

CPA: Lista de Exercícios Obrigatórios 2 (2020/2)

Questão 1 – Seja (P, T, A, w, x) uma rede de Petri marcada tal que:

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}; T = \{t_1, t_2\};$$

$$A = \{(p_1, t_1), (p_1, t_2), (p_2, t_2), (t_1, p_1), (t_1, p_2), (t_2, p_3)\}.$$

$$w: (P \times T) \cup (T \times P) \rightarrow \mathbb{N}; \quad w(a) = \begin{cases} 1, & \text{se } a \in A \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Reproduza o grafo dessa rede de Petri e faça o que se pede nos itens seguintes.

- Construa a árvore de cobertura da rede e use-a para classificar as transições t_1 e t_2 como $L0$ -viva, $L1$ -viva, $L2$ -viva, $L3$ -viva ou $L4$ -viva, considerando como estado inicial (i) $x_0 = [1 \ 0 \ 0]$ e, em seguida, (ii) $x_0 = [0 \ 1 \ 0]$.
- Considere $x_0 = [1 \ 0 \ 0]$ como estado inicial. A rede é conservativa? Use as técnicas da árvore de cobertura e a de invariantes por lugar para constatar ou não essa propriedade. Compare as duas soluções.

Questão 2 – Seja $N = (P, T, A, w, E, \ell, x_0, X_m)$ uma rede de Petri rotulada cuja estrutura (P, T, A, w) é definida como:

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}; T = \{t_1, t_2, t_3\};$$

$$A = \{(p_1, t_2), (p_2, t_2), (p_2, t_3), (p_3, t_1), (t_1, p_1), (t_1, p_2), (t_2, p_3), (t_3, p_2), (t_3, p_3)\}.$$

$$w: (P \times T) \cup (T \times P) \rightarrow \mathbb{N}; \quad w(a) = \begin{cases} 1, & \text{se } a \in A \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Reproduza o grafo de N e faça o que se pede nos itens abaixo:

- Tomando $x_0 = [0 \ 1 \ 0]$, construa a árvore de alcançabilidade de N representando todos os estados alcançáveis por uma sequência de até 7 (sete) disparos de transições. Observação: lembre-se que a construção da árvore não precisa prosseguir a partir de um estado que se repete (considerando-se o caminho de x_0 até o referido estado). Ainda, destaque os estados duplicados e terminais (aqueles nos quais nenhuma transição está habilitada).
- Construa a árvore de cobertura de N para o estado inicial do item “a”. Destaque os estados duplicados e terminais.
- A partir da árvore de cobertura construída no item “b”, responda justificadamente: N é limitada? Ela é conservativa, ou seja, existe $\gamma \in \mathbb{N}^3 \setminus \{0\}$ tal que $x\gamma^T = C$ para todo $x \in R(N)$ e sendo $C \in \mathbb{N}$ uma constante?
- Mostre que as duas relações abaixo são válidas:
 - $x(p_1) - x(p_2) = x_0(p_1) - x_0(p_2)$;
 - $x(p_1) + x(p_3) = x_0(p_1) + x_0(p_3) + |P_3(t)|$, onde a projeção P_3 é definida como $P_3: T^* \rightarrow \{t_3\}^*$, e sendo $t \in T^*$ tal que $x = f^{ext}(x_0, t)$.

Em ambos os casos, as relações são válidas para todo $x_0 = [x_0(p_1) \ x_0(p_2) \ x_0(p_3)] \in \mathbb{N}$ e $\forall x = [x(p_1) \ x(p_2) \ x(p_3)] \in R(N)$.

- e) Considerando o item “d”, que relações existem entre $x(p_1)$ e $x(p_2)$ e as projeções $P_1: T^* \rightarrow \{t_1\}^*$ e $P_2: T^* \rightarrow \{t_2\}^*$?
- f) Repita o item “a” tomando agora $x_0 = [0 \ 0 \ 1]$.
- g) Repita o item “b” também com $x_0 = [0 \ 0 \ 1]$.
- h) Repita o item “c” com $x_0 = [0 \ 0 \ 1]$.

