

## Aula 12 – Gramática Regular

Usando o conceito de Gramáticas (G), é possível definir tanto Linguagens Regulares como Linguagens Não Regulares. Entretanto, é possível estabelecer restrições nas regras de produção, de tal forma a definir exatamente a Classe das Linguagens Regulares.

Existe mais de uma forma de restringir as regras de produção de forma a definir uma *Gramática Regular*. A seguir, serão apresentadas quatro dessas formas, denominadas *Gramáticas Lineares*.

### 12.1 Definição: Gramáticas Lineares

Seja  $G = (V, T, P, S)$  uma Gramática. Sejam A e B elementos de V e w uma palavra de  $T^*$ . Então G é uma *Gramática Linear* se todas as suas produções se encontram **em uma e somente** uma das seguintes formas:

a) *Gramática Linear à Direita (GLD)*: Todas as regras de produção são da forma:  $A \rightarrow wB$  ou  $A \rightarrow w$

b) *Gramática Linear à Esquerda (GLE)*: Todas as regras de produção são da forma:  $A \rightarrow Bw$  ou  $A \rightarrow w$

c) *Gramática Linear Unitária à Direita (GLUD)*: Todas as regras de produção são como na gramática linear à direita e, adicionalmente:  $|w| = 1$

d) *Gramática Linear Unitária à Esquerda (GLUE)*: Todas as regras de produção são como na gramática linear à esquerda e, adicionalmente:  $|w| = 1$

Nas Gramáticas Lineares, o lado direito de uma produção é constituído por, no máximo, uma variável. Adicionalmente, esta variável, se existir, sempre antecede (linear à esquerda) ou sucede (linear à direita) qualquer subpalavra (eventualmente vazia) de terminais.

### Teorema 1: Equivalência das Gramáticas Lineares

Seja L uma Linguagem. Então:

L é gerada por uma GLD se, e somente se,

L é gerada por uma GLE se, e somente se,

L é gerada por uma GLUD se, e somente se,

L é gerada por uma GLUE.

**Ou seja, as diversas formas das gramáticas lineares são formalismos equivalentes.**

### Definição: Gramática Regular

Uma Gramática G é dita uma *Gramática Regular (GR)*, se G é uma Gramática Linear.

### Definição: Linguagem Gerada

Seja  $G = (V, T, P, S)$  uma Gramática. A *Linguagem Gerada* pela Gramática G, denotada por:

$L(G)$  ou  $GERA(G)$  é tal que:

$L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^+ w\}$

### Exemplo 1: Gramática Regular: $a(ba)^*$

A linguagem gerada pela Expressão Regular  $a(ba)^*$  é gerada pelas seguinte gramática regulares:

#### Exercício:

1 – Considere a seguinte Gramática Linear Unitária à Direita  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ , onde:

$$P = \{ S \rightarrow aA \\ A \rightarrow bB \mid \varepsilon \\ B \rightarrow aA \}$$

Represente o AFND $_{\varepsilon}$  que reconhece a linguagem gerada pela Gramática  $G$  é.

### Exemplo 2: Gramática Regular: $(a + b)^*(aa + bb)$

A linguagem  $(a + b)^*(aa + bb)$  é gerada pelas seguinte gramática regulares (GLD, GLE):

Formalismo da Expressão Regular

$a$  e  $b$  denotam  $\{a\}$  e  $\{b\}$  respectivamente

$(a + b)$  denotam  $\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\}$

$(a + b)^*$  denotam  $\{a, b\}^*$

$aa$  denotam  $\{a\}\{a\} = \{aa\}$

$bb$  denotam  $\{b\}\{b\} = \{bb\}$

$(aa + bb)$  denotam  $\{aa\} \cup \{bb\} = \{aa, bb\}$

$(a + b)^*(aa + bb)$  denotam  $\{a, b\}^*\{aa, bb\}$

GERA:  $\{aa, bb, aaa, abb, baa, bbb, aaaa, aabb, bbba, bbbb, aaaaa, aaabb, bbbba, bbbbbb, \dots\}$

As Gramática Regulares que geram a Linguagem  $(a + b)^*(aa + bb)$  são:

a) Linear à Direita, pois  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$ , onde  $P$  possui as seguintes regras de Produção:

$$P = \{ S \rightarrow aAC \mid bBC \mid C \\ A \rightarrow a \mid aA \\ B \rightarrow b \mid bB \\ C \rightarrow aa \mid bb \mid \varepsilon \}$$

b) Linear à Esquerda, pois  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ , onde  $P$  possui as seguintes regras de Produção:

$$P = \{ S \rightarrow Aaa \mid Abb \\ A \rightarrow Aa \mid Bb \mid \varepsilon \\ B \rightarrow b \mid Bb \mid \varepsilon \}$$

Construa os AFND $_{\varepsilon}$  que reconhecem a Linguagem gerada pelas Gramáticas desenvolvidas acima.

$M = ( )$

$M = ( )$

### Teorema 2: Gramática Regular $\rightarrow$ Linguagem Regular

Se  $L$  é uma Linguagem gerada por uma Gramática Regular, então  $L$  é uma Linguagem Regular.

**Teorema 3: Linguagem Regular  $\rightarrow$  Gramática Regular**

Se  $L$  é uma Linguagem Regular, então existe uma Gramática Regular que Gera  $L$ .