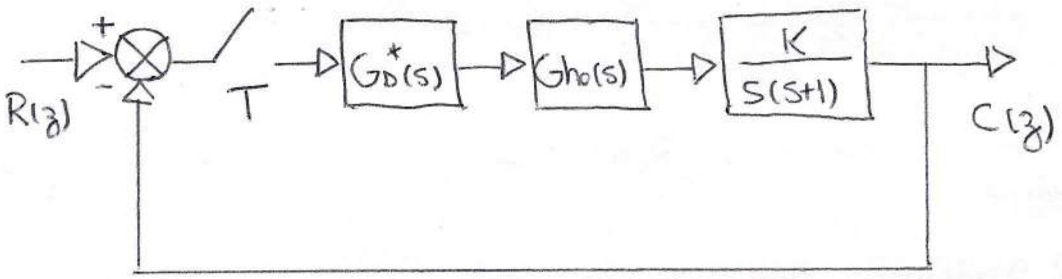
Exercício 4



1.

$$G(z) = \mathcal{Z}\left\{G_{ho}(s)G(s)\right\} = \mathcal{Z}\left\{\frac{(1-e^{-Ts})}{s} \cdot G(s)\right\} = (1-z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$= (1-z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s^2(s+1)}\right\} \xRightarrow{T=0,2} G(z) = 0{,}01873 \cdot \frac{z+0{,}9355}{(z-1)(z-0{,}8187)}$$

Utilizando a transformação bilinear: $z = \dfrac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w}$

$$G(w) = 0{,}01873 \cdot \frac{\frac{1+0{,}1w}{1-0{,}1w} + 0{,}9355}{\left(\frac{1+0{,}1w}{1-0{,}1w} - 1\right)\left(\frac{1+0{,}1w}{1-0{,}1w} - 0{,}8187\right)} \cong \frac{\left(1+\frac{w}{300}\right)\left(1-\frac{w}{10}\right)}{w\,(w+1)}$$

2.

$$K_v = \lim_{w \to 0}\left[w\,G(w)\right] = 2 \Rightarrow \lim_{w \to 0}\left[\frac{\cancel{w} \cdot K \cdot (1+w/300)(1-w/10)}{\cancel{w}(w+1)}\right] = 2$$

$$\Rightarrow K = 2$$

3. Os diagramas constam no final do relatório

4. Por inspeção, observamos que a margem atual é cerca de 31°. Devemos considerar que o compensador irá deslocar a frequência de cruzamento para a direita. Com isso, deveremos acrescer ϕ_m em algum valor. Escolhendo acréscimo de 10°

$$\phi_m = (M_F - M_{F_{atual}}) + 10^\circ = 19^\circ + 10^\circ = 29^\circ$$

O compensador em avanço é escrito como:

$$G_D(w) = \frac{1+\tau w}{1+\alpha\tau w} \quad \text{com} \quad 0 < \alpha < 1$$

Com o avanço máximo descobre-se α:

$$\sin\phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}347$$

Denominaremos a frequência de avanço máximo de ν_m. Ela é dada por: $\nu_m = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$ e o ganho do compensador nela é:

$$|G_D(j\nu_m)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 1{,}697 = 4{,}597 \text{ dB}$$

Como ν_m será a nova frequência de cruzamento, podemos encontrar por inspeção a frequência em que o ganho da planta é $-4{,}597$ dB. Desse modo, ν_m será a frequência de cruzamento do sistema compensado com a linha 0 dB. Por inspeção: $\nu_m \approx 1{,}71$ rad/s.

Note que $\tau = \frac{1}{\nu_m\sqrt{\alpha}} = 0{,}9928$

Com isso temos o compensador:

$$G_D(w) = \frac{1+\tau w}{1+\alpha\tau w} = \frac{1+0{,}9928w}{1+0{,}3445w}$$

5. Os diagramas são mostrados ao final. Observe que a margem de fase obtida é $49{,}5^\circ$ (erro de 1%, o que é aceitável).

