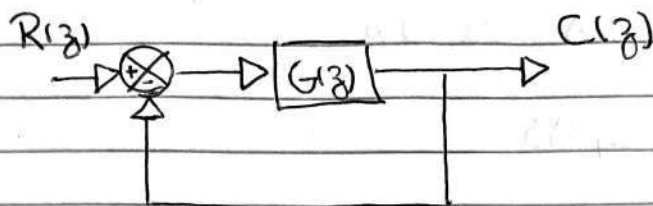


Exercício de Simulação 1

Nome: Rodrigo Naves Reis

Matrícula: 16/0144094



$$G(z) = K \frac{(0,3679z + 0,2642)}{(z-1)(z-0,3679)}$$

1. Critério de Jury

Como $\frac{C(z)}{R(z)}$ é dado por $\frac{G(z)}{1+G(z)}$ podemos

escrever o polinômio característico $P(z)$:

$$P(z) = z^2 + (0,3679K - 1,3679)z + 0,2642K + 0,3679$$

Como $\deg(P(z)) = 2$, basta verificarmos que:

I. $|a_2| < a_0$

II. $P(1) > 0$

III. $P(-1) > 0$

Da condição I temos que: $|0,2642K + 0,3679| < 1$

$$\Rightarrow -1 < 0,2642K + 0,3679 < 1 \Rightarrow -5,178 < K < 2,393$$

Da condição II: $1 + 0,3679K - 1,3679 + 0,2642K + 0,3679 > 0$

$$\Rightarrow K > 0$$

Da condição III: $1 - 0,3679K + 1,3679 + 0,2642K + 0,3679 > 0$
 $\Rightarrow K < 26,382$

A estabilidade do sistema é dada por meio da interseção dos intervalos, ou seja:

$$0 < K < 2,393$$

2. Critério de Routh modificado

Utilizaremos a transformação $z = \frac{s+1}{s-1}$ de modo a

obter $P(s)$:

$$P(s) = \frac{(s+1)^2}{(s-1)^2} + \frac{(0,3679K - 1,3679)(s+1)}{s-1} + 0,2642K + 0,3679 = 0$$

$$\Rightarrow 0,6321K s^2 + (1,2642 - 0,5284K)s + 2,7358 - 0,1037K = 0$$

Construindo a Tabela de Routh

$0,6321K$	$2,7358 - 0,1037K$
$1,2642 - 0,5284K$	0
b_0	

I. $a_2 > 0 \Rightarrow 0,6321K > 0 \Rightarrow K > 0$

II. $a_1 > 0 \Rightarrow 1,2642 - 0,5284K > 0 \Rightarrow K < 2,393$

III. $b_0 > 0 \Rightarrow 2,7358 - 0,1037K > 0 \Rightarrow K < 26,382$

Logo: $0 < K < 2,393$

Note que o intervalo encontrado de fato é idêntico

3. Valor de K e ω_d

Para que a resposta seja oscilatória, basta escolher K de modo que tenhamos estabilidade marginal, isto é, o limite superior do intervalo: $K = 2,393$.

Assim, escrevemos $K = 2,393$ na expressão de $P(z)$:

