

Masterarbeit

Modellierung und nichtlineare Regelung eines pneumatisch aktuierten Manipulators

Modeling and Nonlinear Control of a Pneumatically Actuated Manipulator

vorgelegt von
Christian Trapp

in Kooperation mit
FESTO - Festo AG & Co. KG

Studiengang
Technische Kybernetik

Prüfer
Prof. Dr.-Ing. Oliver Sawodny

Betreuer
Dr.-Ing. Alexander Hildebrandt, M.Sc. Adrian Raisch

Prüfungsdatum
06.06.2016

Erklärung des Autors

der Masterarbeit mit dem Titel

Modellierung und nichtlineare Regelung eines pneumatisch aktuierten Manipulators

Hiermit versichere ich,

1. dass ich meine Arbeit bzw. bei einer Gruppenarbeit den entsprechend gekennzeichneten Anteil der Arbeit selbstständig verfasst habe,
2. dass ich keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe,
3. dass die eingereichte Arbeit weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens gewesen ist,
4. dass ich die Arbeit weder vollständig noch in Teilen bereits veröffentlicht habe und
5. dass das elektronische Exemplar mit den anderen Exemplaren übereinstimmt.

Stuttgart, den 06.06.2016

Christian Trapp

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit bei der Festo AG & Co. KG bei Esslingen und in Kooperation mit dem Institut für Systemdynamik der Universität Stuttgart.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Alexander Hildebrandt für die Betreuung der vorliegenden Masterarbeit. Er hat es mir ermöglicht an diesem überaus interessanten Fachgebiet zu forschen und mir einen Freiraum gewährt, um selbstständig wissenschaftliche Lösungen zu erarbeiten. Seine wertvollen, konstruktiven Hinweise und Ratschläge haben mein Interesse für die Thematik geweckt und zum wesentlichen Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Adrian Raisch von der Universität Stuttgart danke ich für seine hervorragende Betreuung. Als junger wissenschaftlicher Mitarbeiter beim Institut für Systemdynamik hat er viel Energie in die Organisation rund um meine Masterarbeit gelegt und durch fachliche Anmerkungen die Qualität der Arbeit angehoben.

Mein ganz besonderer Dank gilt den Kollegen bei der Firma Festo. Sie haben durch ein anregendes und kollegiales Umfeld direkt oder indirekt zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen. Frau Lena Hägele und Herrn Gabriel Dämmer möchte ich hervorheben, da sie den Mitbericht übernommen haben. Ich bedanke mich für ihr Interesse und die Korrektur meiner Masterarbeit.

Des Weiteren geht mein Dank auch an meine Freunde, hervorzuheben Benjamin Owusu-Sekyere wegen seiner tatkräftigen Unterstützung, meiner Familie und meiner Kirchengemeinde (Volksmission Stuttgart-Vaihingen). Sie haben mich motiviert, Anregungen beigetragen, Geduld geübt und für mich gebetet.

Von ganzem Herzen danke ich meiner Frau Lisa-Marie Trapp. Sie hat mich moralisch unterstützt, Verzicht erduldet und mir damit die Anfertigung dieser Arbeit ermöglicht. Darum widme ich diese Arbeit meiner Frau und unserer Tochter Salome, die in der Bearbeitungsphase dieser Arbeit das Licht der Welt erblicken durfte.

Lob und Ehre und Weisheit und Stärke und Macht und Ruhm und Dank sei unserm Gott, der uns den Segen gibt.

Stuttgart, Juni 2016
Christian Trapp

Kurzfassung

Die MRK (Mensch-Roboter-Kollaboration) gewinnt im Kontext der Automatisierung und des demographischen Wandels auch industriell an Gewicht. Hierbei wird eine geeignete Mischung menschlicher und maschineller Arbeit angestrebt, um die Flexibilität zu steigern. Dafür werden Roboter benötigt, die leicht sind und dennoch genügend Kraft aufbringen können, um entsprechende Aufgaben zu verrichten. Dafür werden Robotersysteme geschaffen, die dem Menschen assistieren.

Sicherheitsaspekte, Flexibilitätsanforderungen und Energievorgaben motivieren u.a. zu einer Leichtbauweise von Assistenzrobotern. Derzeitige Leichtbau-Assistenzroboter unterscheiden sich hauptsächlich in der Komplexität ihres Aufbaus und ihren Sicherheitskonzepten. In der Regel besteht der Manipulator, der die physikalische Interaktion des Assistenzroboters mit der Umgebung ermöglicht, aus fünf bis sieben Achsen. Dadurch wird ein dem menschlichen Arm ähnlicher Arbeitsraum realisiert. Auch das Aussehen von Leichtbau-Assistenzrobotern orientiert sich häufig am menschlichen Vorbild, um die Akzeptanz potentieller Benutzer zu erhöhen. Für die Akzeptanz, aber vor allem für den gefahrenfreien Einsatz einer MRK, bestehen unterschiedliche Sicherheitskonzepte, welche in ihrer Gesamtheit durch Nachgiebigkeitskonzepte das erste Asimov'sche Gesetz erfüllen. Im Allgemeinen werden derzeitige Leichtbau-Assistenzroboter mit elektrischen Servomotoren aktuiert und können maximale Lasten zwischen 1 kg und 15 kg heben.

Der geplante pneumatisch aktivierte Manipulator der Festo AG & Co. KG hat in der Leichtbau-Assistenzrobotik durch das pneumatische Antriebskonzept ein Alleinstellungsmerkmal. Aktuell existiert ein Prototyp mit zwei pneumatischen Aktuatoren. Ausgestattet mit Stetigventilen und mit Positions- und Drucksensoren werden die Aktuatoren angesteuert und die Zustände gemessen. Geplant ist eine Erweiterung auf sieben pneumatische Aktuatoren, wodurch eine Vielzahl von möglichen Anwendungsfeldern eröffnet wird. Durch die pneumatische Antriebstechnik verfügt der Manipulator über eine systemimmanente Nachgiebigkeit, welche für Sicherheitsaspekte im Bereich der MRK genutzt werden kann.

In dieser Arbeit wird zuerst die Entwicklung der modellbasierten Positions- und Druckregelung für sehr genaue und dynamische Positionierzorgänge eines pneumatischen Aktuators vorgestellt. Die nichtlinearen pneumatischen Effekte werden durch eine Eingangstransformation kompensiert und nicht messbare Störmomente mit einem Störgrößenbeobachter geschätzt. Dann werden daraus gewonnene Erkenntnisse für die Regelung des pneumatisch aktuierten Manipulators, der ein verkoppeltes stark nichtlineares Gesamtsystem ist, verwendet. Ein Mehrkörpersystem des Manipulators wird aufgestellt. In einer Simulation wird die nichtlineare Regelung aufgezeigt.

Abstract

In the context of ever increasing automation coupled with the current demographic shift, the HRC (Human-Robot-Collaboration) is continually gaining importance, not only as an innovation, but also industrially. The aim is to increase flexibility by employing a suited combination of human effort and machine aid. In order to perform the necessary tasks, robots which are capable of generating enough force, whilst being light in weight, are required. This combination ensures the creation of systems that are of assistance to the worker.

Security concerns, flexibility demands and energy specifications, amongst others, motivate the conception of light-weight constructions of assistant robots. Current light-weight assistant robots differ from one another primarily in the complexity of their design and their security features. Usually, the manipulator functions along five to seven axes. This is the component that enables an interaction of the robot with its environment. A working function resembling that of the human arm is forged. Additionally, the physical design of such robotic systems is often aligned closely to human features. This increases the acceptance with potential future users. Apart from the acceptance issue, the desired riskfree operation of HRC systems is to be achieved by a variety of security measures, all of which are in accordance with Asimov's first law, in terms of resilience. Generally, modern light-weight assistant robots are actuated with electric servo motors and are capable of lifting loads ranging from 1 kg to 15 kg.

Festo AG & Co. KG's planned manipulator is unique in the field of light-weight HRC robots, terms of drive concept, thanks to its pneumatic actuation. A prototype with two pneumatic actuators currently exists. It is fitted with proportional directional control valves to steer the actuators and with position and pressure sensors to measure the momentary states. An extension to seven pneumatic actuators is planned which makes a wider field of applications accessible and possible. By the use of pneumatic actuators, the manipulator expresses an inherent resilience toward external factors, which can be harnessed for the security aspects of HRC operation.

This thesis firstly seeks will present the development of the model-based position control for very accurate and highly dynamic positioning processes of a pneumatic actuator. The non-linear pneumatic effects were compensated by an input transformation and the non-measureable disturbance torques were estimated by use of a disturbance estimator. The insights won hereby are then used for the controlling of the pneumatically actuated manipulator, which is a coupled, highly non-linear overall system. A multi-body system of the manipulator was set up and the non-linear controlling is displayed in a simulation.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Motivation	2
1.2 Stand der Technik - Pneumatisch aktuierter Manipulator	5
1.3 Aufgabenstellung und Gliederung der Arbeit	7
2 Modellbasierter Reglerentwurf für einen pneumatischen Aktuator	9
2.1 Modellbeschreibung	9
2.2 Parameteridentifikation	14
2.3 Analyse der Systemeigenschaften	20
2.4 Druckregelung	27
2.5 Positionsregelung	30
2.6 Bestimmung der Regelparameter für einen Aktuator	32
3 Modellbildung eines pneumatisch aktuierten Manipulators	37
3.1 Aufbau des pneumatisch aktuierten Manipulators	37
3.2 Motivation des Modells eines pneumatisch aktuierten Manipulators	38
3.3 Kinematische Modellierung	39
3.4 Kinetische Modellierung	49
3.5 Simulative Ergebnisse	57
4 Zusammenfassung und Ausblick	67
4.1 Zusammenfassung	67
4.2 Ausblick	69
A Anhang	71
A.1 Berechnung der Steuerbarkeit	71
A.2 Bestimmung von flachen Ausgängen	72
A.3 Berechnung zur Bestimmung der flachen Ausgänge	74
A.4 Berechnung der Massenmatrix für einzelne Körper	76
A.5 Berechnung der Euler- und der Coriolismatrix	77
Abkürzungs- und Symbolverzeichnis	79
Abbildungsverzeichnis	83
Tabellenverzeichnis	85
Literatur	87

Kapitel 1

Einleitung

Die MRK (Mensch-Roboter-Kollaboration) gewinnt im Kontext der Automatisierung und des demographischen Wandels auch industriell an Gewicht. Hierbei wird eine geeignete Mischung menschlicher und maschineller Arbeit angestrebt, um die Flexibilität zu steigern. Dafür werden Roboter benötigt, die leicht sind und dennoch genügend Kraft aufbringen können, um entsprechende Aufgaben zu verrichten. Darum werden Robotersysteme geschaffen, die dem Menschen assistieren. Eine typische Aufgabe ist die Balancer-Anwendung, bei der eine Last gehalten und dennoch einer Berührung vom Menschen ausgewichen wird.

Assistenzroboter sind aufgrund ihrer

- im Rahmen des vorgegebenen Kontextes frei bestimmbaren Funktionalität,
- Adoptionsfähigkeit an entsprechende Prozesse,
- sensorischen Fähigkeiten, wie Umgebungserfassung in Echtzeit,
- Lernfähigkeit bzw. leichten Instruierbarkeit und ihrer
- Kommunikationsfähigkeit mit dem Menschen

als echte Serviceroboter zu verstehen [Ins].

Sicherheitsaspekte, Flexibilitätsanforderungen und Energievorgaben motivieren u.a. zu einer Leichtbauweise von Assistenzrobotern. Derzeitige Leichtbau-Assistenzroboter unterscheiden sich hauptsächlich in der Komplexität ihres Aufbaus und ihren Sicherheitskonzepten. In der Regel besteht der Manipulator¹ aus fünf bis sieben Achsen, um einen dem menschlichen Arm ähnlichen Arbeitsraum realisieren zu können. Auch das Aussehen von Leichtbau-Assistenzrobotern orientiert sich häufig am menschlichen Vorbild, um die Akzeptanz potenzieller Benutzer zu erhöhen[Ari+05]. Für die Akzeptanz, aber vor allem für den gefahrenfreien Einsatz einer MRK bestehen unterschiedliche Sicherheitskonzepte, welche in ihrer Gesamtheit durch Nachgiebigkeitskonzepte das erste Asimov'sche Gesetz² erfüllen. Im Allgemeinen werden derzeitige Leichtbau-Assistenzroboter mit elektrischen Servomotoren aktuiert und können maximale Lasten zwischen 1 kg und 15 kg heben.

Der geplante pneumatisch aktivierte Manipulator der Festo AG hat in der Leichtbau-Assistenzrobotik durch das pneumatische Antriebskonzept ein Alleinstellungsmerkmal. Aktuell existiert ein Prototyp mit zwei pneumatischen Aktuatoren. Ausgestattet mit Stetigventilen und

¹Der Manipulator ist der Teil des Roboters, der die physikalische Interaktion mit der Umgebung ermöglicht.

²Ein Roboter darf kein menschliches Wesen (wissenschaftlich) verletzen oder durch Untätigkeit gestatten, dass einem menschlichen Wesen (wissenschaftlich) Schaden zugefügt wird.

mit Positions- und Drucksensoren werden die Aktuatoren angesteuert und die Zustände gemessen. Geplant ist eine Erweiterung auf sieben pneumatische Aktuatoren, wodurch eine Vielzahl von möglichen Anwendungsfeldern eröffnet wird. Durch die pneumatische Antriebstechnik verfügt der Manipulator über eine systemimmanente Nachgiebigkeit, welche für Sicherheitsaspekte im Bereich der MRK genutzt werden kann.

In dieser Arbeit wird zuerst die Entwicklung der modellbasierten Positions- und Druckregelung für sehr genaue und dynamische Positionierungsvorgänge eines pneumatischen Aktuators vorgestellt. Die nichtlinearen pneumatischen Effekte werden durch eine Eingangstransformation kompensiert und nicht messbare Störmomente mit einem Störgrößenbeobachter geschätzt. Dann werden daraus gewonnene Erkenntnisse für die Regelung des pneumatisch aktuierten Manipulators als verkoppeltes stark nichtlineares Gesamtsystem verwendet. Ein Mehrkörper-system des Manipulators wird aufgestellt. In einer Simulation wird die nichtlineare Regelung aufgezeigt.

1.1 Motivation

Eine sehr frühe Klassifizierung der Stärken von Mensch und Maschine wurde bereits 1951 von Fitts aufgelistet [WD14]. In dieser Liste sind die jeweiligen Vorteile von Mensch und Maschine in verschiedenen Gebieten zusammengefasst. Diese Liste impliziert, dass eine Zusammenarbeit von Mensch und Maschine (MRK) sinnvoll ist, um die Stärken beider einzusetzen. Heute gelten sicher nicht mehr alle Punkte dieser Liste, doch grundlegend werden Stärken von Mensch und Maschine sehr gut aufgezeigt. Darum können diese Punkte auch heute zur Aufgabenverteilung, basierend auf den Stärken, herangezogen werden.

Bei einer MRK ist die wichtigste Frage die der Sicherheit. Um die Sicherheit zu gewährleisten, haben sich vier Konzepte in der Leichtbau-Assistenzrobotik etabliert [Vdm]:

- Sicherheitsgerichteter überwachter Stillstand: Roboter hält an, wenn der Mitarbeiter den gemeinsamen Arbeitsraum betritt und fährt weiter, wenn der Mitarbeiter den gemeinsamen Arbeitsraum wieder verlassen hat.
- Handführung: Roboterbewegung wird vom Mitarbeiter gesteuert.
- Geschwindigkeits- und Abstandsüberwachung: Kontakt zwischen Mitarbeiter und Roboter wird vom Roboter verhindert.
- Leistungs- und Kraftbegrenzung: Kontaktkräfte zwischen Mitarbeiter und Roboter werden technisch auf ein ungefährliches Maß begrenzt.

Der erste kollaborative Serienroboter **LBR iiwa** von KUKA [Iiw] wurde auf der Robotikleitmesse IREX 2013 in Tokio vorgestellt und gilt als wichtiger Meilenstein in der Industrierobotik. Die Armkinematik ist aus sieben Achsen aufgebaut und dem menschlichen Arm nachempfunden. Mit einer Traglast von 7 kg bzw. 14 kg je nach Ausführung ist der **LBR iiwa** der erste Leichtbauroboter mit einer Traglast über 10 kg. Integrierte Sensorik erlaubt ein aktives Nachgiebigkeitskonzept, um die Sicherheit zu gewährleisten. Die elektrischen Servomotoren können nach Bedarf oder im Kontaktfall Momenten-begrenzt werden. So verhält sich der Roboter wie eine Feder mit einstellbarer Steifigkeit. Des Weiteren können Ausweichregelungen realisiert werden, die im Kontaktfall die Bahnplanung verändern und so der Manipulator bei einem Kontakt ausweicht. Somit ermöglicht der **LBR iiwa** den Einsatz ohne Schutzraum.

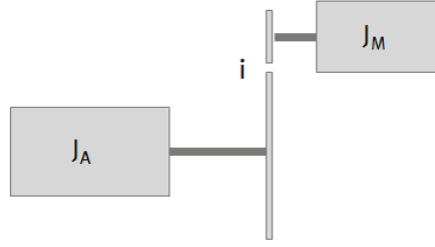


Abbildung 1.1: Blockschaltbild wirkender Trägheit von Achse und Motor verkoppelt mit Getriebe.

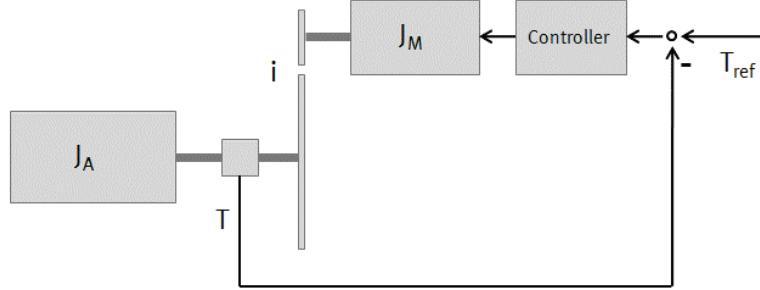


Abbildung 1.2: Blockschaltbild wirkender Trägheit von Achse und Motor verkoppelt mit Getriebe mit Nachgiebigkeitsregelung durch Messung des Moments an der Achse.

Der erste zweiarmige kollaborative Serienroboter YuMi von ABB [Yum] wurde auf der Hannover Messe 2015 präsentiert. Die Armkinematik und die Sicherheitskonzepte sind mit dem LBR *iiwa* vergleichbar. Jedoch hat YuMi mit zwei Armkinematiken mehr Einsatzmöglichkeiten in der Montage. Beide Arme können mit unterschiedlichen Werkzeugen miteinander interagieren. Die Akzeptanz wird durch die menschenähnliche Armkinematik und Bewegungsdynamik erhöht. Durch den zusätzlichen Arm entsteht ein bewegtes Hindernis. Diese Einschränkung wird in der Bahnplanung berücksichtigt, um Kollisionen beider Arme zu vermeiden.

Die direkte Interaktion zwischen Mensch und Maschine findet im industriellen Kontext eine große Beachtung. Die genannten und weitere Roboter, wie z.B. *Roberta*, *UR 5*, *APAS* oder auch der Laborroboter *LiSA*, der ein Scara-System als Manipulator nutzt [Sch+07], arbeiten in stets *a priori* unbekannten Umgebungen. Im medizinischen Bereich wird die Assistenzrobotik auch vorangetrieben. Der Assistenzroboter *Friend* [Hey+13] unterstützt ältere oder behinderte Menschen und nutzt dafür einen siebenachsigen Manipulator. Die von den Manipulatoren ausgehende größte Gefahr ist die Kollision mit dem Menschen. Hier wirkt nicht nur die Trägheit der Achse, sondern auch die des Motors in Kombination mit dem Getriebe (Abb. 1.1). Da in der Regel hohe Übersetzungsstufen genutzt werden, bildet sich mit

$$J_{\text{Gesamt}} = J_{\text{Achse}} + J_{\text{Motor}} i^2 \quad (1.1)$$

auch eine hohe Trägheit. Für die Umsetzung notwendiger Sicherheitsbedingungen zur Vermeidung von Schäden werden komplexe aktive Nachgiebigkeitskonzepte implementiert und Momentensensoren eingesetzt (Abb. 1.2). Durch diese Nachgiebigkeitskonzepte und den Einsatz von elektrischen Servomotoren, Harmonic-Drive-Getrieben und Momentensensoren entstehen hohe Anschaffungskosten. Trotzdem bleibt ein hohes Gefahrenpotenzial bestehen, da

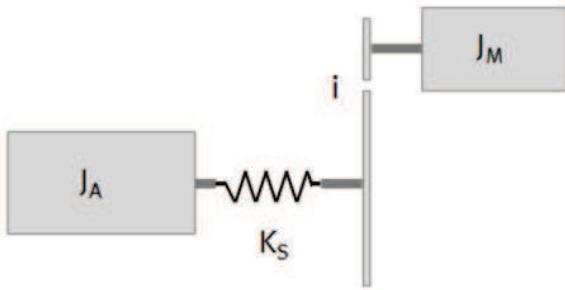


Abbildung 1.3: Blockschaltbild wirkender Trägheit von Achse und Motor verkoppelt mit Getriebe, wobei Motor und Getriebe durch die Feder von der Achse entkoppelt sind.

im Fall der Kollision die Regelung nicht sofort greift. Aus diesem Grund wird die Geschwindigkeit stark limitiert.

Eine weitere Methode der Sicherheitserhöhung stellt die Abkopplung der Achse dar. Diese Abkopplung kann über eine Feder entstehen (Abb. 1.3). Durch diese Feder wird das wirkende Trägheitsmoment auf das Trägheitsmoment der Achse

$$J_{\text{Gesamt}} = J_{\text{Achse}} \quad (1.2)$$

reduziert. Im Fall einer Kollision nimmt somit das Gefahrenpotenzial ab. Die Positionsgenauigkeit eines Manipulators, mit einer Entkopplung von Motor und Getriebe von der Achse durch eine Feder, wird dafür schlechter. Eine steife Regelung des Motors kann hier kompensieren und die Positionsgenauigkeit erhöhen. Jedoch ist ein System mit permanenter Nachgiebigkeit nicht flexibel einsetzbar.

Das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik (DLR) forscht an einem Leichtbauroboter mit einstellbarer Steifigkeit in allen Gelenken [Gre+11]. Der Aufbau orientiert sich stark am menschlichen Vorbild. Zwei Armkinematiken mit jeweils einer Hand mit vier Fingern und einem Daumen, montiert an einem Körper, ermöglichen 27 Freiheitsgrade. Für die Bewegungsdynamik und Einstellbarkeit der Steifigkeit sind 50 Motoren und 108 Positionssensoren verbaut. Die verbauten Motoren unterteilen sich in drei variable Steifigkeitsaktuatoren und ermöglichen die einstellbare Steifigkeit. Für die Schulter- und Oberarmgelenke werden vier **Floating Spring Joints** verwendet, bei denen ein großer Motor über ein Harmonic-Drive-Getriebe die Gelenkposition und ein kleiner Motor mit Federn die Steifigkeit einstellt. Handgelenk und Unterarmrotation werden mit drei **Bidirectional Antagonistic Actuators** gesteuert. Mit zwei gleichen Motoren kann die Position geändert werden, indem sie eine Welle über elastische Elemente bewegen. Die Spannung der elastischen Elemente kann simultan mit den zwei Motoren bestimmt werden, wodurch die Steifigkeit der Gelenke verstellt werden kann. Die Hand wird mit 19 **Antagonistic Actuators** gesteuert. Auch hier wird die Position und Steifigkeit simultan von zwei Motoren gesteuert. Die Position wird über eine Seiltrommel eingestellt und die Neigung einer Federrolle bestimmt die Steifigkeit. Mit diesem System ist ein Assistenzroboter mit viel Bewegungsfreiheit und einer hohen Genauigkeit gegeben. Durch die einstellbare Steifigkeit der Gelenke entfällt eine aufwendige Nachgiebigkeitsregelung. Zudem verhält sich das System auch im Fall einer Kollision nachgiebig und erhöht somit die Sicherheit. Die Komplexität der Mechanik ist dafür sehr hoch.

Pneumatische Antriebe stellen aufgrund des günstigen Leistungsgewichts, der hohen Bewegungsdynamik und der geringen Anschaffungskosten eine interessante Alternative zu elektri-

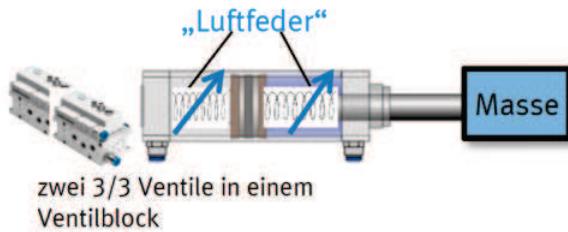


Abbildung 1.4: Nachgiebigkeit durch Luftfeder angesteuert mit zwei Stetigventilen für unabhängige Regelung von Differenz- und Mitteldruck.

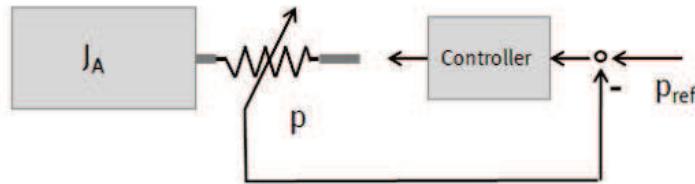


Abbildung 1.5: Blockschaltbild wirkender Trägheit mit pneumatisch Aktuator. Durch Regelung der Luftfeder entfällt die Trägheit eines Aktuators.

schen Antrieben dar. Darüber hinaus verfügen pneumatische Antriebe über eine systemimmanente Nachgiebigkeit, die für Sicherheitsaspekte im Bereich der Mensch-Maschine-Interaktion genutzt werden kann (Abb. 1.4). Durch eine Ansteuerung des pneumatischen Aktuators mit zwei unterschiedlichen Stetigventilen kann über den Differenzdruck eine Kraft, beim Schwenkzylinder ein Moment erzeugt werden. Das Druckniveau wird unabhängig vom Differenzdruck erhöht und gesenkt. Gekennzeichnet durch den Mitteldruck³ kann somit die Steifigkeit eingestellt werden. Im Blockschaltbild entfällt der Trägheitsanteil des Aktuators (Motor), da die Regelung die Bewegungsdynamik über die Ansteuerung der Luftfedern erzeugt (Abb. 1.5). Die Nachgiebigkeit der Pneumatik ermöglicht somit eine Einstellbarkeit der Systemsteifigkeit ohne die Notwendigkeit der komplexen Regelung der Nachgiebigkeit mit Momentensensoren. Aufwändige konstruktive Maßnahmen, wie die der aufgezeigten DLR Hand, erreichen diese Nachgiebigkeit durch den Einsatz von elastischen Bändern. Die Komplexität und damit verbundene Kosten stehen nicht in Relation zu der pneumatischen Lösung. Mittels pneumatischer Aktuatorik lässt sich ein immanent nachgiebiges System mit einstellbarer Gelenksteifigkeit deutlich weniger komplex und kostengünstig realisieren. Gerade die Simplizität pneumatischer Aktuatoren bietet somit die vielversprechende Alternative zu elektrischen Antrieben.

1.2 Stand der Technik - Pneumatisch aktuierter Manipulator

1.2.1 Bisherige Forschungsergebnisse

In [Mar15] werden zwei Reglungsstrategien zur Regelung von einem pneumatischen Aktuator vorgestellt und verglichen. Der verwendete experimentelle Laboraufbau ist in der Abb. 1.6

³Der Mitteldruck ist der halbe Summendruck.

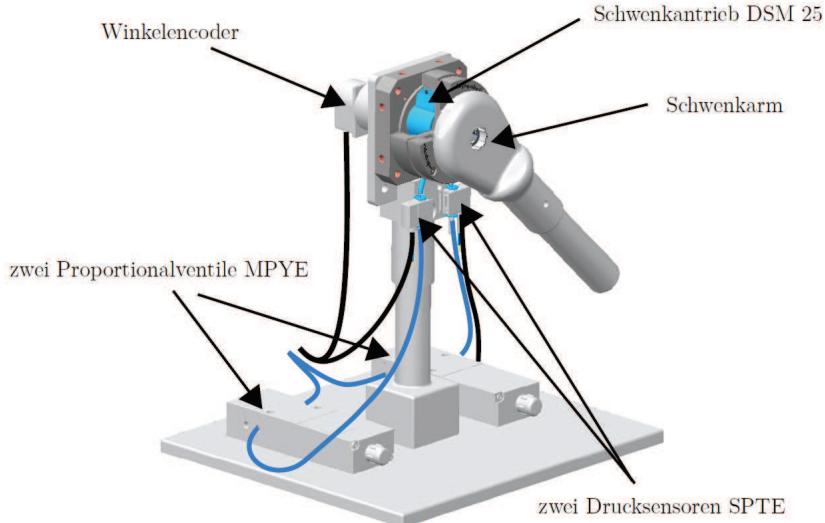


Abbildung 1.6: Experimenteller Systemaufbau im Labor nach [Mar15].

aufgezeigt. Beide vorgestellten Regelungsstrategien basieren auf einem modellbasierten Reglerentwurf. Dafür wird ein mathematisches Modell des realen Systems erstellt. Die Invertierung des Modells kompensiert alle nichtlinearen Effekte des experimentellen Systemaufbaus und ein Regler kann mittels linearer Regelungstheorie entworfen werden.

Die erste vorgestellte Regelungsstrategie in [Mar15] beinhaltet eine kaskadierte Struktur aus Positions- und Druckregelung. So kann eine stationäre Positionsgenauigkeit von 0.2° erreicht werden. Die zweite Regelungsstrategie basiert auf einen flachen Ansatz, in dem ein direkter Durchgriff von dem Ausgang (Position) zu dem Eingang (Steuerspannung) ermöglicht ist. Mit dieser Regelungsstrategie verbessert sich die stationäre Positionsgenauigkeit auf 0.1° . Ein negatives Kriterium der zweiten Regelungsstrategie ist ein Verlust der generellen Einstellbarkeit der Steifigkeit. Abschließend wird ein Mischkonzept beider Regelungsstrategien vorgestellt, in der Systemumschaltungen die positiven Eigenschaften beider Konzepte vereinen.

1.2.2 Funktionsbeschreibung

Derzeit existiert ein Prototyp des pneumatisch aktuierten Manipulators (Abb. 1.7). Bislang erschließt dieser mit zwei Gelenken zwei Freiheitsgrade. Dieser Prototyp dient der Erprobung nichtlinearer Regelkonzepte und soll künftig in einer optimierten Konstruktion mit sieben Achsen erstellt werden.

Das Gehäuse des pneumatisch aktuierten Manipulators ist aus Polyamid 12 und wird im selektiven Lasersinter-Verfahren (SLS) hergestellt. Zur Realisierung der Bewegungsdynamik werden die Stellkräfte mit zwei pneumatischen Aktuatoren (Typ DRVS) erzeugt. Die Wandstärke dieser Aktuatoren wird in einem spanenden Fertigungsverfahren auf ein Minimum reduziert. Die geringe Dichte des Polyamids und die Gewichtsreduktion der Aktuatoren ermöglichen ein Eigengewicht von 1.15 kg des zwei-gelenkigen Manipulators. Der pneumatisch aktivierte Manipulator ist durch seine Bauweise leicht und trotzdem robust.

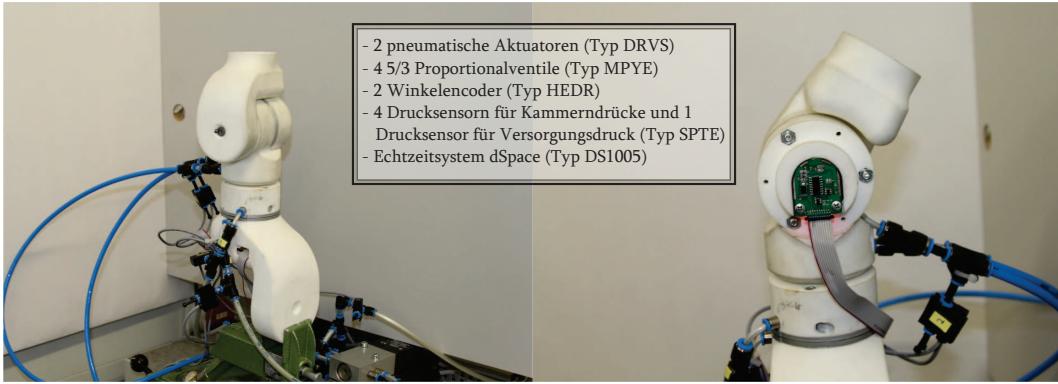


Abbildung 1.7: Experimenteller Systemaufbau im Labor mit zwei pneumatischen Aktuatoren, vier Stetigventilen, zwei Positionssensoren, fünf Drucksensoren und einer dSpace-Echtzeitplattform.

Die pneumatischen Aktuatoren realisieren maximale Stellwinkel von $\pm 100^\circ$. Die Winkel werden mit zwei preiswerten Winkelencodern Typ HEDR mit einer Auflösung von 3600 cpr dezentral gemessen. Zur Steuerung der Druckaufbaudynamik in den zwei Aktuatkammern pro Aktuator sind insgesamt vier 5/3 Proportionalventile (Typ MPYE) zentral verbaut. Um nichtlineare Effekte in der Druckdynamik durch lange Verschlauchung zu mindern sind die Stetigventile direkt unter und damit nah an dem Manipulator montiert. Der Druck wird dezentral von Drucksensoren (Typ SPTE) gemessen.

Zur Ansteuerung der Stetigventile und zum Auslesen der Sensoren wird eine dSpace-Echtzeitplattform mit einer DS1005 Prozessorkarte verwendet. Diese wird über Matlab/Simulink programmiert.

1.3 Aufgabenstellung und Gliederung der Arbeit

Es ist Gegenstand dieser Masterarbeit eine Regelungsstrategie für einen pneumatisch aktuierten Manipulator zu entwerfen. Dafür wird eine Positionsregelung mit unterlagerter Druckregelung für eine genaue Positionierung für den einzelnen Aktuator und später für den Manipulator als verkoppeltes Gesamtsystem vorgestellt. Die Regelziele sollen

- hohe Bewegungsdynamik für schnelle Punkt-zu-Punkt Bewegungen,
- hohe Genauigkeit, stationäre Positionsgenauigkeit $< 0.1^\circ$, sowie
- Einstellbarkeit der systemimmanenten Gelenknachgiebigkeit

vereinen.