6. Agora fazemos a transformação bilinear inversa para retornar ao plano z:

$$w = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$$

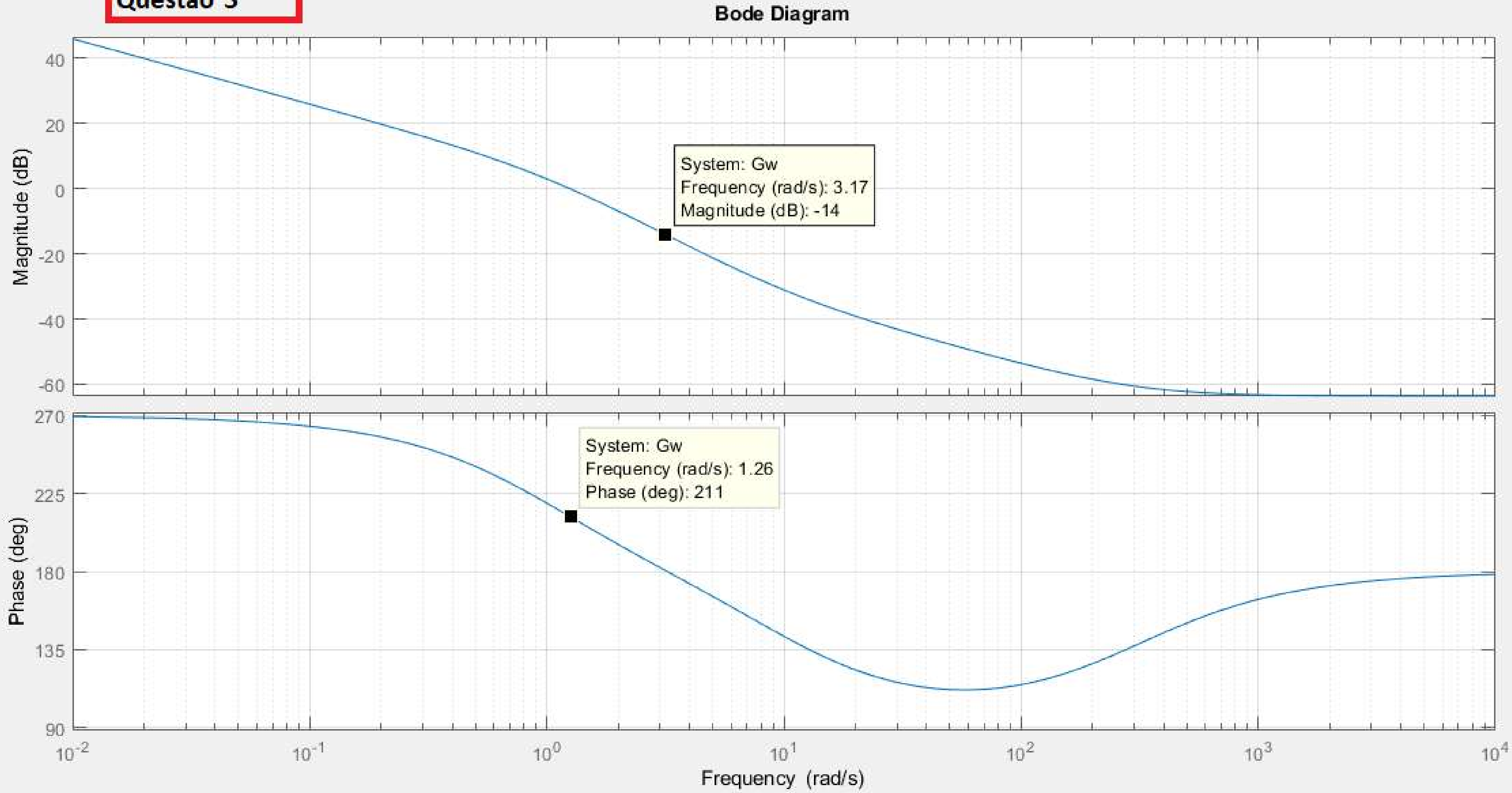
Com $T = 0{,}2\ s$: $\quad w = 10\ \frac{z-1}{z+1}$

$$G_D(z) = \frac{1 + 9{,}928 \cdot \frac{z-1}{z+1}}{1 + 3{,}445 \cdot \frac{z-1}{z+1}} = 2{,}4586\ \frac{(z-0{,}8187)}{(z-0{,}55)}$$

Com $G_D(z)$ calculado, basta obter os diagramas de Bode para $G_D(z) \cdot G(z)$, o que mostramos ao final do relatório.