$$P(z) = z^2 - 0,4875z + 1 = 0$$

As raízes de $P(z) = 0$ são: $z = 0,2438 \pm 0,9698j$

Como $z = e^{Ts}$, temos que $z = \exp(-\zeta\omega_n T + j\omega_d T)$

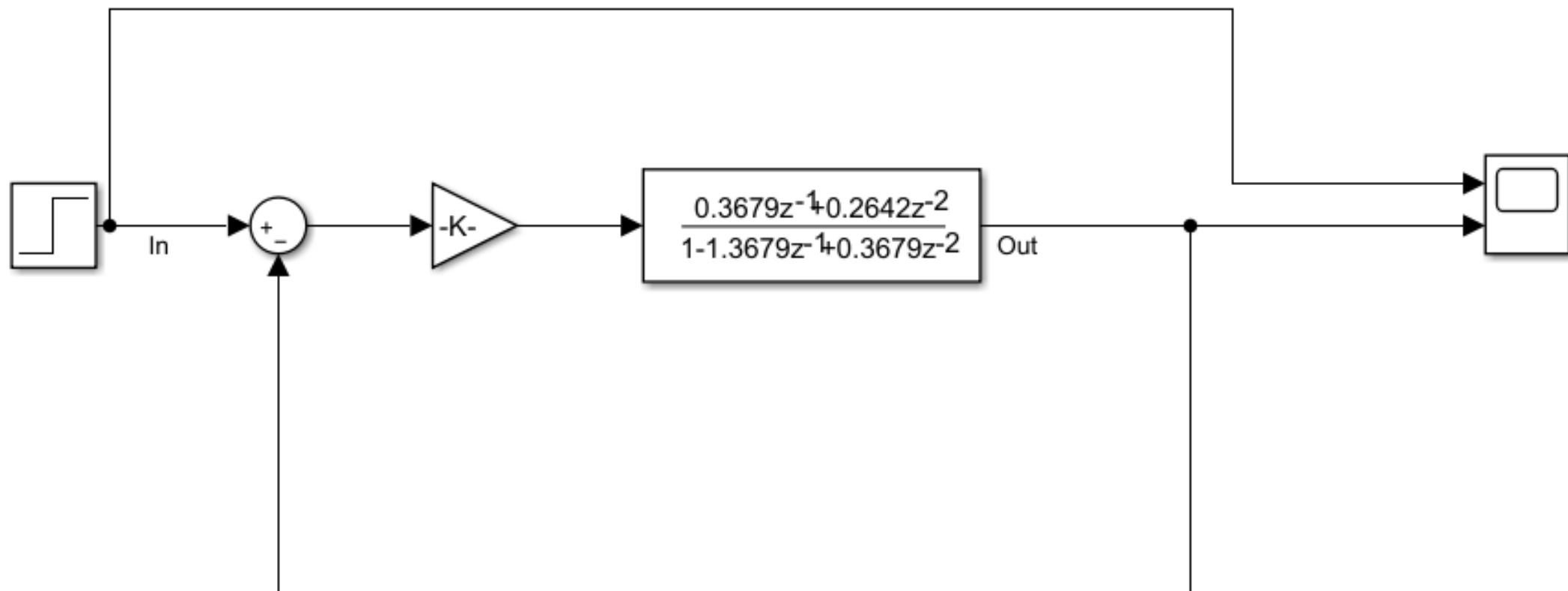
Logo: $\angle z = \omega_d T$, mas como $T = 2\pi/\omega_s$ podemos calcular ω_d :

