Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Elétrica
Controle Digital – 1º Semestre – 2020
Prof. Henrique C. Ferreira

2º Exercício de Simulação – 08/09/2020
Data de entrega[1]: 15/09/2020

1. Discretize a função de transferência

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

usando os seguintes métodos

   (a) Transformada z de $G(s)$ com segurador de ordem zero em série;
   (b) Regra retangular para frente;
   (c) Regra retangular para trás;
   (d) Regra trapezoidal;
   (e) Mapeamento exato de pólos e zeros.

Para cada caso, calcule a solução para $u(t) = 0$, $\forall t \geq 0$, $y(0) = 100$, $\dot{y}(0) = 0$, usando período de amostragem $T = 0,1$ s. No Matlab/Simulink (ou software similar), compare a solução exata a tempo contínuo com as soluções aproximadas a tempo discreto e comente os resultados.

2. Considere uma planta com entrada $u(t)$ e saída $y(t)$, cuja função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_P}{Js^2}.$$

Deseja-se utilizar um controlador com a seguinte estrutura

$$U(s) = \frac{bk_C}{a}U_C(s) - k_C\frac{s+b}{s+a}Y(s),$$

onde $U_C(s)$ é o sinal de referência. O polinômio característico de malha fechada deve ser

$$P(s) = (s+\omega_0)(s^2+\omega_0 s+\omega_0^2) = s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3.$$

Para isso, basta escolher os parâmetros do controlador como $a = 2\omega_0$, $b = \omega_0/2$ e $k_C = 2\frac{J\omega_0^2}{k_P}$. Nesse caso, é possível verificar que o tempo de acomodação de 5% do sistema a malha fechada para entrada degrau é $t_s(5\%) = 5,52/\omega_0$. Quando necessário, utilize $\omega_0 = 1$. O arquivo `exsim2model.mdl` anexo (ver fig. 1 caso não consiga abrir o arquivo) contem o diagrama de simulação do sistema a tempo contínuo com controlador contínuo e discretizado. O controlador discretizado pode ser encontrado no arquivo `controller.m` e no arquivo `exsim2script.m` estão definidos os parâmetros e rotinas para simulação dos sistemas com diferentes períodos de amostragem. Abra esses arquivos e rode o arquivo `exsim2script.m`.

[1]Deverão ser apresentados todos os cálculos, *scripts*, diagramas de simulação e gráficos.

(a) Mostre que a função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{Y(s)}{U_C(s)} = \frac{(\omega_0^2/2)(s+2\omega_0)}{s^3+2\omega_0 s^2+2\omega_0^2 s+\omega_0^3};$$

(b) Obtenha o diagrama de bode do sistema a malha fecha e determine a frequência de corte ω_c;

(c) Verifique que a ação de controle pode ser escrita como

$$\begin{aligned} U(s) &= k_C\left(\frac{b}{a}U_C(s) - Y(s) + X(s)\right); \\ X(s) &= \frac{a-b}{s+a}Y(s). \end{aligned}$$

Passando essas equações para o domínio do tempo e fazendo $\frac{dx(t)}{dt} \cong \frac{x(t+T)-x(t)}{T}$, onde T é o período de amostragem, mostre que o controlador pode ser discretizado da seguinte forma

$$\begin{aligned} u[k] &= k_C\left(\frac{b}{a}u_C[k] - y[k] + x[k]\right); \\ x[k+1] &= x[k] + T\left[(a-b)y[k] - ax[k]\right]; \end{aligned}$$

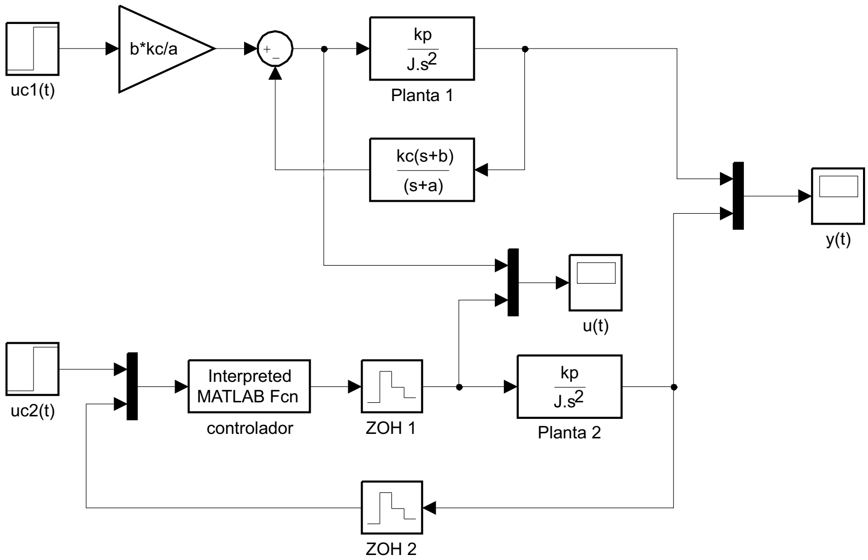
(d) Implemente no Simulink esse sistema com controlador a tempo contínuo e com controlador discretizado com período de amostragem $T = 0,2/\omega_0$, $T = 0,5/\omega_0$ e $T = 1,08/\omega_0$.

(e) Para cada período de amostragem, calcule a relação entre a frequência de amostragem e a frequência de corte do sistema a malha fechada ω_s/ω_c;

(f) Para cada período de amostragem, compare a saída do sistema a malha fechada com controlador contínuo com a saída do sistema a malha fechada com controlador discretizado. O que pode-se afirmar sobre o tempo de assentamento para os sistemas com controlador discretizado?

(g) Para cada período de amostragem, compare a ação de controle do sistema a malha fechada com controlador contínuo com a ação de controle do sistema a malha fechada com controlador discretizado;

(h) O que pode ser concluído a cerca da seleção da frequência de amostragem para discretização de controladores a tempo contínuo?



uc1(t)
b*kc/a
kp
J.s2
Planta 1
kc(s+b)
(s+a)
y(t)
u(t)
uc2(t)
Interpreted
MATLAB Fcn
controlador
ZOH 1
kp
J.s2
Planta 2
ZOH 2

Figura 1: