

Auteur: Romeo Permentier; Jerry Xiong
Vak: Automatisering
Onderwerp: labo 2
Data: 10/05/2021;

KU LEUVEN

Inhoud: 8/10P
=> 4/5P

Inleiding

In dit labo worden verschillende vragen opgelost aan de hand van de control library in Python. Dit is een gratis alternatief voor Matlab. De transferfunctie waarop alle oefeningen op voort bouwen is:
Equation 1

$$TF = G_{pr}(s) = \frac{(s + 0,5)}{(s + 1)(s - 1)}$$

In de code is ervoor gekozen om aparte functies te maken van elke vraag. op deze manier wordt de code modulair. Aangezien in vraag 3 twee regelaars worden ontworpen en vraag 4 deze met elkaar worden vergeleken, worden de "Closed Loop Transfer Functions" ge-returned in `question3(...)` en meegegeven als argument in `question4(...)`. De *output* van de code wordt per vraag vermeld.

Vraag 1

2/2P

```
----- Question 1 -----  
Poles of the system are [-1.  1.], and zeroes are [-0.5]  
Since [-1.  1.] are the poles, the system is unstable  
The end value of the OL step_response is inf
```

In de eerste vraag onderzoeken we de polen en nullen van het gegeven systeem, alsook de eindwaarde van het OL stapantwoord. Door middel van deze factoren kunnen we bepalen of het systeem al dan niet stabiel is.

```
# Gebruikte functie uit de control library voor deze vraag:  
control.pole(Gpr)  
control.zero(Gpr)  
control.step_response(TF)
```

In Figure 1 kan men het pollen-nullen diagram zien van Equation 1. We zien duidelijk dat er één pool in het rechter halfvlak ligt. Het systeem is dus instabiel. In de console output ziet men de waarden van de polen. Het systeem kent één nul (-0,5) en nog één andere pool (-1).

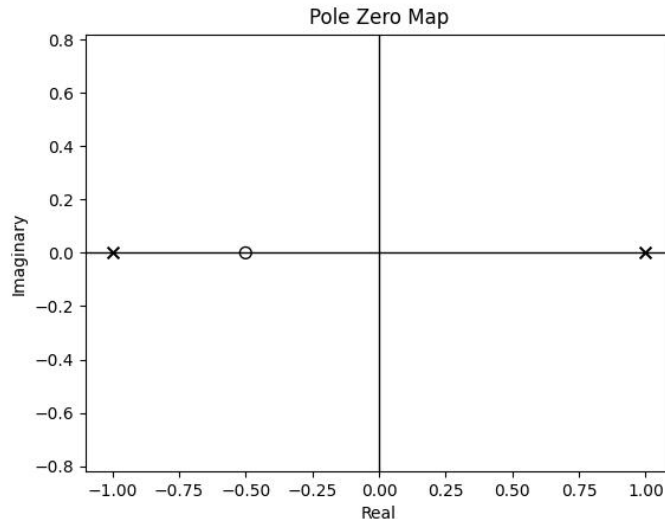


Figure 1 - Pole Zero map van $G(s)$

Figure 2 toont het gevraagde antwoord van het systeem op een stapfunctie aan de ingang (tot $T=6,9$). De functie '`control.step_response()`' geeft een tuple (x,y) terug die de x en y de coördinaten van het stapantwoord bevat. In Figure 3 wordt de eindwaarde berekend voor een waarde van $T=10.000$. We zien duidelijk dat de eindwaarde naar oneindig gaat dus dit betekent dat het systeem ~~uiterst~~ instabiel is.

