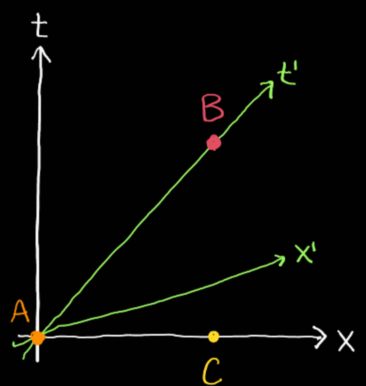
9 feb 23

Dilatación Temporal

Un observador O' se mueve respecto a O con velocidad v, el tiempo del primero se dilata respecto al segundo, $\Delta t' \leq \Delta t$



A es simultáneo a C en O

C ocurre en el mismo lugar que B

El tiempo que mide O hasta el evento B es

$$\Delta t = t_B - t_A$$

Mientras que en el sistema O' es

$$\Delta t' = t'_B - t'_A$$

Calculamos el intervalo $\widetilde{AB} = (\Delta s)^2$

$* \ (\Delta s)^2 = -(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 = -(t_B - t_A)^2 + (x_B - x_A)^2 = -(t_B)^2 + (x_B)^2$

$* \ (\Delta s')^2 = -(\Delta t')^2 + (\Delta x')^2 = -(t'_B)^2 + (x'_B)^2 = -(t'_B)^2$

Por invariación del intervalo $(\Delta s)^2 = (\Delta s')^2 \Rightarrow -t'^2_B = -t^2_B + x^2_B$

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{x_B}{t_B} \Rightarrow x_B = v\, t_B$$

$$-t'^2_B = -t^2_B + v^2 t^2_B = t^2_B(v^2 - 1) \Rightarrow t'^2_B = t^2_B(1 - v^2) \Rightarrow t'_B = t_B\sqrt{1-v^2}$$

de modo que el tiempo experimentado por O es:

$$t_B = \frac{t'_B}{\sqrt{1-v^2}}$$

$\therefore \ \Delta t' \leq \Delta t\,, \quad t'_B \leq t_B.$

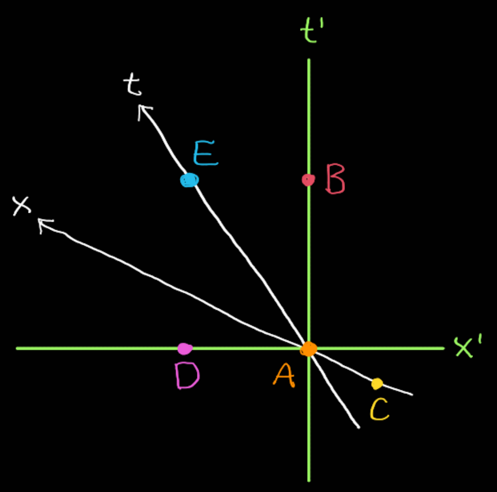
Notemos que O' ve que O se mueve con velocidad $-v$. Llevando a cabo los mismos cálculos llegaremos a:

PARADOJA (¿?)

$$t'_B = \frac{t_B}{\sqrt{1-(-v)^2}} = \frac{t_B}{\sqrt{1-v^2}} \ !$$

La solución trivial: $t_B \neq t'_B$ para $\dfrac{t_B}{\sqrt{1-(-v)^2}} = \dfrac{t'_B}{\sqrt{1-(-v)^2}}$

* En Relatividad, de echo, no hay paradojas



Cuando O ve que O' se mueve a v, percibe el evento B

$$t_B = \frac{t'_B}{\sqrt{1-v^2}}$$

Pero cuando lo vemos en O', O se mueve a $-v$ y el evento que detecta es E

$$t'_E = \frac{t_E}{\sqrt{1-v^2}}$$