Eddy Herrera Daza -Análisis Numérico

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias: Métodos Numéricos

El siguiente algoritmo permite solucionar una EDO impleméntelo en R o en Python y aplicarlo para ecuación diferencial. Grafique su solución y compare con la solución exacta, cuál es el error

$y' - y - x + x^2 - 1 = 0, \quad y(0) = 1$

1) Defina f(x,y) y la condición incial (x_0, y_0)
2) Defina h y la cantidad de puntos a calcular m
3) Para i =1, 2, ..., m
4) $K_1 = hf(x_i, y_i)$
5) $K_2 = hf(x_i + h, y_i + K_1)$
6) $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(K_1 + K_2)$.
7) $x_{i+1} = x_i + h$
8) fin

2. Dada la siguiente ecuación diferencial ordinaria de primer orden

$y' - 2y + 2x^2 - x + 3 = 0, \quad y(0)=1.2$

a) Obtenga dos puntos de la solución con la fórmula de Euler. Use **h = 0.1**
b) Obtenga dos puntos de la solución con la fórmula de Heun. Use **h = 0.1**
c) Obtenga dos puntos de la solución con la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden. Use **h = 0.1**
d) Compare con la solución exacta: $y(x) = x/2 + x^2 - 11/20\, e^{2x} + 7/4$

3. Implemente un algoritmo para solucionar la ecuación anterior utilizando una serie de Taylor de tres términos y compare la solución con la exacta, grafique las tres soluciones. Cuál método es mejor y porque?

4. Implemente en R o en Python un código que le permita solucionar un sistema de EDO utilizando el siguiente algoritmo

$K_{1,y} = hf(x_i, y_i, z_i)$
$K_{1,z} = hg(x_i, y_i, z_i)$
$K_{2,y} = hf(x_i + h, y_i + K_{1,y}, z_i + K_{1,z})$
$K_{2,z} = hg(x_i + h, y_i + K_{1,y}, z_i + K_{1,z})$
$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(K_{1,y} + K_{2,y})$
$z_{i+1} = z_i + \frac{1}{2}(K_{1,z} + K_{2,z})$
$x_{i+1} = x_i + h, \quad i = 0, 1, 2, \ldots$
$E = O(h^3), \quad x_i \le z \le x_{i+1}$ (Error de truncamiento en cada paso)

Aplicarlo en la solución de la siguiente sistema con h=0.1;0.001:

$y' - x - y - z = 0, \quad y(0) = 1$
$z' + x - y + z = 0, \quad z(0) = 2$