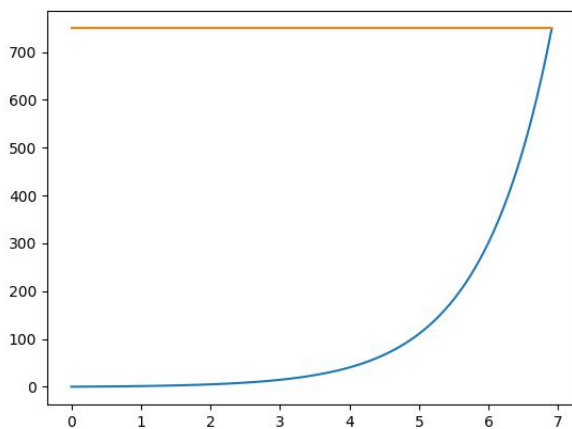


Figure 2 - Stapantwoord

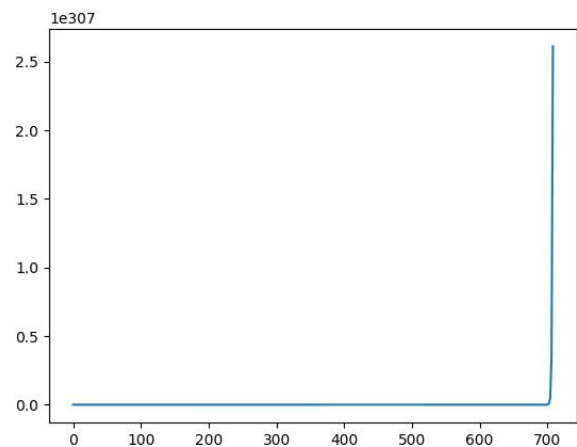


Figure 3 - Stapantwoord tot $T=10.000$

Vraag 2

2,5/3P

----- Question 2 -----
The maximum gain in Hz is (2.0, inf, inf, 0.0, nan, nan)

In de tweede opgave wordt gevraagd een P-regelaar te ontwerpen die het systeem stabiel maakt. Het ontwerpen van een P-regelaar komt neer op het vinden van een goede waarde van K_p . Dit kan men doen aan de hand van het poolbaan-diagram.

```
# Gebruikte functie uit de control library voor deze vraag:
control.root_locus(TF)
control.nyquist_plot(TF)
control.stability_margins(TF)
```

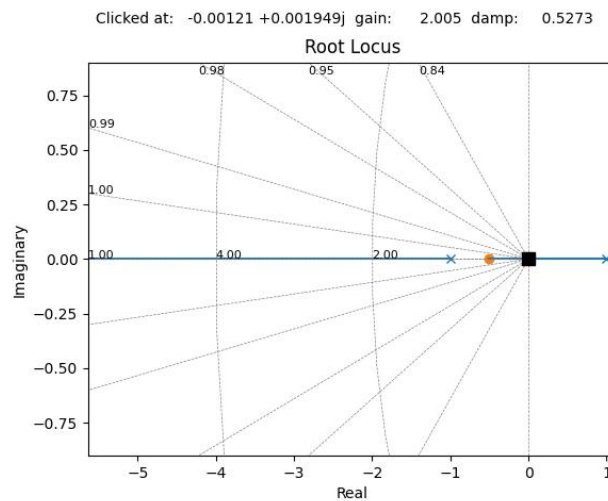


Figure 4 - Root locus plot van de TF

Hierboven ziet men het poolbaan-diagram van de Transfer functie. De kritische versterkingsfactor van het systeem kan afgelezen worden door de “gain” in de oorsprong te bekijken. Door op de figuur te klikken in de buurt van de oorsprong vinden we een gain van 2,005 Hz. Deze waarde kan echter ook exact bepaald worden door gebruik te maken van `gainHz = ct.stability_margins(TF)`. Deze functie geeft ons de exacte waarde voor de kritische versterkingsfactor $K_p = 2$.

Opdat het systeem stabiel zou zijn, moet de versterking groter zijn dan die van de kritische versterkingsfactor. In deze bespreking werd 3 gekozen als versterkingfactor. De nieuwe Transfer Functie wordt dan:

Equation 2

$$TF = K_p G_{pr}(s) = 3 \frac{(s + 0,5)}{(s + 1)(s - 1)}$$

Om te verifiëren dat het systeem nu stabiel is, kan gebruik gemaakt worden van het Nyquist criterium. We zien reeds op de FIGUJR dat het systeem met P regelaar het kritisch punt eenmaal omwentelt tegen de klok in. Dit zal de pool in het rechterhalfvlak (die het systeem instabiel maakt) compenseren.