In Kapitel 2 wird zunächst ähnlich wie in [Mar15] ein Aktuator modelliert und entsprechende Parameter identifiziert. Des Weiteren wird das Trägheitsmoment des Aktuators bestimmt und Größenordnungen sowie Eigenschaften unbekannter Störmomente untersucht. Eine Analyse der Systemeigenschaften behandelt die Steuer- und Beobachtbarkeit und führt anschließend zu der Wahl der Reglerstruktur. Ein Störgrößenbeobachter wird nach der Beobachtbarkeitanalyse vorgestellt. Eine Eingangstransformation linearisiert das mechanische

Kapitel 1 Einleitung

System exakt auf einen Doppelintegrator. Die Folgeregelung für die Position wird nach linearen Reglerauslegungsmethoden realisiert. Die Druckregelung wird ebenfalls über eine Eingangstransformation transformiert. Eine PI-Regelung regelt das exakt linearisierte System der Druckdynamik, sodass keine bleibende Regelabweichung im Druck auftritt. Es resultiert eine Reglerstrategie, die wegen Kenntnis der Bewegungsdynamik durch das Modell und den Störgrößenbeobachter, sowie einer Druckdynamik ohne bleibende Regelabweichung, die statische Regelabweichung gegen die Genauigkeit der Positionsmessung konvergieren lässt.

Die Ergebnisse aus Kapitel 2 stellen die notwendige Grundlage für die Regelung des pneumatisch aktuierten Manipulators dar. Wegen der sehr geringen Regelabweichung können auch bei der Fehleraufsummierung von verkoppelten Aktuatoren theoretisch zufriedenstellende Ergebnisse der Positionierung des TCP (Tool-Center-Point) erreicht werden und geben somit eine gute Basis für die zentrale Regelung. Eine dezentrale Regelung von verkoppelten Achsen mit dem Regelkonzept aus Kapitel 2 ist jedoch nicht sinnvoll. Wegen veränderlicher Massenträgheiten je nach Gelenkstellung und wegen dynamischer Effekte durch die verkoppelte Kinematik ist eine dezentrale Regelungsstrategie speziell in dynamischen Vorgängen nicht ausreichend genau. Darum wird in Kapitel 3 ein kinetisches Gesamtmodell für die modellbasierte zentrale Regelung vorgestellt.

Um die dezentrale in eine zentrale Positionsregelung zu wandeln, wird die auf den einzelnen Aktuator basierende Eingangstransformation mit einer auf das Mehrkörpersystem basierende Eingangstransformation ersetzt. Somit gilt die exakte Linearisierung und lineare Regler können eingesetzt werden. Die linearen Positionsregler, die gesamte dezentrale Druckregelung und die Bahnplanung wird auf die Anzahl der Gelenke im pneumatisch aktuierten Manipulator entsprechend erweitert (dupliziert).

Im Kapitel 3 wird im ersten Teil das MKS vorgestellt, welches den pneumatisch aktuierten Manipulator beschreibt. Dafür wird die Herleitung eines kinematischen Modells über die homogene Transformation aufgezeigt. Für die systematische Beschreibung der kinematischen Mechanismen wird des Weiteren die Denavit-Hartenberg-Notation erläutert. Mit der Denavit-Hartenberg-Notation wird daraufhin das gesamte kinematische Modell auf den pneumatisch aktuierten Manipulator mit sieben Achsen angewendet. Im zweiten Teil des Kapitels 3 wird für das kinetische Modell des pneumatisch aktuierten Manipulators die Lagrang'sche Methode 2. Art aufgezeigt und auf den Manipulator angewendet. Im dritten Teil des Kapitels 3 werden simulative Ergebnisse einer nichtlinearen Regelung der MKSe mit fünf Achsen diskutiert. Hierfür werden die Momentenverläufe analysiert, die Einflüsse der gekoppelten Kinematik aufgezeigt und über die Zeitverläufe der Reglerausgänge Rückschlüsse für die Regelung des realen Manipulators gezogen.

Abschließend werden in Kapitel 4 die wichtigsten Erkenntnisse zusammengefasst und ein Ausblick der Thematik gegeben.

Kapitel 2

Modellbasierter Reglerentwurf für einen pneumatischen Aktuator

In diesem Kapitel wird eine nichtlineare Reglerstruktur am Beispiel eines pneumatischen Aktuators entworfen. Die gesonderte Betrachtungsweise des pneumatischen Aktuators ist Grundlage für den Reglerentwurf des pneumatisch aktuierten Manipulators im Kapitel 3.

Der Reglerentwurf, der in den Abschnitten 2.5 und 2.4 vorgestellt wird, ist ein sogenannter modellbasierter Reglerentwurf. Aus dieser Motivation wird zuerst das physikalische Grundmodell eines pneumatischen Antriebs hergeleitet und diskutiert (Abschnitt 2.1). Auf Basis von Aktuator- und Ventilmodellen wird ein Modell für die Druckaufbaudynamik vorgestellt. Anschließend wird die Bewegungsgleichung eines Aktuators hergeleitet. Die wichtigsten Parameter des mathematischen Modells werden danach identifiziert (Abschnitt 2.2).

Mit dem entworfenen Modell wird eine gute Abbildung der Bewegungs- und Druckaufbaudynamik gegeben sein, was Voraussetzung für eine modellbasierte Regelung ist [Hah00]. Im Abschnitt 2.5 wird eine Positionsregelung und in Abschnitt 2.4 wird eine Druckregelung vorgestellt. Dafür wird das Modell in einem mechanischen und pneumatischen Teil separat betrachtet, exakt zustandslinearisiert und in einer Kaskade geregelt. Anschließend werden Reglerparameter bestimmt, die zu einem guten Übertragungsverhalten führen.

2.1 Modellbeschreibung

Den wesentlichen Bestandteil des aufgezeigten Laboraufbaus in Abb. 2.1 stellt der Aktuator dar, da durch dessen Ansteuerung die Bewegungen generiert werden. Deshalb wird im ersten Schritt die Druckaufbaudynamik des Aktuators modelliert. Die Druckaufbaudynamik besitzt eine Abhängigkeit von dem Massenstrom, welcher von den Ventilen gesteuert wird. Aus der Druckdynamik resultieren die Antriebsmomente für die Bewegungsdynamik. Diese wird anschließend in Abhängigkeit von Antriebs- und Störmomenten aufgestellt.

2.1.1 Druckaufbaudynamik eines Schwenkzylinders

Als Aktuator dienen modifizierte Schwenkzylinder des Types DRVS. Die Modifizierung dient einer Gewichtsreduktion, dafür ist Material des Gehäuses abgespant. Durch eine Druckdifferenz in den beiden Kammern wird eine Stellkraft auf dem Schwenkflügel erzeugt (siehe Abb. 2.2). Das Aktuormoment resultiert aus der rotatorischen Umlenkung dieser Stellkraft und erzeugt eine Drehbewegung an der Aktuatorwelle. Die Stellkraft F_A berechnet sich in

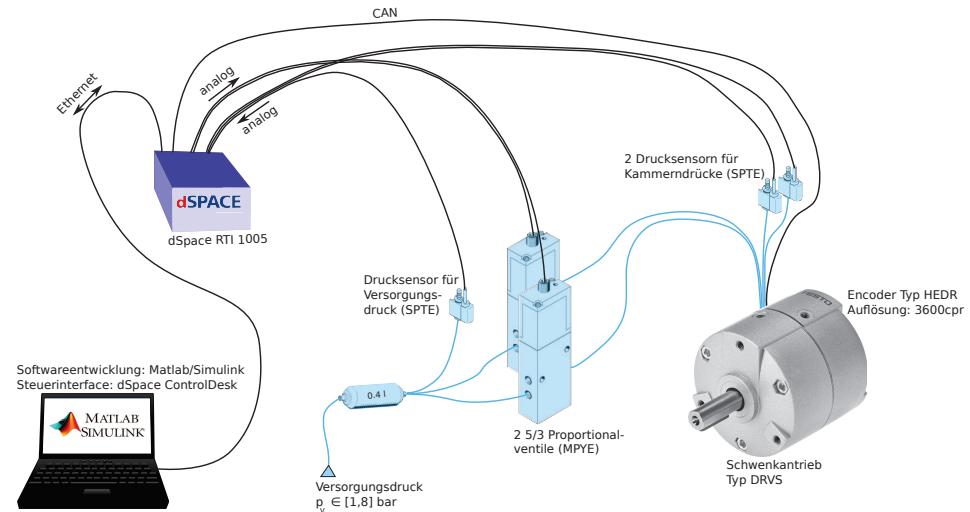


Abbildung 2.1: Laboraufbau für einen pneumatischen Aktuator.

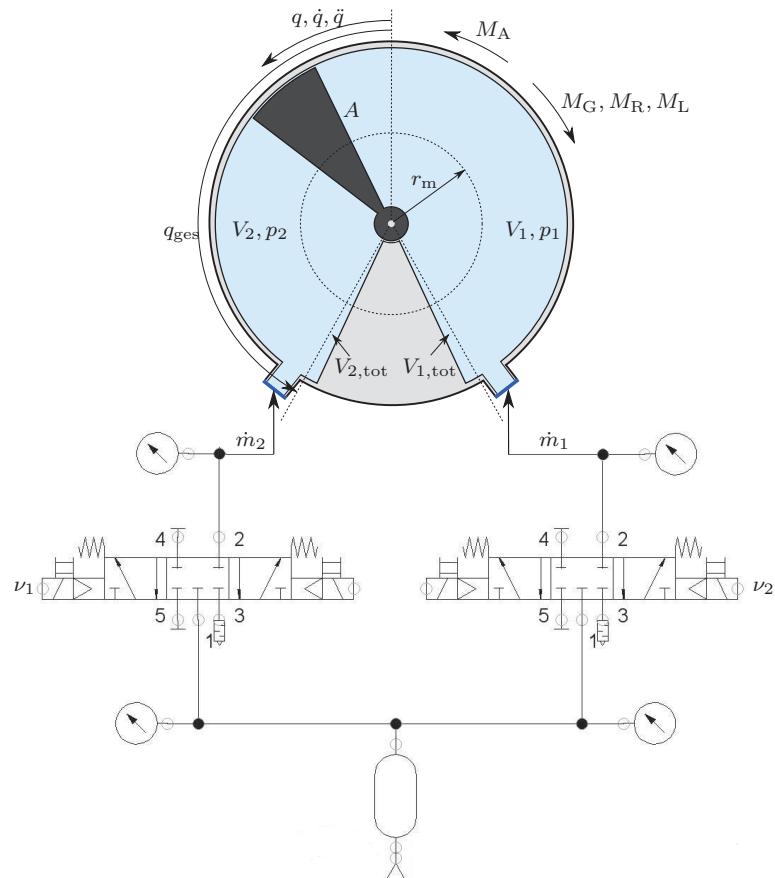


Abbildung 2.2: Schema eines Schwenzkylinders. Über die Kammerdrücke p_1 und p_2 kann ein Stellmoment erzeugt werden, womit der Schwenkflügel und die damit verbundene Welle zwischen $-q_{\text{ges}}$ und q_{ges} verfahren werden kann.

Abhängigkeit von den Kammerdrücken p_1 , p_2 und der Schwenkflugelflache A zu

$$F_A(p_1, p_2) = A(p_1 - p_2). \quad (2.1)$$

Das resultierende Moment ergibt sich über den mittleren Radius zu

$$M_A(p_1, p_2) = F_A(p_1, p_2) r_m. \quad (2.2)$$

Mit dem Schwenkzyylinder des Types DRS kann bei einem Versorgungsdruck von 6 bar ein Aktuatormoment von 5 Nm erzeugt werden. Die dafür notwendigen Kammerdrücke lassen sich über den Massenfluss (Be- und Entlufen) steuern. Die Dynamik für den Druck der einzelnen Kammern lässt sich über den ersten Hauptsatz der Thermodynamik für offene Systeme herleiten. Die Luft wird hierbei als ideales Gas angenommen [ohl90]. Unter der Annahme, dass kein Wärmeaus tausch mit der Umgebung stattfindet und die Kammertemperatur konstant ist, lässt sich die Druckdynamik vereinfacht darstellen und ergibt sich nach [Go3] zu

$$\dot{p}_j = \frac{n}{V_j(q)} (R T_0 \dot{m}_j - p_j \dot{V}_j(\dot{q})), \quad (2.3)$$

wobei $n \in [1, 1.4]$ den Polytropenexponent, $j = 1, 2$ die Kammernseite und $T_0 = 293.15\text{ K}$ die Lufttemperatur angibt. Die Kamervolumina $V_j(q)$ sind abhängig von dem Stellwinkel $q \in [-q_{\text{ges}}, q_{\text{ges}}]$ in rad des Schwenkflügels. Es wird auch ein konstantes Volumen einbezogen, welches durch die Totvolumina (Abb. 2.2) und Volumen der Schläuche zu

$$V_{j,0} = V_{j,\text{tot}} + V_{j,\text{sch}} = V_{j,\text{tot}} + \frac{\pi}{4} d_{j,\text{sch}}^2 l_{j,\text{sch}} \quad (2.4)$$

berechnet wird. Dadurch errechnet sich das Gesamtvolumen der Kammern zu

$$\begin{aligned} V_1(q) &= V_{1,0} + A r_m (q_{\text{ges}} + q) \quad \text{und} \\ V_2(q) &= V_{2,0} + A r_m (q_{\text{ges}} - q). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Durch einfaches Ableiten nach der Zeit ergeben sich die Volumenänderung zu

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\dot{q}) &= A r_m \dot{q} \quad \text{und} \\ \dot{V}_2(\dot{q}) &= -A r_m \dot{q}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Der Massenstrom \dot{m}_j wird mit den Massenstromventilen gesteuert.

2.1.2 Massenstrommodell eines Stetigventils

Der Massenstrom zum Be- und Entlufen des Aktuators wird über 5/3 Stetigventile des Typs MPYE gesteuert. Diese Ventile sind Schieberventile, wobei durch ein Steuersignal ν_j ein Schieber positioniert und dadurch das Be- und Entlufen gleichzeitig gesteuert wird. Um beide Kammern des Aktuators separat zu regeln, werden zwei 5/3 Stetigventile genutzt (Abb. 2.1). Diese Ventile werden so angeschlossen, dass sie systemtheoretisch die Funktion von zwei unabhängigen 3/3 Stetigventilen abbilden (Abb. 2.2). Der Massenfluss lässt sich gut über die CB-Wert Methode approximieren, welche in der ISO 6358 beschrieben ist. Diese ergibt sich unter Vernachlässigung von Temperatureffekten [Hil09] und der Annahme von symmetrischen Be- und Entlufungswerten zu

$$\dot{m}_j(\nu_j) = C(\nu_j) \Psi(b_{\text{krit}}, p_{\text{prim}}, p_{\text{sek}}) p_{\text{prim}} \rho. \quad (2.7)$$

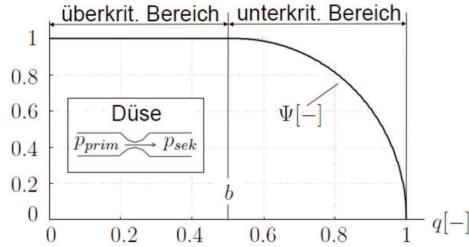


Abbildung 2.3: Durchflussfunktion Ψ nach ISO 6358 [Hil09].

Es ist ersichtlich, dass neben der Abhängigkeit des Steuersignals ν_j auch Abhängigkeiten im primären Druck p_{prim} , sekundären Druck p_{sek} und ventilspezifischen Größen $C(\nu_j)$ und b_{krit} bestehen. Primär- und Sekundärdruck lassen sich als Druckverhältnis

$$q_{\text{krit}} = \frac{p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}}} \quad (2.8)$$

darstellen. Das kritische Druckverhältnis b_{krit} beschreibt, bei welchem Druckverhältnis q_{krit} die Strömung Schallgeschwindigkeit erreicht (überkritischer Bereich). Der unterkritische Bereich kann mit einer Wurzelfunktion beschrieben werden. Abgebildet wird dieses Verhalten mit dem relativen Durchfluss Ψ für ideale Düsen (siehe Abb. 2.3) und lautet

$$\Psi(b_{\text{krit}}, q_{\text{krit}}) = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{q_{\text{krit}} - b_{\text{krit}}}{1 - b_{\text{krit}}} \right)^2} & \text{für } q_{\text{krit}} \geq b_{\text{krit}} \text{ unterkritisch} \\ 1 & \text{für } q_{\text{krit}} < b_{\text{krit}} \text{ überkritisch} \end{cases} \quad (2.9)$$

Der Leitwert $C(\nu_j)$ ist der zweite ventilspezifische Parameter und hat eine Abhängigkeit in dem Steuersignal. Der Leitwert ergibt sich aus dem Verhältnis von maximalem Massenstrom ($b_{\text{krit}} < q_{\text{krit}}$), Primärdruck und der Dichte der Luft

$$C(\nu_j) = \frac{\dot{m}_{j,\max}(\nu_j)}{p_{\text{prim}} \rho}, \quad (2.10)$$

wobei der maximale Massenstrom $\dot{m}_{j,\max}(\nu_j)$ von der Steuerkantengeometrie beeinflusst wird. Diese wiederum wird mit dem Ventschließer über das Steuersignal gesteuert. Die Leitwertfunktion $C(\nu_j)$ ist bei dem Stetigventil MPYE bijektiv, jedoch nichtlinear und bedarf der Kenntnis des Funktionenverlaufs (Kapitel 2.2).

2.1.3 Resultierende Bewegungsdynamik

Für die Modellierung der Bewegungsdynamik des Aktuators wurde die verallgemeinerte Koordinate q eingeführt. Diese repräsentiert den Winkel der Schwenkflügelposition des Aktuators bezüglich der Nulllage. Die Nulllage wird in Mittelstellung initialisiert (Abb. 2.2), da sich diese Wahl geeignet für ein körperfestes Koordinatensystem in der Robotikanwendung in Abschnitt 3.3 zeigt.

Der allgemeine Ansatz für die Bewegungsgleichungen geht aus dem Drallsatz für starre Körper hervor

$$\sum_k M_k = J \ddot{q}, \quad (2.11)$$

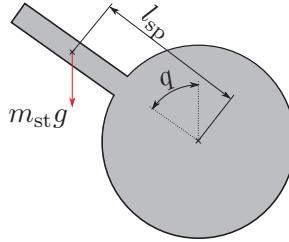


Abbildung 2.4: Vereinfachtes dargestellter Aktuator als Zylinder und Stange mit homogener Massenverteilung.

wobei \ddot{q} der Winkelbeschleunigung des Schwenkflügels und damit der Winkelbeschleunigung der Welle im Aktuator entspricht. Die Summe der Momente M_k ist mit dem Gewichtsmoment M_G , dem Reibmoment M_R und dem Lastmoment M_L in Abb. 2.2 aufgezeigt. Aus der Anwendung des Drallsatzes ergibt sich

$$J \ddot{q} = M_A - M_G - \underbrace{(M_R + M_L)}_{\text{Störmoment } M_\xi}. \quad (2.12)$$

Das Antriebsmoment M_A resultiert aus den Kammerdrücken p_1 und p_2 (Gleichung (2.2)). Das Moment M_G wird durch die Gewichtskraft verursacht. Das Moment, verursacht durch die Reibung M_R , wird als Störmoment betrachtet. Des Weiteren kann das Moment M_L durch eine externe Lasten aufgebracht werden, wozu auch ein äußeres Einwirken durch den Mensch zählt. Dieses Moment gehört ebenso zu dem Störmoment M_ξ , sodass die Bewegungsgleichung mit (2.12)

$$J \ddot{q} = A(p_1 - p_2) r_m - M_G - M_\xi \quad (2.13)$$

lautet. Das Moment, resultierend aus der Gewichtskraft, hat eine Abhängigkeit vom Winkel q und lässt sich nach dem Aktionsprinzip zu

$$M_G(q) = m_{st} g l_{sp} \sin(q). \quad (2.14)$$

darstellen. Die Masse m_{st} stellt nicht das Gesamtgewicht des Aktuators dar, sondern bezieht sich nur auf die Masse, die nicht durch das Reaktionsprinzip in der Momentenbildung ausgeglichen wird. Der Aktuator mit Verbindungselement an der Welle kann als Zylinder mit Stange betrachtet werden (Abb. 2.4). Der Zylinder mit angenommener homogener Massenverteilung besitzt keinen inhärenten Eingriff auf das Gewichtsmoment. Die Stange mit angenommener homogener Massenverteilung wirkt mit der Masse m_{st} , der Erdbeschleunigung g , der Länge l_{sp} am Schwerpunkt der Stange und dem Winkel q auf das Gewichtsmoment.

Für die Kenntnis des Gesamtmodells aus Gleichung (2.13) kann das Störmoment M_ξ teilweise modelliert werden. Eine gute Modellierung des Reibungsmoments M_R ist nicht trivial. Verbreitet sind Reibmodelle mit diskreter Umschaltung oder statische Reibmodelle mit Stribeck-Kurve [Hil09]. Für Simulationen bietet sich als Reibmodell das Bürstenmodell (bristle friction) an [OAL95] [Sta09]. Das Bürstenmodell lässt sich als geschlossene Differentialgleichung darstellen und beinhaltet Phänomene wie unterschiedliche Verhalten bei steigender oder sinkender Geschwindigkeit und weitere, die mittels statischer Reibmodelle nicht abgebildet werden können. Das vereinfachte Reibmodell ist aus [Ols96] entnommen und wird dort

im Detail erklärt. Für die Reibkraft, die im Aktuator an den Dichtlippen entsteht, gilt die Reibkraftfunktion

$$g_{\dot{q}} = \frac{1}{\sigma_0} \left(F_c + (F_s - F_c) e^{\left(-\frac{\dot{q}}{\bar{q}_{\text{haft}}}\right)^2} \right), \quad (2.15)$$

die von der Winkelgeschwindigkeit \dot{q} abhängig ist. Die tatsächlich beaufschlagte Reibkraft bestimmt sich aus einem Reibzustand r , der abhängig vom Dynamikparameter σ_0 der Funktion $g_{\dot{q}}$ folgt. Die Dynamik des Reibzustands lautet

$$\dot{r} = \dot{q} - \frac{|\dot{q} r_m|}{g_{\dot{q}} r_m}. \quad (2.16)$$

Die Reibkräfte bestimmen sich dann aus dem Reibzustand r , dessen zeitliche Ableitung \dot{r} und einem viskosen Reibterm d_R . Die Dynamikparameter für die Steifigkeit (σ_0) und die Dämpfung (σ_1) sind auch in der Reibkraftbestimmung

$$F_R = \sigma_0 r + \sigma_1 \dot{r} + d_R \dot{q} r_m \quad (2.17)$$

enthalten. Das aus der Reibkraft F_R resultierende Moment M_R ergibt sich über den mittleren Radius r_m zu

$$M_R = F_R r_m. \quad (2.18)$$

Der zweite Anteil des Störmoments wird über das Lastmoment M_L beschrieben. Dieses Moment ist situativ bedingt und a priori nicht bekannt.

Zusammenfassend kann ein einzelner pneumatische Aktuator über die mechanischen und pneumatischen Gleichungen

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \frac{1}{J} (A(p_1 - p_2) r_m - m_{\text{st}} g l_{\text{sp}} \sin(q) - M_\xi) \\ \dot{p}_j &= \frac{n}{V_j(q)} (R T_0 \dot{m}_j - p_j \dot{V}_j(\dot{q})) \end{aligned} \quad (2.19)$$

beschrieben werden.

2.2 Parameteridentifikation

Für eine gute Nachbildung der Aktuatordynamik, beschrieben durch die vorgestellten Modellgleichungen (2.19), ist auch die richtige Wahl der physikalischen Parameter notwendig. Das Massenstrommodell (2.7) beschreibt die Dynamik des Stetigventils vom Typ MPYE. Die Ventilkenndaten sind bereits bekannt [Hil09] und bedürfen daher keiner weiteren Identifikation. Einige mechanische Parameter können am Laboraufbau ausgemessen (z.B. Schlauchlängen, Massen) oder über technische Zeichnungen berechnet werden (Volumina, Flächen). In [Mar15] werden Methoden vorgestellt, um diese Parameteridentifikationen messtechnisch zu bestätigen. Im Folgenden wird eine Identifikation des Trägheitsmoments durchgeführt und das Reibmoment untersucht.

2.2.1 Identifikation des Trägheitsmoments

Das Trägheitsmoment wird zu einem messtechnisch als auch rechnerisch hergeleitet. Die rechnerische Herleitung wird explizit erwähnt, da die Tensorberechnung in der Kinetik des MKS (Abschnitt 3.4) benötigt wird. Für die Berechnung wird der Aktuator als simples Modell mit homogener Massenverteilung angenommen (Abb. 2.4). Die Trägheit setzt sich aus drei Einzelträgheiten

$$J_{\text{ges}} = J_{\text{akt}} + J_{\text{zyl}} + J_{\text{st}} + m_{\text{st}} l_{\text{sp}}^2 \quad (2.20)$$

zusammen, wobei zu der Trägheit der Stange ein Steinerscher Anteil addiert wird. Da der Zylinder als vereinfachtes Modell des Aktuators keine Dynamik erfährt, weil dieser im Inertialsystem liegt, ist dessen Trägheit für die eindimensionale Bewegungsdynamik aus (2.13) irrelevant und kann zu Null gesetzt werden. Das inhärente Trägheitsmoment des Aktuators J_{akt} , bedingt durch Schwenkflügel und Welle, ist aus dem Datenblatt bekannt. Die Stange, als vereinfachtes Modell des Verbindungselementes, besitzt ein Trägheitsmoment J_{st} , das berechnet werden kann. Das hier relevante Trägheitsmoment der starren Stange um eine Achse mit der Länge l_{st} , dem Radius r_{st} und der Masse m_{st} kann über das Integral

$$J_{\text{st}} = \int_{V_{\text{st}}} \rho_{\text{st}} (x^2 + y^2) dx dy dz \quad (2.21)$$

dargestellt werden, wobei

$$\rho_{\text{st}} = \frac{m_{\text{st}}}{\pi r_{\text{st}}^2 l_{\text{st}}} \quad (2.22)$$

die Dichte der Stange beschreibt. Zur Berechnung bieten sich die Transformation in Zylinderkoordinaten

$$J_{\text{st}} = \rho_{\text{st}} \int_{-\frac{l_{\text{st}}}{2}}^{\frac{l_{\text{st}}}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{\text{st}}} r (r^2 \sin^2(\varphi) + y^2) dr d\varphi dz \quad (2.23)$$

an. Die Integration führt zu dem Ergebnis

$$J_{\text{st}} = \rho_{\text{st}} \left(\frac{r_{\text{st}}^4 \pi l_{\text{st}}}{4} + \frac{r_{\text{st}}^2 \pi l_{\text{st}}^3}{12} \right) = \frac{m_{\text{st}}}{4} \left(r_{\text{st}}^2 + \frac{l_{\text{st}}^2}{3} \right). \quad (2.24)$$

Das berechnete Trägheitsmoment ergibt sich schlussendlich zu

$$J_{\text{ges}} \approx 4.2667 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2. \quad (2.25)$$

Die messtechnische Ermittlung des Trägheitsmoments ist nicht trivial, da aufgrund der Reibung die Störmomente nicht bekannt sind. Mit einem integrativen Schätzverfahren nach [Hil09] kann das Trägheitsmoment ermittelt werden, wobei ein geeigneter Bewegungsverlauf den Einfluss der Reibung eliminiert. In der Ausgangsgleichung wird quadratisch über ein Zeitintervall $t \in [t_0, t_E]$ integriert

$$\int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}^2(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}^2(\tau) d\tau \quad (2.26)$$

und ein Beschleunigungsterm \ddot{q} mit der Bewegungsgleichung (2.12) ersetzt

$$\int_{t_0}^{t_E} J \ddot{q}^2(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}(\tau) (M_A - (M_G + M_R + M_L)) d\tau. \quad (2.27)$$

Stellt man nun die Gleichung nach dem Trägheitsmoment um und teilt den Integralterm in einen reibungsunabhängigen und reibungsabhängigen Ausdruck auf

$$J = \frac{\int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}(\tau) (M_A - (M_G + M_L)) d\tau}{\int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}^2(\tau) d\tau} - \frac{\int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}(\tau) (M_R) d\tau}{\int_{t_0}^{t_E} \ddot{q}^2(\tau) d\tau}, \quad (2.28)$$

kann der reibungsabhängige Term eliminiert werden. Dafür muss die Annahme gelten, dass die Reibung

$$M_R(t) \stackrel{!}{=} M_R(\dot{q}(t)) \quad (2.29)$$

ausschließlich von der Winkelgeschwindigkeit abhängt. Bei einem Bewegungsablauf bei dem

$$\dot{q}(t_0) \stackrel{!}{=} \dot{q}(t_E) \quad (2.30)$$

gilt, verschwindet der reibungsabhängige Term. Eine Bewegung aus dem Stillstand in den Stillstand ohne von außen einwirkende Momente M_L und Kenntnis der Momente M_A , M_G und der Winkelbeschleunigung \ddot{q} führt zu einem berechenbaren Trägheitsmoment. Messungen führen zu einem Wert von

$$J \approx 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2, \quad (2.31)$$

welcher den berechneten Wert aus Gleichung (2.25) bestätigt.

2.2.2 Untersuchung des Reibmoments

Das Störmoment M_ξ verhindert in der Bewegungsdynamik (2.13) die direkte Umwandlung von Energie durch das Antriebsmoment M_A in Bewegung, da diese durch das Störmoment konserviert und dissipiert wird. Das Reibmoment bringt zwar durch einen viskosen Anteil zusätzliche Dämpfung in das System, jedoch beinhaltet diese auch eine starke Nichtlinearität in der Haftreibung. Um die Systemkenntnis zu verbessern wird folgend das Reibmoment M_R untersucht, da dieses einen starken Einfluss auf das System hat (Abb. 2.5).

Das Reibmoment M_R entsteht an den Lippendichtungen des Aktuators. Es setzt sich aus Haftreibung, konstanter Coulombscher Gleitreibung und viskoser Gleitreibung proportional zur Winkelgeschwindigkeit \dot{q} zusammen. Der Einfluss des Reibmoments wird durch das Standard-Fett des Aktuators (Typ DRVS) gemindert. Trotzdem tritt wegen der Haftreibung vor allem in der Anfahrt aus dem Stillstand ein Haft-Gleit-Effekt (Stick-Slip) auf (Abb. 2.5).

Durch die Kenntnis der Bewegungsdynamik (2.12) und des Trägheitsmoments (2.25) wird über eine Frequenzgangmessung von 0.1-1 Hz die Reibkennlinie rekonstruiert (Abb. 2.6). Eine exakte Identifikation der Reibung ist generell nicht möglich, da diese von vielen Faktoren abhängig ist. Jedoch wird ein Haftreibmoment $F_s r_m$ von 0.75 Nm gemessen, was von dem maximalen Stellmoment M_A 15 % ausmacht. Die hohe Reibüberhöhung hat einen negativen Effekt auf die Regelgüte. Sie verursacht eine Dämpfungsminde rung, wodurch bei der Anfahrt nach Überwindung der Reibüberhöhung ein Nachschwingen auftritt (Abb. 2.8). Für ein besseres Systemverhalten kann ein anderes Fett verwendet werden, welches den Haftreibanteil reduziert. Empfohlen wird ein Fett auf Silikon-Basis (Unisilikon L 641), welches einen hohen viskosen Anteil hat, die Haftreibung reduziert (Abb. 2.7), jedoch schneller altert, als das Standart-Fett. Eine Abhängigkeit der Reibkennlinie von der Steifigkeit, eingestellt über den Mitteldruck, ist nicht gegeben. Abb. 2.6 und Abb. 2.7 zeigen drei Reibkennlinien bei

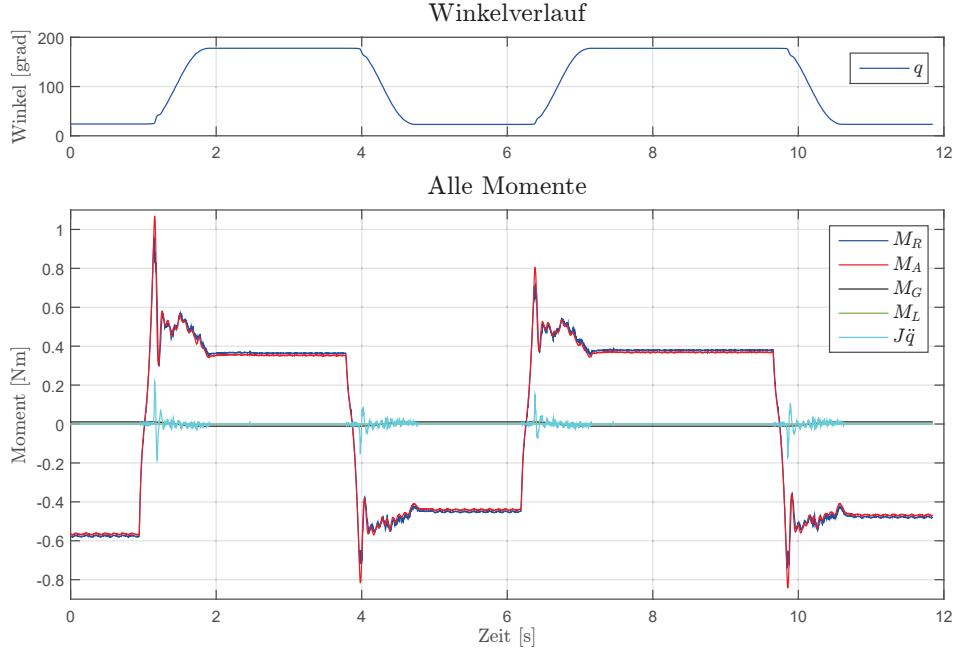


Abbildung 2.5: Beispielverlauf der angreifenden Momente ohne äußere Einwirkung. Die Momente sind mittels Messung von Winkel, Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung und den Kammerdrücken und durch die Kenntnis der Modellgleichungen (2.19) rekonstruiert. Wegen der langsamen Verfahrgeschwindigkeit hat das Trägheitsmoment nur einen geringen Einfluss. Das Gewichtsmoment M_G hat wegen der geringen Masse kaum Einfluss und ist vernachlässigbar. Das Stellmoment M_A wird zur Überwindung des Reibmoments M_R benötigt.

