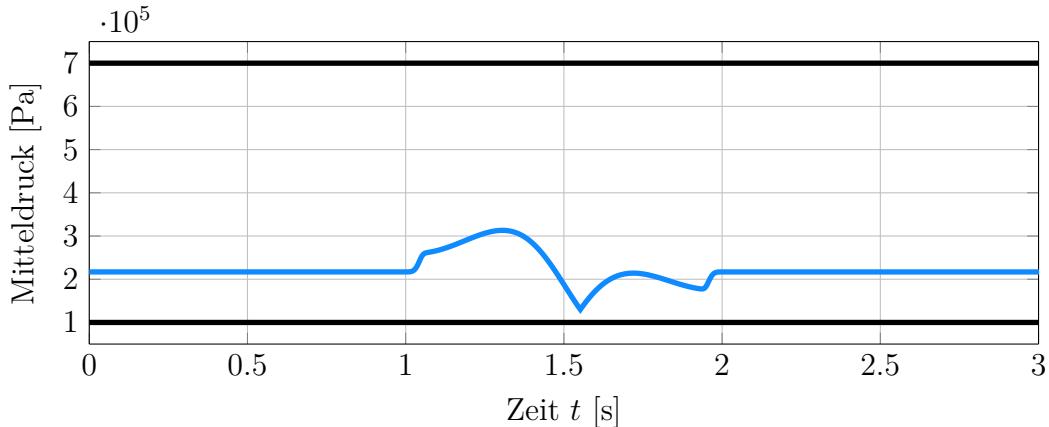


Abb. 5.1.2.1: Wahl des Mitteldrucks (blau) mit allen Reibanteilen

Wird stattdessen ein Reibmodell gewählt, welches nur aus viskoser Reibung besteht, so kommt es nicht zur sprunghaften Mitteldruckänderung zu Beginn und Ende der Bewegung, wie in Abbildung 5.1.2.2 zu sehen. Allerdings muss die fehlende Druckdifferenz der Haftreibung kompensiert werden, da dies sonst zu Beschränkungen führt. Aus diesem Grund wird die Haftreibung fortan bei der Auslegung von p_{offset} mit berücksichtigt.

Ein weiterer Vorteil des viskosen Reibmodells ist das nun höhere vorgegebene Druckniveau am Ende der Bewegung. Wie angesprochen, ist hier eine möglichst hohe Steifigkeit aufgrund der Haftreibung anzustreben.

5.2. EINHALTUNG DES GEWÜNSCHTEN MITTELDRUCKS BEI KOLLISION

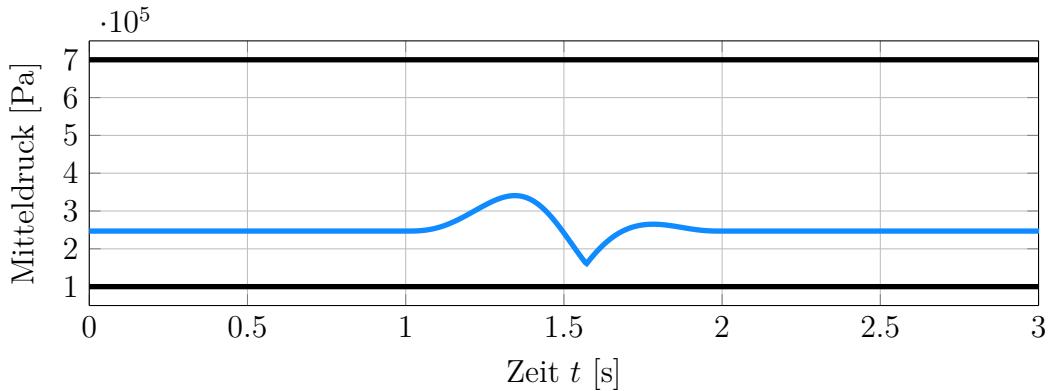


Abb. 5.1.2.2: Wahl des Mitteldrucks (blau) mit rein viskosem Reibmodell und Berücksichtigung der Haftreibung in p_{offset}

5.2 Einhaltung des gewünschten Mitteldrucks bei Kollision

Wird die vorgeschlagene Bahnplanung für den Mitteldruck während eines Arbeitspunktwechsels realisiert, so herrscht während der Bewegung ein minimales Druckniveau. Im Experiment wird nun das Verhalten in einem Kollisionsfall untersucht: während eines Arbeitspunktwechsels greift eine Person mit der Hand in die geplante Bewegungsbahn, sodass der Schwenkarm an einer bestimmten Position festgehalten wird. In Abbildung 5.2.0.1 ist zu sehen, dass der Mitteldruck kurz nach der Kollision auf ca. 4 bar ansteigt, da der Regler den Positionsfehler mit maximal möglichem Antriebsmoment ausregeln möchte.

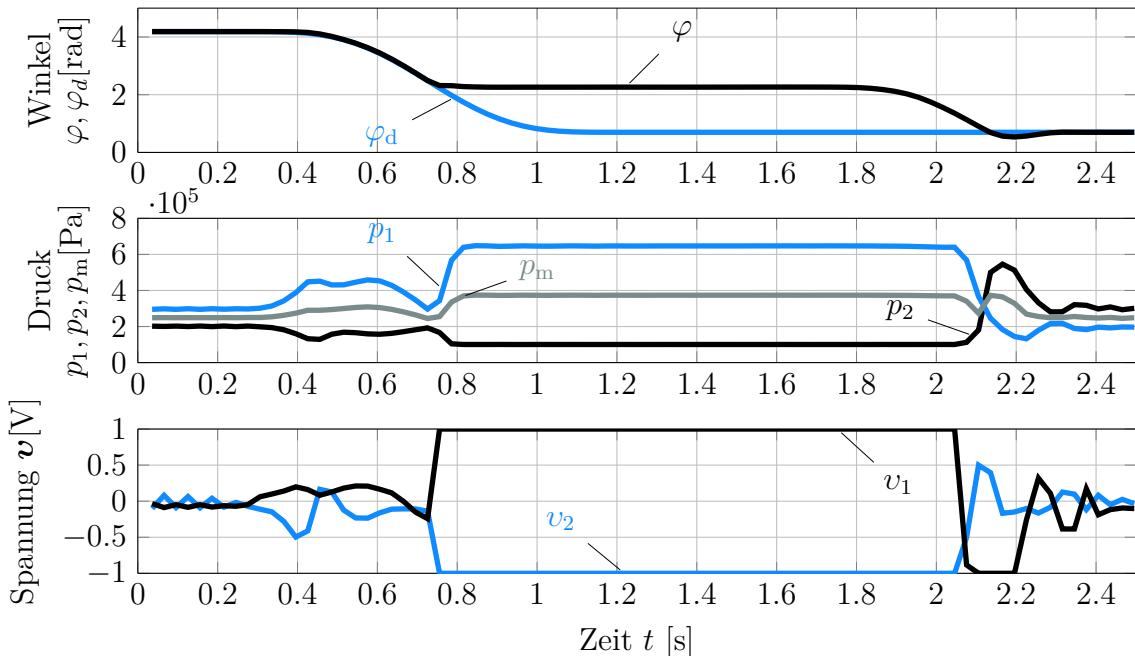


Abb. 5.2.0.1: Verhalten des flachheitsbasierten Reglers bei einer Kollision

5.2. EINHALTUNG DES GEWÜNSCHTEN MITTELDRUCKS BEI KOLLISION

Im Folgenden soll nun geklärt werden inwieweit es möglich ist, den gewünschten Mitteldruck bei einer Kollision einzuhalten.