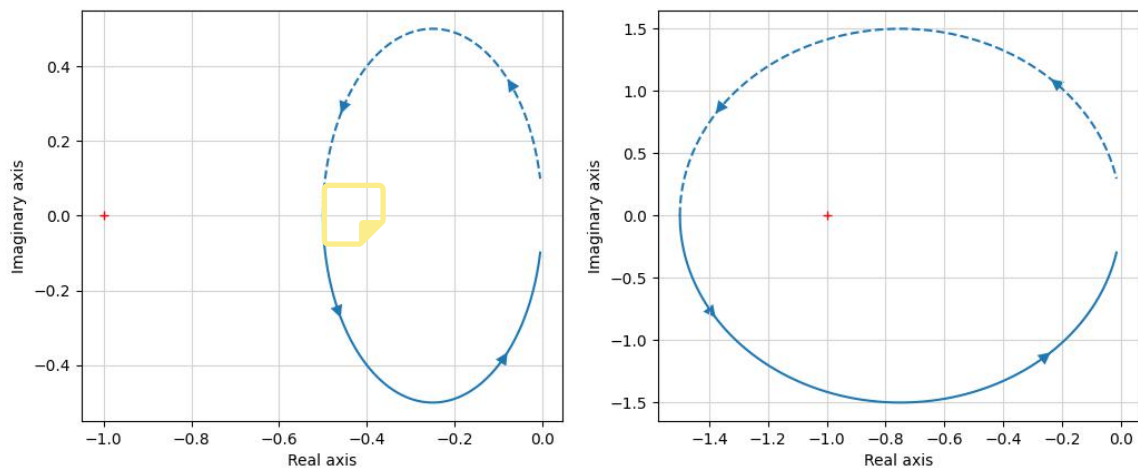


Figure 5 - Nyquist plot zonder en met P-regelaar

We kunnen dit dus ook controleren met het Nyquist criterium. Hieronder staat de controle voor het systeem met P-regelaar. De verschillende termen staan onder het criterium verduidelijkt. Gezien de omwenteling rond het kritisch punt tegen de wijzers in is, is de term $\overrightarrow{N_{-1}}$ negatief.

Equation 3 - Nyquist criterium

$$Z_{-1} = \overrightarrow{N_{-1}} + P_0 = -1 + 1 = 0$$

Z_{-1} : #nullen omsloten door nyquist pad

$\overrightarrow{N_{-1}}$: # omwentelingen (wijzers – in) rond kritisch punt (– 1,0j)

P_0 : #polen omsloten door nyquist pad

Vraag 3

```
----- Question 3 -----
The end value is 2.989823334089676 #P, Kp=3
The end value is 1.0714285340574445 #P, Kp=30
The end value is 0.9999993587800142 #PI, Kp=3, Ti=-1
The end value is 0.9999999933486386 #PI, Kp=30, Ti=-1
```

In de derde opgave wordt het ontwerp van een P en een PI regelaar bekeken. Gevraagd is dat beide regelaars het systeem stabiel maken en de eindwaarde van het CL-stapantwoord in de buurt van 1 brengen.