Questão 3 – As Figuras 1 e 2¹ mostram a vista superior e lateral da instalação hidráulica de uma piscina. No canto superior esquerdo da Figura 1 são exibidos a bomba (cinza) e o filtro (verde), o qual possui basicamente quatro configurações distintas:

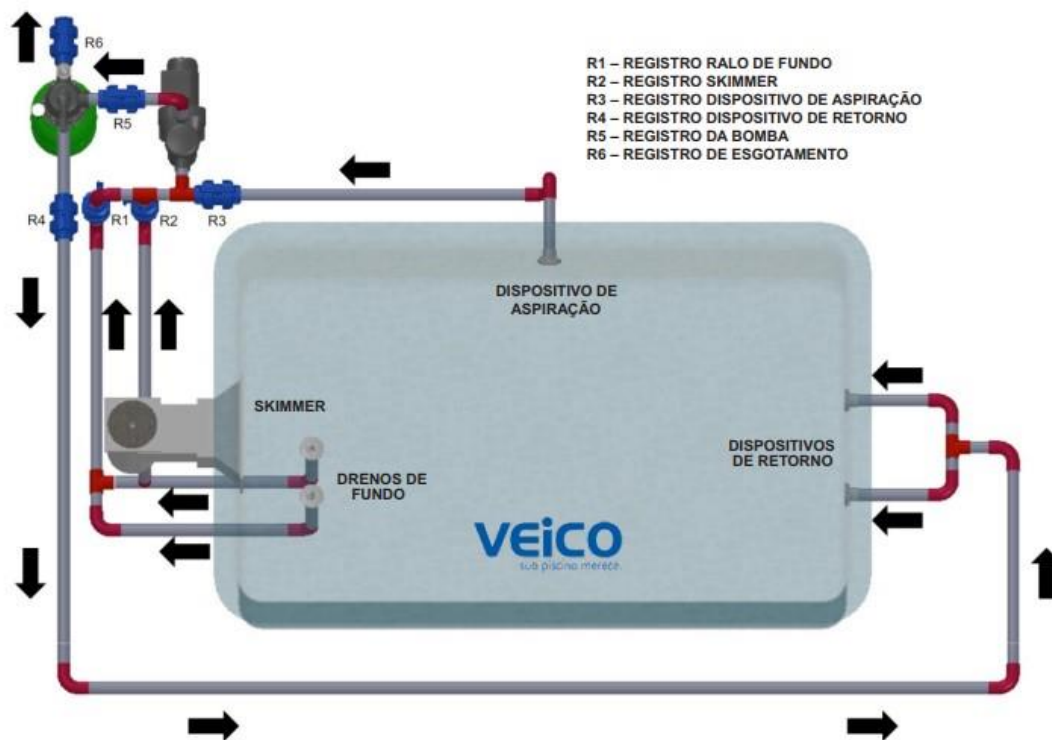


Figura 1

¹ Imagens retiradas dos manuais da fabricante Veico.