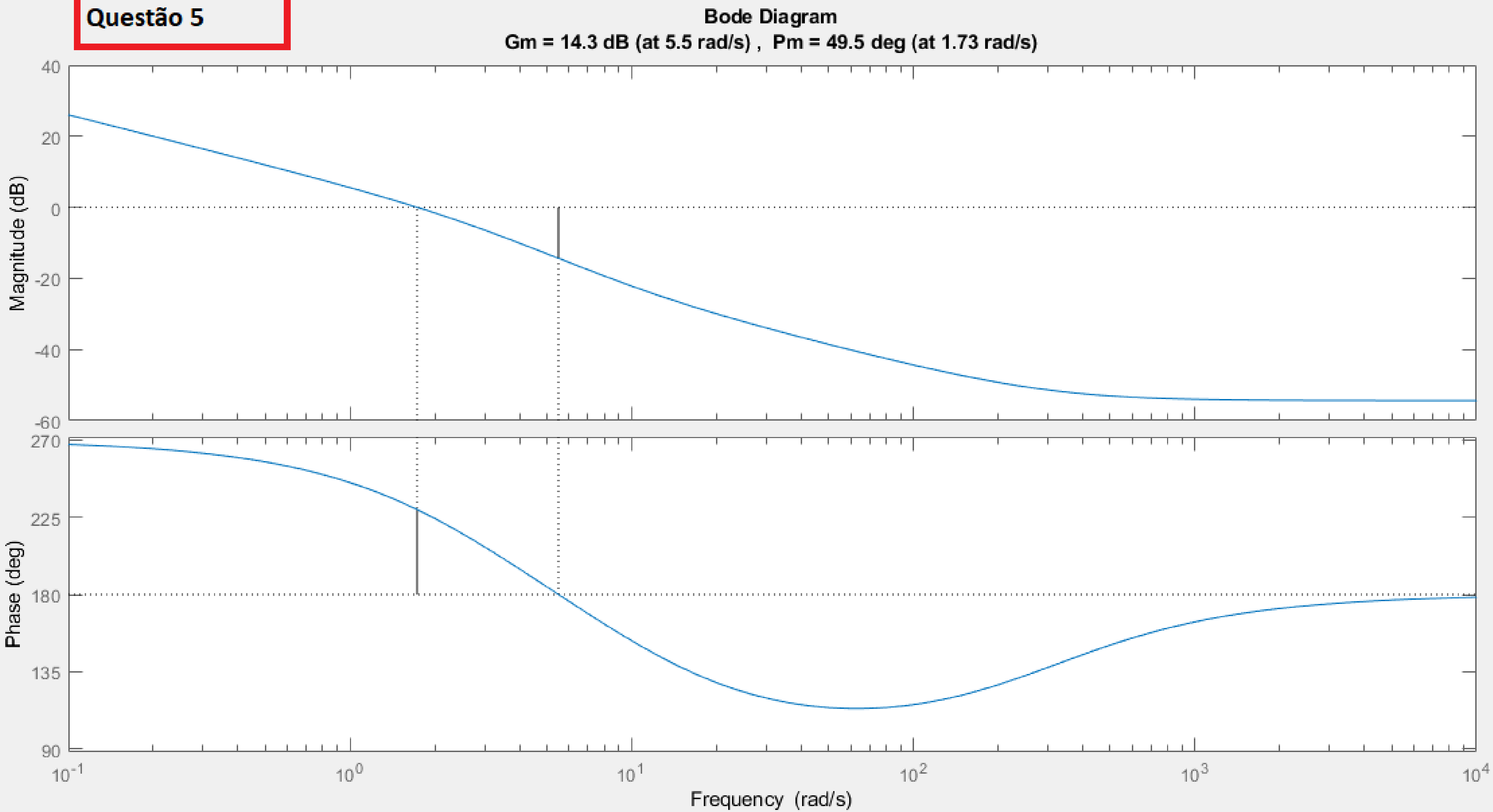
Observa-se que os requisitos foram cumpridos.