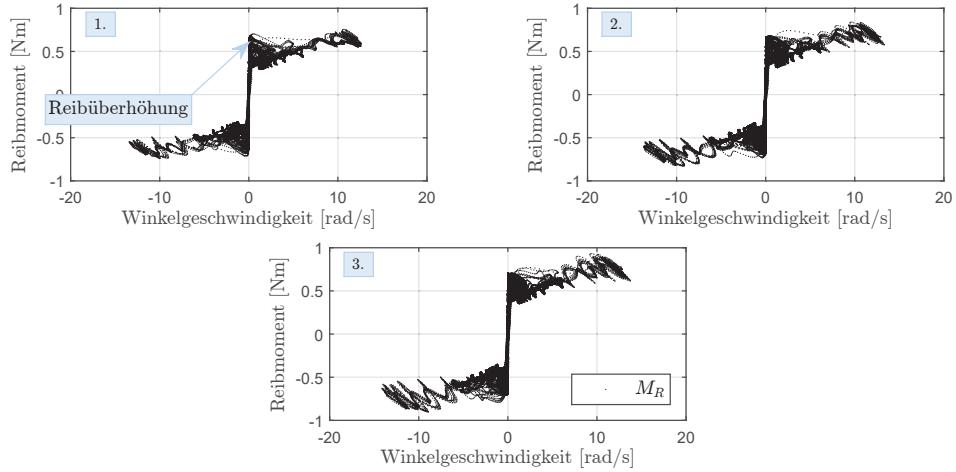


Abbildung 2.6: Reikennlinie M_R mit Standard-Fett des Aktuators (Typ DRVS) bei verschiedenen Mitteldrücken: 1. $p_m = 2$ bar, 2. $p_m = 3$ bar und 3. $p_m = 4$ bar. Die Reibüberhöhung $F_s r_m$ ist mit 0.75 Nm sehr groß.

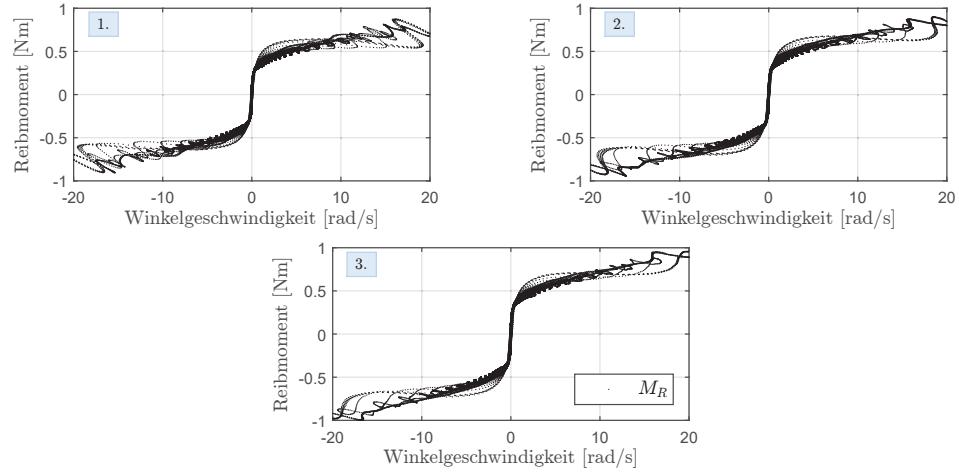


Abbildung 2.7: Reibkennlinie M_R bei verschiedenen Mitteldrücken: 1. $p_m = 2$ bar, 2. $p_m = 3$ bar und 3. $p_m = 4$ bar. Die Reibüberhöhung kann durch das Silikon-Fett (Unisilikon L 641) stark gemindert werden.

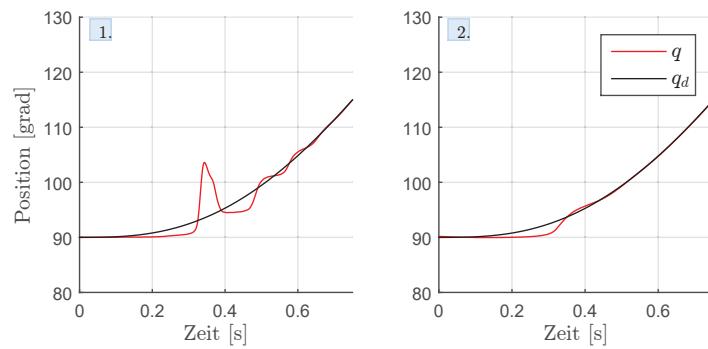


Abbildung 2.8: Haft-Gleit-Effekt (Stick-Slip) beim Anfahren. Mit Standart-Fett (1) stark ausgeprägt, mit Silikon-Fett (2) schwach ausgeprägt.

Tabelle 2.1: Modellparameter

Kurzbeschreibung	Symbol	Einheit	Wert
Allgemeine Parameter			
Abtastzeit	t_A	s	$1 \cdot 10^{-3}$
Erdbeschleunigung	g	m/s ²	9.81
Polytropenexponent	n	—	1 – 1.4
Gaskonstante	R	J/mol K	288
Absolute Temperatur	T_0	K	293.15
Umgebungsdruck	p_0	Pa	$1 \cdot 10^5$
Mechanische Parameter			
Wirkfläche im Aktuator	A	m ²	$4.20 \cdot 10^{-4}$
Mittlerer Radius im Aktuator	r_m	m	$1.85 \cdot 10^{-2}$
Schwerpunkt der homogen angenommenen Stange	l_{sp}	m	$2.30 \cdot 10^{-2}$
Masse der homogen angenommenen Stange	m_{st}	kg	$4.80 \cdot 10^{-2}$
Massenträgheit der homogen angenommenen Stange	J	kg m ²	$4.50 \cdot 10^{-4}$
Totvolumen Kammer 1	$V_{1,tot}$	m ³	$9.40 \cdot 10^{-6}$
Totvolumen Kammer 2	$V_{2,tot}$	m ³	$8.77 \cdot 10^{-6}$
Gesamtwinkel des Schwenkflügels	q_{ges}	rad	1.92
Gleitreibung (Coulomb) Standard Fett	F_c	N	21.70
Haftriebung (Striebek) Standard Fett	F_s	N	22.32
Viskoser Reibkoeffizient Standard Fett	d_R	—	1.55
Gleitreibung (Coulomb) Silikon-Fett	F_c	N	21.24
Haftriebung (Striebek) Silikon-Fett	F_s	N	20.63
Viskoser Reibkoeffizient Silikon-Fett	d_R	—	1.67
Pneumatische Parameter			
Maximaler Leitwert	C_{max}	m ³ /s Pa	$4.20 \cdot 10^{-9}$

unterschiedlichen Mitteldrücken. Die eingestellte Steifigkeit über den Mitteldruck lässt keinen Einfluss in den Reibkennlinien erkennen. Im direkten Vergleich einer Anfahrt aus dem Stillstand mit verschiedenen Fetten im Aktuator ist in Abb. 2.8 ersichtlich, dass der Haft-Gleit-Effekt (Stick-Slip) durch das Silikon-Fett (**Unisilikon L 641**) reduziert werden kann. Die Parameter für die Reibung können über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt werden, bei der mit Variation der Parameter die Simulation der Messung angeglichen wird.

2.2.3 Identifizierte Parameter

In diesem Kapitel sind einige Modellparameter identifiziert worden. Die wichtigsten Parameter werden in der Tabelle 2.1 aufgelistet. Im ersten Tabellenabschnitt werden die allgemeinen Parameter aufgelistet. Diese Parameter sind naturgemäß gegeben und wurden in der Parameteridentifikation nicht weiter beachtet. Die identifizierten mechanischen und pneumatischen Parameter sind im zweiten Tabellenabschnitt aufgelistet.

2.3 Analyse der Systemeigenschaften

Durch das hergeleitete Modell (2.19) in Kapitel 2.1 und die Identifikation der Parameter (Tabelle 2.1) in Kapitel 2.2 liegt ein gutes Modell vor. Ein modellbasierter Reglerentwurf ist somit möglich [Hah00]. Eine geeignete Reglerstruktur kann nun anhand einer Systemanalyse unter Berücksichtigung definierter Regelziele entwickelt werden. Dafür werden die hergeleiteten Modellgleichungen zu einem Differentialgleichungssystem zusammengefasst, an dem dann Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit gezeigt werden.

2.3.1 Darstellung im Zustandsraum

Für die Analyse der Systemeigenschaften und auch für die Regelung wird ein Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

mit den vier Größen Schwenkflügelposition q , Schwenkflügelgeschwindigkeit \dot{q} und den Kammerdrücken p_j mit $j = 1, 2$ eingeführt. Der zugehörige Zustandsraum entspricht einer differenzierbaren vierdimensionalen Mannigfaltigkeit [Lee02]

$$\mathbf{x} \in \mathbb{M}_4 = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid -q_{\text{ges}} \leq x_1 \leq q_{\text{ges}}, x_3 > 0, x_4 > 0 \right\}, \quad (2.33)$$

wobei die Zustände, die den Kammerdruck repräsentieren, nicht erheblich von dem Umgebungs- und Versorgungsdruck

$$p_0 \leq p_j \leq p_v \quad (2.34)$$

abweichen. Die Schwenkflügelposition q wird über einen Winkelencoder Typ HEDR gemessen. Nach einer Signalaufbereitung ist über dynamische Filterung oder auch Schätzung die Schwenkflügelgeschwindigkeit \dot{q} verfügbar. Die Kammerdrücke werden mit Drucksensoren Typ SPTE direkt an der Aktuatkammer gemessen. Der gesamte Zustand wird also gemessen oder rekonstruiert und eine Zustandsrückführung kann implementiert werden. Die Stellgröße des Systems ist der Massenstrom $\dot{m}_j(\mathbf{x}, \nu_j)$, der abhängig von dem Steuersignal ν_j und von den Zuständen \mathbf{x} ist. Für beide Aktuatkammern ist je ein Stetigventil vorhanden, wodurch sich zusammengesetzt das Eingangssignal

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_1(\mathbf{x}, \nu_1) \\ \dot{m}_2(\mathbf{x}, \nu_2) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

ergibt. Somit handelt es sich bei diesem System um ein MIMO-System. Das System kann eingangsaffin dargestellt werden als

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^2 \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) u_j, \quad t > 0, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (2.36)$$

Die Vektorfelder \mathbf{f} und \mathbf{g}_j ergeben sich aus der Bewegungsgleichung und der Druckaufbau-dynamik (2.19) zu

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{J} (A r_m (x_3 - x_4) - m_{st} g l_{sp} \sin(x_1) - M_\xi) \\ -\frac{n x_3 \dot{V}_1(x_2)}{V_1(x_1)} \\ -\frac{n x_4 V_2(x_2)}{V_2(x_1)} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{n R T_0}{V_1(x_1)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{n R T_0}{V_2(x_1)} \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

2.3.2 Untersuchung auf Steuerbarkeit

Ein System heißt vollständig steuerbar, wenn es von jedem Anfangszustand \mathbf{x}_0 in endlicher Zeit durch geeignete Wahl des Eingangssignal $\mathbf{u}(t)$ in einen beliebig vorgegebenen Endzustand $\mathbf{x}(T)$ überführt werden kann. Eine Steuerbarkeitsanalyse durch die Linearisierung um eine nominelle Trajektorie liefert lediglich lokale und somit nur bedingt aussagekräftige Ergebnisse. [Zei14] und [Isi89] schlagen eine Methodik vor, in der eine Steuerbarkeitsauswahlmatrix

$$\tilde{P}(\mathbf{x}) = [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \dots, \text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}^{\mu_1-1} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), \dots, \text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}^{\mu_2-1} \mathbf{g}_2(\mathbf{x})] \quad (2.40)$$

auf Regularität untersucht wird. Ist die Steuerbarkeitsauswahlmatrix regulär, existieren Ausgänge, die zu einem vektoriellen relativen Grad gleich der Systemdimension führen. Ein solches System wird in [Zei14] unter weiteren Vorgaben als flaches System bezeichnet. Für das vorliegende System (2.36) ergibt sich der Rang der Steuerbarkeitsmatrix zu

$$\text{rk}(\tilde{P}(\mathbf{x})) = \text{rk} [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2 \mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x})] = n = 4, \quad (2.41)$$

wobei die Steuerbarkeitsindizes

$$\mu_1 = 3, \quad \mu_2 = 1, \quad \sum_j \mu_j = n = 4 \quad (2.42)$$

lauten. Die gesamte Berechnung der Steuerbarkeitsauswahlmatrix ist in Anhang A.1 gegeben. Die Steuerbarkeit ist somit gegeben.

2.3.3 Bestimmung von flachen Ausgängen

Die flachen Ausgänge sind über eine systematisch Methode im Anhang A.2 hergeleitet. Eine mögliche Wahl der flachen Ausgänge zu

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \lambda_1(\mathbf{x}) \\ \lambda_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{x_4 - x_3}{2} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

beschreibt den Winkel und den Mitteldruck und entspricht somit den realen Ausgängen. Durch einen Flachheitstest kann die Berechnung der Ausgänge über die aufgezeigte systematische Methode mittels einer heuristischen Methode bestätigt werden [Zei14]. Dafür werden die Ausgänge $\mathbf{y} = \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x})$ sooft entlang des Vektorfeldes (2.36) abgeleitet, bis der Eingang \mathbf{u} erscheint. Der Flachheitstest berechnet sich zu

$$\begin{aligned} y_1 &= \lambda_1 = x_1 & L_{\mathbf{g}_1(\mathbf{x})}\lambda_1 &= 0 \\ \dot{y}_1 &= L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}\lambda_1 = x_2 & L_{\mathbf{g}_1(\mathbf{x})}L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}\lambda_1 &= 0 \\ \ddot{y}_1 &= L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2\lambda_1 = \frac{1}{J}(M_A - M_G - M_\xi) & L_{\mathbf{g}_1(\mathbf{x})}L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2\lambda_1 &\neq 0 \\ y_2 &= \lambda_2 = \frac{x_3 + x_4}{2} & L_{\mathbf{g}_2(\mathbf{x})}\lambda_2 &\neq 0. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Somit lässt sich zeigen, dass der vektorielle relative Grad $r = n = 4$ die erste Bedingung für differentielle Flachheit erfüllt. Lässt sich des Weiteren zeigen, dass ein inverses Modell existiert, was die Darstellung des Zustands \mathbf{x} und des Eingangs \mathbf{u} mittels der Ausgänge \mathbf{y} und deren Ableitungen impliziert, spricht man von einem differentiell flachen MIMO-System [Zei14]. Diese Eigenschaft ist eine hinreichende Bedingung für Steuerbarkeit [Rot97] und bestätigt damit Abschnitt 2.3.2. Das inverse Modell ist in [Mar15] bereits hergeleitet.

2.3.4 Bestimmung der Reglerstruktur

Nach der erfolgreichen Steuerbarkeitsanalyse soll nun eine geeignete Reglerstruktur festgelegt werden. Forderungen an die Regelgüte der Regelung sind hierbei

- hohe Bewegungsdynamik für schnelle Punkt-zu-Punkt Bewegungen,
- hohe Genauigkeit, stationäre Positionsgenauigkeit $< 0.1^\circ$, sowie
- Einstellbarkeit der systemimmanenten Nachgiebigkeit.

Da das System (2.36) differentiell flach ist, bietet sich eine modellbasierte Eingangstransformation für MIMO-Systeme des Gesamtmodells an, die das System exakt linearisiert. Eine statische Folgeregelung bringt eine 2FHG-Struktur mit sich. Die Eingangstransformation wird erreicht, indem der nichtlinearen MIMO-Ein-/Ausgangs-Normalform

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}^3\lambda_1 \\ L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}\lambda_2 \end{bmatrix}}_{\alpha(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_{\mathbf{g}_1(\mathbf{x})}\lambda_1 & L_{\mathbf{g}_2(\mathbf{x})}\lambda_1 \\ L_{\mathbf{g}_1(\mathbf{x})}\lambda_2 & L_{\mathbf{g}_2(\mathbf{x})}\lambda_2 \end{bmatrix}}_{\beta(\mathbf{x}) - (\text{j} \times \text{j})\text{-Koppelmatrix}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (2.45)$$

ein neuer Ausgang aufprägt wird. In der praktischen Umsetzung zeigt sich mit der flachheitsbasierten Regelung ein gutes Folgeverhalten von der Winkelposition zu einer vorgegebenen Trajektorie. Auch die Systemsteifigkeit kann über den Mitteldruck vorgegeben werden. Jedoch ist die Steifigkeit nur bedingt einstellbar. Da bei diesem differentiell flachen Reglerentwurf mit 2FHG-Struktur intern eine Kraftregelung für die Position über den Differenzdruck und eine Mitteldruckregelung über den Summendruck realisiert wird, konkurrieren die Regelziele bei steigendem Regelfehler. Resultierend wird eine geforderte Steifigkeit, eingestellt über den Mitteldruck, bei großem Positionsfehler nicht eingehalten. Dieser Effekt tritt auf, weil der Kammerdruck mit Umgebungs- und Versorgungsdruck begrenzt ist. Die Forderung, der in

jeder Situation einstellbaren Systemsteifigkeit, ist mit der flachen Struktur nicht realisierbar, da keine direkte Druck- oder Momentenbegrenzung vorgenommen werden kann.

Um die Vorteile der modellbasierten Regelung mit der Eingangstransformation trotzdem nutzen zu können, wird eine neue Systemgrenze definiert. Dadurch kann das System in ein mechanisches und ein pneumatisches Teilsystem aufgeteilt werden [GÖ3]. Voraussetzung für diese neue Systemgrenze ist eine stabile Nulldynamik. Um diese zu prüfen und die Systemgrenze zu definieren, wird der Eingang (2.35) neu gewählt und lautet

$$u = \Delta p = x_3 - x_4 = p_1 - p_2. \quad (2.46)$$

Das System lässt sich so als nichtlineares SISO-System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u \quad , t > 0 \quad , \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (2.47)$$

beschreiben. Die Vektorfelder \mathbf{f} und \mathbf{g} ergeben sich aus der Bewegungsgleichung und der Druckaufbaudynamik (2.19) zu

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{J} (-m_{st} g l_{sp} \sin(x_1) - M_\xi) \\ \frac{n R T_0 \dot{m}_1(\mathbf{x}, \nu_1) - n x_3 \dot{V}_1(x_2)}{V_1(x_1)} \\ \frac{n R T_0 \dot{m}_2(\mathbf{x}, \nu_2) - n x_4 \dot{V}_2(x_2)}{V_2(x_1)} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A r_m}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.49)$$

Für die Bestimmung der internen Dynamik des Systems (2.47) mit dem Ausgang

$$y = x_1 \quad (2.50)$$

wird der Ausgang so oft nach der Zeit abgeleitet

$$\begin{aligned} y &= x_1 & L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} y &= 0 \\ \dot{y} &= L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} y = x_2 & L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} y &\neq 0 \\ \ddot{y} &= L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2 y = \frac{1}{J} (-m_{st} g l_{sp} \sin(x_1) - M_\xi), \end{aligned} \quad (2.51)$$

bis der Eingang (2.46) auftaucht. Aus (2.51) folgt, dass der relative Grad $r = 2$ ist. Da dieser kleiner als die Systemdimension

$$r = 2 \leq n = 4 \quad (2.52)$$

ist, besitzt das System mit dem neuen Eingang (2.46) eine interne Dynamik zweiten Grades. Um an dem System (2.47) eine modellbasierte Eingangstransformation durchzuführen, muss die Nulldynamik stabil sein. Zur Prüfung der Stabilität der Nulldynamik muss zuerst die interne Dynamik bestimmt werden. Eine möglicher Zustand für interne Dynamik ist der Druck x_3 und x_4 . Das Transformationsgesetz

$$\Phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

für die Eingangstransformation ist ein Diffeomorphismus, da

$$\text{rk} \frac{\partial \Phi(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 4 \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{M}_4 \quad (2.54)$$

gilt. Die interne Dynamik lässt sich also direkt über die Druckdynamik (2.19)

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \frac{n}{V_1(x_1)} (R T_0 \dot{m}_1(\mathbf{x}, \nu_1) - x_3 \dot{V}_1(x_2)) \\ \dot{x}_4 &= \frac{n}{V_2(x_1)} (R T_0 \dot{m}_2(\mathbf{x}, \nu_2) - x_4 \dot{V}_2(x_2)) \end{aligned} \quad (2.55)$$

beschreiben. Für die Untersuchung der Nulldynamik wird die interne Dynamik (2.55) im stationären Fall

$$\begin{aligned} y &= x_{1,\text{stat}} \\ \dot{y} &= \ddot{y} = 0 \end{aligned} \quad (2.56)$$

betrachtet und muss für alle möglichen Anfangsbedingungen konvergieren, damit die Forderung der Stabilität erfüllt ist. Im stationären Fall gilt die Zwangsbedingung, dass der Massenstrom $\dot{m}_j = 0$ sein muss [Hil09], wodurch die Nulldynamik

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &\equiv 0 \\ \dot{x}_4 &\equiv 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

resultiert. Darum existiert für die Nulldynamik keine asymptotisch stabile Ruhelage und erfüllt die Forderung der Stabilität nicht. Die Steuerbarkeit ist jedoch trotzdem gewährleistet, da durch Leckage der Stetigventile die Kammerdrücke weder divergieren, noch in der Druckbeschränkung bleiben [Hil09][Fal12].

Somit kann die Druckdynamik, wenn sie sehr viel schneller als die Bewegungsdynamik (2.51) geregelt wird, durch die aufgezeigte Systemgrenze unterlagert zu einem Positionsregler geschaltet werden. In der Positionsregelung ist die Druckdynamik dann vernachlässigt. Es resultiert eine Aufteilung der Zustände in einen mechanischen und pneumatischen Anteil

$$\mathbf{x}^{\text{mech}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_1^{\text{pneu}} \\ x_2^{\text{pneu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}. \quad (2.58)$$

Die Eingänge der Teilsysteme

$$u^{\text{mech}} = \Delta p = x_3 - x_4 = p_1 - p_2, \quad u_j^{\text{pneu}} = \dot{m}_j(\mathbf{x}, \nu_j), \quad j = 1, 2 \quad (2.59)$$

bestimmen sich anschließend separat für das mechanische Teilsystem über den Differenzdruck und für das pneumatische Teilsystem über den Massenstrom. Der mechanische Ausgang der Position (2.43) kann weiterhin genutzt werden. Für das pneumatische Teilsystem dient der Kammerdruck als neuer Ausgang. Somit kann das nichtlineare Modell (2.36) in ein mechanisches SISO-System und in zwei pneumatische SISO-Systeme für beide Aktuatkammern aufgeteilt werden. Diese können einzeln geregelt und in einer Kaskade verknüpft werden (Abb. 2.9). Durch die neu definierten Eingänge ist für das mechanische SISO-System lediglich eine Ableitung bis zur Beschleunigung (zweite Ableitung) zum Aufstellen der nichtlinearen SISO-Ein-/Ausgangs-Normalform notwendig. Diese Ableitung ist durch die Bewegungsdynamik (2.13) bekannt, wodurch das inverse System auch für das MKS im Kapitel 3 einfach

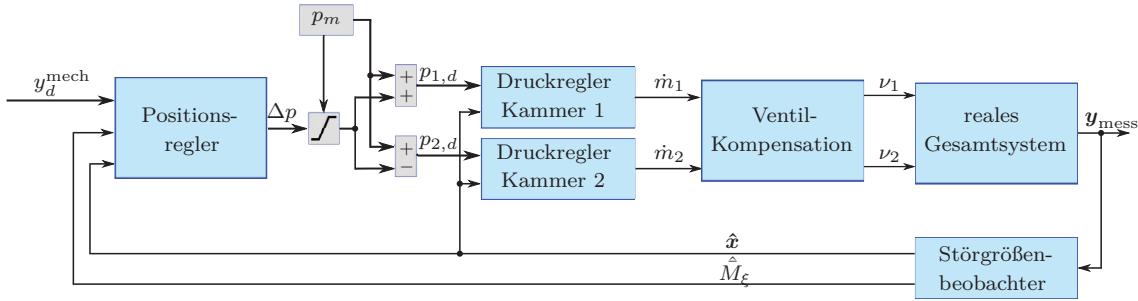


Abbildung 2.9: Kaskadierte Reglerstruktur mit einem mechanischen und einem pneumatischen Teilsystem und Begrenzung im mechanischen Eingang u^{mech} .

hergeleitet werden kann und gut diagnostizierbar ist. Die Systemsteifigkeit kann simpel über eine Begrenzung des Eingangs u^{mech} auch für große Regelfehler eingehalten werden. Die Systemgleichungen für die Teilsysteme lauten

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^{\text{mech}} &= \mathbf{f}^{\text{mech}}(\mathbf{x}^{\text{mech}}) + \mathbf{g}^{\text{mech}} u^{\text{mech}}, \quad t > 0, \quad \mathbf{x}^{\text{mech}}(0) = \mathbf{x}_0^{\text{pneu}}, \\ \dot{x}_j^{\text{pneu}} &= f_j^{\text{pneu}}(\mathbf{x}) + g_j^{\text{pneu}}(\mathbf{x}^{\text{mech}}) u_j^{\text{pneu}}, \quad t > 0, \quad x_j^{\text{pneu}}(0) = x_{j,0}^{\text{pneu}},\end{aligned}\quad (2.60)$$

mit

$$\begin{aligned}\mathbf{f}^{\text{mech}}(\mathbf{x}^{\text{mech}}) &= \begin{bmatrix} x_2^{\text{mech}} \\ -\frac{1}{J}(m_{\text{st}} g l_{\text{sp}} \sin(x_1^{\text{mech}}) + M_\xi) \end{bmatrix} & \mathbf{g}^{\text{mech}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A r_m}{J} \end{bmatrix} \\ f_j^{\text{pneu}}(\mathbf{x}) &= -\frac{n x_j^{\text{pneu}} \dot{V}_j(x_2^{\text{mech}})}{V_j(x_1^{\text{mech}})} & g_j^{\text{pneu}}(\mathbf{x}^{\text{mech}}) &= \frac{n R T_0}{V_j(x_1^{\text{mech}})}. \end{aligned}\quad (2.61)$$

2.3.5 Beobachtung der Störmomente

Wegen dem Vorhandensein von Störmomenten M_ξ in der Bewegungsdynamik (2.13) ist eine Störgrößenbeobachtung für die modellbasierte Regelung notwendig, um eine gute Regelgüte zu erreichen [Neu95]. Da die Störgröße lediglich im mechanischen Teilsystem geschätzt werden muss, muss das mechanische Teilsystem

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{\text{mech}} \\ \hat{M}_\xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{\text{mech}} \\ x_2^{\text{mech}} \\ \hat{M}_\xi \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

für die Schätzung um einen Störgrößenzustand erweitert werden. Als Eingang für das Beobachter-System wird der Differenzdruck

$$u^{\text{mech}} = \Delta p = p_1 - p_2 = x_3 - x_4 \quad (2.63)$$

direkt aus der Messung der Drücke am realen Gesamtsystem zur Verfügung gestellt. Das dynamische Beobachtermodell ergibt sich zu

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A^{\text{est}}} \hat{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A r_m}{J} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b^{\text{est}}} u^{\text{mech}}, \quad t > 0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0, \quad (2.64)$$

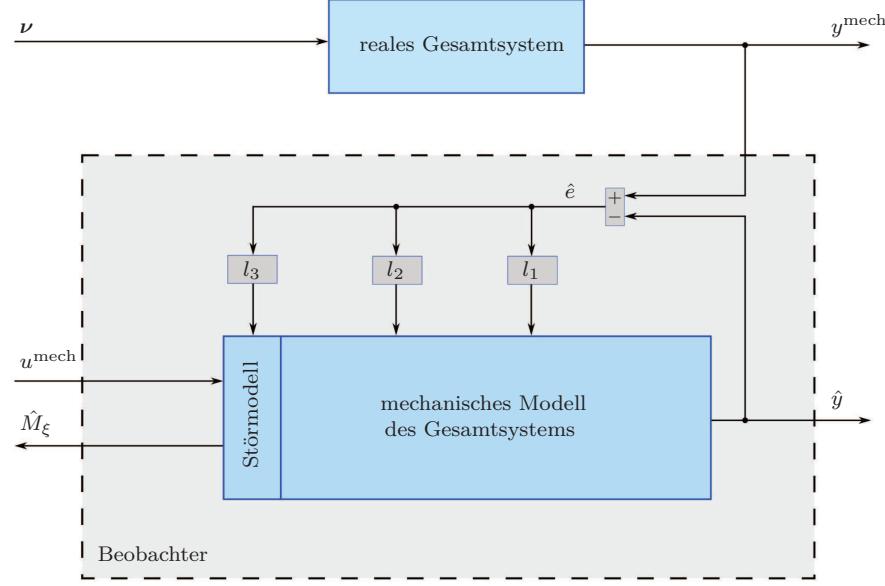


Abbildung 2.10: Prinzipschaltbild des Störgrößenbeobachters mit Eingang u^{mech} mittels gemessener Drücke

$$\hat{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{c^{\text{est}}} \hat{x}, \quad (2.65)$$

was einem linearen Modell entspricht. Das System $(A^{\text{est}}, c^{\text{est}})$ ist genau dann nach Kalman vollständig beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\begin{bmatrix} c^{\text{est}} \\ c^{\text{est}} A^{\text{est}} \\ c^{\text{est}} A^{\text{est}2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

regulär ist [Lun10], was offensichtlich der Fall ist. Das System ist somit beobachtbar. Die dynamische Gleichung für den Störgrößenbeobachter (Abb. 2.10) ergibt sich zu

$$\dot{\hat{x}} = A^{\text{est}} \hat{x} + b^{\text{est}} u^{\text{mech}} + \underbrace{l^{\text{est}} (y^{\text{mech}} - \hat{y})}_{\hat{e}}, \quad t > 0, \quad \hat{x}(0) = \hat{x}_0, \quad (2.67)$$

wobei der Beobachterfehler Δx , der die Differenz zwischen Beobachter- und Streckenzuständen beschreibt, abklingen soll. Es gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta x = 0, \quad \text{mit} \quad \Delta x = x - \hat{x}. \quad (2.68)$$

Die zeitliche Ableitung des Beobachterfehlers Δx führt zu dem autonomen System

$$\dot{\Delta x} = \underbrace{(A^{\text{est}} - l^{\text{est}} c^{\text{est}})}_{A^{\text{est}*}} \Delta x \quad (2.69)$$

und erfüllt (2.68), wenn die Matrix $A^{\text{est}*}$ das Hurwitz-Kriterium erfüllt. Aufgrund der gegebenen Beobachtbarkeit können die Beobachterverstärkungen l^{est} frei gewählt werden. Mittels der charakteristischen Gleichung von $A^{\text{est}*}$

$$\lambda^3 + l_1^{\text{est}} \lambda^2 + l_2^{\text{est}} \lambda - \frac{l_3^{\text{est}}}{J} = 0 \quad (2.70)$$

kann über einen Koeffizientenvergleich mit einem PT₃-Glied die Dynamik des Beobachters über eine Wunschkreisfrequenz $\omega^{\text{est}} = 2\pi f^{\text{est}}$ und Wunschkreisdämpfung D^{est} festgelegt werden [Hil09]. [GÖ3] schlägt vor das PT₃-Glied aus einem schwingungsfähigen PT₂-Glied in Reihenschaltung mit einem PT₁-Glied darzustellen. Das charakteristische Polynom eines solchen PT₃-Glieds lautet

$$\left(\frac{s^2}{\omega^{\text{est}2}} + 2D^{\text{est}} \frac{s}{\omega^{\text{est}}} + 1 \right) \left(\frac{s}{\omega^{\text{est}}} + 1 \right) = s^3 + (1 + 2D^{\text{est}})\omega^{\text{est}}s^2 + (1 + 2D^{\text{est}})\omega^{\text{est}2}s + \omega^{\text{est}3} = 0. \quad (2.71)$$

Der Rückführvektor ergibt sich damit zu

$$\boldsymbol{l}^{\text{est}} = \begin{bmatrix} \omega^{\text{est}}(2D^{\text{est}} + 1) \\ \omega^{\text{est}2}(2D^{\text{est}} + 1) \\ -J\omega^{\text{est}3} \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

Bemerkung 1 : Störgrößenbeobachtung mit Integratorstörmodell

Das Störmodell, wie in diesem Abschnitt beschrieben, entspricht einem Integratorstörmodell [Neu95]. Das Störmodell hat selber keinen Eingang, sondern wird aus dem Produkt von Beobachterverstärkung und Beobachtermessfehler gespeist. Das resultierende mechanische Modell mit Störmodell erfährt dementsprechend eine integrale Korrektur bei Beobachtermessfehlern. Der entscheidende Unterschied zu einer Erweiterung des Positionreglers um einen integralen Anteil ist, dass der Störzustand eine obere Begrenzung mit dem maximal möglichen Aktuatormoment bei gegebener Druckdifferenz besitzt. Diese Begrenzung entsteht, da der Beobachterfehler Δx , durch geeignete Wahl der Beobachterverstärkung, abklingt und sich damit ein Gleichgewicht von dem Störzustand und dem Antriebsmoment einstellt. Ein rein integraler Anteil in der Positionsregelung erfährt bei einem Positionsfehler diese Begrenzung nicht.

2.4 Druckregelung

Die Aufgabe des Druckreglers ist es, ein gutes Folgeverhalten des Druckes für eine Wunschtrajektorie $p_j \rightarrow p_{j,d}$ zu realisieren. Aufgrund der pneumatisch stark ausgeprägten systeminhärenten Nichtlinearität ändert sich das dynamische Systemverhalten. Um ein gutes Folgeverhalten zu erzielen, werden die nichtlinearen Eigenschaften im Reglerentwurf berücksichtigt. Modellbasiert linearisiert eine Eingangstransformation das System exakt, indem dem System ein lineares Verhalten durch einen neuen Eingang aufgeprägt wird. Daher kann anschließend der Entwurf des Folgereglers nach bekannten linearen Verfahren erfolgen [Isi89][Hil09].

Unterlagert zu dem Positionsregler (Abschnitt 2.5) werden zwei Druckregler für jede Aktuatorkammer implementiert. Als Sollgröße dient der Ausgang des Positionsreglers verrechnet mit einem vorgegebenen Mitteldruck, mit dem die Steifigkeit des Systems eingestellt werden kann. Zunächst wird das pneumatische Teilsystem untersucht, danach wird der Druckregler über die Folgeregelung vorgestellt.