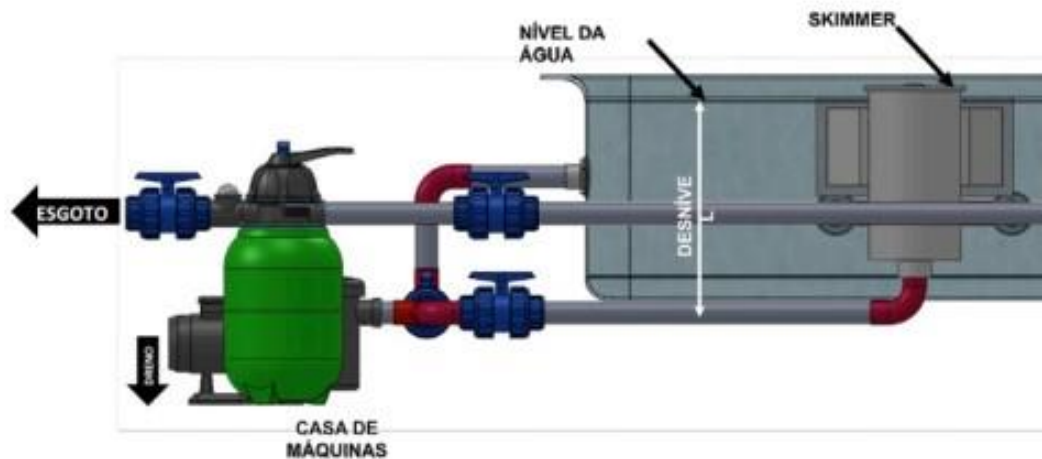


Figura 2

- **Drenar:** essa configuração é usada durante a aspiração do fundo da piscina feita em sua limpeza periódica, quando a água aspirada passa através das válvulas R3 e R5, sendo os rejeitos despejados na saída para o esgoto (através da válvula R6).
- **Filtrar:** essa configuração é usada periodicamente para filtrar a água da piscina. Nesse modo, a água é absorvida pelos drenos de fundo e *skimmer*, passando pelas válvulas R1 e R2, em seguida pela bomba e a válvula R5, sendo filtrada pela areia do filtro e devolvida à piscina através da válvula R4 e dos bicos de retorno.
- **Circular:** nessa configuração a água circula do mesmo modo que no modo de filtragem, não passando, porém, pela areia do filtro, sendo redirecionada diretamente pelo mesmo de volta para a piscina. Esse modo é útil para uniformizar a temperatura da água, pondo-a em circulação, e para alimentar a cascata (não mostrada nas figuras, mas que se comporta como outro tipo de retorno).
- **Retrolavar:** esse modo é usado para lavar a areia do filtro. Assim, a água é absorvida pelos drenos de fundo e *skimmer*, passando pela areia do filtro, mas por meio de uma saída interna distinta da usada na filtragem. Nesse caso, a areia do filtro é agitada para que as partículas de sujeira possam ser expelidas. Em seguida, a água é despejada na saída para o esgoto através de R6.

A Figura 3 ilustra essas quatro configurações, a saída do dreno é direcionada para o esgoto.