5.2.1 Kaskadierter Regler

Verhalten des Reglers

Der Positionsregler des kaskadierten Regleransatzes fordert aufgrund der Positionsabweichung bei einer Kollision ein maximal mögliches Antriebsmoment (5 Nm bei 6 bar). Liegt der gewünschte Mitteldruck in der Mitte zwischen p_0 und p_V , so wird das geforderte Antriebsmoment umgesetzt. Je näher der gewünschte Mitteldruck am Rand des möglichen Mitteldruckbands liegt, desto niedriger ist das umgesetzte Antriebsmoment. Zum Verständnis ist die zugrundeliegende Berechnungsvorschrift für $M_{A,d} = 5 \text{ Nm}$ und $p_m = 2 \text{ bar}$ aufgeführt:

$$\begin{aligned}\Delta p_d &= \frac{M_{A,d}}{V_{\text{spez}}} = 6 \text{ bar}, \\ p_{1,d} &= p_{m,d} + 3 \text{ bar} = 5 \text{ bar}, \\ p_{2,d} &= p_{m,d} - 3 \text{ bar} = -1 \text{ bar} \xrightarrow{\text{Druckbeschränkung}} 1 \text{ bar}, \\ \Delta p_{\text{ist}} &= 4 \text{ bar}.\end{aligned}\quad (5.4)$$

Das umgesetzte Antriebsmoment ist aufgrund des niedrigen Mitteldrucks kleiner als vom Positionsregler gewünscht und ergibt in diesem Fall

$$M_A = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot V_{\text{spez}} = 3.3 \text{ Nm}. \quad (5.5)$$

Abbildung 5.2.1.1 zeigt das Verhalten bei einer Kollision: die geforderten Kammerdrücke (blau, schwarz) ergeben 5 bar und 1 bar. Der Mitteldruck (je gestrichelt) bewegt sich dabei auf 3 bar, sodass der geforderte Mitteldruck von 2 bar nicht eingehalten wird. Dies liegt daran, dass die geforderte Druckdifferenz aufgrund der Druckbeschränkungen, nicht symmetrisch um den Mitteldruck aufgebaut werden kann.

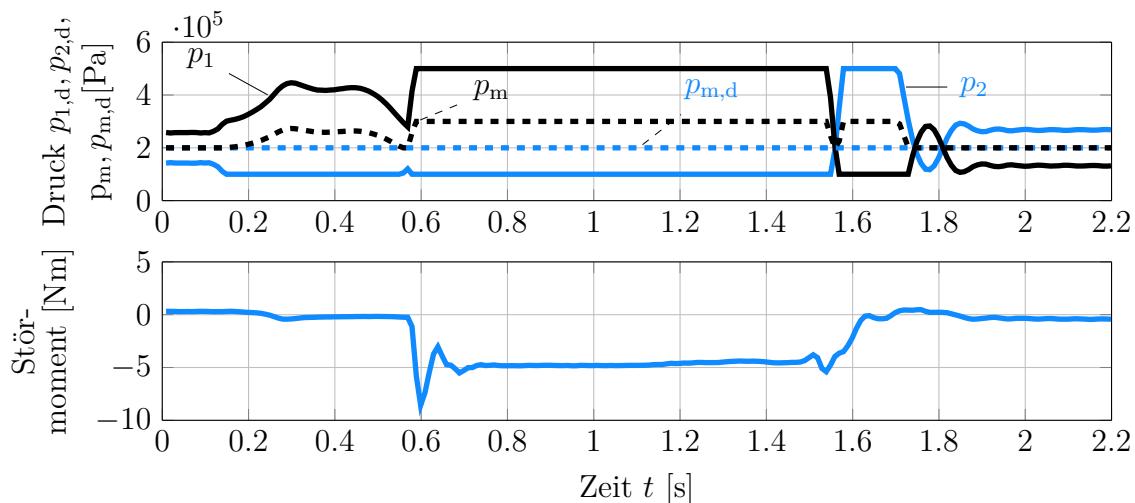


Abb. 5.2.1.1: Verhalten des kaskadierten Reglers bei einer Kollision

5.2. EINHALTUNG DES GEWÜNSCHTEN MITTELDRUCKS BEI KOLLISION

Beim kaskadierten Regler wird das verfügbare Antriebsmoment durch die Wahl eines geeigneten Mitteldrucks beschränkt. Allerdings wird dadurch nicht der gewünschte Mitteldruck eingehalten, sodass weitere Maßnahmen getroffen werden müssen.

Weitere modellbasierte Momentenbegrenzung im Regler

Der kaskadierte Regler besitzt eine Momentenschnittstelle zwischen Positionsregler und Druckregler, für welche zusätzlich eine modellbasierte dynamische Beschränkung realisiert werden kann.

Auf Basis des Modells der Bewegungsdynamik (2.8) kann für eine beliebige Bewegung das benötigte Antriebsmoment bestimmt werden. Zusätzlich zum benötigten Antriebsmoment der Steuerung muss nach oben und unten jeweils ein konstantes Moment hinzuaddiert werden, um weiterhin Störungen und Modellfehler zu berücksichtigen.

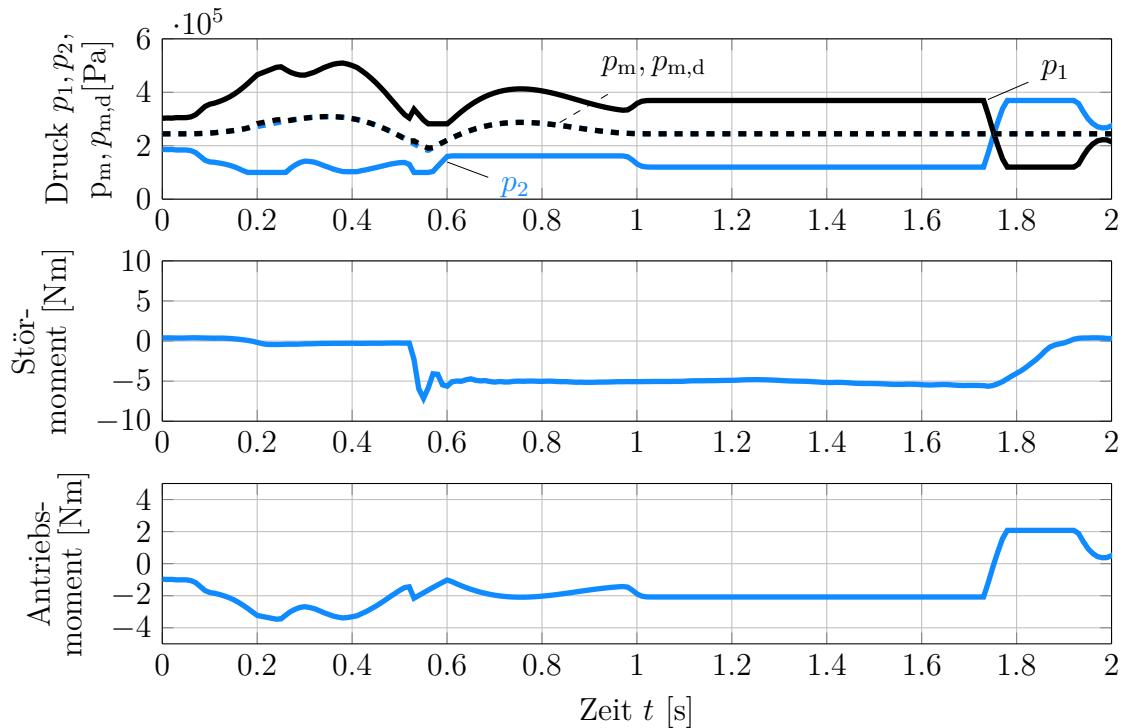


Abb. 5.2.1.2: Verhalten des kaskadierten Reglers mit Momentenbeschränkung bei einer Kollision

In Abbildung 5.2.1.2 ist zu sehen, dass der Soll- und Ist-Mitteldruck (je gestrichelt), aufgrund der dynamischen Momentenbeschränkung deckungsgleich sind. Allerdings wird damit natürlich auch die Störsteifigkeit eingeschränkt (schwacher Regler).

