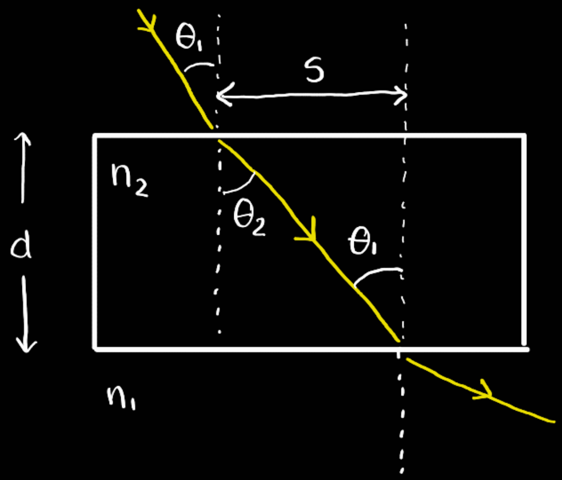
Sesión de ejercicios II

(i) Ángulo crítico de vidrio a agua.

Solución. $n_v = 1.5$, $n_a = 1.33$

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_v}\right) = 62.46°$$

(ii) Hallar s



Solución. Es claro que

$$\tan\theta_2 = \frac{s}{d} \qquad (2.1)$$

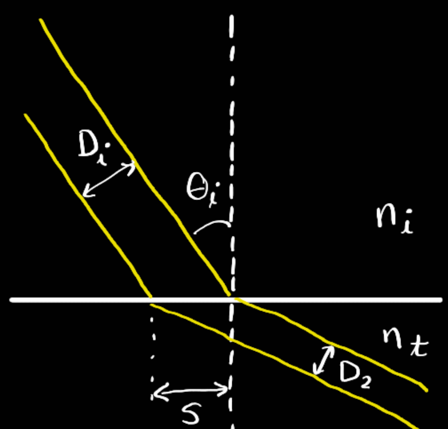
Además, $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ de modo que $\sin\theta_2 = \frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}$. Por lo tanto,

$$\tan\theta_2 = \frac{n_1 \sin\theta_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_1}} \qquad (2.2)$$

Igualando (2.1) y (2.2),

$$\frac{s}{d} = \frac{n_1 \sin\theta_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_1}} \Rightarrow s = \frac{d \sin\theta_1}{\sqrt{\frac{n_2^2}{n_1^2} - \sin^2\theta_1}}$$

(iii) Hallar el nuevo diámetro del láser.

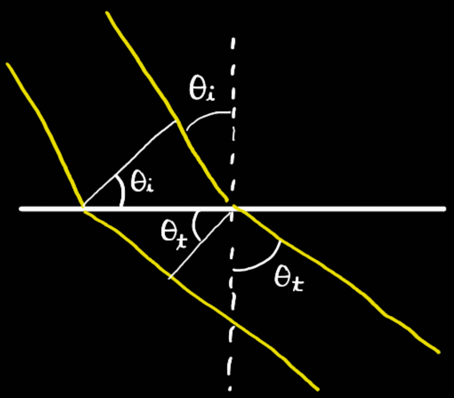


Solución. Se tiene que

$$\cos\theta_i = \frac{D_i}{s} \Rightarrow s = \frac{D_i}{\cos\theta_i} = D_i \sec\theta_i$$

Más aún, $\cos\theta_t = \frac{D_2}{s} \Rightarrow s = D_2 \sec\theta_t$.

Igualando,



$$D_1 \sec\theta_i = D_2 \sec\theta_t$$
$$D_2 = D_1 \cos\theta_t \sec\theta_i$$

Además,

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t \Rightarrow \sin\theta_t = \frac{n_i}{n_t}\sin\theta_i$$

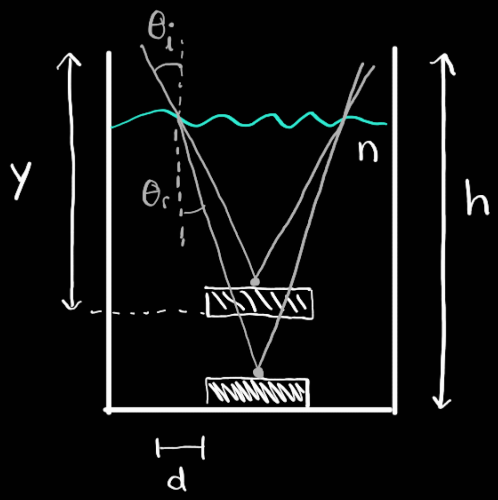
por lo que

$$\cos\theta_t = \frac{\sqrt{n_t^2 - n_i^2\sin^2\theta_i}}{n_t}$$

Por lo que, $D_2 = \dfrac{D_1 \sec\theta_i \sqrt{n_t^2 - n_i^2\sin^2\theta_i}}{n_t}$

$$= D_1 \sec\theta_i \sqrt{1 - (n_i/n_t)^2 \sin^2\theta_i}$$

(iv) Moneda flotante. Hallar y.



Solución. Se tiene que

$$\tan\theta_i = d/y, \quad \tan\theta_r = d/h$$

de modo que

$$\sin\theta_i = \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}} \quad y \quad \sin\theta_r = \frac{d}{\sqrt{d^2+h^2}}$$

Además, $n_1 \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$ por lo cual

$$\frac{n_1 d}{\sqrt{d^2+y^2}} = \frac{n_2 d}{\sqrt{d^2+h^2}} \Rightarrow \frac{d^2+y^2}{n_1^2} = \frac{d^2+h^2}{n_2^2}$$

Suponiendo que $d \ll y, h$, entonces

$$\frac{y^2}{n_1^2} = \frac{h^2}{n_2^2} \Rightarrow y = \frac{n_1}{n_2}h$$