

Posicionamento da Cabeça de um Disco Rígido

Rodrigo Naves Rios
Engenharia de Controle e Automação - UnB
16/0144094
rodrigoner98@gmail.com

Resumo

O tema do projeto é controle de posição de uma cabeça de HD. Inicialmente, utilizou-se alguns valores típicos presentes na literatura da área para selecionar uma planta adequada. Com isso, foram feitas algumas considerações matemáticas levando em conta a natureza física dos componentes. A partir disso foi possível chegar a uma função de transferência que representasse a planta. Esta foi discretizada, com um período escolhido de modo a não exceder restrições de processamento que caracterizam sistemas reais.

Foram feitos alguns scripts no MATLAB para calcular os valores intermediários e também para os parâmetros do compensador em avanço projetado. De posse dessas variáveis, implementou-se a lei de controle a tempo discreto por meio de um script próprio, que por sua vez foi utilizado pelo simulador. Previamente à apresentação dos resultados, fez-se uma discussão teórica acerca da validade dos valores obtidos a partir do controlador escolhido.

Por fim, observou-se o atendimento aos requisitos estabelecidos por projeto. Foram obtidos os gráficos de saída, erro e ação de controle e, ao final, fez-se uma breve análise de resposta à perturbação.

1. Introdução

Apesar de sua origem remontar a meados dos anos 60, ainda existe vasta utilização de discos rígidos como dispositivos de armazenagem de dados. Novas tecnologias foram desenvolvidas mais recentemente, como os SSD's (Unidade de Estado Sólido), mas os HD's, que ocupam a base da hierarquia de memória, continuam sendo bastante atrativos, especialmente pelo fato de que são baratos. Em termos de sistemas de controle, um problema clássico é realizar o controle de posição de uma cabeça de HD. Esse será o tema deste projeto, cuja modelagem matemática se baseará naquela feita por Bishop e Dorf[1]. Há na literatura especializada outras abordagens similares, como a de Ogata[2].

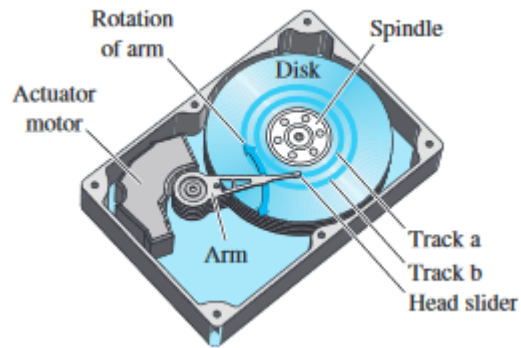


Figura 1: Ilustração de um Disco Rígido

1.1. Caracterização

A movimentação do braço móvel da cabeça de leitura é feita por meio de um motor de corrente contínua (DC) com ímã permanente. A partir da leitura do fluxo magnético, um sinal de controle é entregue ao amplificador, conforme mostra a Figura 2. O controlador que atenderá às especificações substituirá esse bloco amplificador, uma vez que um simples ganho não será necessário para que se atinjam os requisitos de projeto. Vale observar também que um sensor acurado, como o que se considera nesta análise, terá função de transferência $H(s) = 1$ no ramo de realimentação. Além disso, considera-se a haste acoplada à cabeça como totalmente rígida.

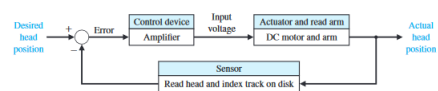


Figura 2: Descrição do Sistema em Termos dos Componentes

1.2. Modelagem

Com o modelo de motor DC controlado pela armadura, chega-se a um sistema de terceira ordem, indicado pela Equação 1:

$$G(s) = \frac{K_m}{s(Js + b)(Ls + R)} \quad (1)$$

Além disso, a Tabela 1 dispõe alguns dados típicos dos parâmetros do sistema.