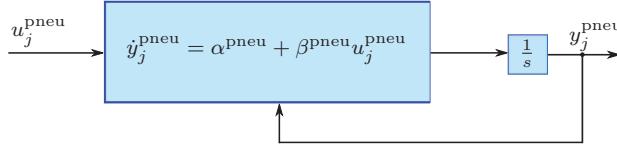


Abbildung 2.11: Signalflussdiagramm in SISO-Regler-Normalform für das pneumatische Teilsystem

2.4.1 Eingangstransformation für exakte Linearisierung

Die pneumatischen Teilsysteme sind bereits eingangsaffin bezüglich dem Eingang u_j^{pneu} dargestellt und lauten

$$\begin{aligned}\dot{x}_j^{\text{pneu}} &= f_j^{\text{pneu}}(\mathbf{x}) + g_j^{\text{pneu}}(\mathbf{x}^{\text{mech}}) u_j^{\text{pneu}} \\ &= \underbrace{-\frac{n x_j^{\text{pneu}} \dot{V}_j(x_2)}{V_j(x_1)}}_{\alpha^{\text{pneu}}} + \underbrace{\frac{n R T_0}{V_j(x_1)} u_j^{\text{pneu}}}_{\beta^{\text{pneu}}}.\end{aligned}\quad (2.73)$$

Die Druckdynamik muss für beide Aktuatorkammern separat betrachtet werden. Das Volumen dieser Kammern hat Einfluss auf die Dynamik. Für dessen Berechnung werden auch die mechanischen Zustände (2.58) benötigt. Systemtheoretisch stellen diese Eingänge lediglich variable Parameter dar [Fal12] und werden auch als solche behandelt. Aus (2.73) ist für die pneumatischen Teilsysteme ersichtlich, dass die Systemordnung jeweils gleich eins ist. Die Systeme liegen bereits in SISO-Regler-Normalform vor (Abb. 2.11), sodass die exakte Linearisierung direkt angewendet werden kann. Analog zum Vorgehen in Abschnitt 2.5 werden Nichtlinearitäten kompensiert, indem ein neuer Eingang v_j^{pneu} aufgeprägt und die Eingangstransformation

$$u_j^{\text{pneu}} = \frac{1}{\beta^{\text{pneu}}} (-\alpha^{\text{pneu}} + v_j^{\text{pneu}}) \quad (2.74)$$

verwendet wird. Die Wohldefiniertheit ist gegeben, da $0 < V_j(x_1) < \infty$ gilt. Deshalb ist die exakte Linearisierung immer gültig.

2.4.2 Lineare Folgeregelung

Die Sollgröße ergibt sich durch den Ausgang des Positionsreglers und dem gewünschten Mitzeldruck zu

$$y_{j,d}^{\text{pneu}} = p_{j,d} = p_m + (-1)^{(j+1)} \frac{u^{\text{mech}}}{2}. \quad (2.75)$$

Um mittels der Druckregelung zu garantieren, dass der Regelfehler

$$e^{\text{pneu}} = y_{j,d}^{\text{pneu}} - y_j^{\text{pneu}} \quad (2.76)$$

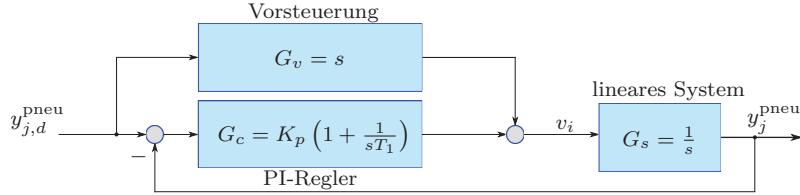


Abbildung 2.12: Signalflussdiagramm für den PI-Regler mit idealer Vorsteuerung

asymptotisch abklingt, also keine bleibende Regelabweichung bei Sprüngen im Sollwertsignal vorkommt, wird ein Proportional-Integral-Regler (PI-Regler) zur Regelung des linearen Systems implementiert. Der integrale Regleranteil ist zwar für zu einem exakt linearisierten Integrator nicht notwendig, jedoch existiert bei den Stetigventilen eine tote Zone, die durch einen reinen Integrator nicht abgebildet wird. In der toten Zone muss eine Differenzspannung überwunden werden, um wieder einen Massenstrom zu erzeugen. Da gleichzeitig durch Leckage ein Massenstrom abfließt, entsteht ein proportionales Streckenverhalten mit Regelabweichung im Druck in der toten Zone. Diese Regelabweichung kann durch einen integralen Regleranteil kompensiert werden. Mittels dem PI-Regler kann der Pol des linearen Systems (der Integrator) von $s = 0$ in die linke Halbebene verschoben werden, wodurch das System stabilisiert wird. Die Struktur des PI-Reglers lautet

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{s T_1} \right) = K_p \frac{s T_1 + 1}{s T_1}, \quad (2.77)$$

wobei der Verstärkfaktor über die Durchtrittsfrequenz

$$K_p = \omega_D^{pneu} = 2 \pi f_D^{pneu} \quad (2.78)$$

und die Nachstellzeit über die Eckfrequenz

$$T_1 = \frac{1}{\omega_E^{pneu}} = \frac{1}{2 \pi f_E^{pneu}} \quad (2.79)$$

beschrieben wird. Die Eckfrequenz sollte genügend weit unterhalb der Durchtrittsfrequenz liegen, um die Regelgüte zu verbessern und nicht nachteilig auf die Stabilitätsreserve einzufeuern. Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises (Abb. 2.12) ohne Vorsteuerung lautet

$$G(s) = K_p \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s^2 + K_p s + \frac{K_p}{T_1}} \quad (2.80)$$

und besitzt die stabilen Pole¹

$$s_{1,2} = -\frac{K_p}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1 K_p^2 - 4 K_p}{4 T_1}}. \quad (2.81)$$

Im Zeitbereich ergibt sich die Folgeregelung zu

$$y_j^{pneu} = K_p (y_{j,d}^{pneu} - y_j^{pneu}) + \frac{K_p}{T_1} \int_{t_0}^t (y_{j,d}^{pneu} - y_j^{pneu}) d\tau. \quad (2.82)$$

¹Für $K_p > 0$ und $T_1 > 0$ liegen laut der Vorzeichenbedingung nach Hurwitz die Pole in der linken Halbebene.

Um die Regelgüte zu verbessern, kann eine Vorsteuerung zu dem Regler geschaltet werden (Abb. 2.12). Dafür wird das inverse, exakt linearisierte System G_s verwendet. Zur Realisierung muss die ideale Ableitung des Sollwertes $y_{j,d}^{\text{pneu}}$ zur Verfügung stehen. Da für die Druckregelung der Sollwert $y_{j,d}^{\text{pneu}}$ nicht geplant, sondern durch die Positionsregelung zur Verfügung gestellt wird, ist keine ideale Ableitung gegeben. Durch eine Signalaufbereitung des Sollwertes kann diese Ableitung approximiert werden, wodurch sich die Gleichung für die statische Folgeregelung (2.82) für den neuen Eingang v_j^{pneu} zu

$$v_j^{\text{pneu}} = \underbrace{\dot{y}_{j,d}^{\text{pneu}}}_{\text{Vorsteuerung}} + K_p \left(y_{j,d}^{\text{pneu}} - y_j^{\text{pneu}} \right) + \underbrace{\frac{K_p}{T_1} \int_{t_0}^t \left(y_{j,d}^{\text{pneu}} - y_j^{\text{pneu}} \right) d\tau}_{\text{Stabilisierung}} \quad (2.83)$$

erweitert. Die Reglergleichung in Originalkoordinaten lautet somit

$$u_j^{\text{pneu}} = \frac{1}{\beta^{\text{pneu}}} \left(\underbrace{-\alpha^{\text{pneu}}}_{\text{Kompensation}} + v_j^{\text{pneu}} \right). \quad (2.84)$$

In der praktischen Anwendung zeigt sich, dass eine Entlastung des Druckreglers durch die Vorsteuerung mittels einer Signalaufbereitung des Sollwertes $y_{j,d}^{\text{pneu}}$ das Folgeverhalten nicht verbessert. Numerische Effekte verrauschen die berechnete Ableitung. Der Druckregler wird daher ohne Vorsteuerung implementiert.

2.5 Positionsregelung

Die Aufgabe des Positionsreglers ist es, ein gutes Folgeverhalten des Aktuators für eine Wunschtrajektorie $q \rightarrow q_d$ zu realisieren. Dafür wird, wie bei dem unterlagerten Druckregler (Abschnitt 2.4), eine modellbasiert Linearisierung über eine Eingangstransformation beschrieben. Anschließend kann der Entwurf des Folgereglers nach bekannten linearen Verfahren erfolgen [Isi89][Hil09].

2.5.1 Eingangstransformation für exakte Linearisierung

Die Eingangstransformation erfordert im ersten Schritt die Darstellung des mechanischen Teilsystems in einer nichtlinearen SISO-Regler-Normalform. Wie beim Flachheitstest (2.44) wird der mechanische Ausgang so oft abgeleitet, bis der Eingang erscheint. Das mechanische Teilsystem aus (2.60) ist bereits in einer nichtlinearen SISO-Regler-Normalform gegeben (Abb. 2.13). Ein neuer virtueller Eingang v^{mech} für das lineare System Σ^* (siehe Abb. 2.14) lautet somit

$$\ddot{y}^{\text{mech}} = \ddot{x}_1 = -\underbrace{\frac{M_\xi}{J}}_{\alpha^{\text{mech}}} + \underbrace{\frac{Ar_m}{J}}_{\beta^{\text{mech}}} u^{\text{mech}} \stackrel{!}{=} v^{\text{mech}}, \quad (2.85)$$

wobei die nichtlinearen Elemente durch die Eingangstransformation vom Eingang u^{mech}

$$u^{\text{mech}} = \frac{1}{\beta^{\text{mech}}} \left(-\alpha^{\text{mech}} + v^{\text{mech}} \right). \quad (2.86)$$

kompensiert werden. Diese Eingangstransformation ist immer gültig, da $\beta^{\text{mech}} \neq 0$ ist. Der relative Grad ist somit wohldefiniert. Durch den neuen Eingang v^{mech} wird das mechanische Teilsystem zu einem zweifachen Integrator exakt linearisiert.

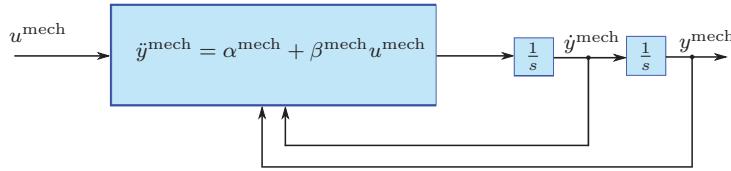


Abbildung 2.13: Signalflussdiagramm in SISO-Regler-Normalform für das mechanische Teilsystem

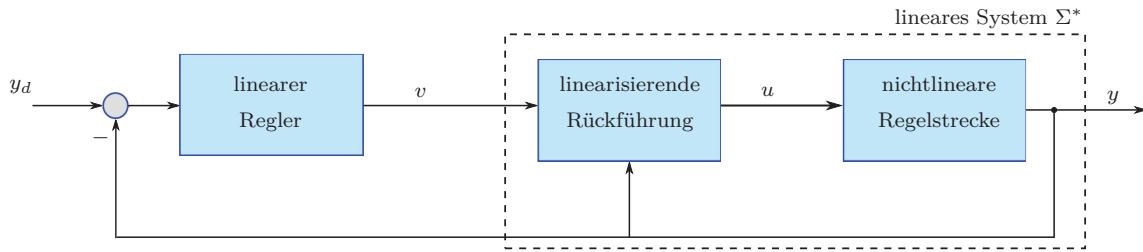


Abbildung 2.14: Signalflussdiagramm der Eingangstransformation

2.5.2 Statische Folgeregelung

Für das exakt linearisierte System (Abb. 2.14) soll eine statische Folgeregelung des Ausgangs realisiert werden. Dabei soll der Ausgang der Referenztrajektorie

$$y_d^{\text{mech}} \in \mathbb{C}^2 \quad (2.87)$$

folgen. Der Regelfehler e^{mech} als Differenz zwischen Soll- und Istwert soll zu Null konvergieren, das heißt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\text{mech}} = 0, \quad \text{mit} \quad e^{\text{mech}} = y_d^{\text{mech}} - y^{\text{mech}} \quad (2.88)$$

muss erfüllt werden. Die Einhaltung dieser Forderung kann über die Hurwitz-Differentialgleichung

$$\ddot{e}^{\text{mech}} + k_1^{\text{mech}} \dot{e}^{\text{mech}} + k_0^{\text{mech}} e^{\text{mech}} = 0 \quad (2.89)$$

erreicht werden. Die Koeffizienten k^{mech} lassen sich über eine Eigenwertvorgabe bestimmen. Durch einen Koeffizientenvergleich mit einem PT₂-Glied

$$\frac{s^2}{\omega^{\text{mech}2}} + 2D^{\text{mech}} \frac{s}{\omega^{\text{mech}}} + 1 = 0 \quad (2.90)$$

ergeben sich Sollfrequenz $\omega^{\text{mech}} = 2\pi f^{\text{mech}}$ und Dämpfung D^{mech} zu

$$k^{\text{mech}} = \begin{bmatrix} 2\omega^{\text{mech}} D^{\text{mech}} \\ \omega^{\text{mech}2} \end{bmatrix}. \quad (2.91)$$

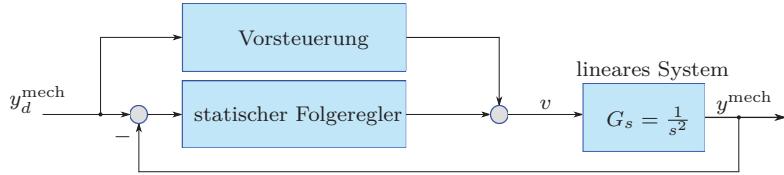


Abbildung 2.15: 2FHG-Struktur der Positionsregelung des statischen Folgereglers mit idealer Vorsteuerung

Der Folgeregler $\ddot{y}^{\text{mech}} = v^{\text{mech}}$ ergibt sich somit zu

$$v^{\text{mech}} = \ddot{y}_d^{\text{mech}} + \sum_{\gamma=0}^1 k_{\gamma}^{\text{mech}} \left(\dot{y}_d^{\text{mech}} - \dot{y}^{\text{mech}} \right), \quad (2.92)$$

bestehend aus Vorsteuerung \ddot{y}_d^{mech} und Stabilisierung. Die Reglergleichung in Originalkoordinaten lautet somit

$$u^{\text{mech}} = \frac{1}{\beta^{\text{mech}}} \left(\underbrace{-\alpha^{\text{mech}}}_{\text{Kompensation}} + \underbrace{\ddot{y}_d^{\text{mech}}}_{\text{Vorsteuerung}} + \underbrace{\sum_{\gamma=0}^1 k_{\gamma}^{\text{mech}} \left(\dot{y}_d^{\text{mech}} - \dot{y}^{\text{mech}} \right)}_{\text{Stabilisierung}} \right) \quad (2.93)$$

und beschreibt eine 2FHG-Struktur (Abb. 2.15). Durch die dynamische Kompensation könnte eine direkte Übertragung von y_d^{mech} auf die Position durch die Vorsteuerung realisiert werden.

Da jedoch die Druckdynamik begrenzt ist, stellen sich Schleppfehler in der Druckregelung ein, die durch den stabilisierenden Anteil der Positionsregelung kompensiert werden müssen. In der modellbasierten Kompensation muss des Weiteren das unbekannte Störmoment M_{ξ} mittels dem Störgrößenbeobachter aus Abschnitt 2.3.5 einfließen. Da die Winkelgeschwindigkeit über die gemessene Position durch eine Filterung aufbereitet oder alternativ über den Störgrößenbeobachter mit geschätzt wird, steht sie erst nach einer kurzen Verzögerung zur Verfügung. Somit ist der statische Folgeregler realisierbar, wobei der stabilisierende Anteil genannte Fehlerursachen ausregelt.

2.6 Bestimmung der Regelparameter für einen Aktuator

Grundlage für eine zufriedenstellende Regelgüte ist die Wahl geeigneter Reglerparameter für die zwei vorgestellten Regler aus Abschnitt 2.4 und 2.5. Die Dynamik des Aktuators verändert sich mit der eingestellten Steifigkeit mittels dem Mitteldruck. Beispielhaft wird die Regelgüte der Regler, bei einem absoluten Mitteldruck von $p_m = 2$ bar, eingestellt. Dafür werden verschiedene Reglerparametrierungen betrachtet und geeignete Parameter abgeleitet.

In Abb. 2.16 werden vier Messungen mit unterschiedlichen Reglerparametrierungen für den Positionsregler aufgezeigt. Zur Visualisierung der Regelgüte wird einer Trajektorie mit schneller werdenden Verfahrfrequenzen gefolgt. Aufgezeigt werden gewünschte Position, gemessene

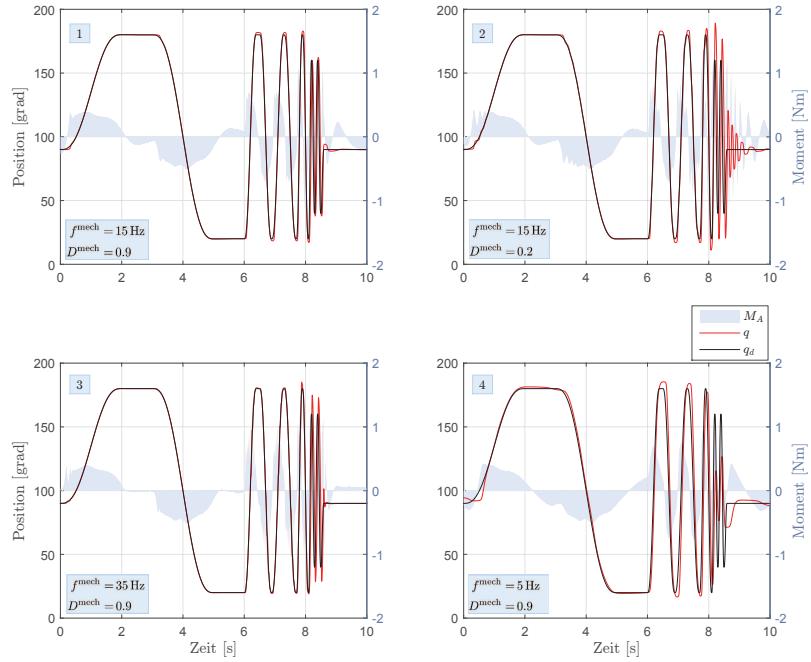


Abbildung 2.16: Folgeverhalten des Positionsreglers bei verschiedenen Reglerparametern. Das Antriebsmoment M_A ist mit aufgetragen. Bei zu niedriger Dämpfung (2) oder zu hoher Eckfrequenz (3) kommt es zu Überschwingungen. Bei zu niedriger Eckfrequenz (4) kann der Regler bei hohen Frequenzen nicht folgen und kompensiert den Haft-Gleit-Effekt mangelhaft. Beim Losreißen ist selbst bei gutem Übertragungsverhalten der Haft-Gleit-Effekt beobachtbar (1).

Position und das gemessene Antriebsmoment M_A . Durch die Variation der Eckfrequenz f^{mech} und Wunschedämpfung D^{mech} wird das Folgeverhalten des Positionsreglers direkt beeinflusst. Bei zu hoher Eckfrequenz (3) folgt die Schwenkflügelposition bei langsamten Frequenzen wegen der hohen Verstärkung sehr gut, jedoch neigt diese Reglerparameterauslegung bei hohen Verfahrfrequenzen zum Überschwingen. Des Weiteren entstehen im Antriebsmoment M_A viele kleine Kraftspitzen, die das Regelziel realisieren, jedoch energetisch ungünstig sind und die Mechanik unnötig belasten. Wird die Dämpfung zu klein gewählt (2), treten ebenso Überschwingungen bei hohen Verfahrfrequenzen auf, wobei zusätzlich Schwingungen nur schwach gedämpft werden. Ein langes Nachschwingen ist das Resultat. Wird die Eckfrequenz wiederum zu klein gewählt (4), zeigt sich eine schlechte Performance bei hohen Verfahrfrequenzen. Auch das Führungsverhalten ist aufgrund der schwachen Verstärkung mangelhaft. Bei ausgewogenen Reglerparametern (1) wird eine gute Performance ohne starke Überschwingungen erreicht. Das Antriebsmoment M_A verhält sich gut. Trotzdem ist selbst bei diesen Reglerparametern wegen dem leichten Haft-Gleit-Effekt (2.2.2) das Folgeverhalten nicht perfekt. Dynamische Regelabweichungen können bei hohen Verfahrfrequenzen nicht vermieden werden. Der stationäre Fehler konvergiert jedoch wegen der guten Schätzung des Störmoments M_ξ (2.3.5) gegen die Auflösung des Winkelencoders² von 0.025° .

²Typ HEDR.

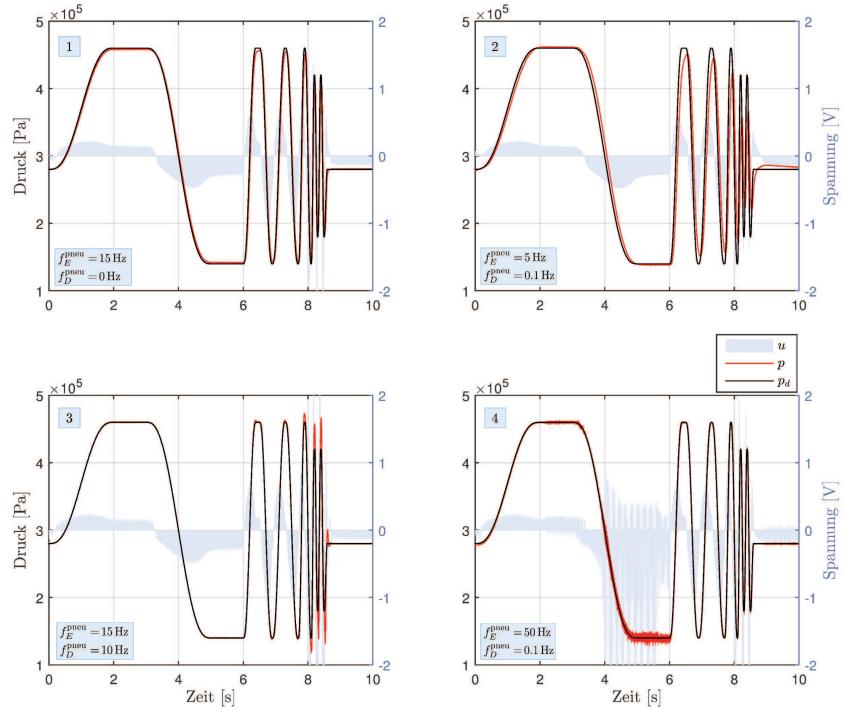


Abbildung 2.17: Folgeverhalten des Druckreglers bei verschiedenen Reglerparametern. Das Stellsignal ν_j ist mit aufgetragen. Ohne integralen Anteil (1) kommt es zu bleibenden Regelabweichungen von 20 mbar. Bei niedriger Eckfrequenz (2) kann der Regler bei hohen Frequenzen nicht folgen und die Regelabweichung konvergiert langsamer gegen Null. Ein zu hoher integraler Anteil (3) oder eine zu hoch eingestellte Eckfrequenz (4) führt zu Überschwingungen oder Ventilknattern.

Die Druckregelung wird über die Reglerparameter Durchtrittsfrequenz f_D^{pneu} und Eckfrequenz f_E^{pneu} eingestellt. Analog zu der Herangehensweise für die Reglerparameterauslegung für den Positionsregler wird für den Druckregler die gleiche Verfahrfrequenzen für einen Solldruck verwendet. In Abb. 2.17 ist der Soll-Druck, Ist-Druck und die Ventilspannung für den entsprechenden Massenstrom aufgezeigt. In (1) ist lediglich eine Proportionalverstärkung über die Durchtrittsfrequenz f_D^{pneu} eingestellt. Der integrale Anteil wird zu Null gesetzt. Das Folgeverhalten des Druckreglers zeigt mit gut gewählter Proportionalverstärkung ein genaues Folgeverhalten. Jedoch stellt sich eine bleibende Regelabweichung von 20 mbar ein. Durch diese Regelabweichung kann der überlagerte Positionsregler eine geforderte Position nicht exakt erreichen. Darum ist in Abschnitt 2.4 ein integraler Anteil implementiert. Wird dieser in seiner Eckfrequenz zu hoch eingestellt (3), kommt es bei hohen Verfahrfrequenzen zum Überschwingen und die Steuerspannung hat kleine Spannungsspitzen. Der damit verbundene unnötige Luftverbrauch ist nicht energieeffizient und die Mechanik des Stetigventils wird belastet. Bei zu hoher Durchtrittsfrequenz (4) treten ebenso Spannungsspitzen auf, wobei bei stationären Lagen ein Ventilknattern³ entsteht. Bei zu niedrigen Durchtrittsfrequenzen (2) ist das Folgeverhalten des Druckreglers mangelhaft.

³Beim Ventilknattern fährt der Schieber in eine oder zwischen beiden Endlagen hin und her. Ein Knattern ist hörbar.

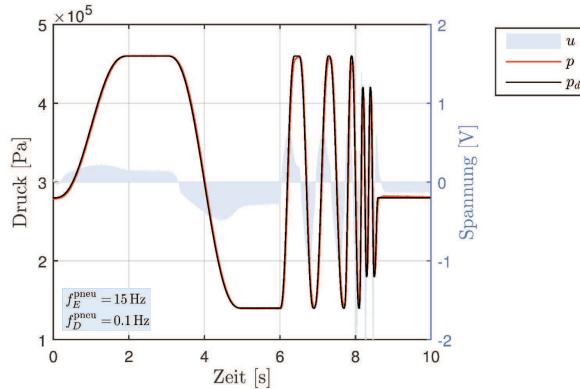


Abbildung 2.18: Folgeverhalten des Druckreglers bei gutem Übertragungsverhalten und keiner bleibenden Regelabweichung.

Tabelle 2.2: Reglerparameter bei verschiedenen Mitteldrücken für Positions- und Druckregler.

Bezeichnung	Symbol	$p_m:$	1.2 bar	1.5 bar	2 bar	3 bar	4 bar
Eckfrequenz (<i>PR</i>)	f_{mech}	[Hz]	20	18	15	12	10
Dämpfung (<i>PR</i>)	D_{mech}	[–]	0.7	0.9	0.9	1.3	1.5
Durchtrittsfrequenz (<i>DR</i>)	f_D^{pneu}	[Hz]	15	15	15	15	15
Eckfrequenz (<i>DR</i>)	f_E^{pneu}	[Hz]	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Gute Reglerparameter sind $f_D^{pneu} = 15 \text{ Hz}$ und $f_E^{pneu} = 0.1 \text{ Hz}$. Das Folgeverhalten mit dieser Einstellung ist in Abb. 2.18 visualisiert. Mit

$$f_D^{pneu} = 15 \text{ Hz} \gg f_E^{pneu} = 0.1 \text{ Hz} \quad (2.94)$$

ist auch die Forderung aus Abschnitt 2.4 erfüllt, dass die Durchtrittsfrequenz genügend weit oberhalb der Eckfrequenz liegen soll. Somit treten keine bleibenden Regelabweichungen auf und die Stabilitätsreserve bleibt ausreichend groß. Die Tabelle 2.2 zeigt empfohlene Einstellung der Reglerparameter bei unterschiedlichen Mitteldrücken.

Die Praxis zeigt, dass die Druckdynamik nicht beliebig schnell gewählt werden kann. Die Forderung im Abschnitt 2.3.4 als Voraussetzung für die unterlagerte Druckregelung wird also nicht eingehalten. Der Grund der begrenzt schnellen Druckdynamik liegt in den Zeitverzögerungen, verursacht durch Ventilschieberdynamik, der Totzeit wegen pneumatischer Verschlauchungen und der Rechentotzeit durch die Abtastzeit der digitalen Reglerrealisierung. Bei steigender Durchtrittsfrequenz f_D^{pneu} wird der Regelkreis wegen den Zeitverzögerungen entdämpft bzw. destabilisiert. Eine Möglichkeit die Systemaufteilung aus Abschnitt 2.3.4 beizubehalten, ist eine Modellerweiterung der mechanischen Modellgleichungen um die Zeitverzögerungen.

In der Praxis hat sich jedoch auch die vorgestellte Reglerauslegung als stabilisierend für ausreichend schnelle Bewegungsdynamiken gezeigt. Eine gute Robustheit des vorgestellten Reglers ist dementsprechend vorhanden.

Kapitel 3

Modellbildung eines pneumatisch aktuierten Manipulators

In diesem Kapitel wird das mechanische Modell des pneumatisch aktuierten Manipulators vorgestellt. Der Manipulator wird mit den Aktuatoren angetrieben, die in Kapitel 2 vorgestellt, modelliert und geregelt werden. Die mechanische und pneumatische Modellierung eines einzelnen Aktuators sowie der Reglerentwurf aus Kapitel 2 bilden deshalb die Grundlage für die Modellierung und Regelung des pneumatisch aktuierten Manipulators.

In den Abschnitten 3.1 und 3.2 wird der Aufbau des pneumatisch aktuierten Manipulators erklärt und die Notwendigkeit der Modellanpassung motiviert. Die Modellierung des Manipulators findet in den beiden darauf folgenden Abschnitten statt. Im Abschnitt 3.3 wird die Kinematik des Manipulators modelliert. In diesem Abschnitt wird die Denavit-Hartenberg-Notation vorgestellt, die direkte Kinematik aufgezeigt und Problematiken der inversen Kinematik behandelt. Der Bezug zum pneumatisch aktuierten Manipulator wird anschließend gezogen. Abschnitt 3.4 beschreibt die kinetische Modellierung. Das Lagrange-Verfahren zur Berechnung des dynamischen Manipulatormodells wird erläutert und auf den pneumatisch aktuierten Manipulator angewendet. Abschließend werden im Abschnitt 3.5 Simulationsergebnisse für das Modell des pneumatisch aktuierten Manipulators aufgezeigt.

3.1 Aufbau des pneumatisch aktuierten Manipulators

Der Manipulator soll in einer offenen Kettenstruktur mit sieben FHGen aufgebaut werden. Dafür werden sieben pneumatische Aktuatoren vom Typ DRVS mit unterschiedlichen maximalen Stellmomenten in einer offenen Kettenstruktur miteinander verbunden. Die maximalen Momente ergeben sich von der Hauptachse aus schwächer werdend zu zweimal 20 Nm, zweimal 10 Nm, zweimal 5 Nm und einmal 2 Nm¹, um das Eigengewicht und eine Zusatzlast am TCP von etwa 2 kg in jeder Gelenkeinstellung halten zu können. Für Gewichtseinsparungen werden die Gehäuse der Aktuatoren in einem spanenden Fertigungsverfahren auf ein Minimum reduziert. Um die pneumatischen Aktuatoren zu der offenen Kettenstruktur zu verbinden, wird eine Gehäusestruktur aus Polyamid 12 im selektiven Lasersinter-Verfahren (SLS) angefertigt. Diese Gehäusestruktur wird ebenso für den Leichtbau optimiert. Der schematische Aufbau des pneumatisch aktuierten Manipulators wird in Abb. 3.1 dargestellt. Hier ist des Weiteren ersichtlich, dass der Laboraufbau erheblich vergrößert wird, um den einen Aktuator mit einem pneumatisch aktuierten Manipulator auszutauschen. Für jeden Aktuator werden zwei

¹Maximales Stellmoment bei einem Differenzdruck von 6 bar.

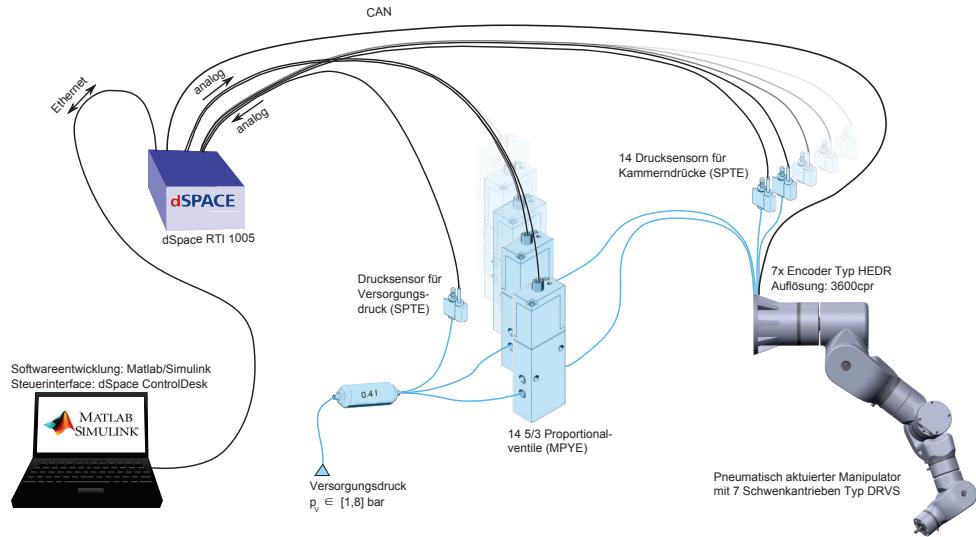


Abbildung 3.1: Laboraufbau für einen pneumatisch aktuierten Manipulator.

Stetigventile Typ MPYE und zwei Drucksensoren Typ SPTE verbaut. Ein weiterer Drucksensor misst den Versorgungsdruck. Die Winkelposition von jedem Aktuator wird mit einem Encoder Typ HEDR gemessen. Somit entstehen an dem Echtzeitsystem, realisiert mit dem dSpace RTI 1005-Board, für die Ansteuerung 14 Ausgänge und für die Sensorauslesung insgesamt 22 Eingänge.

