IC: Lista de Exercícios Obrigatórios 1

Questão 1 – Suponha que a tensão RMS da rede elétrica de baixa tensão medida por um voltímetro em qualquer instante de tempo seja uma variável aleatória (VA) do tipo normal[1]. A cada instante de tempo, essa VA é caracterizada por uma média $\mu(t)$ e desvio padrão $\sigma(t)$. Supondo que esses dois parâmetros não mudem com o tempo[2], pode-se tomar várias leituras consecutivas para estimá-los. A partir dessas informações, resolva os itens a seguir.

a) Use alguma ferramenta computacional (como o suplemento de análise de dados do Excel ou o Matlab) para gerar cem números aleatórios com distribuição normal, os quais corresponderiam às leituras do referido voltímetro. Use $\mu = 227{,}0$ V e $\sigma = 3{,}0$ V como parâmetros no software. Em seguida, plote um histograma com os dados gerados, inserindo a figura na sua resposta. Use pelo menos dez intervalos para agrupar os dados.
Atenção! Os dados gerados devem ser anexados no fim das soluções desta lista.

b) Usando os dados do item anterior, calcule os parâmetros $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$ usando as Equações (1) e (2), respectivamente, sendo x_i o i-ésimo valor gerado. Os resultados obtidos foram iguais aos valores de μ e σ usados no item "a"? Explique.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \qquad (1),$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\mu})^2} \qquad (2).$$

c) Os engenheiros que desenvolveram o voltímetro testaram-no em laboratório usando uma fonte de alta precisão devidamente calibrada. Segundo suas análises, as medidas do instrumento seriam VA gaussianas com desvio padrão de 0,2 V dentro do *range* do aparelho. Assim sendo, o que explicaria o valor $\sigma = 3{,}0$ V do item "a"? Seria possível inferir alguma coisa a respeito do comportamento probabilístico da tensão da rede elétrica?

Questão 2 – Use alguma ferramenta computacional para gerar mil números aleatórios com distribuição uniforme no intervalo de 0 a 10. Em seguida, responda os itens abaixo:

a) Qual seria a equação dessa função de densidade de probabilidade?

b) Plote o histograma dos dados usando pelo menos dez intervalos para agrupá-los. Inclua a figura na sua resposta e anexe os mil dados no fim do seu arquivo de soluções. A forma do histograma é idêntica à da função obtida no item "a"? Explique.

---

[1] Um processo aleatório cuja função de densidade de probabilidade se mantém a mesma ao longo do tempo é denominado estacionário.

[2] Um processo aleatório cujos parâmetros da função de densidade de probabilidade convergem para seu valor médio no tempo é denominado ergódico.

c) Separe os dados em vinte grupos de cinquenta valores. Depois, calcule as médias aritméticas dos dados de cada grupo. Finalmente, tomando as vinte médias, plote o histograma das mesmas agrupando-as em pelo menos cinco intervalos. O que você observou? Como explicar a diferença em relação ao histograma do item "b"?

Questão 3 – Uma entomologista precisa medir o tamanho de um indivíduo de uma espécie de formiga típica da Região Centro-Oeste. Entretanto, ela possui apenas uma régua comum – com menor divisão em milímetros – e só pôde verificar que o espécime possui entre $1{,}5\ \mathrm{mm}$ e $2{,}0\ \mathrm{mm}$ de comprimento. Utilizando uma lente com poder de aumento de 100 vezes e colocando a régua sobre ela, a pesquisadora mediu a imagem ampliada pela lente, obtendo uma medida certamente entre $162{,}0\ \mathrm{mm}$ e $162{,}5\ \mathrm{mm}$. A partir dessas informações, responda os itens seguintes.

a) Qual seria a resolução da régua em milímetros? A incerteza na medição poderia ser considerada maior ou menor? Explique.
b) Qual seria o comprimento do espécime em milímetros? Qual seria um valor adequado para a incerteza da medição do sistema lente/régua? E a resolução? Explique.
c) Suponha que a entomologista obteve um paquímetro com um Vernier (ou Nônio) de 10 divisões[3], usando-o para efetuar a medição do inseto. Com base na resposta do item "b", seria possível saber qual a medida fornecida pelo paquímetro, ou pelo menos um intervalo de valores dentro do qual ela se situaria? Qual seria a resolução nesse caso? E a incerteza? Explique.
d) Supondo que a pesquisadora possa usar o paquímetro para medir a imagem ampliada pela lente, quais seriam a nova resolução e incerteza da medida?
e) Que característica estática do sistema de medição foi alterada pela introdução da lente? E pela adoção do paquímetro?