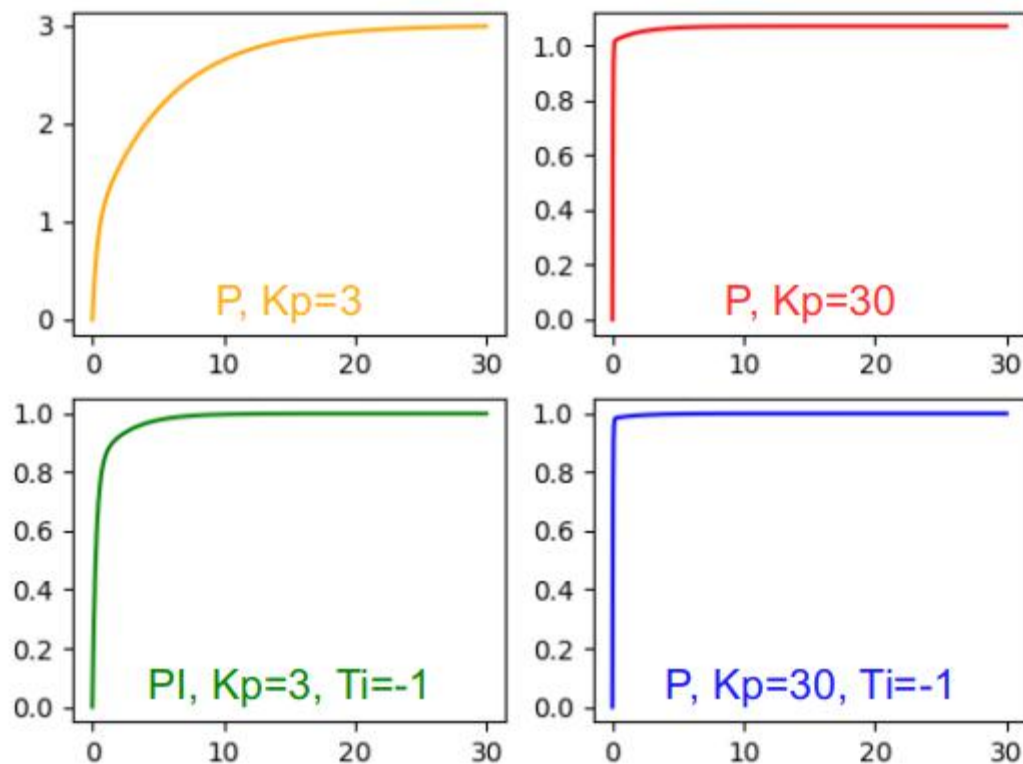


Figure 6 - Ontwerp van P- en PI- regelaar

3.1 Ontwerp van een P regelaar

1/2P

Equation 4

$$G_c = K_p$$

In bovenste deelfiguren van FIGUUR zien we het stapantwoord voor twee waarden van K_p voor het ontwerp van een P regelaar. Linksboven ziet men de grafiek voor $K_p = 3$ (onveranderde waarde van vraag 2). Het valt echter onmiddellijk op dat de eindewaarde naar **2.990** (afgerond) gaat en dat het systeem er behoorlijk lang over doet om tot deze eindewaarde te komen. Het is dus duidelijk dat de versterking groter moet zijn.

In de rechterbovenhoek staat het stapantwoord voor het systeem met een waarde voor K_p die 10 keer groter is. Het systeem nadert nu naar **1.071** (afgerond), net zoals gevraagd werd. Het nadert deze waarde ook 200 keer sneller dan in het vorige geval.

Het verder opdrijven van de versterkingsfactor zal uiteindelijk op fysieke limieten botsen en is voor deze opgave ook niet vereist, gezien de voorwaarde (eindwaarde gaat naar 1) reeds voldaan is.

In deze vergelijking zorgt K_p (versterkingsfactor) voor een versterking van het systeem. We kiezen in dit geval voor de P regelaar dus:

Equation 5

$$K_p = 30$$

3.2 Ontwerp van een PI regelaar

Equation 6

$$G_c = K_p \left(\frac{1 + T_i s}{T_i s} \right)$$

In de onderste 2 figuren staan de stapantwoorden van het systeem met een PI regelaar. Linksonder werd eerst een waarde van $K_p = 3$ genomen (onveranderde waarde van vraag 2). Met een integratorconstante $T_i = 1$. Deze constante zal er voor zorgen dat een “pole-zero-cancellation” optreedt. De pool in het rechterhalfvlak - die het systeem instabiel maakte - zal nu gecompenseerd worden. We zien dus dat het systeem in een redelijke tijdspanne naar de eindwaarde 1 gaat.

Vervolgens werd ook voor de PI regelaar de waarde van K_p opgedreven naar 30. Aangezien de eindwaarde reeds naar 1 naderde, was reeds te verwachten dat deze extra versterking nagenoeg geen invloed zal hebben op de eindwaarde. Dit wordt ook nagerekend in het python script: het verschil ligt in het zevende getal na de komma ($\Delta = 6,3 \text{ E} - 7$). Een mogelijke reden waarom de versterking toch nog zou opgedreven worden naar deze waarde (30) is omdat het systeem veel sneller de eindwaarde bereikt.

