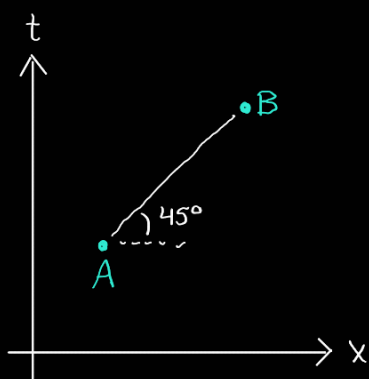


# El intervalo



¿Qué tan alejados están los eventos A y B entre sí?

- Tomemos un SRI  $\mathcal{Q}$  arbitrario con coord.  $(t, x, y, z)$

Suponga que A y B forman parte de la línea de mundo de un rayo de luz.

$$\Delta x := x_B - x_A, \quad \Delta y := y_B - y_A,$$

$$\Delta z := z_B - z_A, \quad \Delta t := t_B - t_A$$

$$\frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}}{\Delta t} = 1 \Rightarrow (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 = (\Delta t)^2$$

$$\Rightarrow (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - (\Delta t)^2 = 0$$

## El intervalo

Dados dos eventos A y B cualesquiera definimos al **intervalo** entre ellos calculado por el SRI  $\mathcal{Q}$  con coord.  $(t, x, y, z)$  como

$$(\Delta s)_{AB}^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - (\Delta t)^2$$

No obstante podríamos haber tomado

$$(\Delta s)_{AB}^2 = -(\Delta \tilde{s})^2 = (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

A esta elección se le llama "**elegir la signatura del intervalo**". Nosotros usaremos  $(\Delta s)^2$ , con  $(\Delta s)^2 \in \mathbb{R}$  y  $[(\Delta s)^2] = m^2$ .

En particular, A y B son parte de la línea de mundo de un rayo de luz si y solamente si  $(\Delta s)_{AB}^2 = 0$ . Mas aún,  $(\Delta s)^2 = 0 \quad \forall \text{ SRI}$ .

## Universalidad de la velocidad de la luz

$$(\Delta s)^2 = 0 \Leftrightarrow (\Delta s')^2 = 0 \quad \forall \mathcal{Q}, \mathcal{Q}' \text{ SRI}$$

En  $\mathbb{R}^4$  con coord  $(x, y, z, w)$ ,

$$(\Delta r)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + (\Delta w)^2$$

es la distancia euclidiana en  $\mathbb{R}^4$

$\Delta r$  es invariante ante los cambios de coord. (i) Traslaciones, (ii) Rotaciones y (iii) Reflexiones.

**Demostración (hipótesis)** \*  $(\Delta s)^2 = 0 \Leftrightarrow (\Delta s')^2 = 0 \quad \forall \mathcal{Q}, \mathcal{Q}'$ . \* Transformación de coord. debe de ser lineal. \* Espaciotiempo homogéneo e isotrópico.

# Causalidad y el cono de luz

Dados dos eventos A y B, el intervalo entre ambos puede ser:

(i)  $(\Delta s)^2 = 0$ , separación nula o tipo luz (lightlike)

(ii)  $(\Delta s)^2 > 0$ , separación espacialoide (spacelike)

$$\hookrightarrow -(\Delta t)^2 + (\Delta r)^2 > 0 \Rightarrow (\Delta r)^2 > (\Delta t)^2$$

(timelike)

(iii)  $(\Delta s)^2 < 0$ , separación temporaloide

$$\hookrightarrow -(\Delta t)^2 + (\Delta r)^2 < 0 \Rightarrow (\Delta r)^2 < (\Delta t)^2$$

**Cono de luz.** Es el conjunto de eventos que tienen separación nula de A