Parâmetro	Símbolo	Valor Típico (SI)
Momento de Inércia do Conjunto	J	1
Fricção	b	20
Constante do Motor	K_m	5
Indutância da Armadura	L	0.001
Resistência da Armadura	R	1
Amplificação	K_a	10 - 1000

Tabela 1: Parâmetros do Sistema

Uma típica simplificação de projeto é ignorar o termo que contém a menor constante de tempo. Em outras palavras, o polo mais rápido é desconsiderado. A Equação 2 descreve o sistema em termos das constantes de tempo.

$$G(s) = \frac{K_m}{bR} \frac{1}{s(\tau_L s + 1)(\tau s + 1)} \quad (2)$$

Assim sendo, quando $\frac{J}{b} \gg \frac{L}{R}$, podemos escrever o sistema de segunda ordem descrito pela Equação 3. É claro que esse tipo de simplificação ajuda no projeto, mas a simulação levará em conta a descrição completa - de terceira ordem - da planta.

$$G(s) = \frac{K_m}{bR} \frac{1}{s(\tau_L s + 1)} \quad (3)$$

É importante notar que a Equação 1 representa duas funções de transferência em série: a do motor (*voice coil motor* ou VCM, na sigla em inglês) e do conjunto braço-cabeça do HD.

1.3. Especificações de Projeto

As especificações de projeto escolhidas levam em conta propriedades desejadas do sistema físico. Nesse sentido, é importante que a aplicação tenha valores adequados de sobressinal e de tempo de acomodação. Desse modo, definem-se como requisitos:

- t_s : 20% menor em comparação ao sistema amplificado com amplificação típica ($K_a = 15$);
- M_p : inferior ou igual a 10%;

O método utilizado para projetar o controlador será o do lugar geométrico das raízes. Obviamente, pelo fato de existir uma faixa de valores para amplificação, conforme mostra a Tabela 1, cada uma delas geraria um controlador diferente. Fixado K_a em 15, teremos uma especificação única. Além disso, de modo a se atingir os requisitos de forma factível com a aplicação, utiliza-se período de amostragem, T, igual a 0,1 segundo. Em havendo conflito para conseguir um controlador que cumpra o que se espera, escolhe-se priorizar o atendimento ao tempo de acomodação, uma vez que o requisito de sobressinal é mais folgado: um intervalo de valores. Devido ao fato de que a planta é de terceira ordem, será necessária uma análise de dominância para verificar se a teoria utilizada se aplica. Em seguida, poderá se confirmar ou rechaçar esta hipótese por meio da simulação.

2. Projeto do Sistema de Controle

Com as considerações feitas na Seção 1.3, é possível partir para as estratégias de projeto do sistema de controle. Nesse sentido, utiliza-se os valores-padrão da Tabela 1 para escrever a função de transferência que caracteriza a planta:

$$G(s) = \frac{5000}{s(s + 20)(s + 1000)} \quad (4)$$

O próximo passo é fazer a discretização da função de transferência com o valor de período de amostragem definido. Isto é feito com um segurador de ordem zero (ZOH). A função de transferência discreta da planta em série com o ZOH é mostrada na equação 5

$$G(z) = 0,01398 \cdot \frac{(z + 0.5465)(z + 9.045 \cdot 10^{-5})}{z(z - 1)(z - 0.1353)} \quad (5)$$

Antes de encontrar os parâmetros do compensador, devemos localizar o polo desejado de malha fechada. O tempo de acomodação do sistema amplificado é 0,8595 s. Assim, o tempo de acomodação desejado é 0,6876 s. Escolhemos então sobressinal de 10% para o projeto. Utilizamos o conjunto de equações representados por 6, 7 e 8 e então localizamos o par de polos complexos conjugados que se deseja no plano S. A análise pode ser feita somente com um entre o par de polos; escolhe-se o que pertence ao segundo quadrante. Como o projeto é feito a tempo discreto, utilizamos o mapeamento para o plano Z para encontrar a posição do polo de malha fechada neste plano: e^{sT} [3]. Com isso, temos o ponto no plano Z: 0,3919 + 0,3985j.

$$\zeta = \frac{-\ln M_p}{\sqrt{\pi^2 + (\ln M_p)^2}} \quad (6)$$

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} \quad (7)$$

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (8)$$

De posse da posição desejada para o polo de malha fechada, pode-se calcular a fase de $G(z)$ neste ponto. Com essa informação, encontra-se o valor requerido para a fase do controlador, de modo a cumprir a condição de fase. Existem diversas de localizar as posições do zero e do polo do compensador. Escolhe-se o método da bissecção: a partir do valor de fase com o qual o compensador deve contribuir (ϕ), encontram-se as posições que levam à configuração da Figura 1, com a bissecção do segmento APO e a adição de $\frac{\phi}{2}$ em cada lado. Em seguida, calcula-se o ganho do compensador a partir da condição de módulo.

