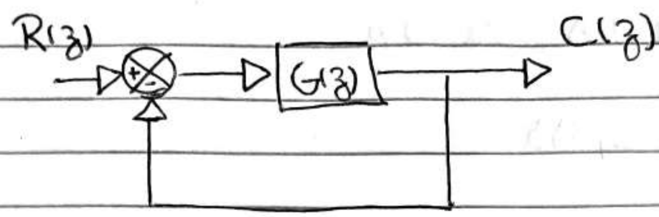
Exercício de Simulação 1

Nome: Rodrigo Neves Rios
Matrícula: 16/0144094



$$G(z) = K\,\frac{(0{,}3679\,z + 0{,}2642)}{(z-1)(z-0{,}3679)}$$

1. Critério de Jury

Como $\frac{C(z)}{R(z)}$ é dado por $\frac{G(z)}{1+G(z)}$ podemos escrever o polinômio característico $P(z)$:

$$P(z) = z^2 + (0{,}3679K - 1{,}3679)\,z + 0{,}2642K + 0{,}3679$$

Como $gr(P(z)) = 2$, basta verificarmos que:

I. $|a_2| < a_0$
II. $P(1) > 0$
III. $P(-1) > 0$

Da condição I temos que: $|0{,}2642K + 0{,}3679| < 1$

$\Rightarrow -1 < 0{,}2642K + 0{,}3679 < 1 \Rightarrow -5{,}178 < K < 2{,}393$

Da condição II: $1 + 0{,}3679K - 1{,}3679 + 0{,}2642K + 0{,}3679 > 0$
$\Rightarrow K > 0$

data . .

S T Q Q S S D

Da condição III: $1 - 0,3679K + 1,3679 + 0,2642K + 0,3679 > 0$

$\Rightarrow K < 26,382$

A estabilidade do sistema é dada por meio da intersecção dos intervalos, ou seja:

$$0 < K < 2,393$$

2. Critério de Routh modificado

Utilizamos a transformação $z = \frac{s+1}{s-1}$ de modo a obter $P(s)$:

$$P(s) = \frac{(s+1)^2}{(s-1)^2} + (0,3679K - 1,3679)\frac{(s+1)}{s-1} + 0,2642K + 0,3679 = 0$$

$$\Rightarrow 0,6321K\, s^2 + (1,2642 - 0,5284K)\, s + 2,7358 - 0,1037K = 0$$

Construindo a Tabela de Routh

	$0,6321K$	$2,7358 - 0,1037K$
	$1,2642 - 0,5284K$	0
	b_0	

I. $a_2 > 0 \Rightarrow 0,6321K > 0 \Rightarrow K > 0$

II. $a_1 > 0 \Rightarrow 1,2642 - 0,5284K > 0 \Rightarrow K < 2,393$

III. $b_0 > 0 \Rightarrow 2,7358 - 0,1037K > 0 \Rightarrow K < 26,382$

Logo: $0 < K < 2,393$

Note que o intervalo encontrado de fato é idêntico data . .

S T Q Q S S D

3. Valor de K e ω_d

Para que a resposta seja oscilatória, basta escolher K de modo que tenhamos estabilidade marginal, isto é, o limite superior do intervalo : $K = 2,393$.

Assim, escrevemos $K = 2,393$ na expressão de $P(z)$:

$$P(z) = z^2 - 0,4875z + 1 = 0$$

As raízes de $P(z) = 0$ são: $z = 0,2438 \pm 0,9698j$

Como $z = e^{Ts}$, temos que $z = \exp(-\zeta\omega_n T + j\omega_d T)$

Logo: $\angle z = \omega_d T$, mas como $T = 2\pi/\omega_s$ podemos calcular ω_d:

$$\omega_d = \frac{\omega_s}{2\pi}\angle z \quad \therefore \omega_d = 1,325 \text{ rad/s}$$

4. A partir do gráfico da resposta com $K = 2,393$, é possível calcular a frequência de oscilação da resposta marginalmente estável.

Note que $T_d \cong 0,5$ segundos

Logo $\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = 12,56$ rad/s