3.2 Motivation des Modells eines pneumatisch aktuierten Manipulators

Für das mechanische und pneumatische Modell für einen Aktuator aus Kapitel 2 wurde eine geeignete Reglerstrategie entwickelt. Diese Reglerstrategie ist skalierbar, jedoch nur für einen Aktuator ausgelegt. Eine dezentrale² Regelung des pneumatisch aktuierten Manipulators, wie in der Abb. 3.2 dargestellt, vernachlässigt in der modellbasierten Eingangstransformation Kreiselkräfte, aber vor allem veränderliche Trägheits- und Massenkräfte. Die Massenträgheit ist durch die Vielzahl an möglichen Gelenkstellungen des Manipulators variabel. Dieser und die andere nichtlinearen Effekte werden in dem Modell für einen pneumatischen Aktuator nicht berücksichtigt. Die Regelung des Manipulators mit einer Eingangstransformation basierend auf dem Modell eines einzelnen Aktuators kann nicht eingesetzt werden. Die exakte Linearisierung ist wegen dem ungenauen Modell nicht gültig [Hah00]. Zustandsumschaltungen für unterschiedliche Gelenkstellungen sind denkbar, jedoch würde auch dieses Konzept bei der Vielzahl an möglichen Gelenkstellungen sehr aufwendig und trotzdem nicht ausreichend genau sein. Resultierend kann die Eingangstransformation basierend auf einem pneumatischen Aktuator mit der Reglerstrategie aus Kapitel 2 die Nichtlinearitäten des Manipulators nicht exakt linearisieren. Der lineare Positionsregler kann darum keine Stabilität garantieren [Hah00].

²Eine dezentrale Regelung entspricht einer Regelung der Einzelgelenke ohne Betrachtung der Kopplungseffekte.

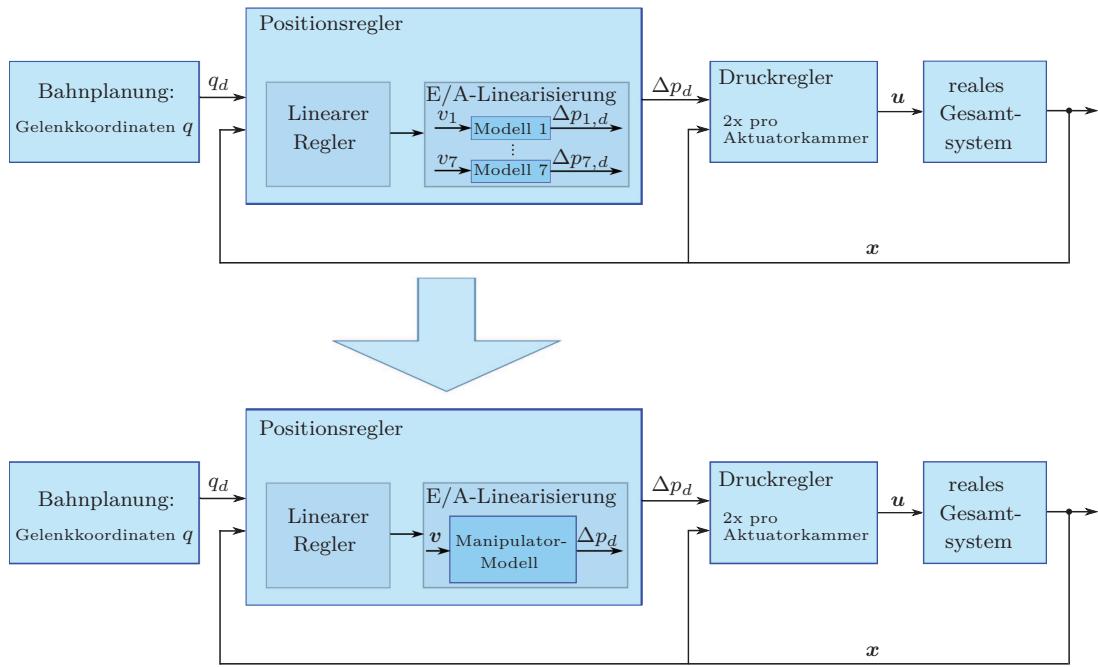


Abbildung 3.2: Der dezentrale Reglerstruktur liegt eine Eingangstransformation basierend auf einem einzelnen Aktuator-Modell zugrunde. Nichtlineare Kopplungseffekte werden nicht berücksichtigt. Die Erweiterung zu einer zentralen Reglerstruktur berücksichtigt in der modellbasierten Eingangstransformation auf Basis eins Manipulator-Modells die nicht-linearen Kopplungseffekte.

Ein Übergang zur zentralen³ Regelung ist daher sinnvoll. Dabei wird nicht die gesamte Reglerstrategie aus Kapitel 2 verändert, sondern sie dient als Grundlage für eine erweiterte Reglerstrategie. Dafür wird lediglich die linearisierende Eingangstransformation der Positionsregelung neu gestaltet und auf das verkoppelte System des Manipulators als offene Kettenstruktur angepasst (Abb. 3.2). Das heißt, es wird ein Modell des gesamten verkoppelten Systems des Manipulators erstellt und basierend auf diesem eine Eingangstransformation zur exakten Linearisierung eingesetzt. Die Bahnplanung, Positionsregelung, Druckregelung und exakte Linearisierung der Druckdynamik aus Kapitel 2 wird beibehalten und auf sieben Aktuatoren hochskaliert.

3.3 Kinematische Modellierung

Der pneumatisch aktuierte Manipulator kann über ein mechanisches Ersatzsystem, ein MKS (Mehrköpersystem), beschrieben werden. Für ein MKS können folgende Eigenschaften formuliert werden [HGP97]:

- Ein MKS besteht aus einer endlichen Zahl N von im Allgemeinen starren Körpern (MKS mit elastischen Körpern werden hybride MKS genannt).

³Eine zentrale Regelung entspricht einer Regelung aller Einzelgelenke mit Berücksichtigung der Kopplungseffekte.

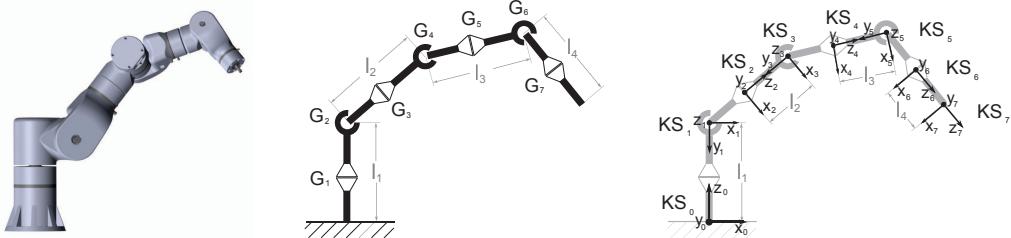


Abbildung 3.3: MKS des Manipulators mit Vereinfachung der einzelnen Körper in starre homogene Elemente. Körperfeste Koordinatensysteme sind den Gelenken zugewiesen.

- Die Körper eines MKSs sind durch [...] aktive Elemente (z.B. Stellantriebe) verbunden. Zugleich treten kinematische Bindungen durch Lager, Führungen und Gelenke auf. Durch diese kinematischen Bindungen werden Zwangsbedingungen formuliert, die die Bewegungsfreiheit des MKSs einschränken.
- Auf die Körper eines MKSs können äußere Kräfte oder Momente einwirken.

In diesem Abschnitt wird die Kinematik⁴ des MKSs basierend auf dem pneumatisch aktuierten Manipulator behandelt. Der Gegenstand der Kinematik ist die mathematische Beschreibung von Bewegungsabläufen der einzelnen Körper des MKSs ohne Berücksichtigung der Kräfte, die die Bewegung verursachen. Die Lage der einzelnen Körper wird durch ihre Position und Orientierung erfasst.

Um die Lage der einzelnen Körper zu beschreiben wird ein Inertialkoordinatensystem KS_0 benötigt [HGP97]. Des Weiteren wird jedem Körper ein körperfestes Koordinatensystem KS_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) zugewiesen (Abb. 3.3). Der Manipulator wird also als mechanisches Ersatzsystem (MKS) beschrieben. Hierfür wird zum einen eine Vereinfachung des Gesamtsystems in einzelne starre Körper vorgenommen. Die starren Körper sind die Verbindungsstangen der Gelenke, vereinfacht zu homogenen Zylindern und die Gelenke (die Aktuatoren), ebenso vereinfacht zu homogenen Zylindern. Des Weiteren sind die körperfesten Koordinatensysteme KS_i an den Gelenken bzw. am TCP (entspricht KS_7) definiert. Die Orientierung der körperfesten Koordinatensysteme ergibt sich, indem die Rotation der Gelenke um die z-Achse definiert ist und sich die Orientierung von x- und y-Achse nach der Denavit-Hartenberg-Notation richtet.

3.3.1 Homogene Transformation und Denavit-Hartenberg-Notation

Um die Geometrie des Manipulators zu beschreiben und somit das kinematische Modell zu erstellen, werden Koordinatentransformationen genutzt. Hierbei wird nur die räumliche Lage der Gelenkkachsen zueinander betrachtet. Von der konkreten Form der Gelenkglieder wird abstrahiert. Die Transformation von KS_{i-1} nach KS_i ist eine inhomogene Transformation der Form

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (3.1)$$

und beschreibt einen translatorischen und einen rotatorischen Anteil. Prinzipiell kann das gesamte kinematische Modell über diese inhomogene Transformation geometrisch bestimmt

⁴Griechisch: Kinema = Bewegung.

werden. Jedoch ist diese Art der Bestimmung der Kinematik bei großen Modellen sehr aufwendig und unstrukturiert [HGP97].

Die inhomogene Transformation kann aber durch eine Dimensionserweiterung

$$\mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

als **homogene Transformation**

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{A}^* \mathbf{x}^* \quad (3.3)$$

dargestellt werden [HGP97] und steht äquivalent zu (3.1). Durch (3.3) ergibt sich also ein eleganter Weg Translation und Rotation durch eine homogene Transformation darzustellen. Damit sind

$$\mathbf{x}^* := \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}^* := \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

als homogene Koordinaten und

$$T = \begin{bmatrix} \text{Rotationsmatrix} & \vdots & \text{Translationsvektor} \\ \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \vdots & \mathbf{v} \\ \dots & & \dots \\ \mathbf{0}^T & \vdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

als homogene Transformationsmatrix gegeben. Die Translation

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

beschreibt eine Verschiebung des Koordinatensystems in x -, y - und z -Richtung mit den Beträgen a , b und c . Die Rotationsmatrix beschreibt die Drehung um die eigenen Koordinatenachsen und kann mit den Elementardrehungen

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

um die x-Achse, mit

$$\mathbf{R}_y(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

um die y-Achse und mit

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

um die z-Achse beschrieben werden. Somit kann mittels der homogenen Transformation das Inertialkoordinatensystem KS₀ in das körperfeste Koordinatensystem KS₁ mit

$$\mathbf{y}_1^* = T_1^0 \mathbf{x}^* \quad (3.10)$$

transformiert werden. Des Weiteren erlaubt die homogene Transformation bei dem MKS einer offenen Kette die sukzessive Anwendung von (3.10). Die Gleichung lautet dann

$$\mathbf{y}_i^* = T_i^0 \mathbf{x}^* \quad (3.11)$$

mit

$$T_i^0 = T_1^0 T_2^1 \dots T_{i-1}^{i-1}, \quad T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^{i-1} & \vdots & \mathbf{v}_i^{i-1} \\ \dots & \ddots & \dots \\ \mathbf{0}^T & \vdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

und ermöglicht die Berechnung der Lage von jedem Körper im MKS.

Die **Denavit-Hartenberg-Notation** ist eine Methode zur systematischen Beschreibung der kinematischen Bedingungen eines MKSs und wurde erstmals 1955 vorgeschlagen. Als Grundlage wird die homogene Transformation genutzt. Die Geometrie eines Manipulators kann mit der Denavit-Hartenberg-Notation mit lediglich vier Parametern pro Gelenkachse beschrieben werden und ist damit die kompakteste Darstellung der Kinematik eines MKSs. Deshalb hat sie in der Robotertechnik eine weite Verbreitung gefunden [SS00][Sta95].

Das Konzept der Denavit-Hartenberg-Notation sieht vor, die körperfesten Koordinatensysteme in einer möglichst eindeutigen Vorschrift festzulegen. Dafür wird der Manipulator zuerst in der Nullstellung aller Gelenke betrachtet. Die Regeln der Denavit-Hartenberg-Notation für die Festlegung der körperfesten Koordinatensysteme sind wie folgt definiert [HGP97]:

- Der Koordinatenursprung des KS_i liegt im Schnittpunkt der gemeinsamen Normalen von Gelenk *i* und *i* + 1 mit der Gelenkachse *i* + 1.
- Die Orientierung des KS_i wird so vorgenommen, dass die
 - z-Achse in Richtung der (*i* + 1)-ten Gelenkachse,
 - x-Achse in Richtung der verlängerten gemeinsamen Normalen zeigt und die
 - y-Achse sich aus der Bedingung nach einem Rechtssystem bestimmen lässt.

Die Lage des KS_i relativ zum KS_{*i*−1} wird von vier Denavit-Hartenberg-Parametern beschrieben ($\theta_i, c_i, a_i, \alpha_i$), wodurch die Lage eindeutig bestimmt ist. Somit wird die Koordinatentransformation von KS_{*i*−1} zu KS_{*i*} durch eine Folge von Elementartransformationen vorgenommen [HGP97]:

- i) Rotation von KS_{*i*−1} um die *z*_{*i*−1}-Achse (Winkel θ_i).
- ii) Translation in Richtung der *z*_{*i*−1}-Achse (Betrag c_i) und in Richtung der *x*_{*i*}-Achse (Betrag a_i).
- iii) Rotation um die *x*_{*i*}-Achse (Winkel α_i).

Somit ergibt sich die homogene Transformation nach der Denavit-Hartenberg-Notation zu

$$T_i^{i-1} = \text{ROT}(z, \theta_i) \text{ TRANS}(a_i, 0, c_i) \text{ ROT}(x, \alpha_i) \quad (3.13)$$

mit

$$\text{ROT}(z, \theta_i) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\text{TRANS}(a_i, 0, c_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\text{ROT}(x, \alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

und führt somit zu

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & c_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Pro Transformation von KS_{i-1} zu KS_i müssen also lediglich vier Parameter bestimmt werden, sobald die körperfesten Koordinatensysteme nach der Denavit-Hartenberg-Notation bestimmt sind.

3.3.2 Direkte und inverse Kinematik

Die kinematische Beschreibung des MKSs ist eine Transformationsvorschrift, die den geometrischen Zusammenhang zwischen den verallgemeinerten Winkelkoordinaten \mathbf{q} und den Umweltkoordinaten \mathbf{x} beschreibt (Abb. 3.4). Deshalb gibt es zwei kinematische Teilprobleme. Mit Hilfe der direkten Kinematik bzw. der Vorwärtstransformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (3.18)$$

lässt sich anhand der verallgemeinerten Winkelkoordinaten \mathbf{q} die Position und Orientierung eines Körpers bzw. den TCP relativ zum Inertialkoordinatensystem KS₀ berechnen. Für das direkte Problem kann die homogene Transformation in Denavit-Hartenberg-Notation herangezogen werden und für die serielle Kinematik stets eindeutige Lösungen berechnen. Die Lösung der direkten Kinematik ist also durch einfache Matrizenmultiplikation lösbar. Das zweite kinematische Teilproblem ist das inverse Problem zur direkten Kinematik, die inverse Kinematik. Mit der inversen Kinematik lassen sich anhand von der Position und Orientierung des TCP die verallgemeinerten Koordinaten berechnen. Für den Anwender ist diese Darstellung naturgemäß intuitiver. Die Berechnung der Rückwärtstransformation

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}) \quad (3.19)$$

ist im Allgemeinen kompliziert, da es ein nichtlineares Inversionsproblem darstellt [Wen08]. Grundlegende Probleme in der Rückwärtstransformation sind:

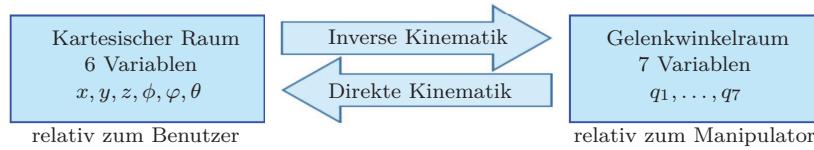


Abbildung 3.4: Direkte und inverse Kinematik.

- Nichtlinearitäten in $f(\mathbf{q})$. Analytische Lösungen sind daher nur in Ausnahmefällen zu finden.
- Eindeutigkeitsprobleme in der Lösung. Es kann
 - eine Lösung geben (Zielpose liegt am Rande des Arbeitsraumes).
 - endlich oder unendlich viele Lösungen geben (Mehrdeutigkeits- und Singularitätsproblem).
 - keine Lösung geben (Zielpose liegt außerhalb des Arbeitsraums).

Die genaue Anzahl von Lösungen hängt also von Hindernissen, der Manipulatorgeometrie als auch von der Pose des TCP ab. Generell können MKSe in drei Gruppen unterteilt werden [HGP97]:

- i) $\dim(\mathbf{q}) = \dim(\mathbf{x})$: Normales System
Die Anzahl der FHGe entspricht der Dimension der verallgemeinerten Winkelkoordinaten. Die Gleichung (3.19) ist bis auf Symmetrien eindeutig lösbar.
- ii) $\dim(\mathbf{q}) < \dim(\mathbf{x})$: Unterbestimmtes System
Das System hat zu wenig FHGe. Die Gleichung (3.19) ist nur in Sonderfällen lösbar.
- iii) $\dim(\mathbf{q}) > \dim(\mathbf{x})$: Überbestimmtes System
Das System besitzt mehr FHGe, als zur Ausführung der Aufgabe benötigt werden. Die Gleichung (3.19) hat unendlich viele Lösungen.

Der pneumatisch aktivierte Manipulator fällt somit in die dritte Gruppe. Eine andere Bezeichnung für das überbestimmte System lautet **kinematisch redundanter Manipulator**⁵. Ein kinematisch redundanter Manipulator bietet also den Vorteil, dass er unendlich viele verschiedene Gelenkwinkelstellungen hat, um dieselbe Position anfahren zu können. Mit diesen unendlich vielen Lösungen können verschiedene “Verwendungszwecke” realisiert werden, die von der Einhaltung einer gewählten Gelenkstellung über Geschicklichkeitsverbesserung und Kraftausübung bis hin zur Kollisionsvermeidung reichen [Sch04]. Das Problem der Lösbarkeit der inversen Kinematik (3.19) bleibt bestehen.

Um in der Bahnplanung Position und Orientierung des TCP vorgeben zu können, welche dann in verallgemeinerte Koordinaten umgerechnet werden soll, ist die inverse Kinematik zu bestimmen. Diese Problemstellung wird im Rahmen dieser Arbeit nicht abgedeckt, die Bahnplanung wird wie in Kapitel 2 in verallgemeinerten Koordinaten gerechnet. Trotzdem

⁵Das Wort **redundant** bedeutet **überflüssig**, weil die notwendige Funktionalität schon erfüllt wurde. Für den Sprachgebrauch eines **redundanten Manipulators** soll gelten, dass mehr FHGe vorhanden sind, als zur Aufgabenerfüllung benötigt werden. Die weitere sprachliche Bedeutung von **redundanten Systemen**, die meist mehrfache Sensorik oder Antriebe besitzen, um deren Ausfallwahrscheinlichkeit zu minimieren, wird hier nicht weiter betrachtet.

wird das allgemeine Vorgehen zur Ermittlung der inversen Kinematik an dieser Stelle kurz vorgestellt. Zur Bestimmung der inversen Kinematik können numerische oder analytische Verfahren angewendet werden. Anlehnend an [Wen08] werden die Verfahren für die Lösung des inversen Problems kurz diskutiert.

Numerische Verfahren (iterativ) sind zur Lösung des Inversionsproblems am weitesten verbreitet [Sch04] und basieren auf numerisch iterativen Algorithmen. Unter Verwendung der Jacobimatrix wird sehr rechenintensiv das kinematische Problem invertiert. Zusatzaufgaben, also Nebenbedingungen, können relativ leicht eingepflegt werden. Problematisch ist, dass die Anzahl der erforderlichen Iterationen und damit die Anzahl der nötigen arithmetischen Operationen stark variieren kann. Die Rechenzeit zur Invertierung der Kinematik kann nicht im Voraus bestimmt werden und ist somit nicht echtzeitfähig. Des Weiteren ist eine Lösungsfindung nicht garantiert. Eine Anfälligkeit für numerische Instabilität bei Singularitäten kann auftreten, obwohl es unendlich viele Lösungen geben kann. Beschrieben wurden numerische Methoden zur Lösung der inversen Kinematik z.B. von [KK88] und [HM01].

Numerische Verfahren (global) optimieren den gesamten Bewegungsverlauf einer Trajektorie. Die notwendigen Algorithmen berechnen meist offline den optimalen Bahnverlauf und basieren in der Regel auf Methoden der Variationsrechnungen [ZN97] oder spezieller, dem Maximum-Prinzip [HK97]. Für Echtzeitanwendungen ist diese Methode wegen der hohen Rechenlast nicht geeignet. Trotzdem kann diese Offline-Berechnung für die Bahnplanung nützlich sein.

Analytische Verfahren zur Berechnung der inversen Kinematik haben den Vorteil, dass sie online wenig Rechenzeit benötigen und exakt sind. Des Weiteren ist die online benötigte Rechenzeit vorab bestimmbar, also ist die Anwendung echtzeitfähig. Jedoch bietet das analytische Verfahren nur sehr unbefriedigende Möglichkeiten Zusatzaufgaben (z.B. ausnutzen einer Redundanz zur Verhinderung von Kollisionen mit Hindernissen im Arbeitsraum) zu berücksichtigen [Sch04].

3.3.3 Kinematisches Modell des Manipulators

Um das kinematische Modell des pneumatisch aktuierten Manipulators darzustellen, wird in diesem Abschnitt zuerst ein kinematisches Modell eines vereinfachten Manipulators hergeleitet. Hierfür wird der pneumatisch aktivierte Manipulator mit zwei Gelenken, wie er als Prototyp vorliegt, betrachtet. Gewonnene Erkenntnisse werden dann auf den geplanten Manipulator mit sieben Gelenken übertragen und am Ende des Abschnittes dargestellt.

Kinematisches Modell des Manipulators mit zwei FHGen

Der pneumatisch aktivierte Manipulator mit zwei Gelenken wird als MKS dargestellt (Abb. 3.5). Hierfür wird im ersten Schritt der Manipulator mit einzelnen starren Körpern mit homogener Massenverteilung dargestellt. Das Inertialsystem und die körperfesten Koordinatensysteme werden nach der Denavit-Hartenberg-Notation festgelegt. Die einzelnen Körper werden als Körper mit konzentrierten Massen in ihren Schwerpunkten vereinfacht. Die entsprechenden Längen zu den Körperschwerpunkten sind in Abb. 3.5 dargestellt.

Für die Bahnplanung ist das kinematische Modell bezüglich des TCP relevant. Die kinematische Modellierung setzt des Weiteren die kinematischen Zusammenhänge für jeden einzelnen starren Körper voraus. Um den kinematischen Zusammenhang von jedem Körper zu

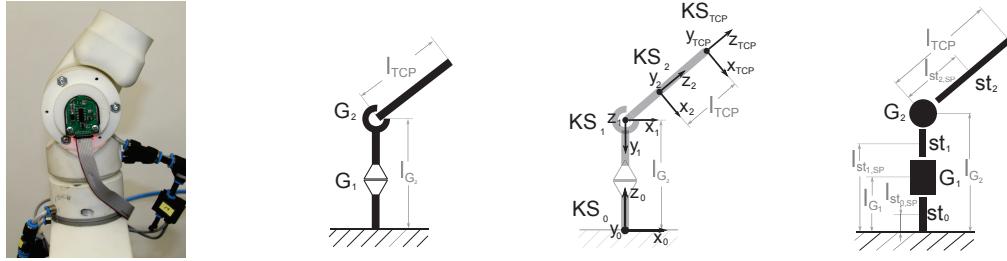


Abbildung 3.5: MKS des pneumatisch aktuierten Manipulators mit zwei FHGen.

Tabelle 3.1: Denavit-Hartenberg-Parameter für das kinematische Modell des Manipulators mit zwei FHGen.

i	Bez.	$\theta_{i,Bez}$	$c_{i,Bez}$	$a_{i,Bez}$	$\alpha_{i,Bez}$
0	G ₁	0	l_{G_1}	0	0
0	st ₁	q_1	$l_{st_{1,SP}}$	0	0
1	G ₂	q_1	l_{G_2}	0	$-\pi/2$
2	—	q_2	0	0	$\pi/2$
2	st ₂	0	$l_{st_{2,SP}}$	0	0
2	TCP	0	l_{TCP}	0	0

beschreiben, werden die Denavit-Hartenberg-Parameter, dargestellt in Tabelle 3.1, herangezogen. Angewendet auf (3.17) ergeben sich die Koordinatentransformationen für die einzelnen starren Körper und den TCP. Die Koordinatentransformationen lauten

$$T_{G_1}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{G_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$T_{st_1}^0 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{st_{1,SP}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

$$T_1^0 = T_{G_2}^0 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & -\sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & 0 & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_{G_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & 0 & \sin(q_2) & 0 \\ \sin(q_2) & 0 & -\cos(q_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

$$T_{st_2}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{st_{2,SP}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.24)$$

$$T_{\text{TCP}}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{\text{TCP}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Mit den Koordinatentransformationen lässt sich über (3.11) die Lage von jedem einzelnen Körper in Abhängigkeit der Längenparameter und der verallgemeinerten Koordinaten bestimmen. Somit ergibt sich die Lage der einzelnen Körper zu

$$\boldsymbol{x}_{G_1}^* = T_{G_1}^0 \boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{G_1} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

$$\boldsymbol{x}_{\text{st}_1}^* = T_{\text{st}_1}^0 \boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{\text{st}_1,\text{SP}} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

$$\boldsymbol{x}_{G_2}^* = T_{G_2}^0 \boldsymbol{x}^* = T_1^0 \boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{G_2} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

$$\boldsymbol{x}_{\text{st}_2}^* = T_1^0 T_2^1 T_{\text{st}_2}^2 \boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} l_{\text{st}_2,\text{SP}} \cos(q_1) \sin(q_2) \\ l_{\text{st}_2,\text{SP}} \sin(q_1) \sin(q_2) \\ l_{\text{st}_2,\text{SP}} \cos(q_2) + l_{G_2} \\ 1 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.29)$$

$$\boldsymbol{x}_{\text{TCP}}^* = T_1^0 T_2^1 T_{\text{TCP}}^2 \boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} l_{\text{TCP}} \cos(q_1) \sin(q_2) \\ l_{\text{TCP}} \sin(q_1) \sin(q_2) \\ l_{\text{TCP}} \cos(q_2) + l_{G_2} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Die Information der genauen Lage und Orientierung von jedem einzelnen Körper wird für das kinetische Modell im Abschnitt 3.4.2 benötigt. Das kinematische Modell bezüglich des TCP, also die Transformationsmatrix (mit $c_i = \cos(q_i)$ und $s_i = \sin(q_i)$)

$$\begin{aligned} T_{\text{TCP}}^0 &= T_1^0 T_2^1 T_{\text{TCP}}^2 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_{G_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{\text{TCP}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & l_{\text{TCP}} c_1 s_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & l_{\text{TCP}} s_1 s_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & l_{\text{TCP}} c_2 + l_{G_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

beschreibt die direkte Kinematik für den TCP. Da der pneumatisch aktivierte Manipulator mit zwei FHGen ein unterbestimmtes System ist, besitzt die inverse Kinematik (Transformation $\boldsymbol{x} \mapsto \boldsymbol{q}$) nur in Sonderfällen Lösungen. Die Lösung der inversen Kinematik ist nur dann möglich, wenn die Lage und Orientierung des TCP so vorgegeben wird, dass der Manipulator

Tabelle 3.2: Denavit-Hartenberg-Parameter für das kinematische Modell des Manipulators mit sieben FHGen.

i	θ_i	c_i	a_i	α_i
1	q_1	l_1	0	$-\pi/2$
2	q_2	0	0	$\pi/2$
3	q_3	l_2	0	$-\pi/2$
4	q_4	0	0	$\pi/2$
5	q_5	l_3	0	$-\pi/2$
6	q_6	0	0	$\pi/2$
7	q_7	l_4	0	$-\pi/2$

trotz kinematischer Zwangsbedingungen die Vorgabe einhalten kann. In diesem Spezialfall ist die inverse Kinematik bis auf Symmetrien einfach lösbar.

Kinematisches Modell des Manipulators mit sieben FHGen

Die Berechnung der direkten Kinematik für den TCP eines pneumatisch aktuierten Manipulators mit sieben FHGen (Abb. 3.3), so wie er angestrebt wird, führt zu einem deutlich komplizierteren Ergebnis. Das beschriebene Vorgehen zum Erstellen des kinematischen Modells ist aber gleichermaßen anwendbar. Mit der Denavit-Hartenberg-Notation lässt sich also auch hier die Beschreibung der direkten Kinematik sehr kompakt darstellen. Die Denavit-Hartenberg-Parameter sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. Diese Parameter können wie im Fall mit zwei FHGen sukzessive auf die Transformationsmatrix (3.17) nach der Denavit-Hartenberg-Notation angewendet werden. Die sieben sich ergebenden Transformationsmatrizen können anschließend wie in Gleichung (3.11) berechnet werden, um die Lage und Orientierung des TCP zu bestimmen. Diese Lage ergibt sich im konkreten Fall zu

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_{\text{TCP}}^* &= T_7^0 \mathbf{x}^* = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 T_7^6 \mathbf{x}^* \\
 &= \begin{bmatrix} ((-l_4 c_1 c_2 s_3 - l_4 s_1 c_3) s_5 + ((l_4 c_1 c_2 c_3 - l_4 s_1 s_3) c_4 - \\ &\quad ((l_4 c_1 c_3 - l_4 s_1 c_2 s_3) s_5 + ((l_4 c_1 s_3 + l_4 s_1 c_2 c_3) c_4 - \\ &\quad (l_4 s_2 s_3 s_5 + (-l_4 c_2 s_4 - l_4 s_2 c_3 c_4) c_5) s_6 + \\ &\quad l_4 c_1 s_2 s_4) c_5) s_6 + ((l_4 c_1 c_2 c_3 - l_4 s_1 s_3) s_4 + l_4 c_1 s_2 c_4) c_6 + \\ &\quad l_4 s_1 s_2 s_4) c_5) s_6 + ((l_4 c_1 s_3 + l_4 s_1 c_2 c_3) s_4 + l_4 s_1 s_2 c_4) c_6 + \\ &\quad (l_4 c_2 c_4 - l_4 s_2 c_3 s_4) c_6 - l_3 s_2 c_3 s_4 + \\ &\quad 1 \\ &\quad (l_3 c_1 c_2 c_3 - l_3 s_1 s_3) s_4 + l_3 c_1 s_2 c_4 + l_2 c_1 s_2 \\ &\quad (l_3 c_1 s_3 + l_3 s_1 c_2 c_3) s_4 + l_3 s_1 s_2 c_4 + l_2 s_1 s_2 \\ &\quad l_3 c_2 c_4 + l_2 c_2 + l_1 \end{bmatrix}, \tag{3.32}
 \end{aligned}$$

wobei $c_i = \cos(q_i)$ und $s_i = \sin(q_i)$ bedeutet. Die direkte Kinematik für den pneumatisch aktuierten Manipulator mit sieben FHGen wird somit aufwendiger, beibt jedoch dank der Denavit-Hartenberg-Notation durch vier Parameter pro Gelenk kompakt darstellbar. Der



Abbildung 3.6: Direkte und inverse Dynamik.

pneumatisch aktuierte Manipulator mit sieben FHGen ist ein redundantes System. Das heißt bei der Bildung der inversen Kinematik über die Transformationsmatrix T_7^0 ergeben sich meist unendlich viele Lösungen. Der gewonnene FHG ermöglicht also eine Positionierung des TCP mit unendlich vielen verschiedenen Gelenkstellungen, wodurch verschiedene "Verwendungszwecke", wie z.B. Kollisionsvermeidung bei Beibehaltung der TCP-Trajektorie implementiert werden können. Mögliche Verwendungszwecke sind in erster Linie von der Aufgabenstellung abhängig und können konkurrieren. Einen sinnvollen Algorithmus für die Ausnutzung des zusätzlichen FHG zu entwickeln ist schwierig [Wen08].

3.4 Kinetische Modellierung

Die Kinetik eines MKSs ist die mathematische Beschreibung von der Bewegung der massebehafteten Körper unter der Einwirkung von Kräften und Momenten. In der Literatur wird häufig der Begriff Dynamik⁶ anstelle des Begriffs Kinetik verwendet [Wen08][HPG97]. In der Kinetik wird eine Verknüpfung zwischen Winkelposition, -geschwindigkeit und -beschleunigung auf einer Seite und Kraft- bzw. Momentengrößen, die zur Durchführung der Bewegung notwendig sind, auf der anderen Seite beschrieben [Spo89][WO82]. Ähnlich wie beim kinematischen Modell (Abschnitt 3.3) gibt es auch bei dem kinetischen Modell ein direktes und inverses Problem (Abb. 3.6).

Das **direkte Modell** berechnet in Abhängigkeit von Winkelposition, -geschwindigkeit und intern oder extern wirkenden Kräften die resultierende Winkelbeschleunigung. Durch Integration der Winkelbeschleunigung nach der Zeit werden die Winkelgeschwindigkeiten und -positionen bestimmt. Mit dieser Information kann die Lage der Körper mittels des kinematischen Modells bestimmt werden. Das **inverse Modell** berechnet die auftretenden Kräfte bzw. Momente in den Gelenken in Abhängigkeit von Lage, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung der einzelnen Achsen. Das dynamisch Modell kann demzufolge für folgende Aufgabenkomplexe verwendet werden [HPG97]:

- **Simulation des Bewegungsverhaltens (Direkte Dynamik)**

Berechnung und Darstellung des Bewegungsablaufes aufgrund der Kenntnis der auf das System einwirkenden Kraftgrößen, sowie der Kenntnis von Anfangs- bzw. Randbedingungen.

- **Analyse von mechatronischen Strukturen**

Ermittlung von dynamischen Beanspruchungsgrößen für den Entwurf von Prototypen. Insbesondere ist die Antriebsauslegung bei bekannten Bewegungsverhalten aus Kenntnis des dynamischen Modells möglich.

⁶Griechisch: Dynamis = Kraft.

- **Steuer- und Reglerentwurf (Inverse Dynamik)**

Unterstützung beim Entwurf von Steuer- und Reglerstrukturen. Typisch für den Entwurf von Steueralgorithmen sind die Aufgaben der Bahnplanung, d.h. die Berechnung von notwendigen Stellgrößen für vorgegebene Bahnkurven. Für den Reglerentwurf sind z.B. Parameterstudien für die Auslegung stabil arbeitender Regler typisch.