5.2.2 Flachheitsbasierter Regler

Verhalten des Reglers

Beim flachheitsbasierten Regler kann das verfügbare Antriebsmoment nicht durch die Wahl des Mitteldrucks beeinflusst werden. Bei einer Kollision fordert der Positionsregler sehr hohe Massenflüsse, die zu einer Stellgrößenbeschränkung führen, sodass die Kammerdrücke in die jeweilige Begrenzung p_0 und p_V gehen. Aufgrund der parallelen Struktur aus Positions- und Mitteldruckregler beeinflusst der Mitteldruck den Positionsregler nicht.

Interne Begrenzung im Regler

Eine modellbasierte Beschränkung des Reglers, ähnlich dem kaskadierten Regler, zu realisieren stellt sich in der Praxis als schwierig heraus. Im flachheitsbasierten Entwurf arbeitet der Positionsregler direkt auf Basis der Massenflüsse. Dies bedeutet, man müsste die Massenflüsse entsprechend beschränken, um das Prinzip des Kaskadenreglers zu adaptieren. Der Massenfluss ist äquivalent zur Druckänderung in den Kammern, sodass bei einer Beibehaltung des gewünschten Mitteldrucks, die Massenflüsse zu Null gesetzt werden müssen.

Dies kann nur mit einer Kollisionserkennung und einer aktiven Begrenzung umgesetzt werden. Aufgrund der Ventilleckage sinken die Drücke allerdings wieder, wenn sich das Ventil in der Mittelstellung (kein Massenfluss) befindet. Der Mitteldruckregler würde dann dagegen arbeiten und so kommt es zu Grenzzyklen, sodass dieses Konzept nicht zielführend ist.

Umschalten der Regelungsaufgabe

Um das Einhalten des gewünschten Mitteldrucks dennoch realisieren zu können, besteht die Möglichkeit, beim Erkennen einer Kollision auf eine reine Druckregelung umzuschalten. Die Erkennung kann beispielsweise über den vorgestellten Störgrößenbeobachter oder über eine Abweichung des Soll-Mitteldrucks zum gemessenen Mitteldruck erfolgen. Für die Druckregelung kann auf die entwickelten Druckregler auf Basis der exakten Linearisierung des Kaskadenreglers zurückgegriffen werden.

Die Solldrücke können dabei so eingestellt werden, dass der Regler mit geringem Antriebsmoment gegen die Störung arbeitet. Sobald die Störung durch den Kollisionspartner verschwunden ist, wird sich der Schwenkarm mit dem eingestellten Moment in Richtung Zielposition bewegen. Ab einer gewissen Entfernung zum Zielpunkt kann wieder auf den flachheitsbasierten Positions- und Mitteldruckregler umgeschaltet werden, sodass die gewünschte Position angefahren werden kann.

Dabei ist zu Überlegen die Bahnplanung so anzupassen, dass ab dieser gewissen Entfernung ein polynomialer Arbeitspunktwechsel zum Zielpunkt geplant wird. Die Transitionszeit kann dabei auf Basis der Überlegungen aus Kapitel 3.4 so gewählt werden, dass es zu keinen Stellgrößenbeschränkungen kommt.

6 Aktive Nachgiebigkeit: Admittanzregelung

Das Konzept der Nachgiebigkeitsregelung durch die Anpassung des Druckniveaus repräsentiert eine passive einstellbare Nachgiebigkeit des Systems. Im Kollisionsfall ist die Steifigkeit des Systems definiert über das zuvor eingestellte Druckniveau, sodass der Schwenkarm bestmöglich nachgibt und der Aufprall gedämpft wird.

Dieses Konzept soll nun um eine aktive Nachgiebigkeitsregelung ergänzt werden. Grundsätzlich sind dabei die Ansätze

- (1) Impedanzregelung und
- (2) Admittanzregelung

möglich. Bei der Impedanzregelung wird die Kontaktkraft als Feder-Masse-Schwinger modelliert, woraus sich ein entsprechendes nachgiebiges Verhalten des Systems im Kollisionsfall ergibt. Das Prinzip der Admittanzregelung hingegen ist es, im Kontaktfall die Sollgrößen des Positionsreglers dynamisch anzupassen, sodass die Kraftwirkung, die aus einer Regelabweichung entsteht, geringer wird. In beiden Fällen ist eine Detektion der Kollision notwendig, bei welcher das Konzept anschließend aktiv eingreift.

Die Admittanzregelung kann als übergeordnetes Regelungskonzept zum bisherigen Positions- und Mitteldruckregler realisiert werden (siehe Abbildung 6.0.2.1), sodass sich diese Möglichkeit der aktiven Nachgiebigkeitsregelung gut anbietet.

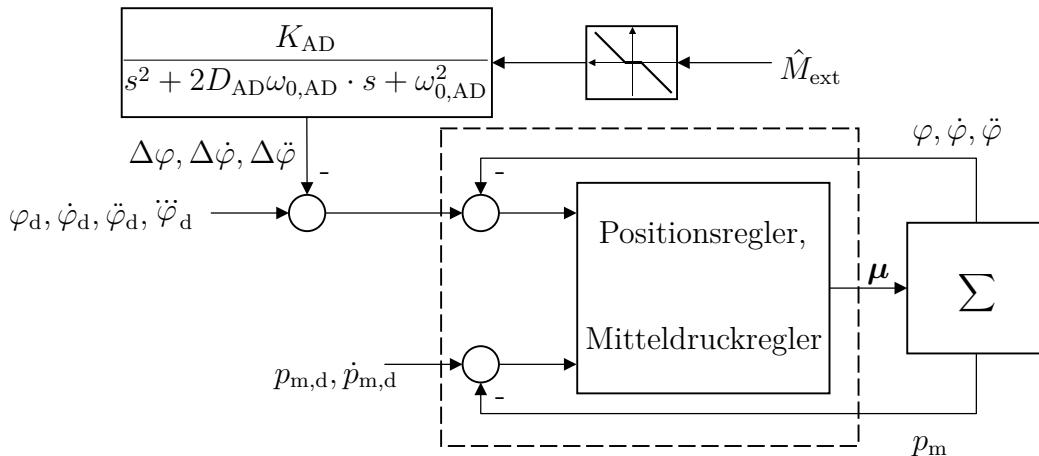


Abb. 6.0.2.1: Schematische Darstellung des Prinzips der Admittanzregelung [Dol15]

6. AKTIVE NACHGIEBIGKEIT: ADMITTANZREGELUNG

In Abbildung 6.0.2.1 ist die Funktionsweise der überlagerten Admittanzregelung schematisch dargestellt. Mit Hilfe des bereits vorgestellten Störgrößenbeobachters kann das externe Moment im Kollisionsfall geschätzt werden. Aus diesem Lastmoment wird auf Basis einer Übertragungsfunktion für einen kraft-erregten Feder-Masse-Schwinger (PT2-Glied) eine entsprechende Änderung der Sollgrößen für Position und höhere zeitliche Ableitungen berechnet. Diese Änderung der Sollgrößen wird an der Schnittstelle zwischen Bahnplanung und Positionsregler subtrahiert, sodass die bisherige Bahnplanung angepasst wird.