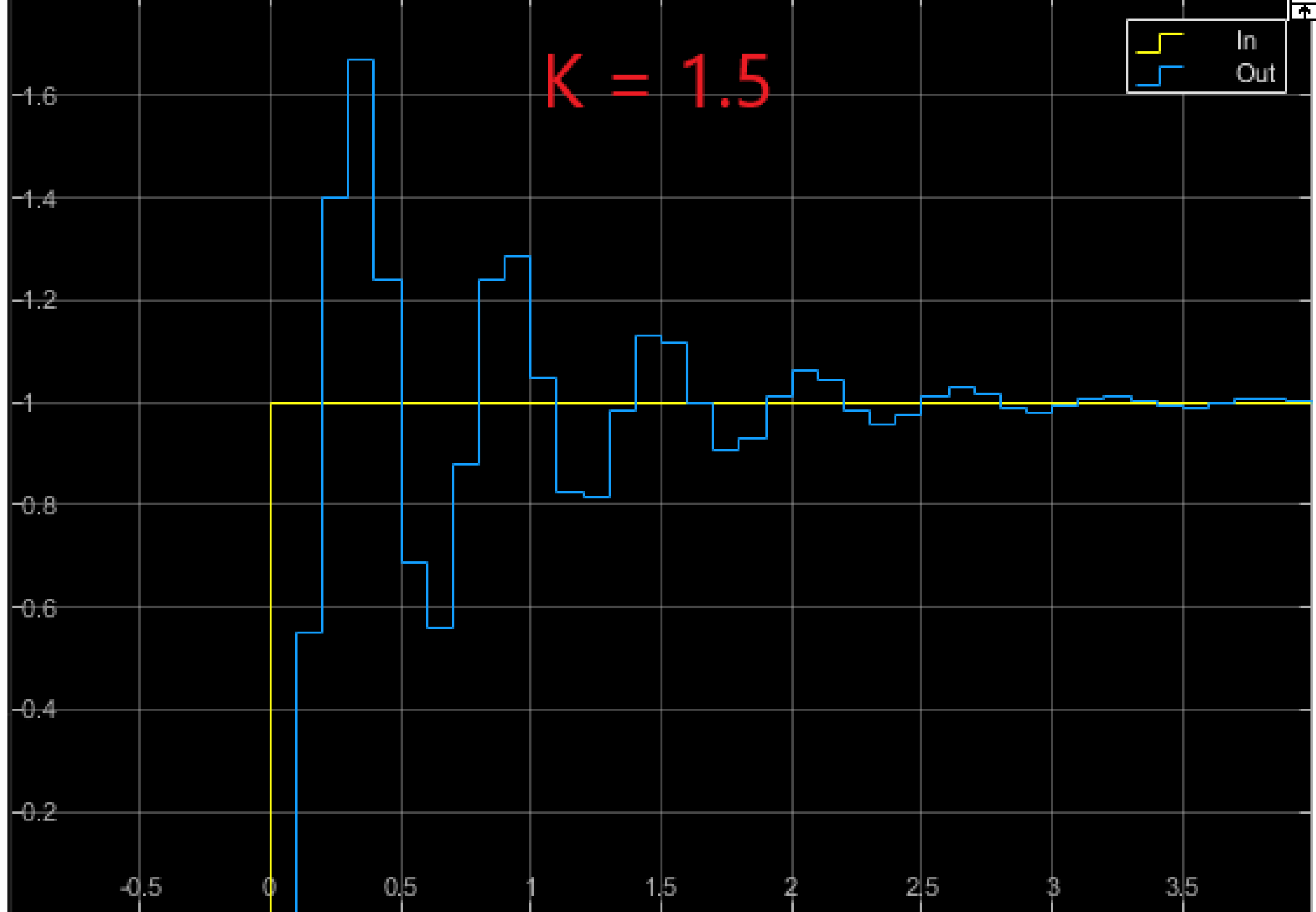
$$\omega_d = \frac{\omega_s}{2\pi} \angle z \quad \therefore \omega_d = 1,325 \text{ rad/s}$$

4. A partir do gráfico da resposta com $K = 2,393$ é possível calcular a frequência de oscilação da resposta marginalmente estável.

Note que $T_d \approx 0,5$ segundos

$$\text{Logo: } \omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = 12,56 \text{ rad/s}$$