Questão 4 – Seja $O(I)$ a função que expressa, do ponto de vista estático, a saída de um elemento sensor cuja função de não linearidade é $N(I)$. Mostre que sempre que a sensibilidade do sensor se iguala à inclinação da reta ideal $N(I)$ assume um valor absoluto máximo (local).

Questão 5 – Considere um termistor do tipo PTC usado para medir a temperatura θ em kelvins[4] e cujos parâmetros são dados pela Tabela 1 (x e y devem ser substituídos pelo penúltimo e último algarismos de sua matrícula, respectivamente).

Tabela 1

Equação do modelo	$\boldsymbol{R(\theta) = K exp\left(\frac{\beta}{\theta}\right)}$	
Valores médios	$\bar{K} = 3{,}1 \cdot 10^6 \Omega$	$\bar{\beta} = -2254{,}473\ \mathrm{K}$
Desvios-padrões	$\sigma_K = 1{,}2x \cdot 10^5 \Omega$	$\sigma_\beta = 11{,}xy\ \mathrm{K}$

[3] Num paquímetro com divisões em milímetros, um Vernier com 10 divisões possibilita medidas de até 1/10 de milímetro.
[4] Considere o zero absoluto a -273°C.

O *range* de entrada desse elemento sensor é de -55 °C a 120 °C, enquanto o de saída é de 100Ω a $10\text{k}\Omega$[5]. A partir dessas informações, responda os itens a seguir:

a) Obtenha a reta ideal do termistor.
b) Obtenha a função de não linearidade $N(\theta)$ do sensor e sua sensibilidade. Verifique que N só pode assumir um valor máximo absoluto dentro do *range* de entrada.
c) Seja $\theta_{\hat{N}}$ a temperatura para a qual N assume seu valor máximo absoluto $\hat{N}$, isto é, $\hat{N} = \max\{|N(\theta_{\hat{N}})|\}$. Use ferramentas computacionais ou métodos numéricos – como o de Newton-Raphson – para encontrar $\theta_{\hat{N}}$ e $\hat{N}$, expressando esse último em Ω e em como percentual do *span* de saída.
d) Verifique a validade da propriedade verificada na Questão 4 obtendo a sensibilidade do termistor para $\theta = \theta_{\hat{N}}$ e comparando-a à inclinação da reta ideal obtida no item "a".
e) Calcule o desvio padrão de $R(\theta)$ para valores verdadeiros de temperatura iguais a 100°C e $\theta_{\hat{N}}$.
f) Use ferramentas computacionais para plotar num mesmo gráfico e dentro do range de entrada: (i) a equação do termistor, (ii) sua reta ideal, (iii) a função de não linearidade e (iv) a reta tangente à curva de $R(\theta)$ em $\theta_{\hat{N}}$.
g) Suponha que o termistor seja ligado em série a uma fonte de corrente ideal que fornece uma corrente DC I_S. Considerando que a tensão nos terminais do componente seja medida pelo conversor A/D de um microcontrolador, de que modo esse último poderia exibir o valor de temperatura de entrada, compensando a não linearidade do sensor?
Dica: use a propriedade $O \circ O^{-1}(I) = I$.
h) Você vê algum inconveniente no método anterior? Analise a questão considerando que $I_S = 0{,}1\text{mA}$ e que o erro de resolução do conversor A/D é constante e igual a $0{,}01\text{V}$.

Questão 6 – A Tabela 2 mostra os dados (as unidades foram omitidas, por simplicidade) de um sistema de medição constituído de uma termorresistência de platina, a qual é inserida numa ponte de deflexão cuja tensão de saída é medida por um conjunto amplificador + conversor A/D. Por fim, um microcontrolador toma os valores digitais e exibe na tela o valor de temperatura na saída. A partir dos dados fornecidos – onde x e y devem ser substituídos pelo penúltimo e último algarismos de sua matrícula, respectivamente – resolva os itens seguintes.

a) Tomando-se uma entrada verdadeira de temperatura de 37°C, calcule a média e o desvio-padrão da função de densidade de probabilidade do erro de medição, considerando todas as distribuições dos parâmetros do sistema como sendo do tipo normal, incluindo as retangulares em que se deve tomar $\sigma = h/\sqrt{3}$.
b) Considere o intervalo de $\pm 3\sigma_{T_M}$ em torno de $\overline{T}_m$. O valor verdadeiro está dentro desse intervalo? Esse sistema de medição seria adequado para medir a temperatura de uma pessoa? Explique.