Zur Berechnung des dynamischen Modells werden meist zwei grundsätzlich verschiedene Methoden eingesetzt, die zu den gleichen Bewegungsgleichungen des MKSs führen [HGP97] [Wen08]. Der **Newton-Euler-Methode** dienen als Grundlage die drei Newton'schen Axiome (Trägheitsprinzip, Aktionsprinzip, Actio–Reactio–Prinzip), die auf freigeschnittene Körper des MKSs angewendet werden. Durch Elimination von Schnittgrößen findet man die Bewegungsgleichungen. Die Newton-Euler-Methode wird in dieser Arbeit nicht näher erläutert. Bei der **Lagrange'schen Methode** werden nicht wie bei der Newton-Euler-Methode Kräfte bzw. Momente herangezogen, es werden Energiebilanzen berücksichtigt. Im nächsten Abschnitt werden die Lagrange'schen Gleichungen zweiter Art näher erläutert.

3.4.1 Lagrange'sche Methode 2. Art

Mit der Lagrange'schen Methode⁷ ist es möglich Bewegungsgleichungen eines MKSs unter der Berücksichtigung von Energiebilanzen aufzustellen. Die Lagrange Gleichung ergibt sich durch Differentiation der Lagrange-Funktion \mathcal{L}

$$M_{Q,i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.33)$$

nach der Zeit, den verallgemeinerter Koordinate q_i und deren zeitlichen Ableitung \dot{q}_i [Wit77] [Wen08] [HGP97]. Durch eine Aufteilung in kinetische Energie \mathcal{T} und potentielle Energie \mathcal{U} lässt sich (3.33) als Lagrange Gleichung zweiter Art

$$M_{Q,i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.34)$$

darstellen. M_Q beschreibt das nicht-konservative Moment⁸ der Rotationsgelenke, d.h. die Summe von Antriebs- und Störmomenten. Die Bewegungsgleichungen werden über eine Umformung der Lagrange-Gleichungen und deren partiellen Differenzierungen hergeleitet. Dafür wird folgend die kinetische und potentielle Energie betrachtet.

Kinetische Energie:

Die kinetische Energie

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\mathbf{v}_{SP}^T \mathbf{v}_{SP} m}_{\text{Translationsanteil}} + \underbrace{\omega^T \mathbf{R}^{0k} {}_{(k)}\mathbf{I}_{SP} (\mathbf{R}^{0k})^T \omega}_{\text{Rotationsanteil}} \right) \quad (3.35)$$

⁷Begründet durch den französischer Mathematiker Joseph Louis Lagrange (1736–1813).

⁸Nicht-konservative Momente sind Momente, die sich nicht aus einem Potential ableiten lassen.

setzt sich aus der kinetischen Translations- und aus der kinetischen Rotationsenergie zusammen. Die Betrachtung des gesamten Manipulators in einzelne starre Körper führt zu der Aufsummierung der einzelnen kinetischen Energien und lautet

$$\mathcal{T} = \sum_{i=1}^N \mathcal{T}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left\{ \mathbf{v}_{SP,i}^T \mathbf{v}_{SP,i} m_i + \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{R}^{0i} {}_{(i)}\mathbf{I}_{SP} (\mathbf{R}^{0i})^T \boldsymbol{\omega}_i \right\}. \quad (3.36)$$

Die Größen $\mathbf{v}_{SP,i}$ und $\boldsymbol{\omega}_i$ werden mit dem kinematischen Modell des MKSs berechnet. Dafür wird die verallgemeinerte Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{q}}$ und die i -te partielle Jacobi-Matrix der homogenen Transformation

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{J}_i(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.37)$$

herangezogen. Durch eine Aufteilung in Translation und Rotation

$$\mathbf{v}_{SP,i} = \mathbf{J}_{Ti}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{J}_{Ri}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.38)$$

werden die Größen $\mathbf{v}_{SP,i}$ und $\boldsymbol{\omega}_i$ aus (3.36) beschrieben. ${}_{(i)}\mathbf{I}_{SP}$ ist der Trägheitstensor und \mathbf{R}^{0i} die Rotationsmatrix des i -ten Körpers. Somit lässt sich die kinetische Energie kompakt zu

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.39)$$

zusammenfassen, wobei

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \left\{ m_i (\mathbf{J}_{Ti})^T \mathbf{J}_{Ti} + (\mathbf{J}_{Ri})^T \mathbf{R}^{0i} {}_{(i)}\mathbf{I}_{SP} (\mathbf{R}^{0i})^T \mathbf{J}_{Ri} \right\} \quad (3.40)$$

die Massenmatrix beschreibt. Die Massenmatrix ist symmetrisch und positiv definit [HGP97], also

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}^T(\mathbf{q}) > 0 \quad (3.41)$$

und somit immer invertierbar.

Potentielle Energie:

Die potentielle Energie des Manipulators berechnet sich aus der Summe der potentiellen Energien der einzelnen starren Körper. Die potentielle Energie eines einzelnen starren Körpers hängt von seiner Masse und den jeweiligen Schwerpunktkoordinaten, berechnet mit der homogenen Transformation, ab. Die Potenzialfunktion ergibt sich zu

$$\mathcal{U} = \sum_{i=1}^N m_i \begin{bmatrix} g_x & g_y & g_z & 0 \end{bmatrix} T_{0i} \mathbf{x}_0^*, \quad (3.42)$$

wobei g die Erdbeschleunigung ist.

Kinetisches Modell:

Das Differenzieren der Gleichungen (3.39) und (3.42) und das Einsetzen in (3.34) führt zu der vollständigen kinetischen Modellgleichung und lautet in Komponentenschreibweise ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$\underbrace{\sum_{j=1}^n \mathcal{M}_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j}_{\text{Trägheitsmomente}} + \underbrace{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n c_{i,jk}(\mathbf{q}) \dot{q}_j \dot{q}_k}_{\text{Euler- u. Coriolismomente}} + \underbrace{g_i(\mathbf{q})}_{\substack{\text{konservative} \\ \text{Momente}}} = \underbrace{M_{Q,i}}_{\substack{\text{nicht-konservative} \\ \text{Momente}}} \quad (3.43)$$

mit

$$\mathcal{M}_{ij}(\mathbf{q}) = \text{Element } ij \text{ der Massenmatrix } \mathbf{M}(\mathbf{q}) , \quad (3.44)$$

$$c_{i,jk}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{M}_{ij}(\mathbf{q})}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{M}_{ik}(\mathbf{q})}{\partial q_j} \quad \text{und} \quad (3.45)$$

$$g_i(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial q_i}. \quad (3.46)$$

Die nicht-konservativen Momente $M_{Q,i}$ können wie aus Kapitel 2 bekannt in einen Stör- und Antriebsanteil

$$M_{Q,i} = M_{A,i} - M_{\xi,i} \quad (3.47)$$

aufgeteilt werden. Das Störmoment $M_{\xi,i}$ vereint das Reibmoment $M_{R,i}$ und das Lastmoment $M_{L,i}$ durch z.B. äußerer Eingriff am i -ten Aktuator.

In Vektornotation lassen sich die Bewegungsgleichungen aus (3.44) in der Form

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{M}_\xi = \mathbf{M}_A \quad (3.48)$$

beschreiben. Gleichung (3.48) beschreibt die inverse Kinetik, mit deren Hilfe bei gegebenen Winkelpositionen, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen die Antriebsmomente \mathbf{M}_A berechnet werden. Die direkte Kinetik wird durch das Umstellen von (3.48) nach $\ddot{\mathbf{q}}$ erreicht, was durch die Struktur der Massenmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ immer möglich ist. Somit lässt sich mit

- der Massenmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{nxn}$, die die Massenverteilung und somit das Trägheitsverhalten des Manipulators für translatorische und rotatorische Bewegung beschreibt,
- der Matrix der Euler- und Coriolismomente $\mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{nxn}$, die durch partielle Ableiten nach den verallgemeinerten Koordinaten der Massenmatrix hergeleitet wird,
- dem Gravitationsvektor $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{nx1}$, der die aus der Erddanziehung resultierende Kraft in Abhängigkeit zur Winkelstellung der Aktuatoren angibt und
- den nicht-konservativen Momenten

das kinetische Modell beschreiben. Die kompakte Schreibweise in (3.48) ist für weitergehende theoretische Überlegungen geeignet, lässt jedoch die Struktur der Matrizen und Vektoren wie in (3.43) nicht deutlich erkennen.

3.4.2 Kinetisches Modell des Manipulators

Das kinetische Modell des Manipulators wird, wie in Abschnitt 3.4.1 beschrieben, hergeleitet. Wie in Abschnitt 3.3.3 wird auch in diesem Abschnitt das Verfahren an einem Manipulator mit zwei Gelenken illustriert. Das MKS, welches in Abschnitt 3.3.3 aufgezeigt wurde, wird ebenso für das kinetische Modell verwendet (Abb. 3.5). Die gewonnenen Erkenntnisse werden auf den pneumatisch aktuierten Manipulator mit sieben Gelenken übertragen und am Ende dieses Abschnittes kurz dargestellt.

Mit dem MKS des pneumatisch aktuierten Manipulators mit zwei Gelenken werden, wie in Abschnitt 3.4.1 vorgestellt, die kinetischen und potentiellen Energien der einzelnen Körper hergeleitet. Dafür werden die Parameter (u.a. Massen und Längen der einzelnen Körper des MKSs), die Trägheitstensoren und die Jacobimatrizen der Positionen der einzelnen Körper des

MKSS benötigt. Die Positionen der einzelnen Körper sind in Abhängigkeit der Längenparameter und der verallgemeinerten Koordinaten in den Gleichungen (3.26) - (3.29) berechnet⁹.

Potentielle Energie

Die potentielle Energie wird über die Einzelkörper wie in (3.42) berechnet. Dafür werden die Lagen der Einzelkörper aus (3.26) - (3.29) herangezogen. Durch Kenntnis der Lage und der Masse des einzelnen Körpers kann die jeweilige potentielle Lage-Energie berechnet werden. Im Fall des Manipulators mit zwei Gelenken aus Abb. 3.5 ergeben sich die potentiellen Energien der einzelnen Körper zu

$$\mathcal{U}_{G_1} = m_{G_1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{G_1}^* = m_{G_1} g l_{G_1}, \quad (3.49)$$

$$\mathcal{U}_{st_1} = m_{st_1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{st_1}^* = m_{st_1} g l_{st_1}, \quad (3.50)$$

$$\mathcal{U}_{G_2} = m_{G_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{G_2}^* = m_{G_2} g l_{G_2}, \quad (3.51)$$

$$\mathcal{U}_{st_2} = m_{st_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{st_2}^* = m_{st_2} g (l_{st_2} \cos(q_2) + l_{G_2}) \quad (3.52)$$

und führt durch Aufsummierung der Einzelenergien zu der gesamten potentiellen Energie

$$\mathcal{U} = \sum_k \mathcal{U}_k = g (m_{G_1} l_{G_1} + m_{st_1} l_{st_1} + m_{G_2} l_{G_2} + m_{st_2} (l_{st_2} \cos(q_2) + l_{G_2})). \quad (3.53)$$

Die partielle Differentiation nach den verallgemeinerten Koordinaten der gesamten potentiellen Energie berechnet den Gravitationsvektor

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g m_{st_2} l_{st_2} \sin(q_2) \end{bmatrix}. \quad (3.54)$$

Trägheitstensormatrix

Um die Momente, verursacht durch die Beschleunigung und Massenträgheit, zu berechnen, müssen die Trägheitsmomente der einzelnen Körper des MKSS bekannt sein. Da die Länge der Verbindungselemente zwischen den Gelenken in einer ähnlichen Größenordnungen zu der Länge der Gelenke steht, ist eine Vereinfachung der Körper zu Punktmassen nicht sinnvoll. Die Drehung um verschiedene Achsen führt durch die geometrischen Eigenschaften der Gelenke und Verbindungsstangen zu unterschiedlichen Trägheiten. Darum werden sowohl Gelenke, als auch Verbindungsstangen zu homogenen starren Zylindern (Abb. 3.7) vereinfacht und die zugehörige Trägheitstensormatrix berechnet.

In Abschnitt 2.2.1 wurde bereits vorgestellt, wie ein Trägheitsmoment mit Hilfe eines Volumenintegrals berechnet wird. In dieser Berechnung wurde jedoch nur die Drehung um eine Achse berücksichtigt. Um die Trägheitstensormatrix aufzustellen, werden die Trägheiten um die einzelnen Achsen I_{xx} , I_{yy} und I_{zz} und die Deviationsmomente¹⁰ I_{xy} , I_{xz} und I_{yz} benötigt.

⁹Die Herleitung wurde unterstützt durch das Computer Algebra System **Maxima** durchgeführt.

¹⁰Das Deviationsmoment (häufig auch als Zentrifugalmoment oder Nebenträgheitsmoment bezeichnet) tritt immer dann auf, wenn ein Körper nicht um eine seiner Hauptträgheitsachsen rotiert.

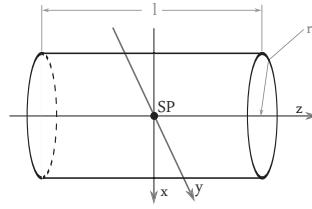


Abbildung 3.7: Homogener starrer Zylinder.

Die Trägheiten um die einzelnen Achsen ergeben sich über die Transformation in Zylinderkoordinaten zu

$$I_{xx} = \rho \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^r r (r^2 \sin^2(\varphi) + y^2) dr d\varphi dz = \frac{m}{4} \left(r^2 + \frac{l^2}{3} \right) \quad (3.55)$$

$$I_{yy} = I_{xx} \quad (3.56)$$

$$I_{zz} = \rho \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^r r dr d\varphi dz = \frac{mr^2}{2}. \quad (3.57)$$

Da die gewählten Achsen gleich den Symmetriearchsen des Zylinders sind, verschwinden die Deviationsmomente. Das Deviationsmoment I_{xy} ergibt beispielhaft

$$\begin{aligned} I_{xy} &= \rho \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^r r^3 (\cos(\varphi) \sin(\varphi)) dr d\varphi dz \\ &= \rho \left[\frac{1}{8} r^4 \sin^2(\varphi) h \right]_0^{2\pi} = 0, \end{aligned} \quad (3.58)$$

da

$$\int \cos(\varphi) \sin(\varphi) = \frac{1}{2} \sin^2(\varphi) \quad (3.59)$$

ergibt. Damit lautet die diagonale Trägheitstensormatrix für einen vereinfachten Körper, also Gelenke und Verbindungsstangen des Manipulators,

$$(i) I_{SP} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \frac{m_i}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(r_i^2 + \frac{l_i^2}{3} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \left(r_i^2 + \frac{l_i^2}{3} \right) & 0 \\ 0 & 0 & r_i^2 \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Kinetische Energie - Massenmatrix

Um die kinetische Energie des Manipulators zu berechnen, wird die kinetische Energie aller einzelner Körper berechnet und summiert. Für die Berechnung muss die Masse und die Trägheitstensormatrix für jeden Körper bekannt sein. Des Weiteren werden die Rotationsmatrizen und die Jacobimatrizen der Position und der Orientierung nach den verallgemeinerten Koordinaten $\mathbf{q}^T = [q_1, q_2]$ benötigt. Durch die Darstellung aus (3.39) kann aus der kinetischen Energie die Massenmatrix hergeleitet werden.

Im ersten Schritt werden die Jacobimatrizen für die Positionen aller einzelner Körper aufgestellt. Die Positionen der Körper sind in (3.26) - (3.29) berechnet. Die Jacobimatrizen der

Translation lauten

$$\mathbf{J}_{T_1} = \frac{\partial \mathbf{x}_{G_1}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.61)$$

$$\mathbf{J}_{T_2} = \frac{\partial \mathbf{x}_{st_1}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

$$\mathbf{J}_{T_3} = \frac{\partial \mathbf{x}_{G_2}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{J}_{T_4} = \frac{\partial \mathbf{x}_{st_2}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} -l_{st_2,SP} \sin(q_1) \sin(q_2) & l_{st_2,SP} \cos(q_1) \cos(q_2) \\ l_{st_2,SP} \cos(q_1) \sin(q_2) & l_{st_2,SP} \sin(q_1) \cos(q_2) \\ 0 & -l_{st_2,SP} \sin(q_2) \end{bmatrix}. \quad (3.64)$$

Die Jacobimatrizen der Rotation berechnet sich in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten für jeden einzelnen Körper zu

$$\mathbf{J}_{R_1} = \frac{\partial \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.65)$$

$$\mathbf{J}_{R_2} = \mathbf{J}_{R_3} = \frac{\partial \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.66)$$

$$\mathbf{J}_{R_4} = \frac{\partial \begin{bmatrix} 0 \\ q_2 \\ q_1 \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.67)$$

Die Rotationsmatrizen \mathbf{R}_k^{k-1} sind nach (3.12) bereits in den Transformationsmatrizen (3.20) - (3.24) enthalten und führen mittels Matrixmultiplikation zu \mathbf{R}_k^0 . Die Rotationsmatrizen lauten

$$\mathbf{R}_{G_1}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.68)$$

$$\mathbf{R}_{st_1}^0 \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.69)$$

$$\mathbf{R}_1^0 = \mathbf{R}_{G_2}^0 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & -\sin(q_1) \\ \sin(q_1) & 0 & \cos(q_1) \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.70)$$

$$\mathbf{R}_2^0 = \mathbf{R}_{\text{st}_2}^0 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) \cos(q_2) & -\sin(q_1) & \cos(q_1) \sin(q_2) \\ \sin(q_1) \cos(q_2) & \cos(q_1) & \sin(q_1) \sin(q_2) \\ -\sin(q_2) & 0 & \cos(q_2) \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

Die Massenmatrix lässt sich mit den berechneten Matrizen, wie in (3.40) beschrieben, darstellen. Die Einzelmatrizen der Massenmatrix

$$\mathbf{M}_k(\mathbf{q}) = m_k (\mathbf{J}_{Tk})^T \mathbf{J}_{Tk} + (\mathbf{J}_{Rk})^T \mathbf{R}^{0k} {}_{(k)}I_{\text{SP}} (\mathbf{R}^{0k})^T \mathbf{J}_{Rk} \quad (3.72)$$

sind im Anhang A.4 berechnet und bilden in Summe die Massenmatrix des Gesamtsystems

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum \mathbf{M}_k(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathcal{M}^{1,1}(\mathbf{q}) & \mathcal{M}^{1,2}(\mathbf{q}) \\ \mathcal{M}^{2,1}(\mathbf{q}) & \mathcal{M}^{2,2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{1,1}(\mathbf{q})^{1,1} = & \frac{(3m_{\text{st}_2}s_2^2 - 6m_{\text{st}_2})r_{\text{st}_2}^2 - 6m_{\text{st}_1}r_{\text{st}_1}^2 + (3m_{G_2}s_2^2 - 6m_{G_2})r_{G_2}^2}{12} \\ & - \frac{((-l_{\text{st}_2}^2 - 12l_{\text{st}_2,\text{SP}}^2)m_{\text{st}_2} - l_{G_2}^2m_{G_2})s_2^2}{12}, \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\mathcal{M}^{1,2}(\mathbf{q}) = \mathcal{M}^{2,1}(\mathbf{q}) = \frac{3m_{\text{st}_2}s_1c_2s_2r_{\text{st}_2}^2 - l_{\text{st}_2}^2m_{\text{st}_2}s_1c_2s_2}{12} \text{ und} \quad (3.75)$$

$$\mathcal{M}^{2,2}(\mathbf{q}) = \frac{(3m_{\text{st}_2}s_1^2s_2^2 + 3m_{\text{st}_2})r_{\text{st}_2}^2 - l_{\text{st}_2}^2m_{\text{st}_2}s_1^2s_2^2 + (l_{\text{st}_2}^2 + 12l_{\text{st}_2,\text{SP}}^2)m_{\text{st}_2}}{12}. \quad (3.76)$$

Die Massenmatrix ist symmetrisch, positiv definit und somit invertierbar. Sie beschreibt die Massenverteilung und somit das Trägheitsverhalten des MKSs sowohl für translatorische, als auch für rotatorische Bewegungen. Bereits bei einem Manipulator mit zwei FHGen ist die Massenmatrix sehr komplex und nichtlinear.

Kreiselmomente

Die Euler- und die Coriolismatrix wird über partielle Ableitung der vollständigen Massenmatrix für den gesamten Manipulator nach den verallgemeinerten Koordinaten berechnet (siehe Gleichung (3.45)). Um diese Euler- und die Coriolismatrix algebraisch aufzustellen, müssen $N^3 = 2^3 = 8$ Matrixeinträge durch die partielle Ableitung der Massenmatrix berechnet werden. Die Euler- und die Coriolismatrix für die Berechnung des Kreiselmoments beider Gelenke sind in Anhang A.5 dargestellt.

Die Euler- und die Coriolismatrizen führen durch die Multiplikation mit der Geschwindigkeit der verallgemeinerten Koordinaten nach (3.45) zu den Kreiselmomentenvektoren für die Kreiselmomente der einzelnen Gelenke.

Nicht-konservative Momente

Die nicht-konservativen Momente ergeben sich für das Antriebsmoment $M_{A,i}$ über die Parameter des jeweiligen Aktuators und den Drücken, für das Reibmoment $M_{R,i}$ über das Bürsenmodell aus Kapitel 2 und aus dem Lastmoment $M_{L,i}$, welches für die Simulation zu Null gesetzt wird.

Kinetisches Modell des Manipulators mit sieben FHGen

Die Berechnung des kinetischen Modells für den pneumatisch aktuierten Manipulator mit sieben FHGen ist deutlich aufwendiger. Die Komplexität der Massenmatrix steigt dabei durch die nichtlinearen trigonometrischen Gleichungen, verursacht durch die erweiterte Kinematik, stark an. Durch die zusätzlichen Massen in der offenen Kettenstruktur des Manipulators wird der Einfluss der Kreiselmomente in der Bewegungsgleichung des MKSs größer. Auch der Aufwand, um die Euler- und Coriolismatrizen aufzustellen, steigt im Vergleich zum Manipulator mit zwei FHGen stark an. Es müssen $N^3 = 7^3 = 343$ Matrixeinträge durch partielle Ableitung der Massenmatrix berechnet und implementiert werden. Somit ist das MKS des Manipulators mit sieben FHGen wesentlich komplexer, dennoch ist das am Manipulator mit zwei FHGen vorgestellte Vorgehen anwendbar.

3.5 Simulative Ergebnisse

Im Verlauf dieser Arbeit wurde der in Kapitel 1 vorgestellte Prototyp, also der pneumatisch aktuierte Manipulator mit zwei Gelenken, auf fünf Gelenke erweitert. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt Simulationsergebnisse von einem MKS mit fünf FHGen, basierend auf dem realen System, vorgestellt. Dazu wird im ersten Abschnitt 3.5.1 die nichtlineare Regelung für den pneumatisch aktuierten Manipulator erläutert. Im zweiten Abschnitt 3.5.2 werden Simulationen des MKSs diskutiert. Im dritten Abschnitt 3.5.3 wird die nichtlineare Regelung für den pneumatisch aktuierten Manipulator analysiert.

3.5.1 Nichtlineare Regelung des MKSs eines Manipulators mit fünf FHGen

Das mathematische Modell des Manipulators vereint einen kinematischen Anteil (Abschnitt 3.3) und einen kinetischen Anteil (Abschnitt 3.4) und wurde nach den vorgestellten Methoden aus diesen Abschnitten (3.3 und 3.4) entworfen. Basierend auf dieses Modell beschreibt die Eingangstransformation die exakte Linearisierung, um die Strecke, also den pneumatisch aktuierten Manipulator, mit linearen Reglern zu regeln. Analog zu Kapitel 2 ergibt sich die Eingangstransformation

$$\ddot{\mathbf{q}} = \underbrace{\mathcal{M}^{-1}(\mathbf{q}) (-\mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{M}_\xi)}_{\alpha^{\text{mech}}} + \underbrace{\mathcal{M}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{M}_A(\mathbf{u}^{\text{mech}})}_{\beta^{\text{mech}} \mathbf{u}^{\text{mech}}} \stackrel{!}{=} \mathbf{v}, \quad (3.77)$$

indem dem Modell (3.48) einen neuer virtueller Eingang \mathbf{v} aufgeprägt wird. Durch diesen Eingang wird das mechanische System des pneumatisch aktuierten Manipulators mit fünf FHGen zu fünf Doppelintegratoren vereinfacht. Die nichtlinearen Elemente werden dann durch das Transformationsgesetz

$$\mathbf{u}^{\text{mech}} = (\beta^{\text{mech}})^{-1} (\mathbf{v} - \alpha^{\text{mech}}) \quad (3.78)$$

kompensiert. In der Eingangstransformation werden die Störmomente $M_{\xi,i}$ vernachlässigt. Dementsprechend werden Reibeffekte, verursacht durch das Bürstenmodell, nicht in der Eingangstransformation des Positionsreglers beachtet.

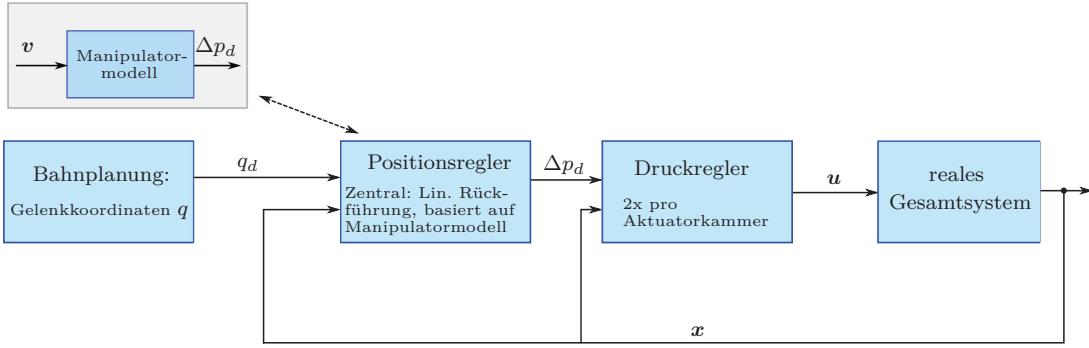


Abbildung 3.8: Zentrale Regelstruktur. Das Aktuator-Modell der modellbasierten exakt linearisierenden Rückführung wird um ein Manipulator-Modell erweitert.

Abb. 3.8 zeigt die Reglerstruktur mit zentralem Positionsregler und dezentralem Druckregler, welche auf der Reglerstruktur aus Kapitel 2 basiert. Der dezentrale Druckregler ist aus Kapitel 2 entnommen und für alle Gelenke dupliziert worden. Der zentrale Positionsregler verändert sich im Vergleich zu Kapitel 2 grundlegend, indem die Eingangstransformation (3.78) genutzt wird. Des Weiteren fehlt in der Reglerstruktur aus Abb. 3.8 ein Störgrößenbeobachter, um die Störmomente $M_{\xi,i}$ zu schätzen. Eine Beobachterstruktur für die Schätzung der Störzustände für den Manipulator wird in dieser Arbeit nicht vorgestellt.

Die Störgröße $M_{\xi,i}$ wird nicht geschätzt und auch nicht in der Eingangstransformation berücksichtigt, aber in dem MKS durch die Reibung $M_{R,i}$ mit dem Bürstenmodell simuliert. Des Weiteren wird das Eigenverhalten des Stetigventils ebenso in der Simulation nicht berücksichtigt. Daher werden die linearen Regler aus Kapitel 2 für die Simulation abgewandelt. Für die Druckregelung wird als linearer Regler eine Proportionalregelung gewählt. Ein zusätzlicher integraler Anteil, wie in Kapitel 2 vorgestellt, ist nicht notwendig, da die simulierte Strecke keine tote Zone im Steigventil berücksichtigt. Somit kann die Druckdynamik mit der Eingangstransformation auf einen einfachen Integrator linearisiert werden. Eine 2FHG-Struktur wird für die Druckregelung aus gleichen Gründen wie in Kapitel 2 nicht umgesetzt¹¹. Die Positionsregelung wird wie im Kapitel 2 vorgeschlagen aufgestellt. Da keine Störgrößenschätzung implementiert ist, wird die Positionsregelung um einen integralen Anteil ergänzt. Dadurch treten keine bleibende Regelabweichungen, verursacht durch die Hysterese in der Reibung, auf.

3.5.2 Diskussion des MKSs an Simulationsergebnissen

Für Analyse- und Plausibilisierungsmöglichkeiten des Modells, welches den mechanischen Teil des pneumatisch aktuierten Manipulators beschreibt, wird die Reglerstruktur (Abschnitt 3.5.1) in Matlab/Simulink implementiert. Als Strecke dient das Gesamtmodell des pneumatisch aktuierten Manipulators mit den Druckdifferentialgleichungen für die Druckdynamik, den Bürstenmodellen für die Reibmomente aus Kapitel 2 und mit dem mechanischen Modell,

¹¹Die 2FHG-Struktur wird nicht umgesetzt, da in der Praxis die Vorsteuerung, generiert durch eine Signal- aufbereitung des Sollwertes, das Folgeverhalten nicht verbessert.

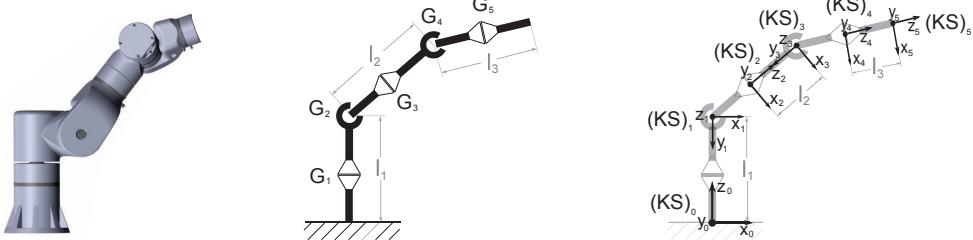


Abbildung 3.9: Pneumatisch aktuierter Manipulator mit fünf Gelenken

basierend auf kinematischer und kinetischer Modellierung. Das implementierte Modell basiert auf einem Manipulator mit fünf FHGen (Abb. 3.9).

Für eine erste Plausibilisierung des gesamten Modells des pneumatisch aktuierten Manipulators mit fünf FHGen wird der Regler ausgeschaltet und mit verschiedenen Anfangsbedingungen eine Simulation gestartet. Aufgrund des Systemverhaltens, welches sich in den Simulationen widerspiegelt, können erste Aussagen über die Plausibilität des Modells gemacht werden. Neben den sich ergebenden Winkelverläufen wird das Gravitationsmoment und das Euler- und Coriolismoment auf physikalische Plausibilität durch Deckungsgleichheit mit Erfahrungswerten geprüft.

In der Bahnplanung wird eine einfache Trajektorie für alle Gelenke vorgegeben. Diese Trajektorien sehen einen Arbeitspunktwechsel aus der Ruhelage (0°) zu einer Winkelstellung von 45° nacheinander für jedes Gelenk vor (Abb. 3.10). Die Transitionszeit beträgt für jede Winkeländerung 0.5 s. Nacheinander wird das letzte Gelenk G_5 bis zum ersten Gelenk G_1 angesteuert, was zu einer Simulationszeit von 2.5 s führt. Diese Bahnplanung ist einfach gestaltet, um Rückschlüsse zu den resultierenden Momentenverläufen schließen zu können, in denen die nichtlinearen Effekte durch die gekoppelte Kinematik zum Tragen kommen.

In Abb. 3.11 sind die notwendigen Antriebsmomente $M_{A,i}$ abgebildet. Diese Antriebsmomente werden über den Eingang u^{mech} durch die Eingangstransformation in der Positionsregelung transformiert, um den Sollwert der Winkeltrajektorie einzuhalten. Hier wird schon ersichtlich, dass die gekoppelte Kinematik starke Einflüsse auf das Systemverhalten hat. Um eine Winkeländerung zu generieren, muss neben der Kompensation der Trägheitsmomente mit den Antriebsmomenten auch Gravitationsmomente (Abb. 3.12), Kreiselmomente (Abb. 3.13) und Reibmomente (Abb. 3.14) kompensiert werden. Eine Analyse der Wechselwirkungen wird folgend diskutiert.

Gravitationsmomente $M_{G,i}$

Zum Startzeitpunkt $t_0 = 0$ s befindet sich das MKS in Initialstellung, der Winkel aller Gelenke beträgt also $q_i = 0^\circ$. Der pneumatisch aktivierte Manipulator ist in dieser Initialstellung senkrecht ausgerichtet. Durch die Zwangsbedingungen der Gelenke ist die Bewegungsrichtung in die Wirkrichtung der Gravitation gesperrt. Daher wirken zum Startzeitpunkt keine Gravitationsmomente.

Die Gelenke G_1 und G_5 erfahren über der gesamten Transitionszeit keine Gravitationsmomente. Gelenk G_1 ist immer senkrecht angeordnet und ist somit wegen der Zwangsbedingung

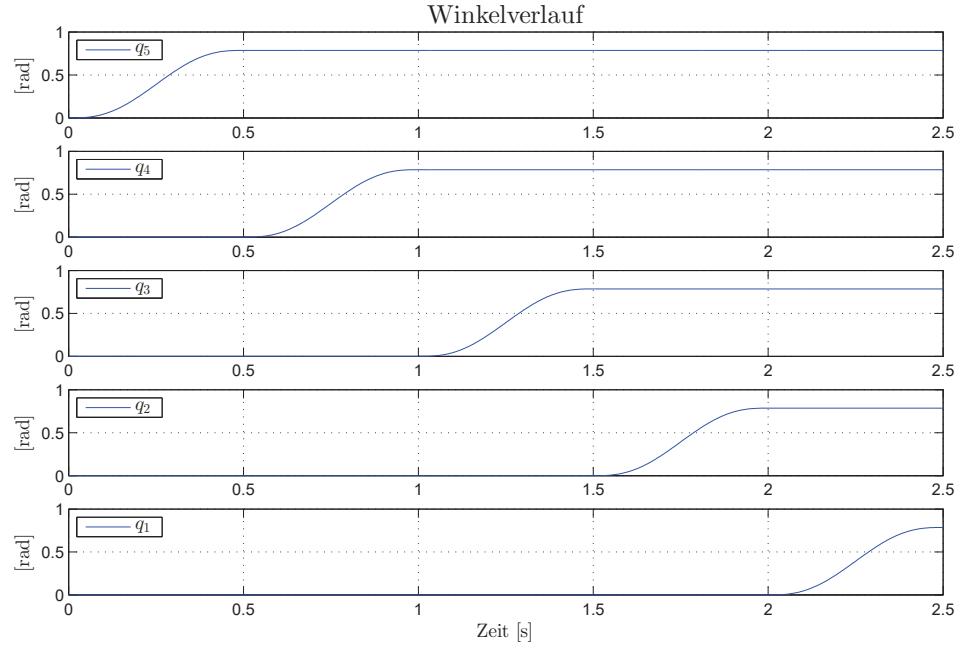


Abbildung 3.10: Simulation der Winkelverläufe q_i , die der Trajektorievorgabe durch die Bahnplanung folgen. In einer Transitionszeit von 0.5 s werden von dem letzten Gelenk G_5 ausgehend alle Gelenke nacheinander von 0° auf 45° verfahren. Es ergibt sich eine Simulationszeit von 2.5 s.

