Mecánica Clásica

(i) Sistema: N partículas, $N \in \mathbb{N}$ de masas m_i o bien de q_i cargas, $1 \leq i \leq N$ que interactúan por fuerzas "entre ellas" y en fuerzas externas.

(ii) ESTADO del sistema: las partículas y los momentos de las N partículas

$$(\vec{r}_1, \vec{p}_1),\ (\vec{r}_2, \vec{p}_2), \cdots (\vec{r}_N, \vec{p}_N) \equiv (q, p)$$

(iii) Dado un estado INICIAL $(t \equiv 0)$ la Mecánica Clásica predice que $(q(t), p(t))$ el estado $\forall t > 0$

$$(q(t), p(t)) = (\vec{r}_1(t), \vec{p}_1(t)), \ldots, (\vec{r}_2(t), \vec{p}_2(t)),\ (\vec{r}_N(t), \vec{p}_N(t))$$

(iv) Predice con ECS. DE MOVIMIENTO

(v) Si conocemos el estado del sistema en algún tiempo t, entonces conocemos TODO al tiempo t.

"TODO": Cantidades físicas del sistema.

Entonces, para una cantidad física $f = f(q, p)$ si conozco el estado al tiempo t... $(q(t), p(t)) \Rightarrow f(t) = f(q(t), p(t))\ \forall f$.

(i) Sistema: N partículas, $N \in \mathbb{N}$

$$H = H(p, q) \quad \text{Hamiltoniano}$$
$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + \underbrace{V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_N)}_{\text{energía potencial}}$$

e.g. $$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_N) = \underbrace{\sum_{i<j} u(r_{ij})}_{\text{interacción entre partículas}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N} V_{ext}(\vec{r}_i)}_{\text{externo}}$$

e.g. $$\vec{F}_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_N) = -\frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} V(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_N)$$

fuerza que "siente" la partícula i-ésima debida a las demás

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \equiv \hat{\imath} \frac{\partial}{\partial x_i} + \hat{\jmath} \frac{\partial}{\partial y_i} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z_i}$$

Ecuaciones de Hamilton

$$H(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \ldots, \vec{p}_N)$$

$$\boxed{\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i}} \quad \boxed{\frac{d\vec{p}_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{r}_i}} \quad \forall i = 1, 2, \ldots, N$$

e.g. $\dfrac{d\vec{r}_{17}}{dt} = \dfrac{\partial H}{\partial \vec{p}_{17}} = \dfrac{\partial}{\partial \vec{p}_{17}} \dfrac{\vec{p}_{17}^{\,2}}{2m} = \dfrac{\vec{p}_{17}}{m} \Rightarrow \vec{p}_{17} = m\dfrac{d\vec{r}_{17}}{dt}$

$$\frac{d\vec{p}_{17}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{r}_{17}} = \vec{F}_{17}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}_{17}}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}_{17}}{dt^2} \Rightarrow \boxed{m\frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = \vec{F}_i(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \quad \forall i = 1, 2, \dots, N}$$

La forma en que la Mecánica Clásica aborda los problemas es que, dado el estado inicial del sistema $(\vec{r}_1(0), \vec{p}_1(0)), \dots, (\vec{r}_N(0), \vec{p}_N(0))$ resolvemos las ecuaciones de Hamilton.

Energía $\quad E(q,p) = \sum_{i=1}^{N} \dfrac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + V(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$

si conocemos $(q(t), p(t)) \Rightarrow E(t) = E(q(t), p(t))$ $\quad$ propiedad física del

$= E(q(0), p(0))$ $\quad$ estado del sistema

Para $N \gg 1$ surge el problema de encontrar a $(q(t), p(t))$. No obstante, podemos encontar las prop. físicas de este en lugar de una descripción total del sistema.

Supóngase queremos encontrar f y g de un sistema. Ahora bien, dado un estado inicial ó condiciones iniciales de f y g realizamos N "experimentos" $N \gg 1$ esperamos t dado y medimos f y g.

exp	f	g
1	f_1	g_1
2	f_2	g_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	f_N	g_N

Cuando tenemos dicha inf. podemos hacer estadística con los datos. Es decir, dado $f = f(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N)$ nos fijamos en f y no en cada $f(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N)$.