[5] Quaisquer divergências dos dados dos *ranges* de saída em relação aos de entrada devem ser tomadas à conta de problemas de precisão numérica.

c) Talvez você tenha notado que $\bar{R}_1 = \bar{R}_0 = 100\Omega$. Em se tratando de uma termorresistência ligada a uma ponte de deflexão, isso não é coincidência. De fato, considerando $R_1 = R_0$ na equação do modelo da ponte de deflexão, chega-se à fórmula mais simples $V = V_S r \alpha T$ (verifique!). Assim sendo, por que na análise do desvio padrão de V não se poderia partir diretamente dessa fórmula simplificada ao invés de usar a fornecida na tabela? Explique comparando a expressão teórica para σ_V obtida da fórmula simplificada com a que se obtém a partir da equação original. Uma informação relevante é a de que R_1 é a resistência de outro resistor que compõe a ponte, além da termorresistência e de outros dois resistores.

d) Suponha que a tensão de alimentação V_S da ponte de deflexão esteja sujeita a variações ΔV_S em relação ao seu valor nominal. Assim, que tipo de entrada ambiental ΔV_S seria?

Tabela 2

	Termorresistência	**Ponte de deflexão**	**Amplificador + conversor A/D**	**Microcontr. c/ display**
Equação do modelo	$\boldsymbol{R_T = R_0(1+\alpha T)}$	$\boldsymbol{V = V_S r\left(\frac{R_T}{R_1} - 1\right)}$	$\boldsymbol{n = K_1 V + b_1}$	$\boldsymbol{T_m = K_2 n + b_2}$
Valores médios	$\bar{R}_0 = 100{,}0$ $\bar{\alpha} = 3{,}91 \cdot 10^{-3}$	$\bar{V}_S = 10{,}0$ $\bar{R}_1 = 100{,}0$ $\bar{r} = 0{,}01$	$\bar{K}_1 = 6522{,}0$ $\bar{b}_1 = 0{,}0$ n deve ser arredondado até o inteiro mais próx.	$\bar{K}_2 = 0{,}391$ $\bar{b}_2 = 0{,}0$
Distribuições	Normal com: $\sigma_{R_0} = 0{,}2x$ $\sigma_\alpha = 2,xy \cdot 10^{-5}$	Normal com: $\sigma_{V_S} = 0{,}0$ $\sigma_{R_1} = 0{,}8x$ $\sigma_r = 1,xy \cdot 10^{-4}$	Normal com: $\sigma_{K_1} = 0{,}0$ b_1 possui dist. retangular com $h_{b_1} = 0{,}5$	Normal com: $\sigma_{K_2} = 0{,}0$ $\sigma_{b_2} = 0{,}0$

Questão 7 – O arquivo “Lista1_Q7.csv”, enviado junto com esta lista, contém uma sequência de dados separados por vírgula. A primeira coluna contém os instantes de tempo – igualmente espaçados em intervalos de 0,01s – de cada dado de saída; a segunda contém os dados correspondentes à resposta a uma entrada em degrau unitário de um sistema dinâmico. Usando os valores fornecidos, faça o que se pede abaixo.

a) Use alguma ferramenta computacional para formatar e analisar os dados fornecidos (Matlab, Excel, etc.).Supondo que esse sistema seja de segunda ordem, estime seu coeficiente de amortecimento ξ e sua frequência natural de oscilação ω_n usando parâmetros como o instante de pico, máximo sobrepasso do sinal, tempo de subida, tempo de assentamento, etc. Por fim, escreva a expressão da função de transferência encontrada.

b) Use alguma ferramenta computacional para obter a resposta ao degrau unitário da função de transferência encontrada no item "a". Por exemplo, no Excel e Matlab você pode gerar diretamente o gráfico da resposta temporal usando as funções exponencial e trigonométricas, ou ainda, nesse último software, basta aplicar a função *step* sobre a função de transferência criada com a função *tf*. Por fim, você deve plotar no mesmo gráfico os dados originais e os resultantes da função estimada[6].

