3 feb 23

Sistema cerrado o aislado

Considere un fluido de una sustancia pura $(Ar, H_2O, \ldots)$

V: volumen

N: # de átomos (cte)

Las paredes de la sustancia son:

(i) Rígidas $\Rightarrow V = cte$

(ii) Impermeables $\Rightarrow N = cte$

(iii) Aislantes $\Rightarrow$ No hay ningún intercambio de energía con los alrededores.

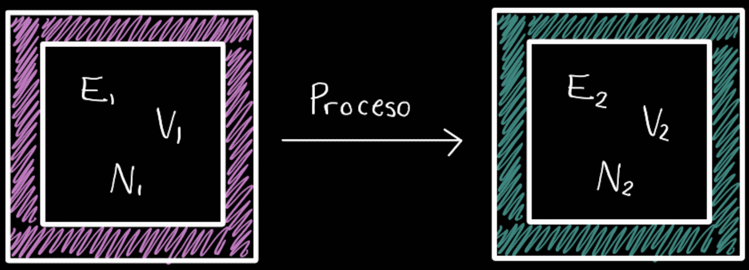
Así pues, si (i), (ii), (iii) $\Rightarrow E = cte$.

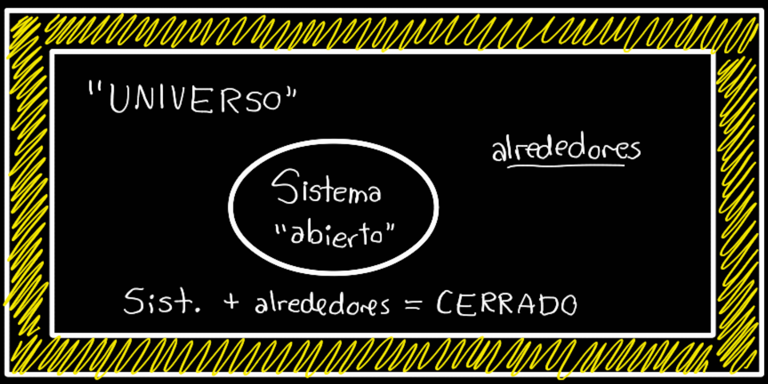
El estado macroscópico del sistema es (N, V, E), para $t \to \infty$ el estado llega a un equilibrio. Mas aún (N, V, E) caracterizan de manera única al estado de equilibrio.

Decimos que un PROCESO (transformación) es cuando alguna(s) propiedad de las paredes cambian...

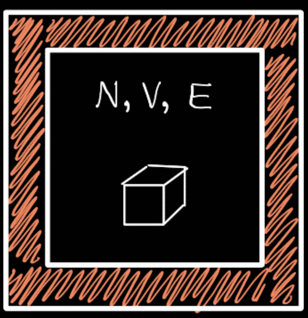
* rígida → no rígida $\quad V \neq cte$
* impermeable → permeable $\quad N \neq cte$
* aislante → diatérmica
  deja pasar el calor

Dado un estado inicial al aplicarse un proceso sobre este, después de un tiempo llega a un segundo estado de equilibrio.





Presión (hidrostática)



Considere se tiene un fluido en equilibrio. Dada esta condición, su velocidad y aceleración son cero $\Rightarrow$ la fuerza neta también lo es. Por lo tanto, en cada punto hay una presión:

$$\frac{\Delta F}{\Delta A} \equiv P$$

donde podemos describir a la presión de todo el cuerpo como

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} \end{pmatrix}$$

Mientras que para un fluido en equilibrio mecánico tenemos $\tilde{P} = p\,I_3$.

Ahora bien, $\nexists$ fuerzas externas (e.g. campos EM y la gravedad) se tiene una presión constante en todo el fluido (Ley de Pascal). Mas aún, la presión ejercida por el fluido sobre las paredes la misma que ejercen las paredes sobre el fluido.

Si $\exists$ fuerzas externas, entonces $\Delta m = \rho \Delta V$ considerando $\vec{g} = -g\hat{z}$, y donde

$$\rho = \frac{N m_a}{V}$$

donde m_a es la masa de 1 molécula del fluido. Si $\Delta\vec{F}$ es la fuerza externa sobre el cubito, la fuerza por unidad de volumen $\vec{f}(\vec{r})$ es

$$\vec{f}(\vec{r}) = \frac{\Delta \vec{F}(\vec{r})}{\Delta V}$$

de modo tal que $p = p(\vec{r})$, i.e. la presión depende de $\vec{r}$. Entonces,

$$\vec{f}(\vec{r}) + \vec{f}_{int}(\vec{r}) = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{f}(\vec{r}) - \nabla p(\vec{r}) = 0} \leftarrow \text{Pascal en equilibrio}$$

por lo cual, $\nabla p(\vec{r}) = f(\vec{r})$.

Caso (1) Si $\vec{f}(\vec{r}) = 0 \Rightarrow \nabla p(\vec{r}) = 0$, $\therefore\ p(\vec{r}) = p$ constante $\forall \vec{r}$

Caso (2) Si $\vec{f}(\vec{r}) = -\frac{\Delta m}{\Delta V} g \hat{z}$, donde $\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho \approx$ cte (agua) se tendrá que

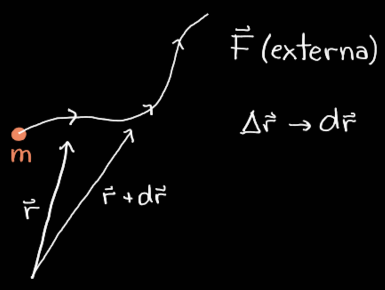
$$\nabla p(\vec{r}) = -\rho g \hat{z} \Rightarrow \hat{z} \frac{dp(z)}{dz} = -\rho g \hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dp}{dz} = -\rho g}$$

Trabajo

Considere una partícula de masa m a la cual se le ejerce una fuerza. Definimos al trabajo como

$$\boxed{\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}}$$



el cual representa el cambio de energía de la partícula.

Ahora note que

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r}) \Rightarrow \underbrace{m\frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt}}_{\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}\right)} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m \left(\frac{d}{dt}\right)^2\right) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{t_0}^{t_1} dt \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2\right) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{t_1} - \frac{1}{2} m \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{t_0} = \int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow K_1 - K_0 = W$$

$$\boxed{W = \int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$