Exercício 6

Nome: Rodrigo Neves Rios
Matrícula: 16/0144094

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}16 & -1 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u[k]$$

$$y[k] = [1 \quad 0]\, x[k]$$

1. Sabemos que a realimentação de estados $\bar{F}$ na F.C.C. é dada por: $\bar{F} = [f_2 \quad f_1] = [\bar{\alpha}_2 - \alpha_2 \quad \bar{\alpha}_1 - \alpha_1]$, onde os α_i's são os coeficientes do polinômio característico em malha aberta e os $\bar{\alpha}_i$'s os coeficientes do polinômio característico com realimentação de estados.

Como os autovalores são $\lambda_{1,2} = 0{,}5 \pm 0{,}5j$, temos:

$$\Delta_f(z) = (z-\lambda_1)(z-\lambda_2) = z^2 - z + 0{,}5 = z^2 + \bar{\alpha}_1 z + \bar{\alpha}_2$$

$$\Rightarrow \bar{\alpha}_1 = -1 \qquad \bar{\alpha}_2 = 0{,}5$$

Em malha aberta:

$$\Delta(z) = \det(zI - G) = \begin{vmatrix} z & -1 \\ 0{,}16 & z+1 \end{vmatrix} = z^2 + z + 0{,}16 = z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 1 \qquad \alpha_2 = 0{,}16$$

Assim: $\bar{F} = [\bar{\alpha}_2 - \alpha_2 \quad \bar{\alpha}_1 - \alpha_1] = [0{,}34 \quad -2]$

$$P = \mathcal{C} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = [H \quad GH] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A realimentação pode então ser calculada: $F = \bar{F} P^{-1} = [0{,}34 \quad -2]$

2. Simulação.

3. Primeiro devemos verificar se (C,G) é observável

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CG \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow (C,G) \text{ é observável}$$

Para que o sistema tenha polos em $z_{1,2} = 0,5 \pm 0,5j$ devemos ter $\Delta_f(z) = (z-z_1)(z-z_2) = z^2 - z + 0,5$ (I)

$$\Delta_f(z) = \det(zI - G + LC) = \det\left(\begin{bmatrix} z & -1 \\ 0,16 & z+1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \det\left(\begin{bmatrix} z+L_1 & -1 \\ 0,16+L_2 & z+1 \end{bmatrix}\right)$$

$$= z^2 + (L_1+1)z + L_1 + L_2 + 0,16 \quad (II)$$

Comparando as expressões (I) e (II)

$$\begin{cases} L_1 + L_2 + 0,16 = 0,5 \\ L_1 + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} L_2 = 2,34 \\ L_1 = -2 \end{matrix} \Rightarrow L = \begin{bmatrix} -2 \\ 2,34 \end{bmatrix}$$

4. Simulação.

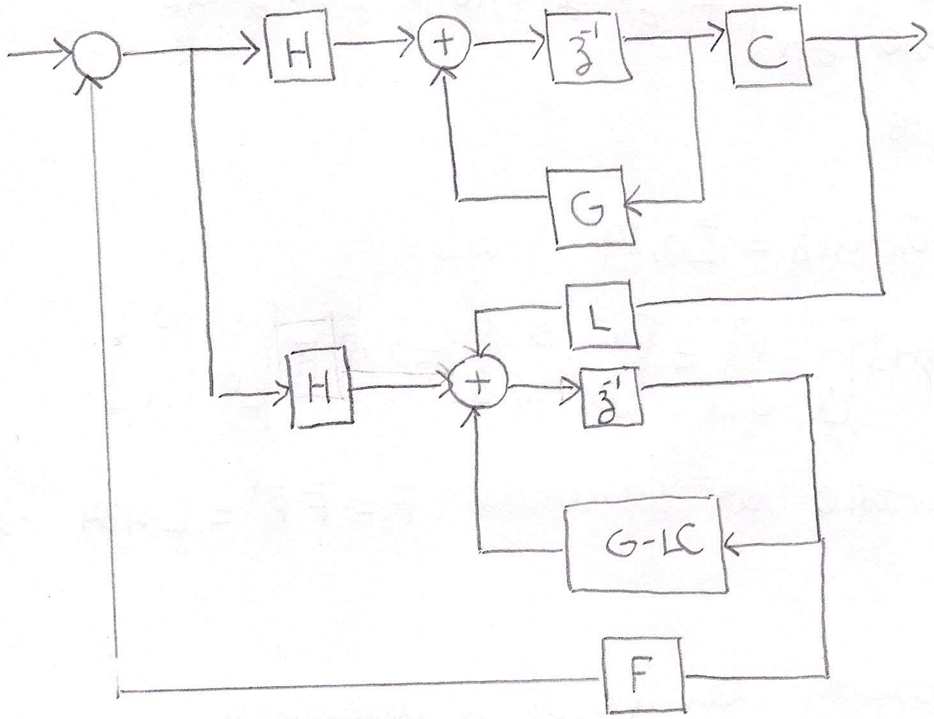
5. Escolhendo $z_{1,2} = 0$ temos

$$\Delta_f(z) = \det(zI - G + LC) = z^2 + (L_1+1)z + L_1 + L_2 + 0,16 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} L_1 = -1 \\ L_2 = 0,84 \end{matrix} \qquad \therefore \quad L = \begin{bmatrix} -1 \\ 0,84 \end{bmatrix}$$

Foram feitas simulações pelos mesmos métodos do item anterior

6.



Foram feitas simulações pelos dois métodos para observador do item 3 $\left(L = \begin{bmatrix} -2 \\ 2,34 \end{bmatrix}\right)$ e também p/ o observador do item 5 $\left(L = \begin{bmatrix} -1 \\ 0,84 \end{bmatrix}\right)$