Questão 8 – A Figura 1 mostra o diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada, o qual utiliza um controlador proporcional e um sistema de medição com dinâmica de primeira ordem e sensibilidade total unitária (isto é, com erro de medição nulo em regime permanente[7]). As Eqs. (3) a (5) mostram as expressões das funções de transferência de cada bloco.

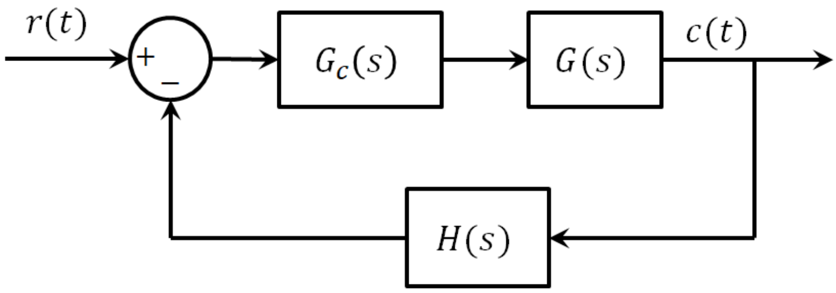

Figura 1

$$G_c(s) = K \qquad (3),$$

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \qquad (4),$$

$$H(s) = \frac{1}{\tau_F s + 1} \qquad (5).$$

A partir dessas informações, responda os itens a seguir.

a) Obtenha a função de transferência em malha fechada do sistema de controle, bem como a expressão para o erro de controle $E(s) = R(s) - C(s)$[8].
b) Sintonize o controlador de modo que o erro de controle em regime permanente a uma entrada em degrau unitário seja de apenas 1%.
c) A partir dos resultados do item "a", encontre o ganho em regime permanente do sistema de controle, o coeficiente de amortecimento ξ e a frequência natural de oscilação ω_n, os quais devem ser expressos em função dos parâmetros fornecidos.

[6] Os dados fornecidos foram gerados por simulação, porém, foi utilizado um modelo mais complexo que o de um sistema determinístico de segunda ordem. Logo, é natural que haja divergências entre os dados obtidos da estimativa e os originais.
[7] O problema aqui é analisado de um ponto de vista puramente determinístico, de modo que não há absurdo em que o erro de medição seja nulo. Na prática, sendo as grandezas físicas variáveis aleatórias, sempre haveria alguma probabilidade de o erro ser não nulo.
[8] Não confunda essa definição para $E(s)$ com o 'erro' de realimentação ($R - HC$).

Calcule-os por fim, para $\tau = 10\, s \cdot rad^{-1}$, $\tau_F = 2\, s \cdot rad^{-1}$ e K igual ao obtido no item "b".

d) Observe que o sistema não tem o formato padrão $\omega_n^2/(s^2 + 2\omega_n \xi s + \omega_n^2)$. Obtenha a resposta temporal a uma entrada em degrau unitário colocando-a em função dos parâmetros. Em seguida, deduza uma equação para o instante de pico T_p e o máximo sobrepasso MS e calcule seus valores usando os dados do item "c".

e) Você decide tentar melhorar a resposta transitória da malha de controle, porém sem aumentar significativamente o erro em regime permanente, alterando o sistema de medição. Para tanto, você emprega um amplificador de ganho K_A e um sistema de realimentação unitário, como mostra a Figura 2. Obtenha a nova função de transferência do sistema de medição e a nova função de transferência em malha fechada do sistema de controle. Explicite a nova constante de tempo e a nova sensibilidade estática do sistema de medição colocando-as em função dos parâmetros.

f) Tomando os mesmos valores de K e τ dos itens "b" e "c", ajuste K_A de modo que a nova constante de tempo do sistema de medição seja dez vezes menor que a do item "c", isto é, igual a $0{,}2\, s \cdot rad^{-1}$. Quais os efeitos dessa alteração sobre a resposta transitória? E sobre o erro em regime permanente do sistema de controle? Explique usando como métricas os novos valores de ξ, ω_n, bem como o máximo sobrepasso e instante de pico.

g) Como melhorar ainda mais a resposta transitória diminuindo ainda o prejuízo sobre o erro em regime permanente?