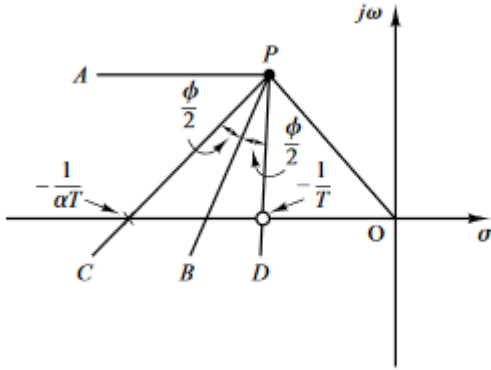


Figura 3: Método da Bissecção

Seguindo o procedimento, encontramos o controlador $G_c(z)$, mostrado na Equação 9. Um ponto importante é que o fato de terem sido encontrados os parâmetros de G_c não implica que os requisitos propostos foram atendidos. O sistema compensado terá três polos e quatro zeros em malha fechada e deverá ter sua devida análise de dominância.

$$G_c(z) = 24,013 \cdot \frac{z - 0,5552}{z - 0,5472} \quad (9)$$

Um fato notório é que, por inspeção, notou-se que uma pequena mudança no valor de algum dos parâmetros que definem os requisitos - M_p e t_s - levou a mudanças significativas no controlador gerado e, em alguns casos, teve como consequência respostas indesejadas, com alto overshoot, por exemplo.

3. Implementação do Projeto

Escolheu-se como filosofia de projeto modularizá-lo e tornar suas partes independentes umas das outras. Desse modo, é possível trocar alguns parâmetros, sem ter que refazer os cálculos para os parâmetros do controlador ou para a ação de controle, que serão feitos de forma automática a partir dos novos valores. Em resumo, há três *scripts*: um que engloba os cálculos de forma geral, um somente para o cômputo dos parâmetros do compensador e um para a

implementação em tempo discreto da ação de controle, que será usada pela simulação. Algumas funções foram criadas de modo a cumprir esse objetivo e são listadas a seguir:

- `CalculaPolo()`: Encontra posição do polo desejado de malha fechada no plano S;
- `CalculaPosicao()`: Encontra a posição do polo desejado no plano Z a partir de $\zeta, \omega_n e T$;
- `ContribuicaoFase()`: Calcula a contribuição de fase entre um polo ou zero e a posição do polo desejado;
- `CalculaFase()`: Calcula a fase de uma dada função de transferência em algum ponto;
- `compensador()`: Realiza o procedimento descrito para calcular os parâmetros de $G_c(z)$;
- `CalculaGanho()`: Encontra o ganho de uma função de transferência em um dado ponto;
- `acao_controle()`: Implementa a lei de controle a tempo discreto;

A Figura 4 mostra o diagrama de blocos que representa o sistema. O controlador é representado por um bloco de função, cuja implementação se faz em um *script* próprio, acima descrito.

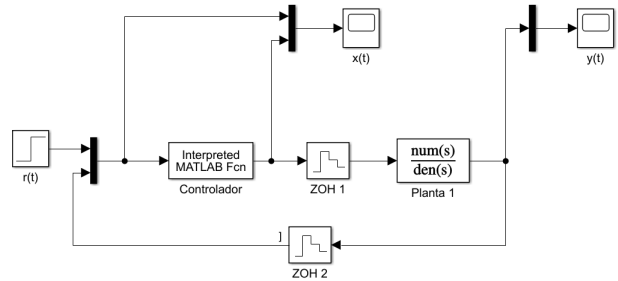


Figura 4: Simulação do Sistema

O controlador pode ser escrito da seguinte forma:

$$G_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)}.$$

Portanto, a ação de controle implementada é a equação de diferenças que representa essa função de transferência. Com condições iniciais nulas e utilizando os parâmetros do compensador, escreve-se:

$$u[k+1] = p_c u[k] + K_c e[k+1] - z_c K_c e[k] \quad (10)$$

A ação de controle é então definida por meio da substituição dos valores encontrados para o compensador da Equação 9 na Equação 10.