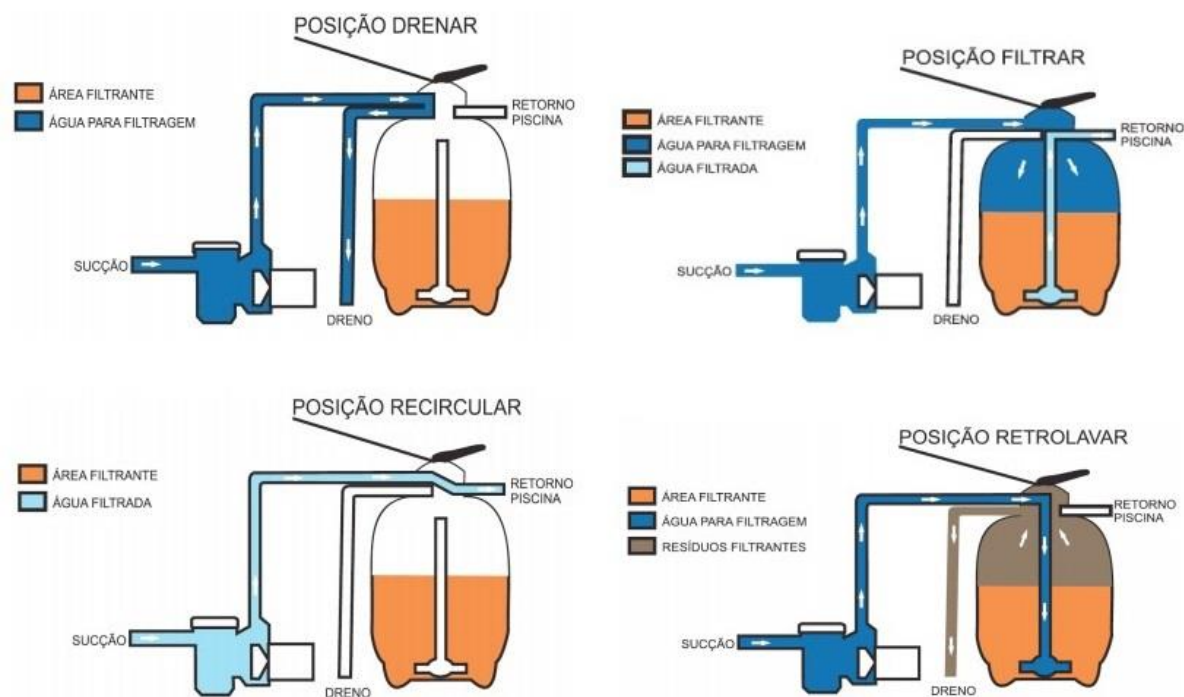


Figura 3

Deve-se observar que cada tipo de operação exige a manobra das válvulas R1, R2 e R3. Pela descrição anterior, as posições da válvula em cada modo são as mostradas na Tabela 1.

Tabela 1

Operação	Posição das válvulas		
	R1	R2	R3
Drenar (aspiração)	Fechada	Fechada	Aberta
Filtrar	Aberta	Aberta	Fechada
Circular	Aberta	Aberta	Fechada
Retrolavar	Aberta	Aberta	Fechada

As válvulas R5, R6 e R4 não são manobráveis (ou não precisam sê-lo), são válvulas de retenção (unidirecionais) rosqueáveis que impedem o refluxo de água e ainda facilitam a manutenção pela desinstalação fácil das tubulações ligadas ao filtro e à bomba.

A operação de filtragem da piscina deve ser realizada periodicamente a cada 24 horas, enquanto a de limpeza com a aspiração do fundo deve ser feita a cada 14 dias (para piscinas não usadas frequentemente). A retrolavagem do filtro deve ser feita

imediatamente após a limpeza do fundo por aspiração. Por fim, a circulação pode ser acionada de acordo com a vontade do usuário, desde que as outras operações não estejam em andamento.

A partir das informações dadas, faça o que se pede nos itens abaixo:

- a) Crie uma rede de Petri que modele o funcionamento do sistema hidráulico da piscina e seus quatro modos de operação, periodicidade, etc. Inclua também o caso em que a bomba e o filtro não estejam sendo utilizados. Esse modelo deve ser geral, ou seja, ele não precisa levar em conta as manobras específicas das válvulas, mas tão somente o comportamento do sistema tendo em vista as quatro configurações do filtro. Indique a interpretação de cada lugar e cada transição da rede tendo em vista a descrição do sistema.

Dica: crie transições indicando a entrada em determinada configuração e lugares indicando que o sistema está executando certa operação ou nenhuma. Não se esqueça de modelar a periodicidade das operações de filtragem e limpeza por aspiração.

- b) Suponha que ao invés de usar válvulas manuais, você substituirá R1, R2 e R3 por válvulas solenoides controladas por um CLP², o qual também fará a comutação da válvula do filtro (responsável por mudar suas configurações) e o acionamento da bomba. Ainda, sensores de proximidade capacitivos serão usados para indicar a posição de cada válvula. Antes de programar o CLP, você deve incluir no seu modelo de rede de Petri feito no item “a” as manobras a serem feitas em cada válvula de acordo com a operação do filtro usando as informações da Tabela 1. Construa o novo diagrama da rede e dê a interpretação dos lugares e transições. Atenção: seu modelo não pode permitir estados proibidos, por exemplo, estados em que R1, R2 e R3 estejam fechadas e a bomba esteja ligada, o que poderia danificá-la (inclua um lugar para indicar o estado da bomba, se necessário).

Dica: inclua lugares representando os estados de cada válvula e transições indicando as manobras das mesmas. Um lugar representando o estado da bomba e as transições associadas também pode ser incluídos.

- c) Construa as árvores de cobertura das redes de Petri dos itens “a” e “b”.