Der Positionsregler kann dabei weiterhin mit einer hohen Reglereckfrequenz betrieben werden, sodass ein gutes Bahnfolgeverhalten beibehalten wird. Wichtig bei der Realisierung, ist dabei die tote Zone zwischen Lastmoment und Übertragungsfunktion. Zum einen geht so das geschätzte Reibmoment nicht mit in die Admittanzregelung ein, zum anderen kann damit sichergestellt werden, dass die eigentliche Zielposition beim Arbeitspunktwechsel nicht verändert wird.

Das Übertragungsverhalten des Feder-Masse-Schwingers wird durch die Gleichung

$$\Delta\ddot{\varphi} + 2D_{AD}\omega_{0,AD} \cdot \Delta\dot{\varphi} + \omega_{0,AD}^2 \cdot \Delta\varphi = K_{AD} \cdot \hat{M}_{ext} \quad (6.1)$$

ausgedrückt. Diese Differentialgleichung wird als Blockschaltbild mit Integratoren modelliert, sodass ein direkter Zugriff auf die Größen Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung möglich ist (siehe Abbildung 6.0.2.2). Mit Hilfe der Parameter K_{AD} , $\omega_{0,AD}$ und D_{AD} kann die dynamische Anpassung der Solltrajektorie eingestellt werden.

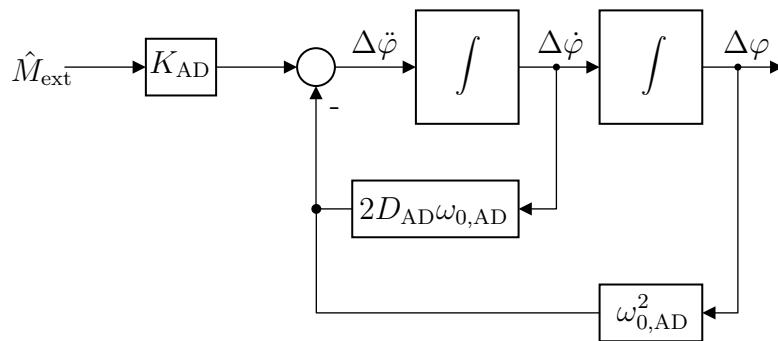


Abb. 6.0.2.2: Blockschaltbild des Übertragungsverhaltens von externem Lastmoment und Änderung der Solltrajektorie

Bei der Einstellung von geeigneten Parametern für den kraft-erregten Feder-Masse-Schwinger ist darauf zu achten, dass es zu keinen Grenzzyklen oder Instabilität des geschlossenen Regelkreises kommt. Im Experiment am realen System werden die Parameter dabei iterativ eingestellt, bis die Admittanzregelung ein gutes Verhalten aufweist.

Abbildung 6.0.2.3 zeigt einen Vergleich des Systemverhaltens mit und ohne Admittanzregelung bei einer manuellen Auslenkung des Schwenkarms aus einer Ruhelage. Dabei zeigt sich,

6. AKTIVE NACHGIEBIGKEIT: ADMITTANZREGELUNG

dass beim System ohne Admittanzregelung (rechte Spalte) sofort eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt und mit maximalem Antriebsmoment gegen die Regelabweichung gearbeitet wird. Das Druckniveau wandert dabei genau in die Mitte zwischen p_0 und p_V .

Mit Admittanzregelung hingegen ist kaum eine Änderung des mittleren Druckniveaus auszumachen. Der Regler fordert kaum Stellaktivität, da die Regelabweichung zwischen Soll- und Ist-Position durch die entsprechende Anpassung durch die Admittanzregelung gering ist. Dabei wirkt das System mit nur geringem Antriebsmoment gegen das manuelle Auslenken.

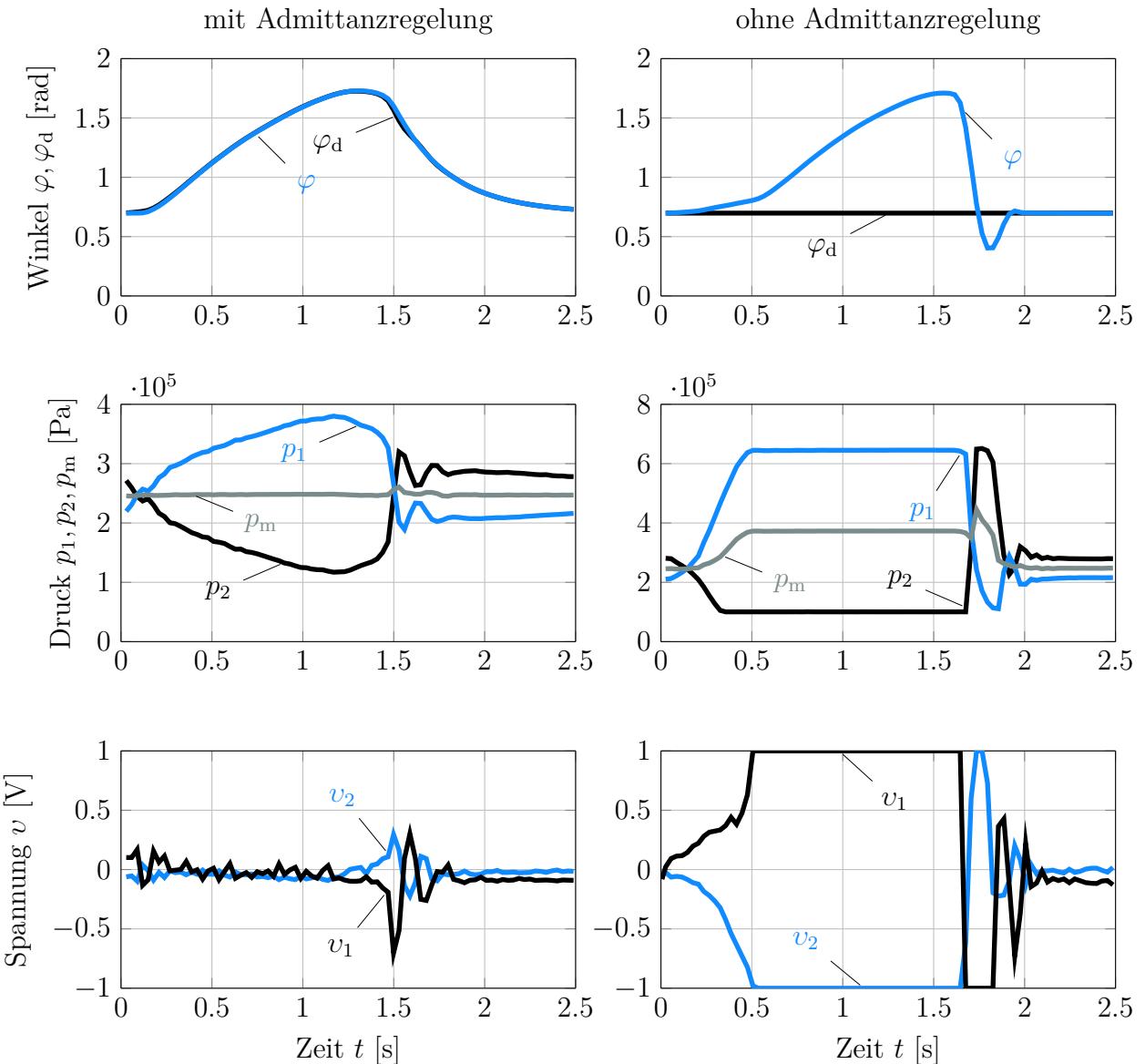


Abb. 6.0.2.3: Admittanzregelung bei manueller Auslenkung des Schwenkarms aus einer Ruhelage

6. AKTIVE NACHGIEBIGKEIT: ADMITTANZREGELUNG

Ähnliches Verhalten kann bei einer Kollision, wie in Abbildung 6.0.2.4 zu sehen, beobachtet werden. Ohne Admittanzregelung liegt wieder sofort eine Stellgrößenbeschränkung der Kammerdrücke vor und der Antrieb arbeitet mit maximalem Moment gegen die Störung.