4. Resultados e Discussões

Com $G_c(z)$ calculado, é possível obter a função de transferência de malha fechada, indicada na Equação 11:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0.33561 \cdot (z - 0.5552)(z + 0.5465)(z + 9.04 \cdot 10^{-5})}{(z + 5.232 \cdot 10^{-5})(z - 0.5632)(z^2 - 0.7838z + 0.3124)} \quad (11)$$

Em seguida, são feitas considerações sobre os polos de malha fechada e o impacto na resposta desejada. Feito isso, são mostrados os resultados das simulações e faz-se uma discussão a respeito da influência de perturbações. A amplitude do degrau de entrada é 0,1 radianos. Essa é a posição que $y(t)$ deve atingir.

4.1. Atendimento das Especificações

O sistema foi simulado e os sinais de erro, ação de controle e saída foram exportados para o *script* principal, de modo a que se pudesse fazer os gráficos de cada um deles e verificar o comportamento do sistema. Entretanto, é importante que se faça a verificação da dominância dos polos do sistema, para que se possa, em tempo de projeto, saber se a implementação proposta de fato gera uma saída adequada. Isso se faz a partir da posição relativa entre o polo desejado e aos polos reais adicionais no plano S[4]. Faz-se a operação inversa ao mapeamento exato para voltar a este plano. A Tabela 2 traz informações resumidas sobre os polos obtidos com o projeto descrito.

Polo em Z	Constante de Tempo	Polo em S
0,392 + 0,398j	0,172 s	-5.823 + 7,930j
0,392 - 0,398j	0,172 s	-5.823 + 7,930j
0,563	0,174 s	-5,745
-5,23 · 10 ⁻⁵	0,0101 s	-98.5851 + 31.4159i

Tabela 2: Polos de Malha Fechada

O polo em 0,563 poderá atrapalhar a dinâmica esperada, tendo em vista que ele não é suficientemente rápido - não satisfaz a "regra das cinco vezes (Nise). Caso isso ocorra, um procedimento possível para garantir o atendimento aos requisitos é adicionar uma margem de segurança a algum dos parâmetros de projeto (sobressinal, por exemplo), de modo a levar em conta o efeito do polo adicional lento. Com a simulação, será possível verificar se o projeto é satisfatório.

A Figura 5 mostra a saída obtida por meio da simulação do sistema. Os valores obtidos foram os seguintes:

- Tempo de Acomodação: 0,593 s
- Sobressinal: 9,3 %

Observa-se que houve um erro de 13,9% no valor requerido do tempo de acomodação. No entanto, isto não é um

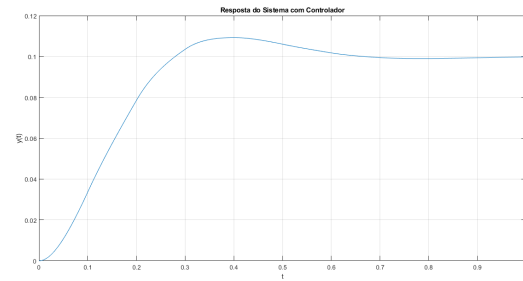


Figura 5: Gráfico de Saída obtido

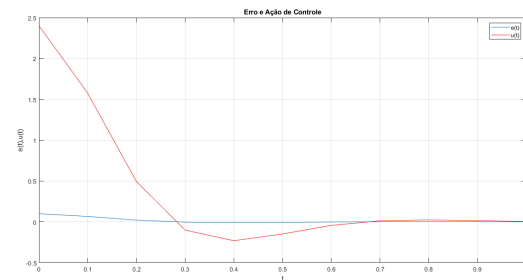


Figura 6: Gráficos de Erro e do Sinal de Controle

problema, visto que o tempo obtido foi ainda menor que o estabelecido de projeto.

