2 feb 23

Unidades geométricas

$c \simeq \cancel{3\times 10^8}\ m/s$

$c = 1$

Mediremos a los segundos en metros

tiempo se mide en metros

1 metro de luz es el tiempo que le toma a la luz en recorrer un 1m de distancia

$[D] = m$

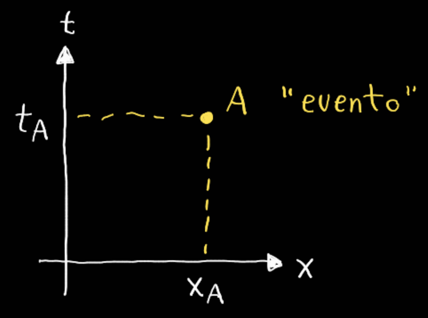
$[T] = m$

$[v] =$ adimensional

$[a] = m^{-1}$

$[E] = kg$

Diagramas espacio tiempo



$A = (t, x, y, z)$

x^μ : cualquier de las 4 entradas

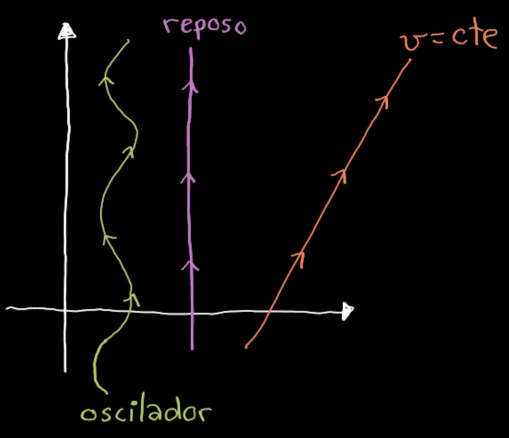
$\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$

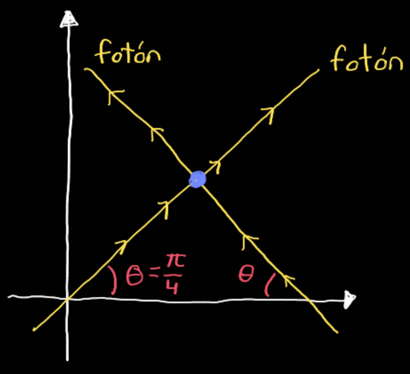
$x^0 \equiv t, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z$

Si usamos índices latinos $i = \{1, 2, 3\}$

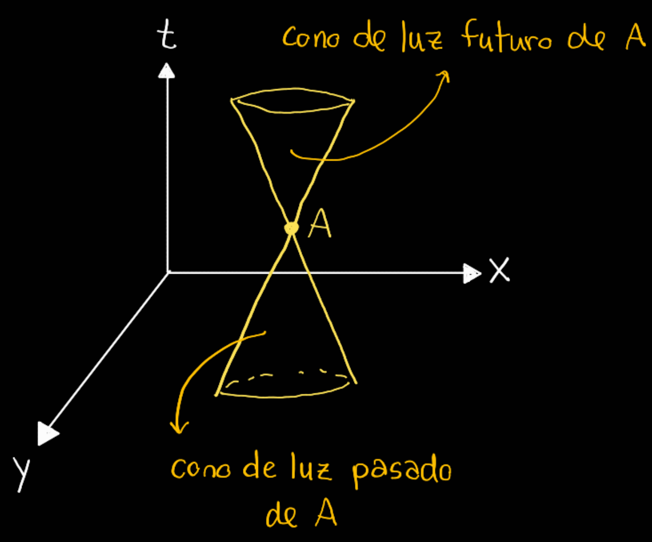
Trayectoria de una partícula en el espacio tiempo:

"línea universo" (mundo)





Supongа ahora que tenemos un evento en que se encendió una luz



El cono de luz de un evento es absoluto.

Postulados de Einstein

(i) En un SRI el espacio-tiempo es homogéneo e isotrópico

La transf. de coord entre 2 sistemas inerciales

$\mathcal{O}$ = sist. del lab.

$\bar{\mathcal{O}}$ = sist. que se mueve respecto a $\mathcal{O}$ con vel. cte, v en el eje x.

homogéneo igual en todas direcciones

isotrópico igual en todas direcciones

$(t, x) \mapsto (\bar{t}, \bar{x})$ que según Galileo $\bar{t} = t$ y $\bar{x} = x - vt$.

Nosotros en contraparte pediremos

$$\bar{t} = f(x,t) \qquad \qquad \bar{t} = ax + bt$$
$$\text{lineales} \Rightarrow$$
$$\bar{x} = g(x,t) \qquad \qquad \bar{x} = cx + dt$$

Haz de luz que se mueve a la derecha (desde el origen),

* en $\mathcal{O}$: $x=t$

* en $\bar{\mathcal{O}}$: $\bar{x}=\bar{t}$

$\Rightarrow at+bt=ct+dt \Rightarrow \boxed{a+b=c+d}$ (1)