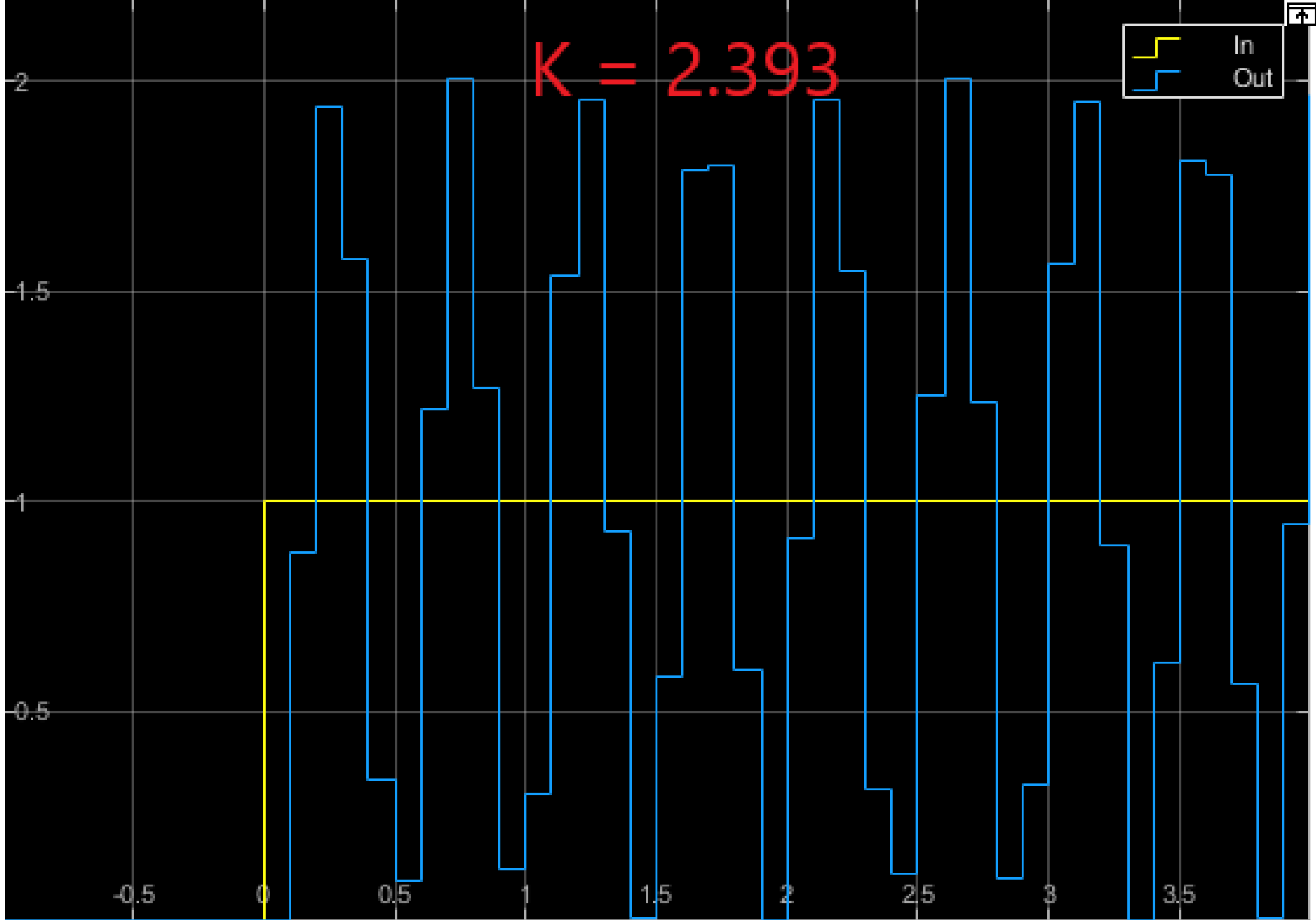


Ready

Sample based

Offset=0

T=5.000

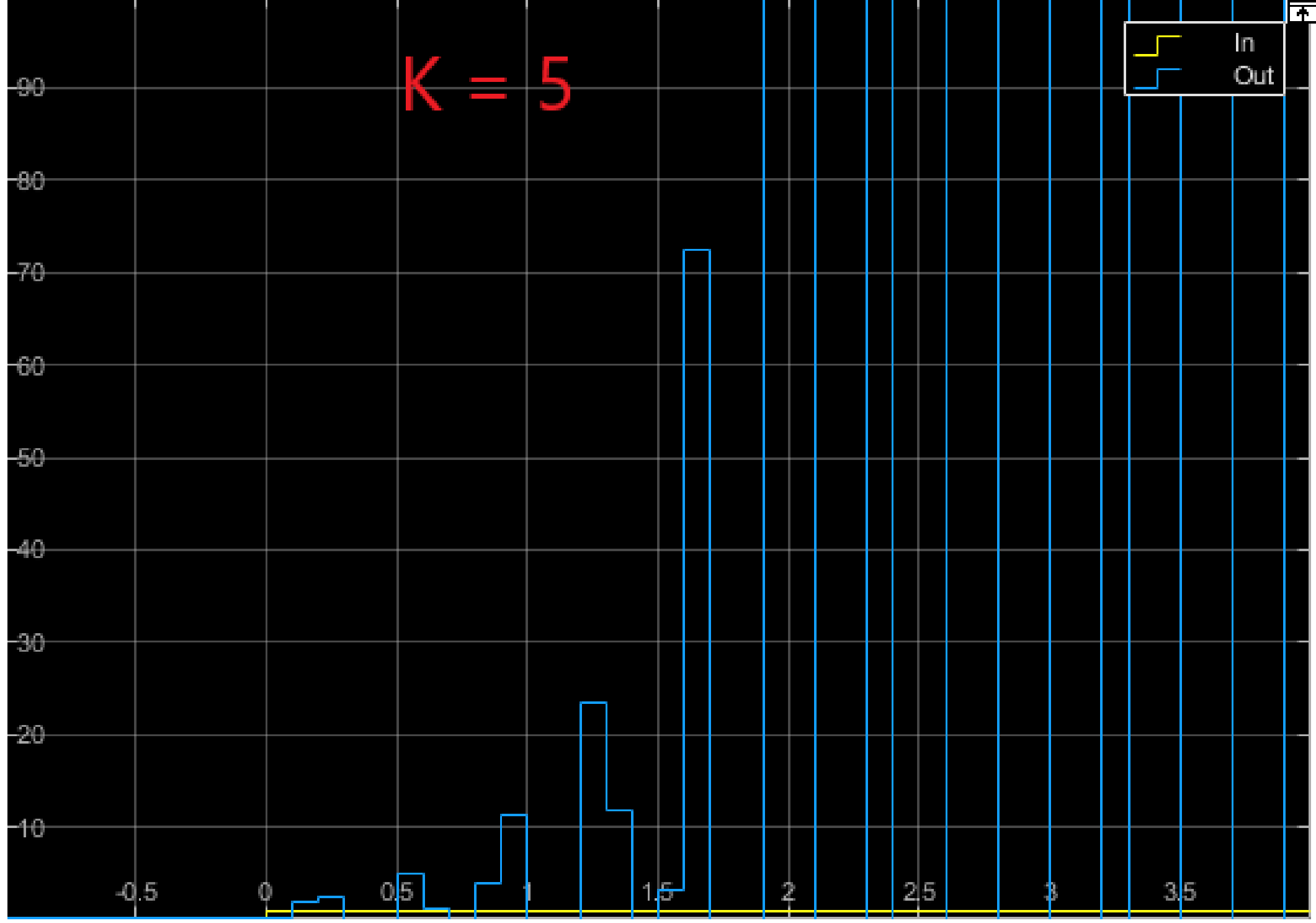


Ready

Sample based

Offset=0

T=5.000

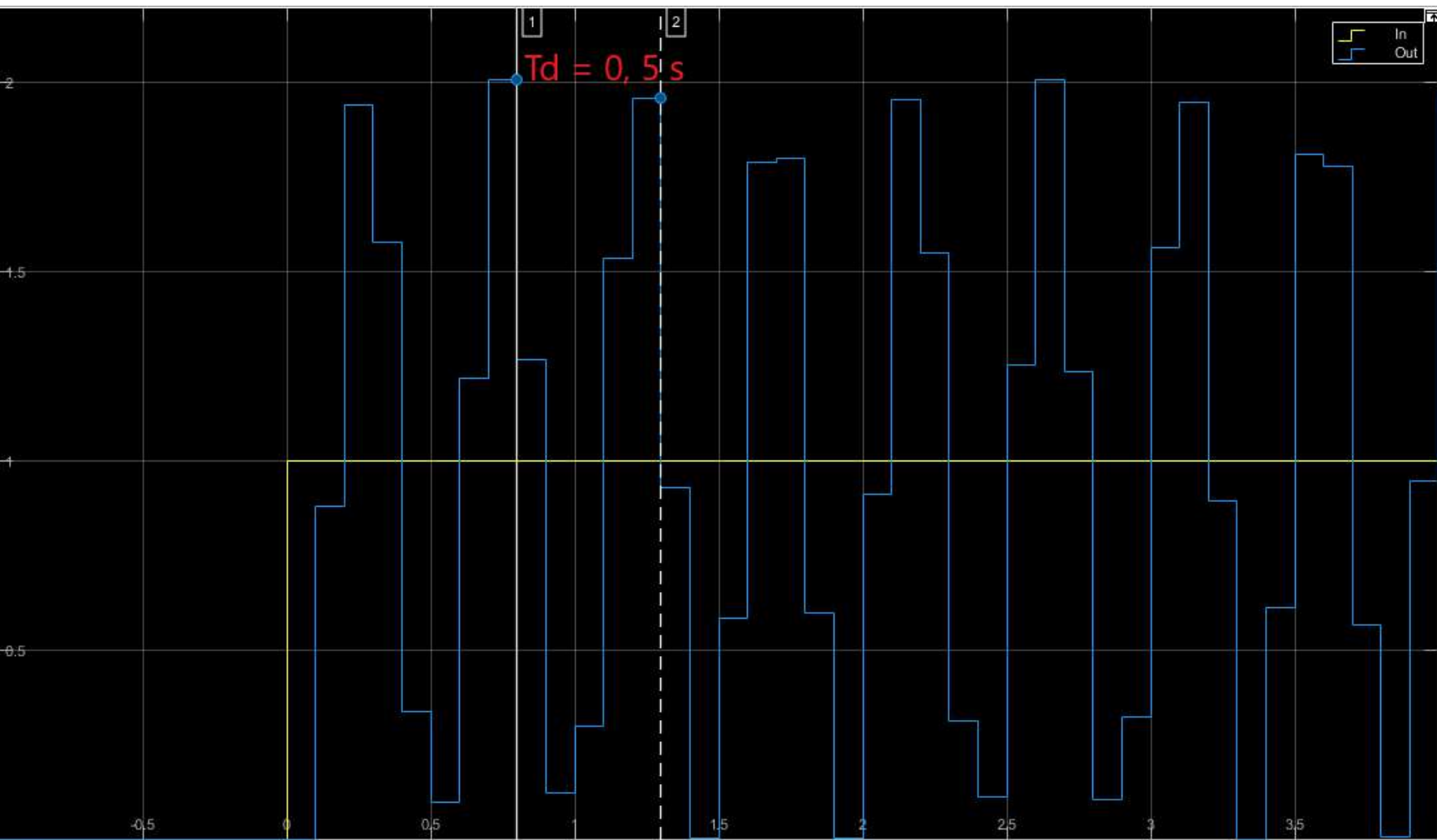


Ready

Sample based

Offset=0

T=5.000



Trace Selection

Out

Cursor Measurements

Settings

- ☐ Screen cursors
 - ☒ Horizontal
 - ☒ Vertical
- ☐ Waveform cursors
 - 1 | Out
 - 2 | Out
- ☐ Lock cursor spacing
- ☐ Snap to data

Measurements

	Time	Value
1	0.799	2.008e+00
2	1.299	1.960e+00
ΔT	500.000 ms	ΔY 4.875e-02
1 / ΔT		2.000 Hz
$\Delta Y / \Delta T$		97.495 (/ks)

Ready

Sample based Offset=0 T=5.000