O erro e o sinal de controle são mostrados na Figura 6. Com efeito, é possível observar que a acomodação da resposta é atingida de forma rápida também pelo primeiro sinal. Por outro lado, observa-se que o sinal $u(t)$ obtido também é factível para uma aplicação real. É comum que esse tipo de motor (VCM), tenha restrições de tensão de entrada. Em muitos casos, ela é limitada a 3V, o que torna o sinal de controle obtido adequado à aplicação.

4.2. Resposta à Perturbação

Em sistemas físicos, é bastante comum que haja perturbações interferindo na planta. Nesse sentido, é desejável conhecer como o sistema se comporta em resposta a ela. Em muitos casos, um erro máximo na resposta à perturbação é dado como requisito de projeto. A Figura 7 mostra a configuração que leva em conta essa perturbação. A resposta será avaliada na condição em que o degrau da perturbação é unitário e a entrada é nula.

A Figura 8 mostra a resposta à perturbação nas condições descritas. Nota-se que o valor final atingido na resposta é 0,042. Se houvesse uma especificação que pedisse que o erro percentual fosse inferior a 5%, ela teria sido cumprida. Em todo caso, isso dependerá da tolerância construtiva do sistema.

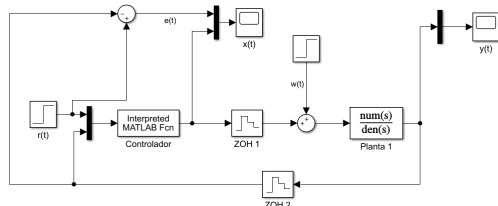


Figura 7: Simulação do Sistema com Perturbação

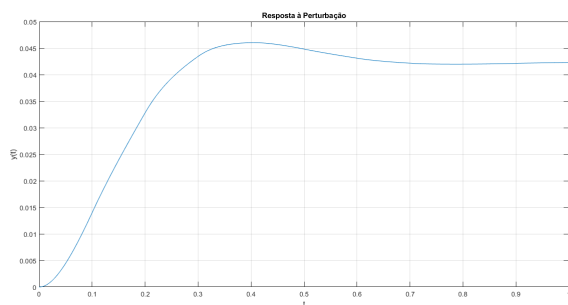


Figura 8: Simulação do Sistema com Perturbação

5. Conclusão

A Seção 4.1 mostra que os requisitos de projeto definidos foram atingidos. O tempo de acomodação obtido foi de 0,593 s, um pouco inferior ao que se definiu como requisito. Em termos de sobrepasso percentual atingiu-se um valor inferior a 10%: 9,3%. A ação de controle, que foi discretizada e implementada por função, apresentou resultados factíveis e que de fato guardaram coerência com o compensador em avanço projetado utilizando a teoria de Lugar Geométrico das Raízes. Embora a regra heurística de dominância de polos não tenha sido cumprida, o que se observou é que a dinâmica da resposta não foi afetada a ponto de descumprir os valores ou intervalos estabelecidos. O erro em estado estacionário, por sua vez, foi praticamente zero em menos de 0,5 segundo - vide tempo de acomodação. Além disso, constatou-se que a resposta à perturbação apresentou erro percentual de 4,2%.

O objetivo de se fazer um projeto com característica modular também foi cumprido. De modo a tornar mais aproximada da realidade a implementação, utilizou-se uma implementação a tempo discreto da ação de controle por meio de um *script*, em vez de configurar valores de um bloco de função de transferência no Simulink. Quando utilizados, os blocos do Simulink, recebem os valores previamente calculados ou definidos no *script* principal - à exceção do controlador, que tem *script próprio*. Por sua vez, o *script* principal também tem funções próprias e faz chamadas a outras, como a de projetar o próprio controlador. Dessa maneira, os cálculos não precisam ser refeitos

cada vez que se muda um parâmetro ou se queira variar o período de amostragem, por exemplo.

Referências

- [1] R. H. Bishop R. C. Dorf. *Modern Control Systems*, pages 122–126. Pearson, 13th edition, 2017.
- [2] K. Ogata. *Modern Control Engineering*, pages 95–97. Prentice Hall, fifth edition, 2010.
- [3] K. Ogata. *Discrete-time control systems*. Prentice Hall, second edition, 1995.
- [4] N. S. Nise. *Engenharia de Sistemas de Controle*. LTC, 2013.