Evaluación del polinómio.
Número Binarios.Error Máquina

Teorema de Horner Sea $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$ u polinomio incompleto de grado 4 para cualquier x_0 el polinomio puede ser evaluado de diferentes maneras:
Método 1:
$P(x_0) = 2 * x_0 * x_0 * x_0 * x_0 - 3 * x_0 * x_0 + 3 * x_0 - 4$
Método 2:
$P(x_0) = -3 * x * (x) + 0 * x * (x^2) + 2 * x * (x^3) + 3 * x - 4$
Método 3:
$P(x_0) = -4 + x * (3 - x * (-3 + x * (x * (2))))$
En resumen:

Método	Número de Multiplicaciones
Método 1	$\frac{n(n+1)}{2}$
Método 2	$2n - 1$
Método 3	n

El tercer método que corresponde al método de Horner, se puede escribir por las siguientes iteraciones dado un número z entero:

$$b_n = a_n$$
$$Para i = n-1, n-2, ..., 0$$
$$b_i = a_i + zb_{i+1}$$

Lo anterior se puede demostrar utilizando el modo de inducción:
Para n siendo el grado del polinomio y z se tiene
1. Para $n = 1$; $b_1 = a_1$ Luego, para $i = 1 - 1 = 0$, entonces $b_0 = a_0 + zb_{0+1} = a_0 + zb_1 = P(z)$
2.**Ejercicio:**
Vamos suponer que las iteraciones son validas para $n = k$ entonces, para $n = k + 1$ se tiene que:
$b_{k+1} = a_{k+1}$ Luego, para $i = (k+1) - 1, (k+1) - 2, ..., 0$, entonces

Números Binarios
Los números decimales se convierten de base 10 a base 2 con el fin de almacenar números en una computadora y para simplificar las operaciones hechas por la computadora, como la suma y la multiplicación
Los números binarios se expresan como:

$$...b_2 b_1 b_0 b_{-1} b_{-2}...,$$

Donde, cada dígito binario, o **bit**, es 0 o 1. El equivalente en bes 10 de un número es:

$$...b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0 + b_{-1} 2^{-1} + b_{-2} 2^{-2}...$$

Ejemplo:

1. De decimal a binario: $13.7_{10} = 13_{10} + 0.7_{10}$luego, para la parte entera dada por 13_{10} se tiene que:

$$\begin{array}{c} 13 \div 2 = 6R1 \\ 6 \div 2 = 3R0 \\ 3 \div 2 = 1R1 \\ 1 \div 2 = 0R1 \end{array}$$

   $\therefore 13 = 1101 = 1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0$
   La parte fraccional:

$$\begin{array}{c} .7x2 = .4 + 1 \\ .4x2 = .8 + 0 \\ .8x2 = .6 + 1 \\ .6x2 = .2 + 1 \\ .2x2 = .4 + 0 \\ .4x2 = .8 + 1 \\ .8x2 = .6 + 1 \\ \vdots \\ \vdots \end{array}$$

   Tenga en cuenta que el proceso se repite despues de cuatro pasos de manera indefinida exactamente del mismo modo. Por lo tanto:

$$0.7_{10} = .10110011001100110 \cdots_2$$

2. Parte fraccional finita binaria a decimal:

$$.1011_2 = 1 * \frac{1}{2} + 0 * \tfrac{1}{4} + 1 * \frac{1}{8} + 1 * \frac{1}{16} = (\frac{11}{16})_{10}$$

   Ejercicio:

   a) Encuentre los primeros 15 bits en la representación binaria de π
   b) Convertir los siguientes números binarios a base 10: $1010101; 1011.101; 10111.010101...; 111.1111...$
   c) Convierta los siguientes números de base 10 a binaria: $11.25; \frac{2}{3}; 30.6; 99.9$

   ¿Cómo se transforma un número con parte fraccional infinitamente repetitiva?

Representación del Punto Flotante de los Números Reales Cada número del computador se representa mediante un número finito de dígitos. Este conjunto, que sólo contiene números racionales, es llamado **conjunto de números flotante**
El estándar del Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE 754, por sus siglas en inglés) es uno de los formatos más utilizados para la arimética de computadora de números en punto flotante. Un número de punto flotante consta de tres partes:

1. Signo $(+o-)$
2. Mantisa, contiene la cadena de bits significativos
3. Exponente

Las tres partes se almacenan juntas en una palabra de computadora y los niveles de uso general para los números de punto flotante son:

Precisión	Signo	Exponente	Mantisa
Sencilla (32 bits)	1	8	23
Doble (64 bits)	1	11	52
Extendida (80 bits)	1	15	64

Epsilon de una Máquina

El número épsilon de una máquina, el cual se denota como ϵ_{maq} es la distancia entre 1 y el menor número de punto fotante mayor que 1. Para el punto flotante de precisión doble se tiene que:

$$\epsilon_{maq} = 2^{-52}$$

1. ¿ Cómo se ajusta un número binario infinito en un número finito de bits?
2. ¿Cuál es la diferencia entre redondeo y recorte?
3. ¿ Cómo se ajusta un número binario infinito en un número finito de bits?
4. Indique el número de punto flotante (IEEE) de precisión doble asociado a x, el cual se denota como $fl(x)$; para $x(0.4)$
5. **Error de redondeo** En el modelo de la arimética de computadora IEEE, el error de redondeo relativo no es más de la mitad del épsilon de máquina:

$$\frac{|fl(x) - x|}{|x|} \leq \frac{1}{2}\epsilon_{maq}$$

   Teniendo en cuenta lo anterior, encuentre el error de redondeo para $x = 0.4$

Ejercicios Adicionales

1. Revisar el siguiente código en Matlab
   $x = linspace(-0.5, 0.5, 100);$
   $p1 = 1 - x;$
   $p2 = p1 + x.^2;$
   $f = 1./(1 + x);$
   $plot(x, p1, x, p2, x, f)$
   $xlabel('X'); ylabel('Y');$
   $title('Funcion f(x) = 1/(1 + x)')$
   $text(-0.4, 1.8,' f');$
   $text(-0.45, 1.4,' p1');$
   $text(-0.45, 1.7,' p2')$
2. Verificar si el tipo de datos básico de Matlab es el número de precisión doble IEEE
3. Revisar en Matlab
   format long
   $x = 9.4$ y como opera esta forma
4. Encuentre las dos raíces de la ecuacion cuadrática $x^2 + 9^{12}x = 3$ Intente resolver el problema usando la arimética de precisión doble, (matlab). tenga en cuenta la pérdida de significancia y debe contrarestarla.
5. Explique cómo calcular con mayor exactitud las raíces de la ecuación:

$$x^2 + bx - 10^{-12} = 0$$

   Donde b es un número mayor que 100