De allerbeste keuze voor de PI regelaar is dus:

Equation 7

$$K_p = 30 \quad T_i = -1$$

Vraag 4

1,5/2P

Vervolgens worden de twee regelaars met elkaar vergeleken. In Table 1 staat het overzicht.

	Rise Time	Settling Time	Settling Min	Settling Max	Overshoot	Undershoot	Peak	Peak Time	SteadyStateValue	BB [Hz]
P regulator	0,0969	NaN	0,9673	1,0000	0,0000	0,0000	1,0200	0,2340	1,0714	30,4427
PI Regulator	0,0778	0,1784	0,9040	0,9839	0,0000	0,0000	0,9839	0,2264	1,0000	29,7491

Table 1 - Eigenschappen van de regelaars

Zoals verwacht is de RiseTime van de PI regelaar kleiner (20%) dan die van de P regelaar. Beide regelaars zijn in dermate goed ontworpen dat ze geen overshoot hebben. Voor de SettlingTime van de P regulator kon geen waarde berekend worden. Men kan echter verwachten dat het verschil tussen de Settling tijden van de P regelaar en de PI regelaar in dezelfde lijn zullen liggen als het verschil tussen de Rise tijden.

De bandbreedte van de beide systemen werd opgezocht in de tabel bekomen met `stepinfo(CLTF)`, deze bedragen 30,4 en 29,7 voor respectievelijk de P- en de PI- regelaar. Deze waarde zijn de hoogste frequenties waarvoor geen verzwakking is groter dan 3db. Dit komt dus overeen met de frequenties op het -3dB punt

In onderstaande figuren kan kunnen de resultaten ook grafisch geïnterpreteerd worden.

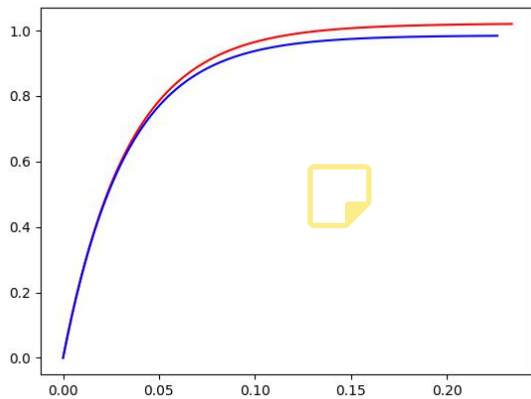


Figure 7 - Stapresponsie P- en PI-regelaar

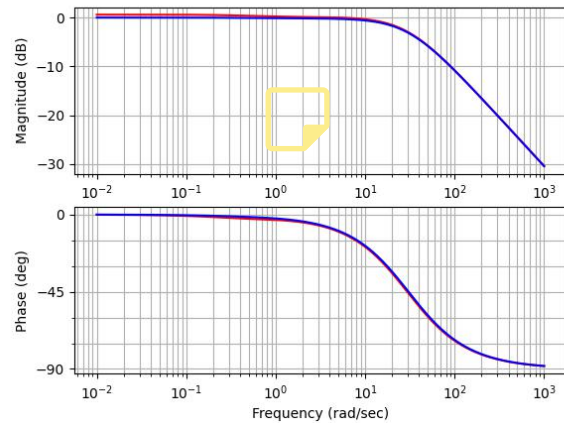


Figure 8 - Bode plot P en PI-regelaar

Vraag 5

1/1P

Beide regelaars vertonen een zeer gelijkaardig gedrag. Dit valt meteen op uit de stapresponsie van beide regelaars.

Onze keuze gaat uit naar de P-regelaar. Dit omdat de eindwaarde slechts zo'n 7% afwijkt van de gevraagde waarde, en omdat de RiseTime niet veel verschilt van de die van de PI-regelaar. De keuze voor de P-regelaar is dus voornamelijk gebaseerd op het feit dat deze eenvoudiger is dan de PI-regelaar, maar dus wel gelijkaardige eigenschappen vertoont.

Code

De code kan geraadpleegd worden op Github: <https://github.com/ro-per/EE-CRS-Lab2>