

Aula 13 – Grafos

Um grafo G é constituído por um conjunto V de vértices e por um conjunto de arcos que representam conexões entre os vértices.

$$G = (V, A)$$

Vértices podem ser representados por símbolos, tais como números ou palavras, enquanto os arcos são formados por um par de vértices. Existem dois tipos de grafos: dirigidos ou não dirigidos.

Não Dirigidos: são aqueles em que os arcos indicam sempre uma conexão dupla;

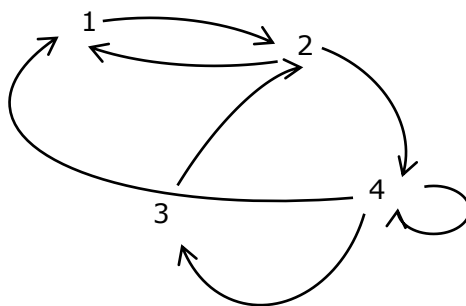
Dirigidos: são aqueles grafos nos quais os arcos indicam o sentido da conexão, fazendo que ela seja simples e orientada.

Exemplo 1: O grafo G pode ser representado graficamente, sendo os arcos denotados por setas orientadas do primeiro para o segundo nó do respectivo par ordenado.

$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{(1,2), (2,1), (2,4), (3,2), (4,1), (4,3), (4,4)\}$$

Figura 1 - Grafo (Exemplo 1)



Conceitos:

- **Adjacência:** vértices ligados por arcos são chamados *adjacentes*.

- **Grau de Entrada (GE):** é dado pelo número de arcos que chegam a determinado vértice. Observe o exemplo anterior:

$$GE(1) = 2$$

$$GE(3) = 1$$

$$GE(2) = 2$$

$$GE(4) = 2$$

- **Grau de Saída (GS):** é o número de vértices adjacentes a determinado vértice.

$$GS(1) = 1$$

$$GS(3) = 1$$

$$GS(2) = 2$$

$$GS(4) = 3$$

- **Caminho:** é definido como uma sequência de um ou mais arcos em que o segundo vértice coincide com o primeiro do seguinte, permitindo a partir de um vértice x atingir um vértice y .

- Circuito (ciclo): quando $x = y$, ou seja, o vértice inicial é igual ao vértice final. No exemplo 1 (Figura 1), temos um circuito unindo os vértices 1 e 2.

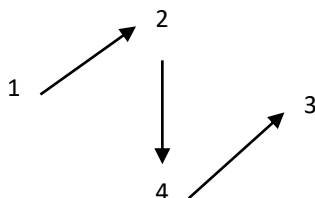
- Laço: circuito de apenas um vértice. No exemplo 1 (Figura 1), temos um laço no vértice 4.

- **Subgrafo:** é um conjunto de vértices de determinado grafo, juntamente com todos os arcos cujas duas extremidades são vértices desse subconjunto. Para representar um subgrafo utiliza-se a definição:

$S=(V',A')$. Ainda utilizando os grafos do exemplo, ao escolher o conjunto $V'=\{2, 3, 4\}$, pode-se definir o subgrafo: $A'=\{(2,4), (3,2), (4,3), (4,4)\}$.

- **Grafo Parcial:** é formado pelo mesmo conjunto de vértices e por um subconjunto de arcos de determinado grafo. O exemplo a seguir (Figura 2) mostra um grafo parcial P do grafo original G (Exemplo 1).

Figura 2 - Grafo Parcial (Exemplo 1)



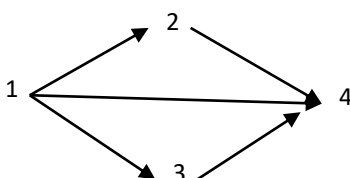
- **Grafo Conexo:** Quando há pelo menos um vértice a partir do qual se pode alcançar qualquer outro vértice. O grafo do exemplo 1, não é conexo, pois o mesmo não possui nenhum vértice que permite alcançar todos os outros vértices.

- **Grafo Fortemente Conexo:** quando a partir de qualquer vértice pode-se alcançar qualquer outro vértice.

- **Grafo Acíclico:** é um grafo sem círculos (ciclos).

- **Redes:** é um grafo com dois vértices especiais: fonte (de onde todos os demais vértices são atingidos) e destino (também chamado de sorvedouro, do qual não parte nenhum arco). A Figura 3 representa uma rede.

Figura 3 – Exemplo de Rede



No grafo representado na Figura 3, o vértice 1 é o vértice forte e o vértice 3 é o destino. Este sempre possui grau de saída (GS) igual a 0.

Como Representar Grafos?

- **Matriz de Adjacência:** podemos utilizar uma matriz quadrada booleana $M(1..n,1..n)$ onde N indica o números de vértices do grafo a ser representado. M é preenchida com valores *Verdadeiro* sempre que vértice j for adjacente a um vértice i e *Falso* quando um vértice j não é adjacente a um vértice. Essa representação não é recomendada quando o grafo tiver um grande número de vértices.

Exemplo: Dados $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A=\{(1,2), (1,5), (2,6), (3,1), (4,1), (4,5), (5,2), (5,6)\}$

| VA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | F | V | F | F | V | F |
| 2 | F | F | F | F | F | V |
| 3 | V | F | F | F | F | F |
| 4 | V | F | F | F | V | F |
| 5 | F | V | F | F | F | V |
| 6 | F | F | F | F | F | F |

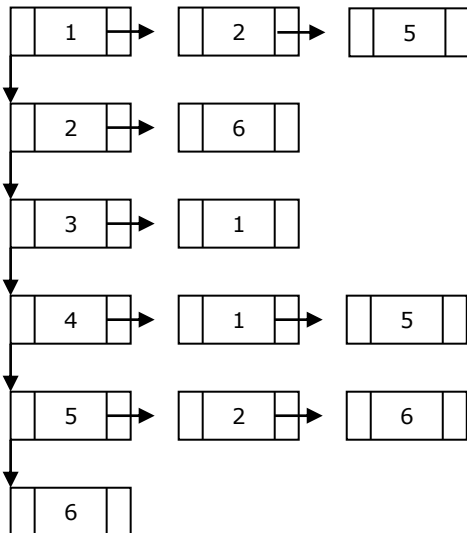
- **Matriz de Incidência:** nesta representação as linhas da matriz são representadas pelos vértices e as colunas pelos arcos. Os arcos devem ser indicados por -1 na origem e +1 no destino.

Exemplo: Dados $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A=\{(1,2), (1,5), (2,6), (3,1), (4,1), (4,5), (5,2), (5,6)\}$

| VA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | | +1 | -1 | -1 | +1 | |
| 2 | -1 | | | | -1 | +1 |
| 3 | +1 | | | | | |
| 4 | +1 | | | | +1 | |
| 5 | -1 | +1 | | -1 | | +1 |
| 6 | | -1 | | | -1 | |

- **Lista de Adjacência:** essa representação é uma lista de lista, onde a primeira lista indica os vértices e, para cada vértice, uma segunda lista indica seus adjacentes.

Exemplo: Dados $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A=\{(1,2), (1,5), (2,6), (3,1), (4,1), (4,5), (5,2), (5,6)\}$



Declaração do Grafo Representado por Lista de Adjacência

```
//Lista de Adjacentes
struct adjacente{
    struct adjacente *prox;
    int a;
};

//Lista de Vértices
struct vertice{
    struct vertice *proxv;
    int v;
    struct adjacente *prox;
};
```