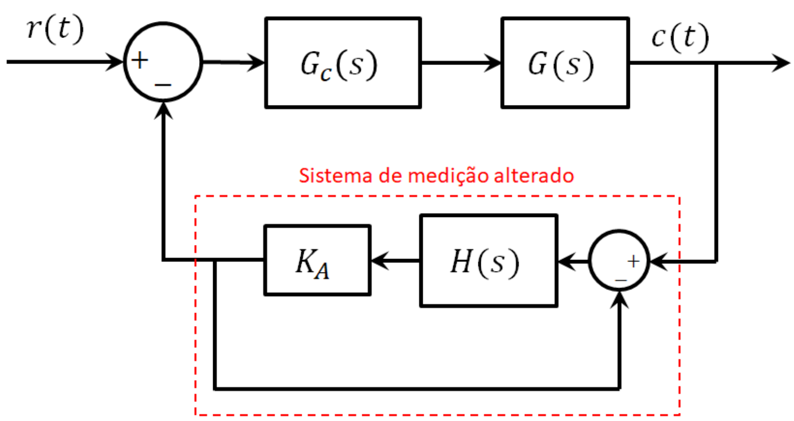

Figura 2

Questão 9 (problema 5.3 do livro-texto)

An electronic differential transmitter gives a current output of 4 to 20 mA linearly related to a differential pressure input of 0 to 10^4 Pa. The Norton impedance of the transmitter is $10^5\ \Omega$. The transmitter is connected to an indicator of impedance 250 Ω via a cable of total resistance 500 Ω. The indicator gives a reading between 0 and 10^4 Pa for an input voltage between 1 and 5 V. Calculate the system measurement error, due to loading, for an input pressure of 5×10^3 Pa.

Questão 10 – A Figura 3 ilustra um circuito divisor de tensão usado para a medição da tensão AC da rede elétrica, que você deve considerar como tendo um valor máximo de $22y$ V RMS (substitua y pelo último algarismo da sua matrícula). A saída do divisor de tensão é conectada a um amplificador de ganho unitário, impedância de entrada de $10^9\Omega$ e impedância de saída de 100Ω, o qual será ligado a um conversor A/D com *range* e resistência de entrada de $\pm 2{,}5\text{V}$ (em valores absolutos) e $10\text{k}\Omega$, respectivamente. A partir dessas informações, faça o que se pede abaixo:

a) Coloque o divisor de tensão na forma de circuito equivalente de Thévenin e obtenha a função de transferência da tensão de saída V_L lida pelo conversor em relação à tensão de entrada da rede.

b) Escolha os valores das resistências R_1 e R_2 de modo que os limites do *range* de entrada do conversor não sejam ultrapassados. Porém, você deve considerar que os resistores R_1 possuem uma potência máxima de 5W, ao passo que R_2 está limitado a $1/8\ \text{W}$.

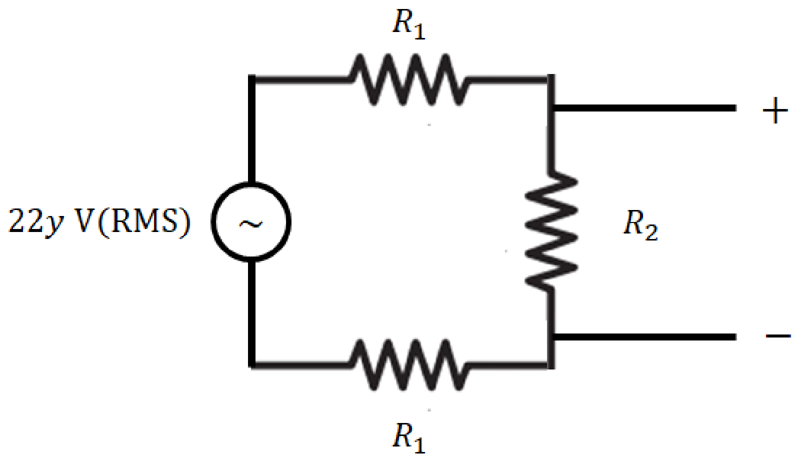

Figura 3