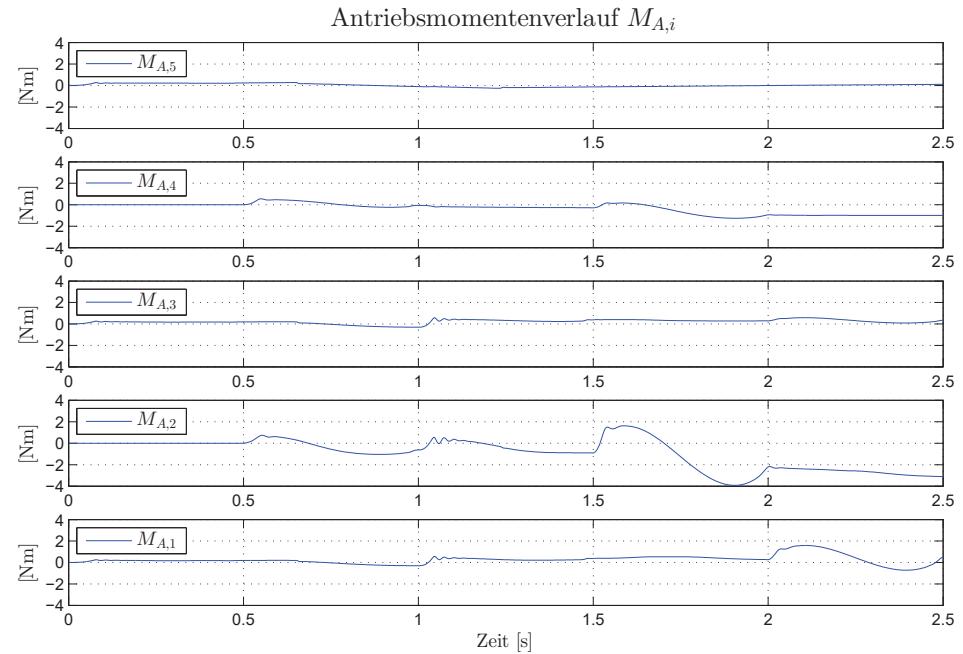


Abbildung 3.11: Simulation der Antriebsmomente $M_{A,i}$, um den geforderten Winkelverlauf der Bahnplanung einzuhalten. Das Antriebsmoment muss Trägheits-, Gravitations-, Kreisel- und Reibmomente kompensieren, um die Bewegung zu generieren.

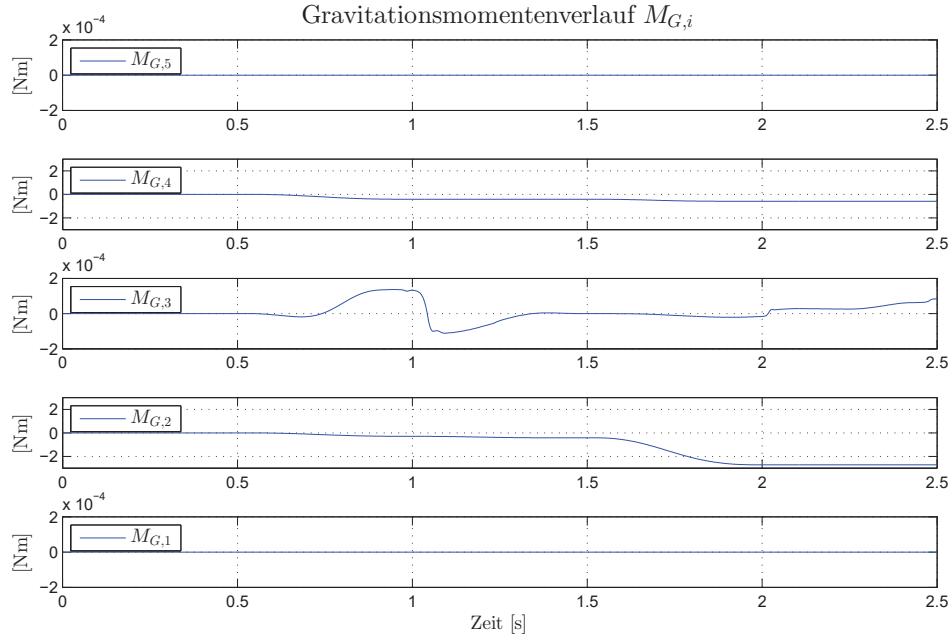


Abbildung 3.12: Simulation der Gravitationsmomente $M_{G,i}$. Die Gravitationsmomente verändern sich je nach Winkelstellung der einzelnen Gelenke. Die Gelenke G_3 und G_5 erfahren kaum bzw. keine Gravitationsmomente, da ihre Drehrichtung so angeordnet ist, dass die Masse durch das Reaktionsprinzip in der Momentenbildung ausgeglichen wird. Bei G_1 können bei genutzter Konfiguration keine Gravitationsmomente auftreten, da das Gelenk in die Wirkrichtung der Gravitation gesperrt ist.

des Gelenkes in die Wirkrichtung der Gravitation gesperrt. Das Gelenk G_5 erfährt kein Gravitationsmoment, da die Masse der Stange an G_5 homogen verteilt ist. Somit wird die Masse durch das Reaktionsprinzip in der Momentenbildung ausgeglichen.

Das Gravitationsmoment, welches an dem Gelenk G_3 wirkt, ist vernachlässigbar klein. Mit der zweiten Rotation, in der das Gelenk G_4 von 0° auf 45° in $t \in [0.5\text{ s}, 1\text{ s}]$ verfahren wird, bildet sich ein Gravitationsmoment im Gelenk G_3 . Durch die Rotation von dem Gelenk G_4 wird die Konfiguration der homogenen Einzelkörper verändert. Dadurch wird mit der Masse von der Stange st_5 , mit der Winkelstellung des Gelenks G_4 und dem Schwerpunkt der Stange st_5 ein Gravitationsmoment in dem Gelenk G_3 gebildet. Im weiteren Transitionsverlauf ändert sich durch die Winkeländerung der Gelenke G_1 , G_2 und G_3 auch die Konfiguration der Gelenke G_4 und G_5 bezogen auf die Umweltkoordinaten. Deshalb entsteht auch ein Einfluss der ersten drei Gelenke auf die Bildung des Gravitationsmoments im Gelenk G_3 . Das gekoppelte Verhalten des pneumatisch aktuierten Manipulators ist hier ersichtlich. Bei zusätzlicher Last durch z.B. Werkzeug an der Stange st_5 oder durch die Erweiterung des Modells auf sieben Gelenke würde dieses Moment größer sein. In der Konfiguration des Manipulators mit fünf FHGen ist das Gravitationsmoment im Gelenk G_3 jedoch sehr klein. Im Vergleich zu den wirkenden Antriebsmomenten am Gelenk G_3 (Abb. 3.11) wird ersichtlich, dass andere Momente dominieren.

Die Gelenke G_2 und G_4 erfahren die größten Gravitationsmomente. Durch die Massen der Einzelkörper und durch den Hebelarm zu dem sich ergebenden Schwerpunkt der gekoppelten

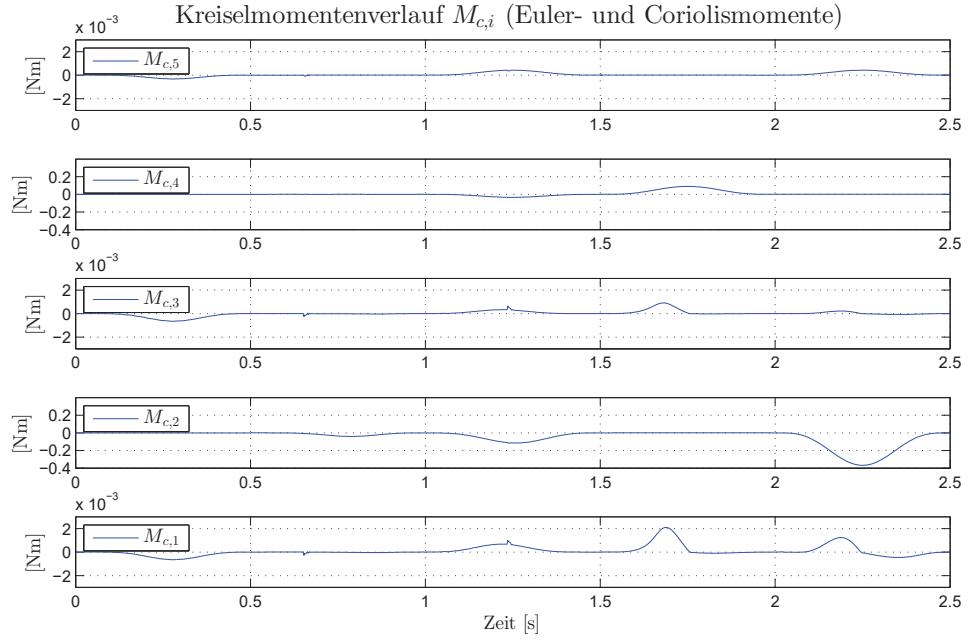


Abbildung 3.13: Simulation der Kreiselmomente $M_{c,i}$.

Einzelkörper, werden die Gravitationsmomente gebildet. Beide Gravitationsmomente haben einen großen Einfluss in der Bildung der Antriebsmomente (vergleiche Abb. 3.11).

Kreiselmomente $M_{c,i}$

Die Kreiselmomente setzen sich aus Euler¹² und Coriolismomenten¹³ zusammen. In diesem Transitionsverlauf (Abb. 3.10) wirken ausschließlich Eulermomente. Da immer nur ein Gelenk zu einem Zeitpunkt eine Winkelgeschwindigkeit erfährt, kann kein Coriolismoment entstehen.

In dem Verlauf der Kreiselmomente von den Gelenken G_1 , G_3 und G_5 sind bei $t = 0.7\text{s}$ und bei $t = 1.25\text{s}$ kleine Momentenspitzen vorhanden. Diese Momentenspitzen entstehen durch die leichte Reibüberhöhung, dargestellt durch das Bürstenmodell, und haben durch die schnelle Differenz in der Winkelgeschwindigkeit Einfluss auf die Kreiselmomente. Es ist anzumerken, dass bei $t = 1.25\text{s}$ die Reibüberhöhung in dem Reibmomentenverlauf nur im letzten Gelenk G_5 Einfluss findet (vergleiche Abb. 3.14). Durch die gekoppelten Einzelkörper hat die Reibüberhöhung in Gelenk G_5 auch Einfluss auf den Verlauf der Kreiselmomente im Gelenk G_1 und G_3 .

Der gegenseitige Einfluss durch die gekoppelten Einzelkörper wird besonders in den Gelenken G_1 , G_3 und G_5 deutlich. In der Initialstellung (alle Winkel bei 0°) wirken diese Gelenke

¹²Die Eulerkräfte geben die radial nach außen weisenden Reaktionskräfte bei Rotationsbewegungen an. Diese Kräfte sind umso größer, je größer die quadrierten Gelenkgeschwindigkeiten und die Massen der Manipulatorglieder sind [Wen08].

¹³Die Corioliskräfte bewirken in rotierenden Systemen eine seitliche Ablenkung und sind zu den Gelenkgeschwindigkeiten proportional [Wen08].

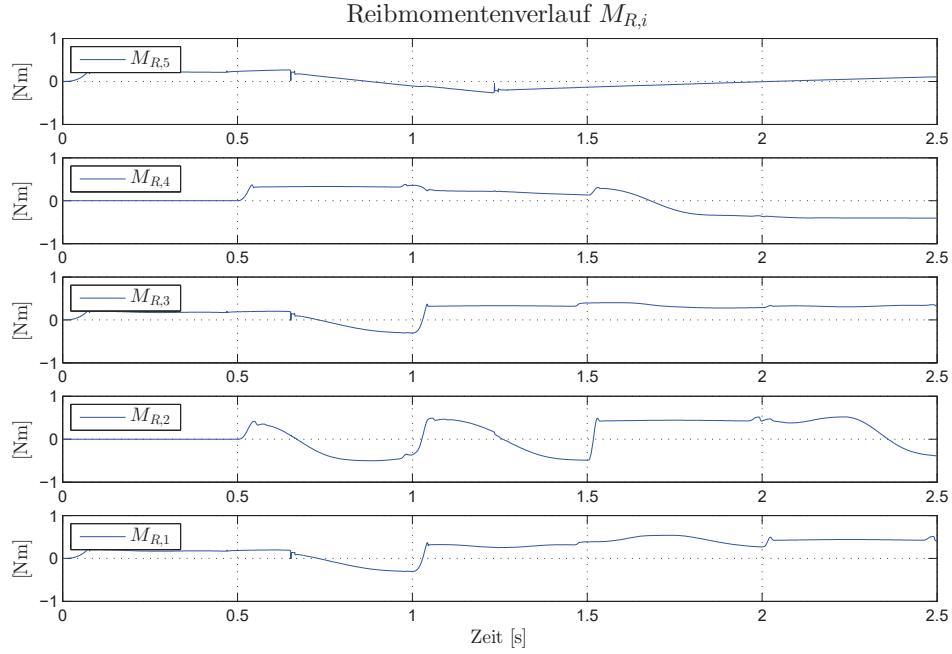


Abbildung 3.14: Simulation der Reibmomente $M_{R,i}$. Die Reibmomente werden durch das Bürstenmodell simuliert.

in die gleiche Richtung. Durch die Kopplung erfahren dabei im ersten Transitionsverlauf ($t \in [0\text{ s}, 0.5\text{ s}]$) die Gelenke G_1 , G_3 und G_5 ein Kreiselmoment.

Die Kreiselmomente sind betragsmäßig klein und haben einen eher geringen Anteil in der Momentenbildung des Antriebsmoments (vergleiche Abb. 3.11). Bei schnelleren Transitionszeiten und bei verschachtelten¹⁴ Bewegungsabläufen können die Kreiselmomente größer werden.

Reibmomente $M_{R,i}$

Die Reibmomente $M_{R,i}$ werden in dem Simulationsmodell mit dem Bürstenmodell, beschrieben in Kapitel 2, erzeugt. Dieses Modell ist lediglich von dem Zustand der Winkelgeschwindigkeit des jeweiligen Gelenkes und den identifizierten Reibparametern abhängig. Für die Simulation des Bürstenmodells werden für alle fünf Aktuatoren die gleichen identifizierten Reibparameter gewählt.

Anteilmäßig haben die Reibmomente von den Gelenken G_1 , G_3 und G_5 einen hohen Einfluss auf die Bestimmung des Antriebsmoments (Abb. 3.11). Da an diesen Gelenken kaum andere Momente wirken, wird das Antriebsmoment größtenteils zur Überwindung der Reibung aufgebracht. Vor allem das Antriebsmoment beim Gelenk G_5 kompensiert dominierend die Reibmomente, da die Masse von der Stange st_5 und damit das Trägheitsmoment, sowie das Gravitationsmoment und das Kreiselmoment klein ist. In dem Reibmomentenverlauf des Gelenks G_5 ist ersichtlich, dass die Reibhysterese durchfahren wird und an den Hysteresegrenzen die Aktuatoren losbrechen, wodurch das Reibmoment kurz einbricht. Dieses Verhalten hat wie beschrieben auch durch die Kreiselkräfte Einfluss auf die anderen Gelenke.

¹⁴Mehrere Gelenke erfahren gleichzeitig eine Winkelgeschwindigkeit.

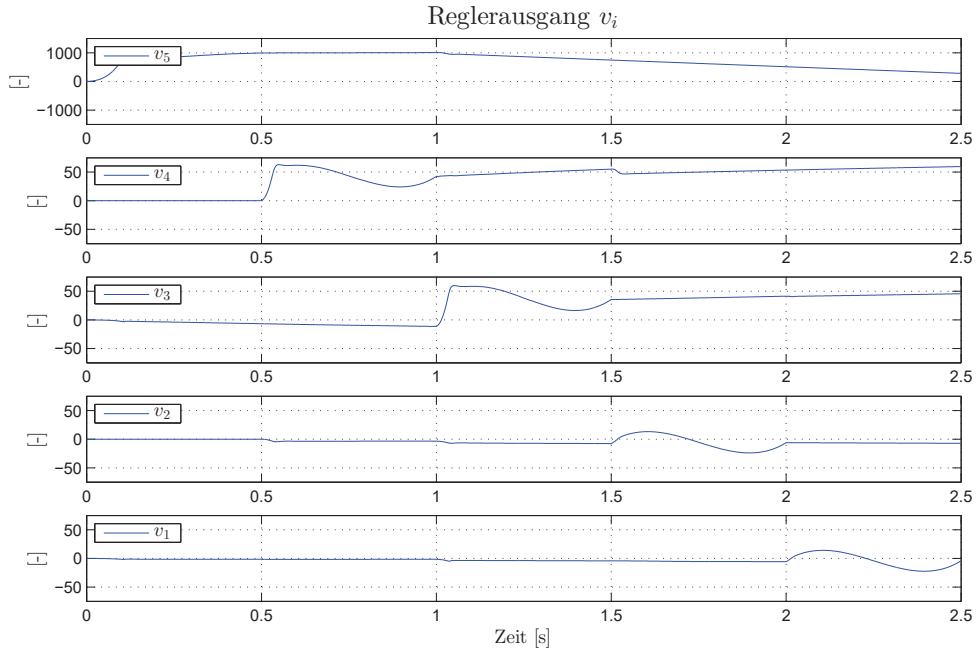


Abbildung 3.15: Simulation der Reglerausgänge v_i .

Die Reibung hat somit einen starken Einfluss auf den pneumatisch aktuierten Manipulator und muss auch für die Regelung des realen Systems mit einem integralen Anteil in der Positionsregelung oder besser mit einem Störgrößenbeobachter in das Modell eingebunden werden, um bleibende Regelabweichungen zu verhindern.

3.5.3 Diskussion der nichtlinearen Regelung an Simulationsergebnissen

Für die Simulation des MKSs ist der Positionsregler und die Eingangstransformation, wie in Abschnitt 3.5.1 beschrieben, mit Matlab/Simulink implementiert. In dem Positionsregler ist eine 2FHG-Struktur realisiert. Bei einem idealen Modell reicht die Vorsteuerung aus, um der geplante Trajektorie ohne Positionsabweichung zu folgen. Das Modell für die Eingangstransformation ist nicht ideal, da zum Einen Störmomente vernachlässigt werden, weil diese auch in der praktischen Anwendung nicht messbar sind. Zum Anderen erzeugt die unterlagerte Druckregelung einen Phasenverzug. Das Stellsignal für die Druckregelung wird durch die Positionsregelung erzeugt. In der Praxis hat sich gezeigt, dass eine numerische Ableitung dieses Signals für eine Vorsteuerung im unterlagerten Druckregler negative Auswirkungen auf die Regelgüte hat. Darum wurde die Vorsteuerung in der unterlagerten Druckregelung auch nicht im Simulationsmodell umgesetzt. Somit hat neben der Vorsteuerung im Positionsregler auch der stabilisierende Anteil einen Eingriff auf den neuen Ausgang v und ergänzt die Vorsteuerung. Der Positionsregler enthält einen integralen Anteil zur Kompensation der Störgrößen (siehe Abschnitt 3.5.1).

In diesem Abschnitt wird der Reglerausgang v des Positionreglers analysiert, der die Bahnplanung aus Abschnitt 3.5.2 realisiert. In Abb. 3.15 ist das Simulationsergebnis des Reglerausgangs dargestellt. Über einem Transitionszeitraum von 2.5 s erzeugt der Regler in Abhängigkeit

gigkeit von simulierter Winkelposition und -geschwindigkeit und geplanter Winkelposition, -geschwindigkeit und -beschleunigung den Reglerausgang v . Die Vorsteuerung entspricht der geplanten Winkelbeschleunigung zu den Transitionszeiten der einzelnen Gelenke, basierend auf doppelten Integratoren. Durch die Eingangstransformation werden die nichtlinearen Effekte des MKSs (bis auf genannte Ausnahmen) kompensiert.

In Abb. 3.15 ist für die ersten zwei Gelenke G_1 und G_2 die Vorsteuerung größtenteils ausreichend, um die geplante Bahn zu realisieren. Kleine Positionsabweichungen werden durch den stabilisierenden Anteil kompensiert. Der Regler für das fünfte Gelenk G_5 erzeugt einen sehr viel größeren Ausgang v_5 , um die geplante Bahn zu realisieren. Die Vorsteuerung hat kaum noch Einfluss auf den Reglerausgang. Es dominiert der integrale Anteil. Dieser kompensiert das unbekannte Reibmoment. Für die Positionsänderung des fünften Gelenks G_5 muss ein nur sehr kleines Trägheitsmoment überwunden werden. Das Trägheitsmoment ist klein, da am letzten Gelenk nicht viel Masse bewegt werden muss. Des Weiteren wirken keine Gravitationsmomente und kaum Kreiselmomente (siehe Abschnitt 3.5.2). Aus diesem Grund dominiert während der Transition das Reibmoment, welches überwunden werden muss. Wegen der Vernachlässigung des Reibmoments in der Eingangstransformation wirkt für die Kompensation des Reibmoments ein hoher integraler Anteil am Reglerausgang. Wenn der Einfluss des Reibmoments kleiner wird, wird auch die zeitliche Integration des Regelfehlers im integralen Anteil des Reglers kleiner. Die anderen vier Gelenke (G_1-G_4) haben durch die größeren zu bewegenden Massen und damit durch die größeren Trägheiten, ein anteilmäßig kleineres Reibmoment zur Änderung der Winkelposition zu überwinden.

In Abbildung 3.16 ist der Reglerausgang für den gleichen Transitionsverlauf aus Abschnitt 3.5.2 dargestellt. In der Eingangstransformation ist hier das Reibmoment nicht mehr vernachlässigt. D.h. das Reibmoment wird als bekannt vorausgesetzt. Bei den Reglerausgängen aller Gelenke dominiert die Vorsteuerung. Ein ergänzender Eingriff des stabilisierenden Anteils im Regler ist kaum notwendig, lediglich Positionsabweichungen durch den Phasenverzug im unterlagerten Druckregler führen zu einem Eingriff des stabilisierenden Anteils des Positionreglers. Vor allem ist der integrale Anteil nicht mehr so stark ausgeprägt, wie in Abb. 3.15. Dieses Verhalten ist für die Anwendung auf das reale System wünschenswert. In der realen Anwendung ist das Modell für die Eingangstransformation wegen Modellvernachlässigungen und Parameterungenaugkeiten nicht exakt der Realität entsprechend. Der stabilisierende Anteil im Regler kann diese Ungenauigkeiten kompensieren. Das Reibmoment sollte idealerweise bekannt sein, um den Positionsregler zu entlasten.

Motiviert aus den Analysen dieses Abschnittes ist der integrale Anteil in der Positionsregelung zur Kompensation von Störmomenten für die reale Anwendung nicht empfehlenswert. Besonders problematisch ist der integrale Anteil in der Positionsregelung bei einem äußeren Eingriff durch z.B. den Benutzer. Durch den Positionsfehler steigt der integrale Anteil, auch nach der Drucksättigung abhängig vom Versorgungsdruck, an. Damit wird ein starkes Überschwingen provoziert, welches nicht hinnehmbar ist. Alternativ wird ein Störgrößenbeobachter, ähnlich wie in Abschnitt 2.3.5, empfohlen. Der Störgrößenbeobachter entlastet den stabilisierenden Anteil des Positionreglers stark, in dem er alle Störmomente kompensiert. Eine bleibende Positionsabweichung ist somit ebenfalls verhindert.

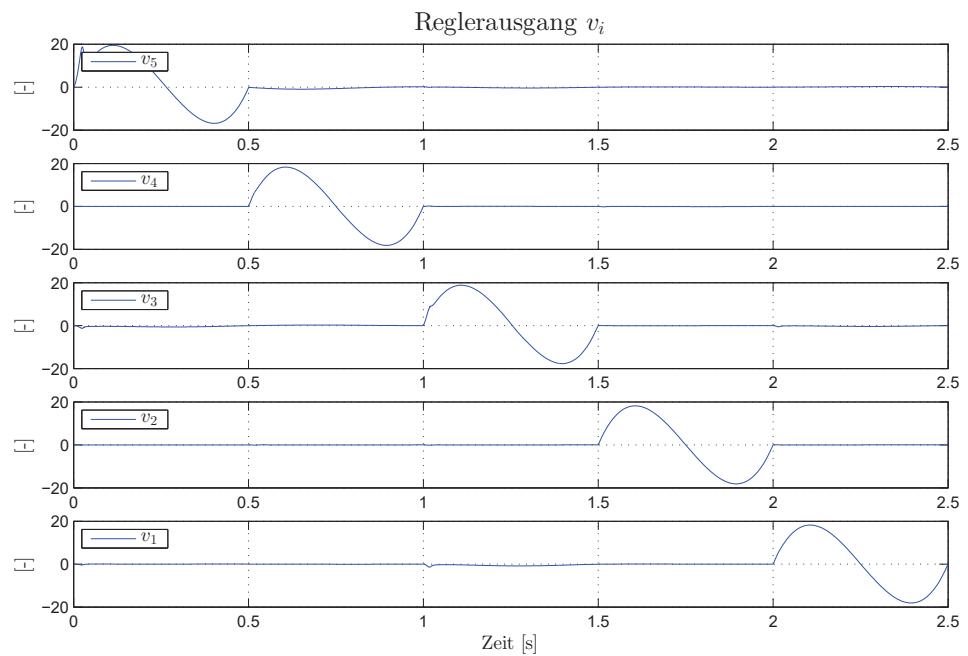


Abbildung 3.16: Simulation der Regelausgänge v_i mit Reibkenntnis. Die Eingangstransformation hat Kenntnis über das Reibmoment $M_{R,i}$.

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

Dieses Kapitel beinhaltet eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse zu jedem Kapitel dieser Arbeit. Im Anschluss folgt ein Ausblick zu offenen Forschungsfragen.

4.1 Zusammenfassung

Ausgehend von den Anforderungen an die MRK nach größtmöglicher Sicherheit zum Schutz des Menschen ist eine Nachgiebigkeit der Manipulatoren notwendig. Aus dieser Motivation heraus war es Thema dieser Arbeit, die Kompressibilität der Luft für einen nachgiebigen pneumatisch aktuierten Manipulator zu nutzen und eine Reglerstrategie zu entwickeln.

Hierzu wurde in dieser Arbeit eine nichtlineare Reglerstrategie für einen pneumatischen Aktuator entwickelt und später für einen pneumatisch aktuierten Manipulator erweitert.

4.1.1 Pneumatischer Aktuator

Der pneumatisch aktivierte Manipulator wird mit einzelnen Aktuatoren bewegt. Als Grundlage für den modellbasierten Reglerentwurf wurde im ersten Schritt die Bewegungsdynamik eines einzelnen Aktuators mit enthaltener Druckdynamik und ein Modell für den Massenstrom aufgestellt. Zur Modellierung der Reibung wurde ein Reibmodell mit dem Bürstenmodell vorgestellt, um bildet in Simulationen Reibeffekte ab.

In der Parameteridentifikation wurde der Fokus auf das Trägheitsmoment des Aktuators und die Untersuchung des Reibmoments gelegt. Das Trägheitsmoment wurde rechnerisch über geometrische Eigenschaften und mit einem integrativen Schätzverfahren anhand von Messergebnissen bestimmt. Die Reibanalyse zeigte, dass der Aktuator beim Losbrechen eine Reibüberhöhung erfährt, welche 15 % des maximalen Antriebsmoments bei 6 bar Differenzdruck ausmacht. Damit begründet wurde die Verwendung eines anderen Schmierfetts vorgeschlagen, welches die Reibüberhöhung stark mindert und den Haft-Gleit-Effekt weitestgehend unterbindet. Des Weiteren hat das Druckniveau in der Aktuatorkammer keinen Einfluss auf das Reibmoment.

Auf Basis der Modellierung konnte ein eingangsaffines System vierter Ordnung aufgestellt und auf Steuerbarkeit untersucht werden. Nach der Berechnung der flachen Ausgänge konnte in der Bestimmung der Reglerstruktur eine kaskadierte Struktur von Positions- und unterlagerter Druckregelung als geeignet bestimmt werden. Diese ist zwar nicht differentiell flach, aber eine Eingangstransformation mit Zustandsrückführung kann implementiert werden, da

alle Zustände direkt oder indirekt messbar sind. Die Steuerbarkeit und Invertierbarkeit des Systems ist gegeben, da die Nulldynamik weder divergiert, noch in der Druckbeschränkung bleibt. Der Mitteldruck ist als Parameter für die Nachgiebigkeit stufenlos einstellbar und wird durch die gewählte Reglerstruktur immer eingehalten.

Zur Kompensation der unbekannten Störmomente wie z.B. Reibmomente wurde ein linearer Störgrößenbeobachter entworfen. Durch die Störgrößenschätzung wird auch die Winkelgeschwindigkeit geschätzt. Damit sind alle Zustände des Aktuatormodells bekannt.

Der Folgeregler für Position und Druck wurde mit Hilfe der modellbasierten Eingangstransformationen der Bewegungs- und Druckdynamik entworfen. Der Eingangstransformation für die Position wurden die Störgrößen, geschätzt mit dem Störgrößenbeobachter, zur Verfügung gestellt. Die Druckregelung wurde um einen integralen Anteil ergänzt, um die tote Zone der Stetigventile zu kompensieren.

Die Regelparameter für Positions- und Druckregler für die mit der modellbasierten Eingangstransformation exakt linearisierten Regelstrecken wurden experimentell an einem Versuchsstand bestimmt. Es wurde ein guter Kompromiss zwischen gewünschtem Folgeverhalten, geringem Überschwingen und einer hohen Eckfrequenz gefunden, sodass die Regelziele erreicht werden. Mit der entworfenen Reglerstrategie werden stationäre Genauigkeiten erreicht, die der Auflösung des Winkelencoders entsprechen (0.025°).

4.1.2 Pneumatisch aktuierter Manipulator

Da der pneumatisch aktuierte Manipulator durch die gekoppelte Kinematik starke Nichtlinearitäten, vor allem in der Massenmatrix, aufweist, reicht eine Regelung der einzelnen Aktuatoren nicht aus. Die auf einen Aktuator basierende exakte Linearisierung ist für den Manipulator nicht gültig. Darum wurden in dieser Arbeit Bewegungsgleichungen für einen Manipulator aufgestellt. Diese beschreibt die Dynamik des Manipulators und ermöglicht die modellbasierte Regelung durch das Anpassen der Eingangstransformation im Positionsregler. Also wurde die Eingangstransformation des mechanischen Modells von einem Aktuator mit dem Modell eines Manipulators erweitert.

Um Positionierung und Orientierung des Manipulators zu bestimmen wurde der Manipulator als MKS beschrieben und das kinematische Modell erstellt. Dafür wurde die homogene Transformation erläutert, der Bezug zur Denavit-Hartenberg-Notation beschrieben und auf einen Manipulator mit zwei FHG angewendet. Die Möglichkeit der Hochskalierung auf eine größere Anzahl von FHG wurde kurz dargelegt.

Die Bewegungsgleichung des Manipulators, also das kinetische Modell, wurde mit der Lagrange'schen Methode hergeleitet. Diese wurde unter Berücksichtigung von Energiebilanzen aufgestellt und vereint neben den Antriebs-, Gravitations- und Störmomenten auch Kreiselmomente, aber vor allem die veränderliche Massenmatrix. Hier wurde ebenso das kinetische Modell für einen Manipulator mit zwei FHG aufgestellt und die Hochskalierung auf mehrere FHG angesprochen.

Anhand von einem Simulationsmodell, welches einem pneumatisch aktuierten Manipulator mit fünf FHG und dessen modellbasierte Regelung entspricht, wurde das MKS und die nichtlineare Regelung diskutiert. Die fünf FHG wurden für das Simulationsmodell gewählt,

da der Prototyp zum Ende dieser Arbeit auf fünf FHG erweitert wurde. Aus den Simulationsergebnis abgeleitet konnte die Relevanz eines Störgrößenbeobachters für die Regelung am echten Manipulator motiviert werden.

4.2 Ausblick

Das MKS des pneumatisch aktuierten Manipulators wurde simulativ implementiert. Eine Einbindung in ein reales System wurde bislang nicht umgesetzt. Um das erstellte MKS für die Regelung eines pneumatisch aktuierten Manipulators einzusetzen, müssen zuvor die Parameter des MKSs an eben dem realen System identifiziert und validiert werden.

Die Bahnplanung des Manipulators ist in verallgemeinerten Koordinaten implementiert. Eine Bahnplanung in TCP-Koordinaten stünde relativ zum Benutzer und wäre für diesen intuitiver. Dafür muss die inverse Kinematik aufgestellt werden.

Für die dynamisch und statische Verbesserung des Reglers sollte eine Störgrößenbeobachtung implementiert werden. In Kapitel 2 wird durch einen linearen Störgrößenbeobachter das Störmoment kompensiert. Eine solche Kompensation für den nichtlinearen Manipulator ist für gute Regelergebnisse notwendig. Ein Kalman-Filter könnte dafür eingesetzt werden.

Anhang A

Anhang

Im Anhang werden Ergebnisse aufgeführt, die zwar im Kontext der Arbeit wesentlich, jedoch nicht für das Verständnis der Arbeit notwendig sind.