Luz a la izquierda

* en $\mathcal{O}$: $x=t$

* en $\bar{\mathcal{O}}$: $\bar{x}=-t$

$\Rightarrow a-b=c-d \Rightarrow a=d \wedge b=c$

El origen en $\bar{\mathcal{O}}$: $\bar{x}=0$

" " en $\mathcal{O}$: $x=vt$

$\Rightarrow 0=b(vt)+at \Rightarrow 0=(a+bv)t \Rightarrow \boxed{a=-bv}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned}\bar{t}&=b(t-vx)\\ \bar{x}&=b(x-vt)\end{aligned}}$$

Despejando (x,t)

$$t=\frac{1}{b(1-v^2)}(\bar{t}+v\bar{x}) \qquad x=\frac{1}{b(1-v^2)}(\bar{x}+v\bar{t})$$

Consecuentemente $b=\dfrac{1}{b(1-v^2)} \Rightarrow b^2=\dfrac{1}{(1-v^2)^{1/2}}\equiv\gamma$ factor de Lorentz

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned}\bar{t}&=\gamma(t-vx)\\ \bar{x}&=\gamma(x-vt)\\ \bar{y}&=y\\ \bar{z}&=z\end{aligned}}$$

Transformaciones de Lorentz

Suponga que $|v|<<c \Rightarrow \gamma=(1-v^2/c^2)^{1/2}\approx 1$. Por lo cual, $\tilde{t}=t$ y $\tilde{x}=x-vt$.

Matriz Jacobiana de la transformación de coordenadas

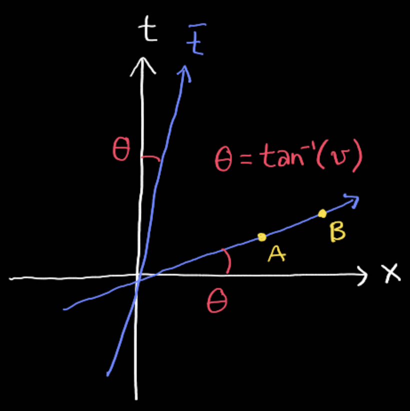
$$\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\ \beta}=\frac{\partial x^{\bar{\alpha}}}{\partial x^{\beta}}\equiv\partial_\beta x^{\bar{\alpha}}\equiv x^{\bar{\alpha}}_{\ ,\beta}$$

$$\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\ \beta}=\begin{pmatrix}\gamma & -v\gamma & 0 & 0\\ -v\gamma & \gamma & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \qquad \Lambda^{\alpha}_{\ \bar{\beta}}=\begin{pmatrix}\gamma & v\gamma & 0 & 0\\ v\gamma & \gamma & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Así, las transf. de Lorentz son $\boxed{x^{\bar{\alpha}}=\sum_{\beta=0}^{3}\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\ \beta}x^{\beta}}=\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\ \beta}x^{\beta}$

Convención de la suma (Einstein): índices repetidos una vez abajo y una vez arriba indican que se suman.

Sobre la simultaneidad...



¿dónde queda el eje $\bar{t}$? $\bar{x}=0=\gamma(x-vt)\Rightarrow x=vt$

¿dónde queda el eje $\bar{x}$? $\bar{t}=0=\gamma(t-vx)\Rightarrow t=vx$

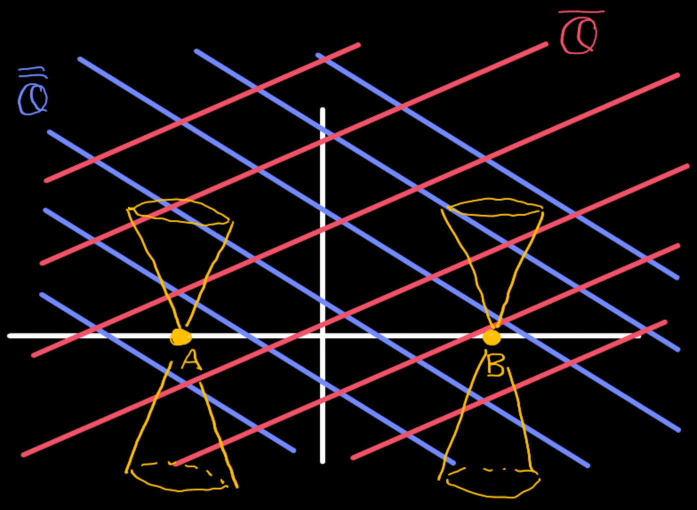
$\bar{t}_A=\bar{t}_B=0$ simultáneas en $\bar{\mathcal{O}}$

$t_A\neq t_B$ no son simultáneas en $\mathcal{O}$

¡la simultaneidad es relativa!

Consideremos ahora tres sistemas:

* $\mathcal{O}$: laboratorio
* $\bar{\mathcal{O}}$: mueve a vel $v>0$ respecto a $\mathcal{O}$
* $\bar{\bar{\mathcal{O}}}$: " " " $v<0$ " " $\mathcal{O}$

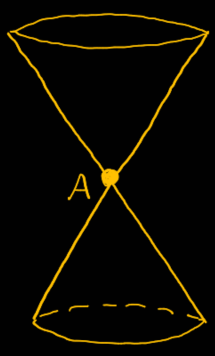


$t_A = t_B$

$\bar{t}_A > \bar{t}_B$ ¡todos tienen razón!

$\bar{\bar{t}}_A < \bar{\bar{t}}_B$

La causalidad solo se permite dentro de los conos de luz (o sobre)



Nada viaja más rápido que la luz