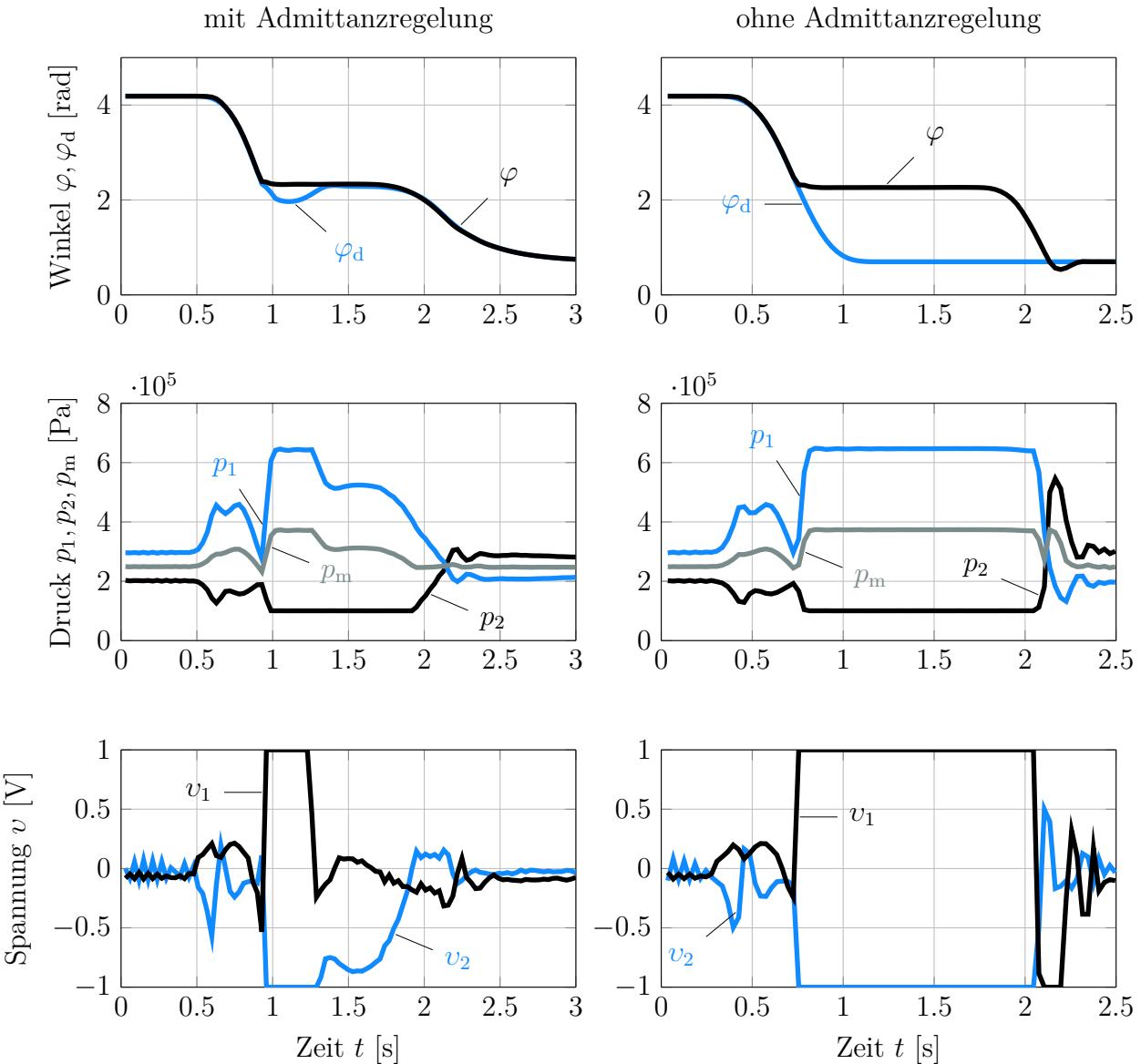


Abb. 6.0.2.4: Admittanzregelung bei Kollision des Schwenkarms

Das admittanzgeregelte System kommt im Augenblick des Aufpralls ebenfalls in die Stellgrößenbeschränkung: zum einen kann die Kollision nicht schnell genug detektiert werden (beobachtergestütztes Verfahren), zum anderen ist die Anpassung der Solltrajektorie zu schwach, um die Regelabweichung entsprechend schnell zu eliminieren. Die Anpassung wurde bewusst nicht stärker gewählt, da dies sonst beim manuellen Auslenken zu Grenzzyklen und Instabi-

6. AKTIVE NACHGIEBIGKEIT: ADMITTANZREGELUNG

lität führt. Nach kurzer Zeit kann die aufgrund der Kollision entstandene Regelabweichung allerdings mit Hilfe der Anpassung minimiert werden, sodass keine Stellgrößenbeschränkung mehr vorliegt. Der Regler arbeitet ab diesem Zeitpunkt nur noch mit geringem Antriebsmoment gegen die Störung.

Die aktive Nachgiebigkeitsregelung ist kombinierbar mit der passiven inhärenten Nachgiebigkeit pneumatischer Aktoren. Damit entsteht ein Konzept, das sowohl im Augenblick des Aufschlags, als auch bei Wirksamkeit des Reglers ein nachgiebiges Verhalten aufweist.

Es ist zu erwarten, dass sich die Wirkung der Admittanzregelung bei pneumatischen Aktoren mit höherer Antriebskraft noch mehr bemerkbar macht. Beim verwendeten Schwenkantrieb mit $M_{A,max} = 5 \text{ Nm}$ ist es für eine Person kein Problem den Schwenkarm ohne aktive Nachgiebigkeitwegzudrücken. Werden stärkere Antriebe verwendet, so wird das begrenzte Antriebsmoment größer und die Admittanzregelung zunehmend wichtiger.

7 Zusammenfassung

Pneumatische Aktoren verfügen aufgrund der Kompressibilität der Luft und der Beschränktheit des Versorgungsdrucks über eine inhärente Nachgiebigkeit. Im Zuge der Arbeit wurden Strategien zur Nutzung und Beeinflussung der inhärenten Nachgiebigkeit sowie die Anwendung einer aktiven Nachgiebigkeitsregelung für pneumatische Antriebe untersucht.

Unter der Verwendung von zwei getrennten Ventilen zur Steuerung der Kammerdrücke des pneumatischen Aktors wird das servopneumatische Gesamtsystem zu einem Mehrgrößen- system. Neben der notwendigen Druckdifferenz zur Positionierung des Aktors kann damit zusätzlich das herrschende Druckniveau in den Kammern vorgegeben werden.

Zur Umsetzung der erarbeiteten Regelungskonzepte wurde ein Versuchsstand bestehend aus zwei MPYE-Ventilen, einem pneumatischen Schwenkantrieb, sowie einer einfachen Gelenkmechanik aufgebaut. Der Aufbau ist mit einem Encoder für die Winkelposition, sowie zwei Drucksensoren für die Kammerdrücke ausgestattet.

Servopneumatische Systeme sind bekanntermaßen von Nichtlinearitäten wie Haftreibung, Druckdynamik und nichtlinearem Strömungsverhalten der Proportionalventile geprägt, so dass für die Mehrgrößenregelung von Position und Mitteldruck (Druckniveau), modellbasierte nichtlineare Trajektorienfolgeregler auf Basis der exakten Linearisierung in Betracht gezogen werden.