Questão 3



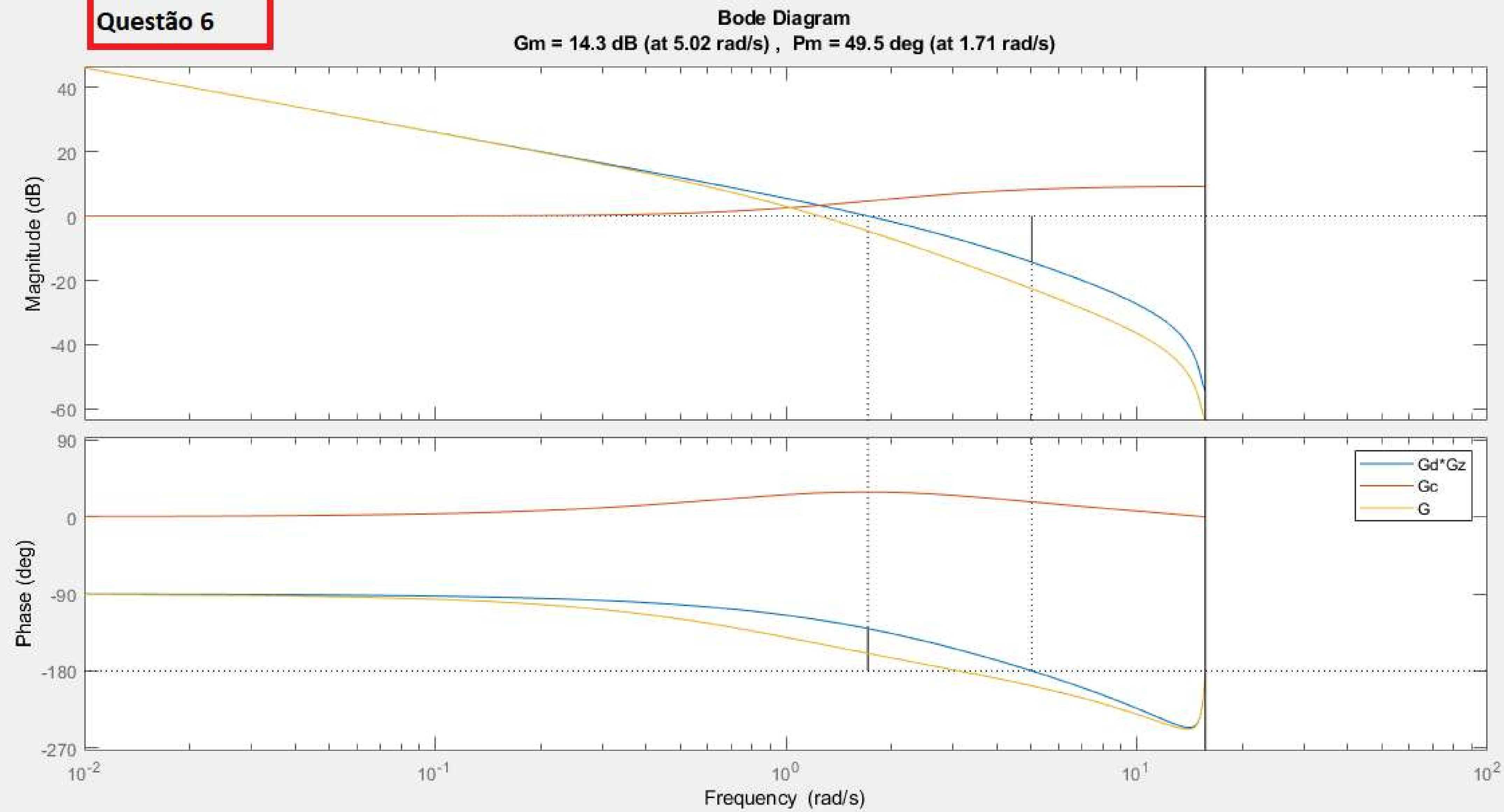
Bode Diagram
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
System: Gw
Frequency (rad/s): 3.17
Magnitude (dB): -14
Phase (deg)
270
225
180
135
90
System: Gw
Frequency (rad/s): 1.26
Phase (deg): 211
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency (rad/s)

Questão 5



Bode Diagram
Gm = 14.3 dB (at 5.5 rad/s) , Pm = 49.5 deg (at 1.73 rad/s)
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
Phase (deg)
270
225
180
135
90
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency (rad/s)

Questão 6



Bode Diagram
Gm = 14.3 dB (at 5.02 rad/s) , Pm = 49.5 deg (at 1.71 rad/s)
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
Phase (deg)
90
0
-90
-180
-270
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
Frequency (rad/s)
Gd*Gz
Gc
G