A.1 Berechnung der Steuerbarkeit

Zur Überprüfung der Steuerbarkeit muss die Steuerbarkeitsmatrix

$$P(\mathbf{x}) = [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x})],$$

regulär sein. Dafür werden die Vektorfelder

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{J} (A r_m (x_3 - x_4) - m_{st} g l_{sp} \sin(x_1) - M_\xi) \\ -\frac{n x_3 \dot{V}_1(x_2)}{V_1(x_1)} \\ -\frac{n x_4 \dot{V}_2(x_2)}{V_2(x_1)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{n R T_0}{V_1(x_1)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \\ \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{n R T_0}{V_2(x_1)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

für die Analyse herangezogen, wobei der ad-Operator die LIE-Ableitung des Vektorfelds $\mathbf{g}_j(\mathbf{x})$ durch das Vektorfeld $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ mit

$$\text{ad}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}\mathbf{g}_j(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}, \mathbf{g}_j](\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{g}_j}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}_j(\mathbf{x})$$

beschreibt. Die Vektorfelder \mathbf{g}_1 und \mathbf{g}_2 für die Steuerbarkeitsauswahlmatrix sind bereits gegeben. Die LIE-Ableitungen berechnen sich unter der Bedingung $M_\xi \equiv 0$ zu

$$\text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{A r_m R T_0 n}{J V_1(x_1)} \\ (n-1) \frac{\dot{V}_1(x_2) R T_0 n}{V_1^2(x_1)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{ad}_{-\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2 \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{A r_m n R T_0}{J V_1(x_1)} \\ (2-n) \frac{A r_m n R T_0 \dot{V}_1(x_2)}{J V_1^2(x_1)} \\ \frac{(J \dot{V}_1(x_2) x_2 (n^2 - 3n + 2) - A r_m n V_1(x_1) + J \dot{x}_2 (1-n) V_1(x_1)) n R T_0}{J V_1^2(x_1) x_2} \\ -\frac{A r_m n^2 R T_0 \dot{V}_2(x_2) x_4}{J V_1(x_1) V_2(x_1) x_2} \end{bmatrix}.$$

Die Regularität der Steuerbarkeitsauswahlmatrix kann geprüft werden, indem man die Determinante

$$\det(P(\mathbf{x})) = \frac{A^2 r_m^2 R^4 T_0^4 n^4}{J^2 V_1^3(x_1) V_2(x_1)} \neq 0$$

berechnet. Die Determinante der Steuerbarkeitsauswahlmatrix ist immer ungleich Null, somit ist die Regularität der Steuerbarkeitsauswahlmatrix gegeben.

A.2 Bestimmung von flachen Ausgängen

Für das System (2.36) sollen flache Ausgänge

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \lambda_1(\mathbf{x}) \\ \lambda_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

ermittelt werden, sodass der Eingang \mathbf{u} vollständigen Eingriff auf das gesamte System hat. Eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Berechnung dieses Ausgangs ist das Frobenius-Theorem [Zei14], in dem die Integrierbarkeit von Vektorfeldern überprüft wird:

Definition 1 : Distribution von Vektorfeldern

Eine Menge von d linear unabhängigen Vektorfeldern

$$F_d(\mathbf{x}) = \{\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), \mathbf{f}_2(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{f}_d(\mathbf{x})\}, \quad \text{rk}(F_d(\mathbf{x})) = d, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$$

spannt eine Distribution $\Delta_d(\mathbf{x})$ der Dimension d auf,

$$\Delta_d(\mathbf{x}) = \text{span}\{\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), \mathbf{f}_2(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{f}_d(\mathbf{x})\}, \quad \dim(\Delta_d(\mathbf{x})) = d, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,$$

durch die ein Vektorraum definiert wird. Die Dimension der Distribution $\Delta_d(\mathbf{x})$ ist als Rang der zugehörigen Matrix $F_d(\mathbf{x})$ definiert: $\dim(\Delta_d(\mathbf{x})) = \text{rk}(F_d(\mathbf{x}))$.

Definition 2 : *Involutivität*

Eine Menge $F_d(\mathbf{x})$ von d linear unabhängigen Vektorfeldern $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, d$ bzw. die zugehörige Distribution $\Delta_d(\mathbf{x})$ konstanter Dimension d heißt involutiv, wenn die Lie-Klammern von je zwei Vektorfeldern als Linearkombination der Vektorfelder dargestellt werden können:

$$[\mathbf{f}_i(\mathbf{x}), \mathbf{f}_j(\mathbf{x})] = \sum_{k=1}^d \alpha_k(\mathbf{x}) \mathbf{f}_k(\mathbf{x}), \quad 1 \leq i, j \leq d.$$

Die Involutivität wird mit der folgenden Bedingung überprüft:

$$\text{rk} \left\{ F_d(\mathbf{x}), [\mathbf{f}_i(\mathbf{x}), \mathbf{f}_j(\mathbf{x})] \right\} = \text{rk}(F_d(\mathbf{x})), \quad 1 \leq i, j \leq d.$$

Definition 3 : *Integrierbarkeit*

Eine Menge $F_d(\mathbf{x})$ von d linear unabhängigen Vektorfeldern $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, d$ bzw. die zugehörige Distribution $\Delta_d(\mathbf{x})$ konstanter Dimension d heißt vollständig integrierbar, wenn die $n-d$ skalaren Zustandsabhängigen Funktionen $\lambda_1(\mathbf{x}), \lambda_2(\mathbf{x}), \dots, \lambda_{n-d}(\mathbf{x})$ die folgenden d homogenen und linearen partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung mit variablen Koeffizienten

$$\frac{\partial \lambda_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}_j(\mathbf{x}) = 0, \quad 1 \leq i \leq n-d, \quad 1 \leq j \leq d$$

erfüllen und die Gradienten $d\lambda_i(\mathbf{x}) = \partial \lambda_i(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x}$ linear unabhängig sind:

$$\text{rk} \{ d\lambda_1(\mathbf{x}), d\lambda_2(\mathbf{x}), \dots, d\lambda_{n-d}(\mathbf{x}) \} = n-d.$$

Theorem 1 (Frobenius-Theorem) : *Integrierbarkeit von Vektorfeldern*

Eine Menge $F_d(\mathbf{x})$ von d linear unabhängigen Vektorfeldern $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, d$ bzw. die zugehörige Distribution $\Delta_d(\mathbf{x})$ konstanter Dimension d ist vollständig integrierbar, wenn $\Delta_d(\mathbf{x})$ involutiv ist.

Die Steuerbarkeit des Systems wurde bereits im Abschnitt 2.3.2 nachgewiesen. Die Involutivität kann für die gegebenen Vektorfelder (2.37), (2.38) und (2.39) ebenfalls nachgewiesen werden. Daher können die flachen Ausgänge berechnet werden. Dafür werden vier homogene PDGL's erster Ordnung mit variablen Koeffizienten und vier allgemeine Ungleichungen für

Anhang A Anhang

$\kappa_{j,k}(\mathbf{x})$ mit $\text{rk}(\kappa_{j,k}(\mathbf{x})) \stackrel{!}{=} j = 2$ aufgestellt und für $\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x})$ gelöst (ausführlich in Anhang A.3):

$$\begin{aligned}
& < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = 0 \\
& < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = 0 \\
& < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = 0 \\
& < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = 0 \\
& < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2 \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = \kappa_{1,1}(\mathbf{x}) \\
& < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})}^2 \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = \kappa_{1,2}(\mathbf{x}) \\
& < \frac{d\lambda_2}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = \kappa_{2,1}(\mathbf{x}) \\
& < \frac{d\lambda_2}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = \kappa_{2,2}(\mathbf{x}).
\end{aligned}$$

Die möglichen Ausgänge ergeben sich zu

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \gamma_1 x_1 + \gamma_2, & \gamma_1 &\neq 0 \\
\lambda_2 &= \gamma_3 x_3 + \gamma_4 x_4 + \gamma_5, & \gamma_3 &\neq -\gamma_4
\end{aligned}$$

und entsprechen somit den realen Ausgängen, wenn die Parameter γ zu

$$\gamma_1 = 1; \quad \gamma_2 = \gamma_5 = 0; \quad \gamma_3 = \gamma_4 = \frac{1}{2},$$

gewählt werden. Der erste Ausgang $y_1 = \lambda_1 = x_1$ entspricht der Schwenkflügelposition und damit der Regelgröße. Der zweite Ausgang $y_2 = \lambda_2 = 0.5(x_3 + x_4)$ repräsentiert den Mitteldruck.

A.3 Berechnung zur Bestimmung der flachen Ausgänge

Die flachen Ausgänge für das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^2 \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) u_j, \quad t > 0, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0,$$

mit

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{J} (A r_m (x_3 - x_4) - m_{st} g l_{sp} \sin(x_1) - M_\xi) \\ -\frac{n x_3 \dot{V}_1(x_2)}{V_1(x_1)} \\ -\frac{n x_4 \dot{V}_2(x_2)}{V_2(x_1)} \end{bmatrix} \\
\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{n R T_0}{V_1(x_1)} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{n R T_0}{V_2(x_1)} \end{bmatrix}.$$

werden mit vier homogenen PDGL'n erster Ordnung gelöst. Die homogenen PDGL'n bestehen aus vier variablen Koeffizienten und vier allgemeinen Ungleichungen für $\kappa_{j,k}(\mathbf{x})$ mit $\text{rk}(\kappa_{j,k}(\mathbf{x})) \stackrel{!}{=} j = 2$ und werden für $\lambda(\mathbf{x})$ gelöst. Die Gleichungen lauten

$$\begin{aligned} & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = 0 \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = 0 \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = 0 \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = 0 \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}^2\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = \kappa_{1,1}(\mathbf{x}) \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}^2\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = \kappa_{1,2}(\mathbf{x}) \\ & < \frac{d\lambda_2}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = \kappa_{2,1}(\mathbf{x}) \\ & < \frac{d\lambda_2}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = \kappa_{2,2}(\mathbf{x}). \end{aligned}$$

Die ersten zwei homogenen Anteile der PDGL'n ergeben sich zu

$$\begin{aligned} & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = \frac{n R T_0 \frac{d\lambda_1}{dx_3}}{V_1} = 0 \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = \frac{n R T_0 \frac{d\lambda_1}{dx_4}}{V_2} = 0 \end{aligned}$$

und fordern somit, dass λ_1 unabhängig von x_3 und x_4 ist. Damit vereinfachen sich die beiden anderen homogenen PDGL'n zu

$$\begin{aligned} & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = -\frac{A r_m n R T_0 \frac{d\lambda_1}{dx_2}}{J V_1} = 0 \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = \frac{A r_m n R T_0 \frac{d\lambda_1}{dx_2}}{J V_2} = 0 \end{aligned}$$

und fordern somit, dass λ_1 unabhängig von x_2 ist. Die letzten Gleichungen für λ_1 lauten somit

$$\begin{aligned} & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}^2\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > = \frac{A r_m n R T_0 \frac{d\lambda_1}{dx_1}}{J V_1} = \kappa_{1,1}(\mathbf{x}) \\ & < \frac{d\lambda_1}{d\mathbf{x}}, \text{ad}_{f(\mathbf{x})}^2\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > = -\frac{A r_m n R T_0 \frac{d\lambda_1}{dx_1}}{J V_1} = \kappa_{1,2}(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

und erlauben als zulässige Wahl für λ_1 das Polynom ersten Grades

$$\lambda_1 = \gamma_1 x_1 + \gamma_2, \quad \gamma_1 \neq 0.$$

Anhang A Anhang

Die PDGL'n für die Berechnung von λ_2 lauten

$$\begin{aligned} < \frac{d\lambda_2}{dx}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) > &= \frac{n R T_0 \frac{d\lambda_2}{dx_3}}{V_1} = \kappa_{2,1}(\mathbf{x}) \\ < \frac{d\lambda_2}{dx}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) > &= \frac{n R T_0 \frac{d\lambda_2}{dx_4}}{V_2} = \kappa_{2,2}(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

und leiten direkt zu dem möglichen Polynom

$$\lambda_2 = \gamma_3 x_3 + \gamma_4 x_4 + \gamma_5, \quad \gamma_3 \neq -\gamma_4.$$

Wenn die flachen Ausgänge den realen Ausgängen entsprechend gewählt werden, lauten die Koeffizienten

$$\gamma_1 = 1; \quad \gamma_2 = \gamma_5 = 0; \quad \gamma_3 = \gamma_4 = \frac{1}{2}$$

und führen zu der regulären Koppelmatrix

$$K = \begin{bmatrix} \kappa_{1,1}, \kappa_{1,2} \\ \kappa_{2,1}, \kappa_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A r_m n R T_0}{J V_1}, -\frac{A r_m n R T_0}{J V_2} \\ \frac{n R T_0}{2 V_1}, \frac{n R T_0}{2 V_2} \end{bmatrix}.$$

A.4 Berechnung der Massenmatrix für einzelne Körper

Die in Abschnitt 3.4.2 beschriebene Berechnung der Massenmatrix

$$\mathbf{M}_k(\mathbf{q}) = m_k (\mathbf{J}_{Tk})^T \mathbf{J}_{Tk} + (\mathbf{J}_{Rk})^T \mathbf{R}^{0k} {}_{(k)} I_{SP} (\mathbf{R}^{0k})^T \mathbf{J}_{Rk}$$

für einzelnen Körper des MKSs, führt zu den Einzelmatrizen ($s_i = \sin(q_i)$ und $c_i = \cos(q_i)$)

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{G_1}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{M}_{st_1}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} \frac{m_{st_1} r_{st_1}^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{M}_{G_2}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} -\frac{(3 m_{G_2} s_2^2 - 6 m_{G_2}) r_{G_2}^2 - l_{G_2}^2 m_{G_2} s_2^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

und

$$\mathbf{M}_{st_2}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{st_2}^{1,1}(\mathbf{q}) & \mathcal{M}_{st_2}^{1,2}(\mathbf{q}) \\ \mathcal{M}_{st_2}^{2,1}(\mathbf{q}) & \mathcal{M}_{st_2}^{2,2}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}$$

mit

$$\mathcal{M}_{st_2}^{1,1}(\mathbf{q}) = -\frac{(3 m_{st_2} s_2^2 - 6 m_{st_2}) r_{st_2}^2 + (-l_{st_2}^2 - 12 l_{st_2,SP}^2) m_{st_2} s_2^2}{12},$$

$$\mathcal{M}_{st_2}^{1,2}(\mathbf{q}) = \frac{3 m_{st_2} s_1 c_1 s_2 r_{st_2}^2 - l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1 c_1 s_2}{12},$$

$$\mathcal{M}_{st_2}^{2,1}(\mathbf{q}) = \frac{3 m_{st_2} s_1 c_1 s_2 r_{st_2}^2 - l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1 c_1 s_2}{12} \text{ und}$$

$$\mathcal{M}_{st_2}^{2,2}(\mathbf{q}) = \frac{(3 m_{st_2} s_1^2 s_2^2 + 3 m_{st_2}) r_{st_2}^2 - l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1^2 s_2^2 + (l_{st_2}^2 + 12 l_{st_2,SP}^2) m_{st_2}}{12}.$$

A.5 Berechnung der Euler- und der Coriolismatrix

Die in Abschnitt 3.4.2 erwähnten Euler- und der Coriolismatrizen berechnen sich über partielle Ableitung der Massenmatrix

$$c_{i,jk}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{M}_{ij}(\mathbf{q})}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{M}_{ik}(\mathbf{q})}{\partial q_j}$$

und führen zu den Matrixeinträgen

$$c_{1,11} = 0,$$

$$\begin{aligned} c_{1,12} &= - \frac{(3 m_{st_2} c_1 + 12 m_{st_2}) c_2 s_2 r_{st_2}^2 + 12 m_{G_2} c_2 s_2 r_{G_2}^2}{24} \\ &\quad + \frac{(-l_{st_2}^2 m_{st_2} c_1 + (-4 l_{st_2}^2 - 48 l_{st_2,SP}^2) m_{st_2} - 4 l_{G_2}^2 m_{G_2}) c_2 s_2}{24}, \end{aligned}$$

$$c_{1,21} = \frac{3 m_{st_2} c_1 c_2 s_2 r_{st_2}^2 - l_{st_2}^2 m_{st_2} c_1 c_2 s_2}{24} \text{ und}$$

$$\begin{aligned} c_{1,22} &= - \frac{((3 m_{st_2} c_1 + 6 m_{st_2}) s_1 s_2^2 - 3 m_{st_2} s_1) r_{st_2}^2}{12} \\ &\quad + \frac{(-l_{st_2}^2 m_{st_2} c_1 - 2 l_{st_2}^2 m_{st_2}) s_1 s_2^2 + l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1}{12} \end{aligned}$$

für das erste Gelenk. Die Weiteren vier Matrixeinträge für die Berechnung des Kreiselmoments am zweiten Gelenk lauten

$$\begin{aligned} c_{2,11} &= \frac{(3 m_{st_2} c_1 + 3 m_{st_2}) c_2 s_2 r_{st_2}^2 + 3 m_{G_2} c_2 s_2 r_{G_2}^2}{12} \\ &\quad + \frac{(-l_{st_2}^2 m_{st_2} c_1 + (-l_{st_2}^2 - 12 l_{st_2,SP}^2) m_{st_2} - l_{G_2}^2 m_{G_2}) c_2 s_2}{12}, \end{aligned}$$

$$c_{2,12} = \frac{(6 m_{st_2} s_1 s_2^2 - 3 m_{st_2} s_1) r_{st_2}^2 - 2 l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1 s_2^2 + l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1}{24},$$

$$\begin{aligned} c_{2,21} &= \frac{((12 m_{st_2} c_1 + 6 m_{st_2}) s_1 s_2^2 - 3 m_{st_2} s_1) r_{st_2}^2}{24} \\ &\quad + \frac{(-4 l_{st_2}^2 m_{st_2} c_1 - 2 l_{st_2}^2 m_{st_2}) s_1 s_2^2 + l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1}{24} \text{ und} \end{aligned}$$

$$c_{2,22} = \frac{3 m_{st_2} s_1^2 c_2 s_2 r_{st_2}^2 - l_{st_2}^2 m_{st_2} s_1^2 c_2 s_2}{12}.$$

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

SISO	Single-Input-Single-Output
MIMO	Multi-Input-Multi-Output
PDGL	Partielle Differentialgleichung
2FHG	Zwei Freiheitsgrad-Struktur
FHG	Freiheitsgrad
MKS	Mehr-Körper-System
MRK	Mensch-Roboter-Kollaboration
TCP	Tool-Center-Point
SLS	Selektives Lasersinter-Verfahren
DLR	Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik
KS	Koordinatensystem KS_i des i -ten Körpers

Symbolverzeichnis

Modellvariablen und -parameter

A	Schwenkflügelfläche im Aktuator
b_{krit}	Kritisches Druckverhältnis
C	Leitwert abhängig vom Steuersignal
C_{\max}	Maximaler Leitwert des Stetigventils
d_R	Viskoser Reibterm des Bürstenmodells
$d_{j,\text{sch}}$	Innendurchmesser Schlauch zu Kammer j des Aktuators
F_A	Stellkraft durch Differenzdruck
F_c	Coulombsche Reibkraft des Bürstenmodells
F_R	Gesamte Reibkraft
F_s	Strubecksche Reibkraft des Bürstenmodells
g	Erdbeschleunigung
g_q	Reibkraftfunktion des Bürstenmodells
$l_{j,\text{sch}}$	Länge Schlauch zu Kammer j des Aktuators
l_{sp}	Länge von Schwerpunkt angenommener Stange zum Mittelpunkt des Aktuators
l_{st}	Länge angenommener Stange
l_G	Länge angenommenes Gelenks
I_{SP}	Trägheitstensormatrix für Gelenk oder Stange
J	Trägheitsmoment des Aktuators
J_{ges}	ges. Trägheitsmoment Aktor

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

J_{akt}	Trägheitsmoment Aktor
J_{st}	Trägheitsmoment angenommener Stange
J_{zyl}	Trägheitsmoment Aktor als Zylinder
m_{st}	Masse angenommener Stange vom Aktuator
m_G	Masse angenommenen Gelenks
M_A	Stellmoment Aktuator
M_G	Gewichtsmoment Aktuator
M_L	Lastmoment Aktuator
M_R	Reibmoment Aktuator
M_c	Kreiselmoment Aktuator
M_ξ	Störmoment Aktuator
\hat{M}_ξ	Geschätztes Störmoment des Aktuators
M_Q	Verallgemeinerte Momente
\mathcal{M}	Massenträgheitsmatrix des Manipulatormodells
\dot{m}_j	Massenfluss in Kammer j des Aktuators
$\dot{m}_{j,\max}$	Maximaler Massenfluss in Kammer j des Aktuators bei gegebenen Druckverhältnis
n	Polytropenexponent
ν_j	Steuersignal für Stetigventil j
p_j	Kammerdrücke $p_{1,2}$ im Aktuator
p_m	Mitteldruck im Aktuator
Δp	Differenzdruck
$p_{j,d}$	Wunschdruck Kammer j des Aktuators
p_{prim}	Primärdruck (vor Düse)
p_{sek}	Sekundärdruck (hinter Düse)
p_0	Umgebungsdruck
p_v	Versorgungsdruck
\dot{p}_j	Kammerdruckänderung $\dot{p}_{1,2}$ im Aktuator
q_{ges}	Gesamter Schwenkwinkel des Aktuators bezogen auf die Initialisierung
q	Winkelposition des Aktuators
\dot{q}	Winkelgeschwindigkeit des Aktuators
\ddot{q}	Winkelbeschleunigung des Aktuators
q_d	Wunschtrajektorie Winkel
\dot{q}_{haft}	Grenzgeschwindigkeit für Haften im Bürstenmodell
q_{krit}	Druckverhältnis zwischen Primär- und Sekundärdruck
Ψ	Durchflussfunktion
R	Spezifische Gaskonstante von trockener Luft
r	Reibzustand Bürstenmodell
\dot{r}	Abgeleiteter Reibzustand Bürstenmodell
r_m	Mittlerer Radius des Aktuators als Kraftangriffspunkt zur Momentenbestimmung
r_{st}	Radius angenommener Stange
r_G	Radius angenommenen Gelenks
ρ	Dichte von Luft bei Normbedingungen
ρ_{st}	Dichte der angenommenen Stange
σ_0	Dynamikparameter Steifigkeit Bürstenmodell
σ_1	Dynamikparameter Dämpfung Bürstenmodell
T_0	Temperatur im Normzustand
\mathcal{U}	Potentialfunktion des Manipulators

V_j	Volumen in der Kammer j des Aktuators
$V_{j,0}$	Gesamtes statisches Volumen bzgl. Kammer j des Aktuators
$V_{j,sch}$	Schlauchvolumen zu Kammer j im Aktuator
$V_{j,tot}$	Totvolumen in der Kammer j im Aktuator
V_{st}	Volumen der angenommenen Stange
\dot{V}_j	Volumenänderung in der Kammer j im Aktuator

Systemvariablen und -parameter

ad	LIE-Operator
D^{est}	Wunschkämpfung für den Störgrößenbeobachter
D^{mech}	Dämpfung für den Positionsregler
f^{est}	Wunschkfrequenz für den Störgrößenbeobachter
f^{mech}	Eckfrequenz für den Positionsregler
f_D^{pneu}	Durchtrittsfrequenz für den Drucksregler
f_E^{pneu}	Eckfrequenz für den Druckregler
f	Driftterm
g_j	Eingangsaffines Vektorfeld
k^{mech}	Rückführvektor für die Positionsregelung
l^{est}	Rückführvektor für den Störgrößenbeobachter
λ	Funktion für Ausgangsvektor in Abhängigkeit von x
μ_j	Steuerbarkeitsindizes
ω^{est}	Wunschkreisfrequenz für den Störgrößenbeobachter
ω^{mech}	Wunschkreisfrequenz für die Positionsregelung
ω_D^{pneu}	Durchtrittskreisfrequenz für den Drucksregler
ω_E^{pneu}	Eckkreisfrequenz für den Druckregler
\tilde{P}	Steuerbarkeitsauswahlmatrix
P	Steuerbarkeitmatrix
u	Eingangsvektor
u^{mech}	Eingangsvektor für mechanisches Teilsystem
u_j^{pneu}	Eingangsvektor für pneumatisches Teilsystem
v^{mech}	Linearisierender Eingang für mechanisches Teilsystem
v_j^{pneu}	Linearisierender Eingang für pneumatisches Teilsystem
x	Zustandsvektor
\dot{x}	Zeitliche Ableitung des Zustandsvektors
x_0	Anfangszustand
x^{mech}	Zustandsvektor für mechanisches Teilsystem
x_j^{pneu}	Zustandsvektor für pneumatisches Teilsystem
\hat{x}	Zustandsvektor für mechanisches Teilsystem mit Störgröße
y	Ausgangsvektor
y^{mech}	Ausgangsvektor für mechanisches Teilsystem
y_j^{pneu}	Ausgangsvektor für pneumatisches Teilsystem
\hat{y}	Geschätzter Ausgang für mechanisches Teilsystem mit Störgröße
y_d^{mech}	Solltrajektorie der Position
$y_{j,d}^{\text{pneu}}$	Solltrajektorie des Druckes

Abbildungsverzeichnis

1.1	Blockschaltbild wirkender Trägheit	3
1.2	Blockschaltbild wirkender Trägheit mit Nachgiebigkeitsregelung	3
1.3	Blockschaltbild wirkender Trägheit mit Entkopplung durch Feder	4
1.4	Nachgiebigkeit durch Luftfeder	5
1.5	Blockschaltbild wirkender Trägheit mit pneumatischem Aktuator	5
1.6	Experimenteller Systemaufbau im Labor nach [Mar15]	6
1.7	Experimenteller Systemaufbau im Labor	7
2.1	Laboraufbau für einen pneumatischen Aktuator	10
2.2	Schemazeichnung eines Schwenzkylinders	10
2.3	Durchflussfunktion Ψ	12
2.4	Vereinfacht dargestellter Aktuator	13
2.5	Beispielverlauf der angreifenden Momente	17
2.6	Reikennlinie bei verschiedenen Mitteldrücken - Standart-Fett	17
2.7	Reibkennlinie bei verschiedenen Mitteldrücken - Silikon-Fett	18
2.8	Haft-Gleit-Effekt (Stick-Slip) beim Anfahren	18
2.9	Kaskadierte Reglerstruktur	25
2.10	Prinzipschaltbild des Störgrößenbeobachters	26
2.11	Signalflussdiagramm in SISO-Regler-Normalform	28
2.12	Signalflussdiagramm für den PI-Regler	29
2.13	Signalflussdiagramm in SISO-Regler-Normalform	31
2.14	Signalflussdiagramm der Eingangstransformation	31
2.15	2FHG-Stuktur der Positionsregelung	32
2.16	Folgeverhalten des Positionsreglers	33
2.17	Folgeverhalten des Druckreglers mit schlechten Reglerparametern	34
2.18	Folgeverhalten des Druckreglers	35
3.1	Laboraufbau für einen pneumatisch aktuierten Manipulator	38
3.2	Dezentrale und zentrale Regelstruktur	39
3.3	MKS des Manipulators mit körperfesten Koordinatensystemen	40
3.4	Direkte und inverse Kinematik	44
3.5	MKS des pneumatisch aktuierten Manipulators mit zwei FHGen	46
3.6	Direkte und inverse Dynamik	49
3.7	Homogener starrer Zylinder	54
3.8	Zentrale Reglerstruktur	58
3.9	Pneumatisch aktuierter Manipulator mit fünf Gelenken	59
3.10	Simulation der Winkelverläufe	60
3.11	Simulation der Antriebsmomente $M_{A,i}$	60
3.12	Simulation der Gravitationsmomente $M_{G,i}$	61
3.13	Simulation der Kreiselmomente $M_{c,i}$	62

Abbildungsverzeichnis

3.14 Simulation der Reibmomente $M_{R,i}$	63
3.15 Simulation der Reglerausgänge v_i	64
3.16 Simulation der Regelausgänge v_i mit Reibkenntnis	66

Tabellenverzeichnis

2.1	Modellparameter	19
2.2	Reglerparameter bei verschiedenen Mitteldrücken für Positions- und Druckregler.	35
3.1	Denavit-Hartenberg-Parameter für das kinematische Modell des Manipulators mit zwei FHGen.	46
3.2	Denavit-Hartenberg-Parameter für das kinematische Modell des Manipulators mit sieben FHGen.	48

Literatur

- [Ari+05] A. Arita, K. Hiraki, T. Kanda und H. Ishiguro. „Can we talk to robots? Ten-month-old infants expected interactive humanoid robots to be talked to by persons“. In: *Cognition* 95 (2005), B49–B57.
- [Fal12] Valentin Falkenhahn. „Modellgestützte Kraft- und Bahnregelung von pneumatischen Aktuatoren am Beispiel der ExoHand“. Diplomarbeit. Universität Stuttgart, 2012.
- [Gö3] Manfred Göttert. „Bahnregelung servopneumatischer Antriebe“. Diss. Universität Siegen, 2003.
- [Gre+11] M. Grebenstein, A. Albu-Schäffer, T. Bahls, M. Chalon, O. Eiberger, W. Friedl, R. Gruber, U. Hagn, R. Haslinger, H. Höppner, S. Jörg, M. Nickl, A. Nothelfer, F. Petit, B. Pleintinger, J. Reil, N. Seitz, T. Wimböck, S. Wolf, T. Wüsthoff und G. Hirzinger. „The DLR Hand Arm System“. In: *IEEE International Conference* (2011), S. 3175–3182.
- [HGP97] Bodo Heinmann, Wilfried Gerth und Karl Popp. *Mechatronik: Komponenten - Methoden - Beispiele*. 3. Aufl. Carl Hanser Verlag, 1997. ISBN: 3-446-40599-2.
- [HK97] A. R. Hirakawa und A. Kawamura. „Trajectory planning of redundant manipulators for minimum energy consumption without matrix inversion“. In: *ICRA* (1997), S. 2415–2420.
- [HM01] R. Höpler und P.J. Mosterman. „Model integrated computing in robot control to synthesize realtime embedded code“. In: *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)* (2001), S. 767–772.
- [Hah00] Hubert Hahn. „Nichtlineare Regelung eines servopneumatischen Antriebs“. In: *Automatisierungstechnik* 48.3 (2000), S. 140–150.
- [Hey+13] T. Heyer, L. Fotoohi, U. Lange, H. Kampe, B. Enjarini, S. Heyer, C. Fragkopoulos und D. Ristic-Durrant. „A Supportive FRIEND at Work: Robotic Workplace Assistance for the Disabled“. In: *IEEE Robotics and Automation Magazine* 20.4 (2013), S. 148–159.
- [Hil09] Alexander Hildebrandt. „Regelung und Auslegung servopneumatischer Aktuator-systeme“. Diss. Universität Stuttgart, 2009.
- [Iiw] *LBR iiwa - Spezifikation*. KUKA Roboter GmbH. 2015.
- [Ins] *Industrielle Servicerobotik*. Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie. 2013.
- [Isi89] Alberto Isidori. *Nonlinear Control Systems*. 2. Aufl. Springer Verlag, 1989. ISBN: 3-540-15595-3.

Literatur

- [KK88] L. Kelmar und P. Khosla. „Automatic generation of kinematics for a reconfigurable modular manipulator system“. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation* 2 (1988), S. 663–668.
- [Lee02] John M. Lee. *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer Verlag, 2002. ISBN: 978-1-4419-9981-8.
- [Lun10] Jan Lunze. *Regelungstechnik 2*. Springer Verlag, 2010. ISBN: 978-3-642-10197-7.
- [Mar15] Christoph Marx. „Nachgiebigkeitsregelung von pneumatischen Aktoren“. Masterarbeit. Hochschule Esslingen, 2015.
- [Neu95] Rüdiger Neumann. „Beobachtergestützte dezentrale entkoppelnde Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken“. Diss. Universität Ulm, 1995.
- [OAL95] H. Olsson, K.J. Astrom und P. Lischinsky. „A new model for control of systems with friction“. In: *Automatic Control* 40.3 (1995), S. 419–425.
- [ohl90] Olaf Ohligschläger. „Pneumatische Zylinderantriebe - thermodynamische Grundlagen und digitale Simulation“. Diss. RHTW Aachen, 1990.
- [Ols96] Henrik Olsson. „Control Systems with Friction“. Diss. Universität Lund (Schweden), 1996.
- [Rot97] Ralf Rothfuß. *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. VDI-Verlag, 1997. ISBN: 3-18-366408-9.
- [SS00] L. Sciavicco und B. Siciliano. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. 2. Aufl. Springer Verlag, 2000. ISBN: 978-1-447-10450-6.
- [Sch+07] Erik Schulenburg, Norbert Elkemann, Markus Fritzsche, Angelika Girstl, Stefan Stiene und Christian Teutsch. „LiSA: A Robot Assistant for Life Sciences“. In: *KI 2007: Advances in Artificial Intelligence* 4667.30 (2007), S. 502–505.
- [Sch04] Güter Schreiber. „Steuerung für redundante Robotersysteme: Benutzer- und aufgabenorientierte Verwendung der Redundanz“. Diss. Universität Stuttgart, 2004.
- [Spo89] M. W. Spong. „Robot Dynamics and Control“. In: *John Wiley and Sons, Inc.* (1989).
- [Sta09] Wolfgang Stamm. „Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen mit flächigen Reibkontakten“. Diss. Universität Karlsruhe, 2009.
- [Sta95] W. Stadler. *Analytical Robotics And Mechatronics*. McGraw-Hill Companies, 1995. ISBN: 978-0-071-13792-8.
- [Vdm] Sicherheit bei der Mensch-Roboter-Kollaboration. VDmA - Robotik and Automation. 2014.
- [WD14] J. C. F. de Winter und D. Dodou. „Why the Fitts list has persisted throughout the history of function allocation“. In: *Cognition, Technology and Work* 16.1 (2014), S. 1–11.
- [WO82] M. W. Walker und D. E. Orin. „Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms“. In: *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, Transactions of ASME* 104.3 (1982), S. 205–211.
- [Wen08] Michael Wenz. „Automatische Konfiguration der Bewegungssteuerung von Industrierobotern“. Diss. Universität Karlsruhe, 2008.

- [Wit77] Jens Wittenburg. *Dynamics of Systems of Rigid Bodies*. 1. Aufl. Vieweg und Teubner Verlag, 1977. ISBN: 978-3-322-90943-5.
- [Yum] *YuMi: Zusammen in die Zukunft der Automatisierung*. ABB Automation GmbH. 2015.
- [ZN97] Z. Zhou und C. C. Nguyen. „Joint configuration conservation and joint limit avoidance of redundant manipulators“. In: *ICRA* (1997), S. 2421–2426.
- [Zei14] Michael Zeitz. *Vorlesungsmanuskript Flache Systeme*. Universität Stuttgart, Institut für Systemdynamik, 2014.