Grundlage für die Reglerentwürfe ist die Modellbildung des Systems bestehend aus Proportionalventilen, Druckaufbaudynamik im Schwenkantrieb und Bewegungsdynamik. Die unbekannten Modellparameter wie beispielsweise Gesamtträgeit, Reibung im Schwenkantrieb, spezifisches Volumen für die Generierung des Antriebsmoments, sowie Ventilleitwert und -durchflussfunktion werden mit Hilfe von geeigneten Verfahren im Experiment am realen Systemaufbau ermittelt. Dabei stellte sich heraus, dass der Schwenkantrieb über eine ausgeprägte Haftreibung verfügt, welche fast 20% des maximalen Antriebsmoments ausmacht.

Das Gesamtmodell wurde anschließend einer ausführlichen Systemanalyse unterzogen. Wird das System um stationäre Arbeitspunkte linearisiert, können die Eigenfrequenzen und die Dämpfung des linearisierten Systems berechnet werden. Damit kann gezeigt werden, dass sich die Systemsteifigkeit proportional zum Mitteldruck verhält. Für den Reglerentwurf wurde das System weiterhin auf die Eigenschaft der differentiellen Flachheit untersucht. Mit der Wahl von Position und Mitteldruck als flache Ausgänge erfüllt das Mehrgrößensystem die Flachheitsbedingungen.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Für die modellbasierten nichtlinearen Reglerentwürfe für Position und Mitteldruck wurden zwei Konzepte vorgestellt. Ziel ist die Folgeregelung einer zeitindizierten Referenztrajektorie für die Position auf Basis eines polynomialen Arbeitspunktwechsels unter Einhaltung eines gewünschten Mitteldrucks.

Das erste Konzept beinhaltet eine kaskadierte serielle Struktur aus Positions- und die Druckregelung. Bei der Druckregelung wurden die Nichtlineariäten der Druckdynamik mit Hilfe einer Zustandsrückführung exakt linearisiert. Überlagert zur Druckregelung wurde ein linearer Positionsregler mit modellbasierter vorgesteuerter Kompensation der nichtlinearen Anteile, wie Reibung und Gelenkmechanik, entworfen. Mit diesem Ansatz kann eine Bahngenaugigkeit beim Losreißen aus der Haftreibung von unter 1° und eine stationäre Genauigkeit im Zielpunkt des Arbeitspunktwechsels von unter 0.2° .

Das zweite Reglerkonzept basiert auf dem flachheitsbasierten Entwurf einer Folgeregelung für das gesamte Mehrgrößensystem. Grundlage hierfür war der Flachheitsnachweis für die flachen Ausgänge Position und Mitteldruck. Eine erste Zustandsrückführung linearisiert das Gesamtsystem exakt und prägt dem System zwei neue Eingänge auf. Die daraus entstehenden offenen Integratorketten können mittels einer zweiten Zustandsrückführung mit einer Trajektorienfolgeregelung stabilisiert werden.

Zur Realisierung dieses Konzepts ist die Rückführung der Winkelbeschleunigung notwendig. Hierfür wird als Alternative zur zweifachen Differenzierung des gemessenen Encodersignals eine modellbasierte Rekonstruktion entwickelt. Mit Hilfe eines Störgrößenbeobachters können alle am System angreifenden unbekannten Momente geschätzt werden, sodass die Beschleunigung auf Basis der Differentialgleichung der Bewegungsdynamik berechnet werden kann. Als problematisch stellt sich dabei der Losreißeffekt zu Beginn der Bewegung heraus, sodass die modellbasierte Beschleunigung bereits eine Bewegung schätzt, obwohl der Antrieb noch in der Haftreibung steckt.

Die Bahngenaugigkeit beim Losreißen des Aktors liegt mit dem flachheitsbasierten Entwurf bei knapp unter 2° , die stationäre Genauigkeit bei ca. 0.1° .

Die beiden Regler unterscheiden sich dabei grundlegend in ihrer Struktur, was sich in der stationären Genauigkeit bei sprunghaften Störungen bemerkbar macht. Aufgrund des seriellen Aufbaus des Kaskadenreglers bleibt der Antrieb in der Zielposition in der Haftreibung hängen. Der überlagerte Positionsregler fordert ein Antriebsmoment in Höhe des Haftreibungsmoments, welches von den beiden Druckreglern umgesetzt wird, aber zu keiner weiteren Bewegung führt. Je nach Dynamik der Positionierung ist die stationäre Genauigkeit im Zielpunkt größer oder kleiner. Der flachheitsbasierte Regler hingegen fordert bei einer sprunghaften Regelabweichung in der Position, aufgrund seiner parallelen Struktur, kontinuierliche Massenflüsse und minimiert den Regelfehler solange, bis die Massenflüsse in der Nähe der Ventilleckage liegen. Die stationäre Genauigkeit ist somit unabhängig von der Positionierdynamik.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Zur Beeinflussung der inhärenten Nachgiebigkeit kann der Mitteldruck während einer Bewegung gezielt gewählt werden. Abhängig von der geplanten Trajektorie für die Position ist es möglich, den Mitteldruck in den Grenzen zwischen Umgebungs- und Versorgungsdruck frei zu wählen. Auf Basis der Erkenntnisse aus der Systemanalyse wird der Mitteldruck möglichst gering gewählt, um eine hohe Nachgiebigkeit zu gewährleisten. Dabei zeigte sich allerdings auch, dass sich die niedrige Systemsteifigkeit negativ auf das Positionierverhalten bezüglich der Haftreibung auswirkt.

Bei einer Kollision ist das niedrige Druckniveau im Augenblick des Aufschlags wirksam. Sobald der Regler gegen die entstehende Positionsabweichung arbeitet, wird der geforderte minimale Mitteldruck allerdings verletzt, da der Regler mit einem höheren Antriebsmoment gegen die Störung wirkt. Mit Hilfe einer internen modellbasierten Beschränkung des Antriebsmoments im Kaskadenregler ist es möglich, ein niedriges Druckniveau bei einer Kollision beizubehalten. Beim flachheitsbasierten Regler muss dieses Verhalten durch eine Umschaltung auf eine reine Druckregelung realisiert werden.

Die passive einstellbare Nachgiebigkeit durch den herrschenden Mitteldruck wurde weiterhin um eine aktive Nachgiebigkeitsregelung erweitert. Mit dem Konzept der Admittanzregelung kann die Solltrajektorie für Position und höhere zeitliche Ableitungen mit Hilfe einer Kollisionserkennung dynamisch angepasst werden. Übergeordnet zum bisher entwickelten Positions- und Mitteldruckregler kann dem System so eine weitere aktive Nachgiebigkeit aufgeprägt werden. Dabei können die passive und aktive Nachgiebigkeitsregelung problemlos kombiniert werden: im Augenblick des Aufschlags ist die passive Nachgiebigkeit wirksam, da der Regler nicht schnell genug wirken kann. Danach greift die aktive Nachgiebigkeitsregelung ein und sorgt nach einer gewissen Einregelzeit für ein geringes Antriebsmoment und einen niedrigen Mitteldruck.

Abschließend ist zu bemerken, dass die bewegte Masse bei den betrachteten Nachgiebigkeitskonzepten nicht reduziert werden kann. Die Energie des Aufpralls kann lediglich durch eine hohe passive Nachgiebigkeit gedämpft werden. Die aktive Nachgiebigkeit sorgt im Anschluss dafür, dass der Aktor den Kollisionspartner nicht mit aller Kraft wegdrückt, sondern sanft und langsam in Richtung Zielpunkt arbeitet.