Questão 4 – A Figura 4 mostra o grafo de uma rede de Petri temporizada (P, T, A, w, x, V) , onde o conjunto das transições temporizadas é $T_D = \{t_{1A}, t_{1B}, t_{2A}, t_{2B}, t_{4A}, t_{4B}\} \subset T$. A estrutura de temporização V é definida pelas sequências de durações $\{v_{1A}, v_{1B}, v_{2A}, v_{2B}, v_{4A}, v_{4B}\} = V$. Ainda, dadas as constantes reais positivas $c_{1A}, c_{1B}, c_{2A}, c_{2B}, c_{4A}, c_{4B}$, suponha que $v_{ix} = \{c_{ix}, c_{ix}, c_{ix}, \dots\}$, onde $i \in \{1, 2, 4\}$ e x pode ser A ou B , isto é, $v_{ix,k} = c_{ix}$ para todo $k = 1, 2, \dots$

² Controlador Lógico Programável (PLC – *Programmable Logic Controller*).

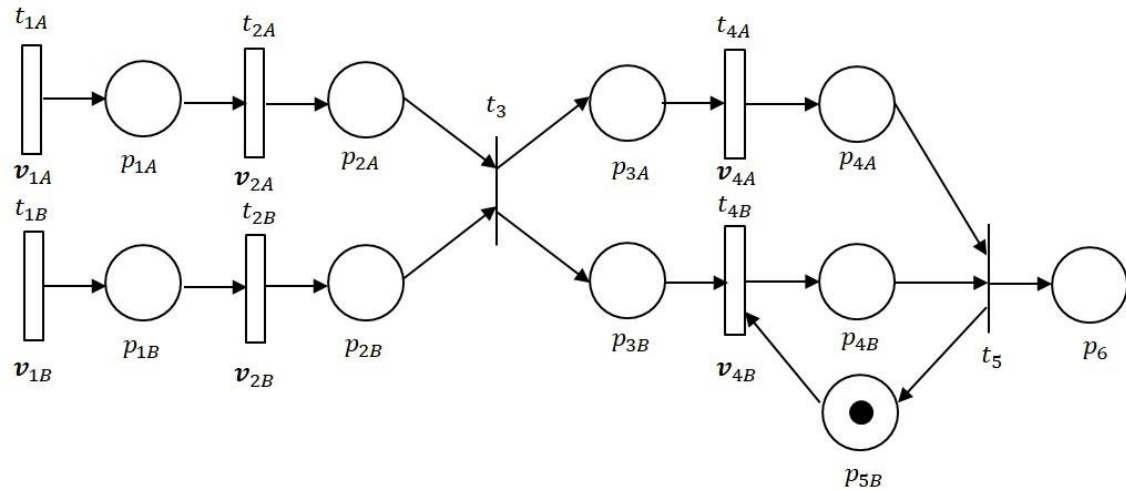


Figura 4

Considerando que essa rede de Petri modela um processo de manufatura, os lugares representam estoques ou alguma outra parte física da planta, como esteiras ou estações de trabalho, de modo que o número de fichas nesses lugares indica as quantidades de peças presentes nesses locais. O lugar p_{5B} , porém, constitui uma exceção, pois representa um recurso necessário à execução da tarefa associada à transição t_{4B} . De todo modo, p_6 representa um estoque final e $x(p_6)$ indica o número de peças acabadas ali depositadas. A partir dessas informações, faça o que se pede nos itens a seguir.

- Obtenha as equações recursivas que estabelecem os instantes de tempo do k -ésimo disparo para cada transição da rede, incluindo as não temporizadas. Use a álgebra $(\max, +)$ para expressar sua resposta.
- Coloque as equações recursivas obtidas no item anterior no formato típico de equação matricial no espaço de estados.
- Usando o resultado do item 'b', determine o instante de tempo em que a primeira peça é depositada no estoque final (p_6) colocando-o em função dos parâmetros fornecidos no problema e valendo-se da álgebra $(\max, +)$. Supondo ainda que $c_{iA} = c_A$ e $c_{iB} = c_B$, onde $i \in \{1, 2, 4\}$ e c_A e c_B são constantes reais positivas, reescreva o resultado pedido neste item.
- Tomando-se os resultados do item 'c' e as convenções lá estabelecidas, admita que $c_A = 5$ min e $c_B = 4$ min. Além disso, considere que os primeiros disparos das transições t_{1A} e t_{1B} ocorrem praticamente ao mesmo tempo no instante inicial igual a zero. A partir daí, expresse o resultado final do item 'c' em minutos.