8 Ausblick

Der verwendete Schwenkantrieb verfügt über eine ausgeprägte Haftreibung, die wesentlichen Einfluss auf die Bahngenaugkeit bei der Positionierung hat. Zur Reduzierung der Haftreibungseffekte können die tribologischen Eigenschaften mit Hilfe eines anderen Schmiermittels verbessert werden. Testweise wurde ein Schwenkantrieb auf diese Weise optimiert, wobei sich die Haftreibung beim manuellen Bewegen des Schwenkflügels spürbar verkleinert.

Das aktive Nachgiebigkeitskonzept wurde mit einem beobachtergestützten Verfahren realisiert. Dabei zeigt sich, dass die Wirksamkeit der Admittanzregelung erst nach gewisser Zeit einsetzt. Die Reaktionszeit des Reglers im Kontaktfall kann möglicherweise mit dem Einsatz eines Momentensors verbessert werden.

Alternativ zur bisherigen Bahnplanung des Mitteldrucks (minimales Druckniveau in Abhängigkeit der Bewegung) ist zu Überlegen, eine konstante Steifigkeit des Antriebs während der gesamten Bewegung zu realisieren. Auf Basis der Federsteifigkeit eines Luftvolumens (1.1) besteht die Möglichkeit eine definierte Steifigkeit der Kamervolumina, abhängig von Position und Kammerdruck einzustellen.

Für den Einsatz der vorgestellten Nachgiebigkeitskonzepte in der Robotik ist zu empfehlen, den bestehenden Systemaufbau um weitere Antriebsachsen zu erweitern. Dabei müssen geeignete Regelungskonzepte für verkoppelte Mehrachssysteme (zentrale/dezentrale Achsregler, veränderliche Trägheitsmomente) berücksichtigt werden, was einen deutlichen Mehraufwand mit sich bringt [Gö04].

Symbolverzeichnis

Systemvariablen

x	Vektor der Zustandsgrößen
x_0	Anfangszustand
u	Vektor der Systemeingänge
y	Vektor des flachen Ausgangs
η	Vektor der Systemausgänge
z	Vektor der Systemzustände in Normalform
v	Vektor der Systemeingänge des exakt linearisierten Systems
f	Vektorfeld der Differentialgleichung $\dot{x} = f(x, u)$
n	Systemordnung
m	Anzahl der Systemausgänge
x_d	Vektor der Solltrajektorie des Zustands
y_d	Vektor der Solltrajektorie des flachen Ausgangs
e	Vektor des Trajektorienfolgefehlers
\hat{x}	Vektor der geschätzten Beobachterzustandsgrößen
\hat{x}_0	Anfangszustand des Beobachters
\tilde{x}	Vektor des Schätzfehlers
A	lineare Systemmatrix
B	lineare Eingangsmatrix
C	lineare Ausgangsmatrix

Modellparameter

φ	Winkelposition des Schwenkantriebs [rad]
$\dot{\varphi}$	Winkelposition des Schwenkantriebs [rad/s]
$\ddot{\varphi}$	Winkelposition des Schwenkantriebs [rad/s ²]
\dot{m}_i	Massenfluss in Kammer i [kg/s]
$C(v)$	Ventilleitwert eines Proportionalventils [$\text{m}^3/\text{Pa} \cdot \text{s}$]
ρ_0	Normdichte der Luft [kg/m ³]
b	kritisches Druckverhältnis [-]
q	Verhältnis von sekundärem und primärem Druck an einem Ventil [-]
$\Psi(b, q)$	Durchflussfunktion [-]
p_V	Versorgungsdruck [Pa]
p_0	Umgebungsdruck [Pa]
p_i	Druck in Kammer i [Pa]
\dot{p}_i	Druckänderung in Kammer i [Pa/s]
R	spezifische Gaskonstante [J/(mol·K)]
T_0	Temperatur im Normzustand [K]
n	Polytropenkonstante [-]
A_{eff}	effektive Fläche am Schwenkflügel [m ²]
r_m	mittlerer Radius im Schwenkantrieb [m]
V_{spez}	spezifisches Volumen: $V_{\text{spez}} = A_{\text{eff}} \cdot r_m$ [m ³]
V_i	Volumen der Kammer i [m ³]
\dot{V}_i	Volumenänderung der Kammer i [m ³ /s]
$V_{\text{tot},i}$	Totvolumen der Kammer i [m ³]
φ_{ges}	gesamter Schwenkwinkel des Antriebs [rad]
J	Trägheitsmoment des Schwenkarms [kg·m ²]
M_A	Antriebsmoment [Nm]
M_R	Reibmoment [Nm]
k_r	Koeffizient der viskosen Reibung [Nm·s/rad]
M_C	Moment der coulombschen Reibung [Nm]
M_H	Moment der Haftreibung [Nm]
$\dot{\varphi}_s$	Stribeckgeschwindigkeit [rad/s]
$\dot{\epsilon}_s$	Grenzgeschwindigkeit im Nullpunkt [rad/s]

Symbolverzeichnis

M_G	Moment der Gewichtskraft [Nm]
φ_{offset}	Winkel von $\varphi = 0^\circ$ zur Horizontalen [rad]
m_S	Masse des Schwenkarms [kg]
l_S	Abstand vom Schwerpunkt des Schwenkarms zum Drehzentrum [m]
g	Erdbeschleunigung, $g = 9.81 \text{ [kg}\cdot\text{m/s}^2\text{]}$
M_{ext}	externes Lastmoment [Nm]

Abbildungsverzeichnis

1.0.1	<i>KUKA LBR iiwa</i> [iiw15]	1
1.0.2	Prinzip <i>BioRob</i> [Klu05]	1
1.1.1	Nicht einstellbare Luftfeder in einem pneumatischen Aktor	2
1.1.2	Einstellbare Luftfeder in einem pneumatischen Aktor	2
1.2.1	Komprimierung eines abgeschlossenen Luftvolumens	3
1.3.1	Experimenteller Systemaufbau im Labor	4
2.1.1.1	Typischer Verlauf des pneumatischen Leitwerts in Abhängigkeit der Ventilspannung [Gö04]	8
2.1.1.2	Typischer Verlauf der Durchflussfunktion $\Psi(b, q)$ [Hil09]	8
2.1.1.3	Ansteuerung eines pneumatischen Aktors mit einem 5/3-Wegeventil [Hil09]	9
2.1.1.4	Adaptierte Brückenschaltung für zwei 5/3-Wegeventile	10
2.1.2.1	Schematisches Schnittbild des verwendeten Schwenkantriebs	11
2.1.2.2	Aufbau eines rotatorischen Volumens	11
2.1.3.1	Mechanisches Modell des Schwenkarms mit angreifenden Momenten	12
2.1.3.2	Darstellung der verschiedenen Reibanteile	13
2.2.1.1	Durchflussfunktion eines Belüftungsvorgangs mit Hilfe der beiden Messverfahren: Methode Druckänderung (schwarz), Methode Massenfluss (blau), Approximation (grau)	18
2.2.1.2	Pneumatischer Ventilleitwert mit Hilfe der beiden Messverfahren: Verfahren Druckänderung (blau), Verfahren Massenfluss (schwarz)	19
2.2.2.1	Gemessene (blau) und approximierte (schwarz) Reibung	21
2.3.1.1	Gemessener und simulierter Massenfluss für Ventil 1	23
2.3.2.1	(1): gemessener (schwarz) und simulierter (blau) Kammerdruck p_1 während eines AP-Wechsels (2): gemessene (schwarz) und simulierte (blau) Kammerdruckänderung \dot{p}_1 (3): Winkelposition (4): Ventilspannung v_1	24
2.3.3.1	Validierung des Modells der Bewegungsdynamik: Vergleich von Simulation (blau) und Messung am realen System (schwarz)	25
3.1.3.1	Eigenwerte des linearisierten Systems für stationäre Punkte bei 40° (grau), 140° (schwarz) und 240° (blau). Zweifache Polstelle (blau) für alle stationären Punkte	29
3.2.0.1	Änderung der Eigenfrequenz ω_0 und Lehrschen Dämpfung D des linearisierten Systems mit variierendem Mitteldruck	31

Abbildungsverzeichnis

3.4.0.1	Stellgrößenbeschränkung bei $T = 0.6$ s für einen Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240°	35
4.1.0.1	Normierte Leitwertkennlinie, inverse normierte Kennlinie, Ergebnis der Reihenschaltung [Gö04]	37
4.2.0.1	Überblick zum kaskadierten Regleransatz	38
4.2.1.1	Blockschaltbild der Normalform für die Druckaufbaudynamik	39
4.2.1.2	Einfacher Integrator durch Kompensation der Nichtlinearitäten	39
4.2.2.1	Blockschaltbild der Bewegungsdynamik	40
4.2.2.2	Vorgesteuerte Kompensation der Nichtlinearitäten	41
4.2.2.3	Integratorkette durch Kompensation der Nichtlinearitäten	41
4.2.3.1	Filterung der Messsignale für die Zustandsrückführung im Regler	42
4.2.3.2	Winkelgeschwindigkeit durch Differenzieren des Encodersignals	42
4.2.4.1	Regelabweichung des Mitteldrucks für $\lambda_{pm} = -2\pi \cdot 15$ Hz während eines AP-Wechsels von 40° auf 240° und zurück	43
4.2.4.2	Bahngenauigkeit für verschiedene Reglereckfrequenzen bei $D = 0.7$ bei einem Arbeitspunktwechsel von 40° auf 240° und zurück. (1): $f_{0,R} = 4$ Hz (2): $f_{0,R} = 5$ Hz, (3): $f_{0,R} = 6$ Hz (4): $f_{0,R} = 7$ Hz	44
4.3.2.1	System in nichtlinearer Regelungsnormalform	48
4.3.2.2	System in Brunovsky-Normalform	49
4.3.2.3	Stabilisierung des Trajektorienfolgefehlers	50
4.3.3.1	Position (schwarz) und geschätztes externes Störmoment (blau)	53
4.3.3.2	Position und Geschwindigkeit (schwarz) mit Beobachterfehler (blau)	54
4.3.3.3	Vergleich von differenzierter und modellbasierter Beschleunigung während eines AP-Wechsels	55
4.3.3.4	Vergleich von differenzierter und modellbasierter Beschleunigung während eines AP-Wechsels	55
4.3.4.1	Regelabweichung des Mitteldrucks für $\lambda_{pm} = -150$ während eines AP-Wechsels von 40° auf 240° und zurück	56
4.3.4.2	Bahngenauigkeit des flachheitsbasierten Reglers für verschiedene Reglereckfrequenzen bei $D = 0.7$. Für die Rückführung werden die beobachteten Größen verwendet. (1): $f_{0,R} = 5$ Hz (2): $f_{0,R} = 6$ Hz, (3): $f_{0,R} = 7$ Hz (4): $f_{0,R} = 8$ Hz	57
4.4.0.1	Bahngenauigkeit des kaskadierten Reglers mit $f_{0,R} = 5$ Hz (oben) und des flachheitsbasierten Reglers bei $f_{0,R} = 7$ Hz (unten)	58
4.4.0.2	Verhalten des kaskadierten Reglers bei sprungartiger Änderung der Soll-Position	60
4.4.0.3	Verhalten des flachheitsbasierten Reglers bei sprungartiger Änderung der Soll-Position	60
4.4.0.4	Struktur des kaskadierten Regleransatzes	61
4.4.0.5	Struktur des flachheitsbasierten Regleransatzes	61
5.1.0.1	Band für die Wahl des Mitteldrucks in den Grenzen von p_0 , p_V , sowie Δp	63
5.1.1.1	Langsames Einlaufen in die Zielposition bei $p_m = 1.5$ bar (links unten)	64

Abbildungsverzeichnis

5.1.2.1	Wahl des Mitteldrucks (blau) mit allen Reibanteilen	65
5.1.2.2	Wahl des Mitteldrucks (blau) mit rein viskosem Reibmodell und Berücksichtigung der Haftreibung in p_{offset}	66
5.2.0.1	Verhalten des flachheitsbasierten Reglers bei einer Kollision	66
5.2.1.1	Verhalten des kaskadierten Reglers bei einer Kollision	67
5.2.1.2	Verhalten des kaskadierten Reglers mit Momentenbeschränkung bei einer Kollision	68
6.0.2.1	Schematische Darstellung des Prinzips der Admittanzregelung [Dol15] . .	70
6.0.2.2	Blockschaltbild des Übertragungsverhaltens von externem Lastmoment und Änderung der Solltrajektorie	71
6.0.2.3	Admittanzregelung bei manueller Auslenkung des Schwenkarms aus einer Ruhelage	72
6.0.2.4	Admittanzregelung bei Kollision des Schwenkarms	73

Literaturverzeichnis

- [dI14] Maschinenmarkt das Industrieportal. *Mit dem Leichtbauroboter in eine neue Ära der Automatisierung.* 2014. Artikel.
- [Dol15] Doll, Matthias. *Admittanzregelung am Beispiel des Melkroboters LELY.* Festo AG & Co. KG, 2015. Persönliches Gespräch.
- [Fal12] Falkenhahn, Valentin. *Modellgestützte Kraft- und Bahnregelung von pneumatischen Aktuatoren am Beispiel der ExoHand.* Universität Stuttgart, Institut für Systemdynamik, 2012. Diplomarbeit.
- [Gö04] Göttert, Manfred. *Bahnregelung servopneumatischer Antriebe.* Universität Siegen, 2004. Dissertation.
- [Gö09] Göttert, M., Neumann, R. *Bahnregelung servopneumatischer Antriebe – ein Vergleich von linearen und nichtlinearen Reglern.* at – Automatisierungstechnik. Band 55, Heft 2, Seiten 69–74, ISSN (Print) 0178-2312, DOI: 10.1524/auto.2007.55.2.69, 2009.
- [Ger11] Gerlinghaus, Fabian. *Modellbasierte Druckregelung für den Bionischen Handlin-gassistenten.* Technische Universität München, 2011. Semesterarbeit.
- [Hil09] Hildebrandt, Alexander. *Regelung und Auslegung servopneumatischer Aktuatorsys-teme.* Berichte aus dem Institut für Systemdynamik, Universität Stuttgart. Shaker, 2009. Dissertation.
- [iiw15] KUKA LBR iiwa. Bildnachweis, September 2015.
- [Klu05] Klug, S., Möhl, B., von Stryk, O. und Barth, O. *Design and Application of a 3 DOF Bionic Robot Arm.* 2005.
- [Mur06] Murrenhoff, Hubertus. *Grundlagen der Fluidtechnik: Teil 2: Pneumatik.* Reihe Fluidtechnik. Shaker, 2006.
- [Rot97a] Rothfuß, R., Rudolph, J. und Zeitz, M. *Flachheit: ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme (Übersichtsaufsatz).* Automatisierungstechnik 45, 517-525, 1997.
- [Rot97b] Rothfuß, Ralf. *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtli-nearer Mehrgrößensysteme.* 1997. Dissertation.

Literaturverzeichnis

- [UR512] Universal Robots UR5. *Produktvideo*. 2012.
- [Wol11] Wolf, S., Eiberger, O. und Hirzinger, G. *The DLR FSJ: Energy based design of a variable stiffness joint*. May 2011.
- [Zei15] Zeitz, Michael. *Polynomiale Referenz-Trajektorien für Arbeitspunktwechsel*. Universität Stuttgart, 2015. Hilfsblatt zur Vorlesung Flache Systeme.