Sesión de ejercicios

(i) Consultar en NIST los valores de ε_0 y μ_0. Demostrar que con estos valores se obtiene

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c = 299'792'458 \ m \cdot s^{-1}$$

Verificar unidades.

Solución.

$\varepsilon_0 =$ 8.854 187 8128(13) x 10^{-12} $F\,m^{-1}$

$\mu_0 =$ 1.256 637 062 12(19) x 10^{-6} $N\,A^{-2}$

$$F = m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 \qquad \qquad F \cdot m^{-1} = m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 \cdot m^{-1}$$
$$\Longrightarrow$$
$$N = kg \cdot m \cdot s^{-2} \qquad \qquad N \cdot A^{-2} = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$$

$$F \cdot m^{-1} \cdot N \cdot A^{-2} = m^{-3} \cdot \cancel{kg^{-1}} \cdot s^4 \cdot \cancel{A^2} \cdot \cancel{kg} \cdot m \cdot s^{-2} \cdot \cancel{A^{-2}} = m^{-2} \cdot s^2$$

$$\therefore \ \left[\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\right] = \sqrt{m^{-2} s^2} = m^{-1} \cdot s \ \Rightarrow \ [c] = m \cdot s^{-1}$$

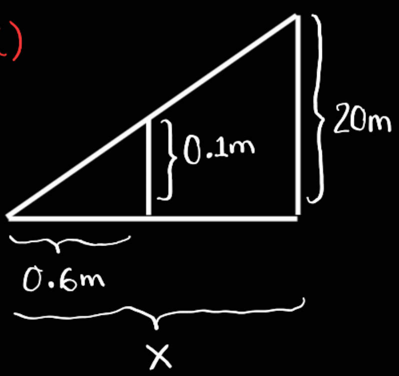
(ii) Comparar la longitud de onda de las ondas de radio que emite Radio UNAM en AM (860 kHz) y en FM (96.1 MHz)

Solución: $\lambda = v/f$

$$f_{AM} = 860 \ kHz = 860\,000 \ Hz \Rightarrow \lambda_{AM} = \frac{3E^8 \ m \cdot s^{-1}}{8.6E^5 s^{-1}} = 348.837m$$

$$f_{FM} = 96.1 MHz = 9\,610\,000 \ Hz \Rightarrow \lambda_{FM} = \frac{3E^8 \ m \cdot s^{-1}}{9.61E^7 \ s^{-1}} = 3.12m$$

(iii)



$$\frac{6\cancel{E^{-1}} m}{1\cancel{E^{-1}} m} = \frac{x}{20m} \Rightarrow x = 120m$$

(iv) ¿Qué distancia recorre la luz en agua $(n = 1.33)$ en 1s?

$$n = \frac{c}{v} \Longrightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3E^8\, m \cdot s^{-1}}{1.33} = 2.2556390977 4 E^8\, m \cdot s^{-1}$$

(v) Una fuente de luz emite a una longitud de onda de 540nm medida en vacío ¿Cuál es la long. de onda si se propaga en agua $(n=1.33)$?

Solución:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \Rightarrow f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3E^8\, \cancel{m} \cdot s^{-1}}{5.4E^{-7}\, \cancel{m}} = 5.\overline{55}E^{14}\, s^{-1}$$

Si la frecuencia de la luz fuese diferente entre medios, la continuidad de la onda en la superficie se "rompería". Por tanto, la frecuencia permanece constante. Así, $f_0 = f_\omega$. Y entonces,

$$\lambda_\omega = \frac{c}{f_\omega} = \frac{3E^8\, m \cdot \cancel{s^{-1}}}{5.\overline{55}E^{14}\, \cancel{s^{-1}}} \approx 5.3\overline{99}\, E^{-7}\, m$$

Observación: el ojo no responde a long. de onda, si no a frecuencia.

(vi) Un haz de un apuntador láser incide sobre la superficie de un diamante $(n = 2.42)$ a 45°. Calcular el ángulo al que se transmite en el diamante. ¿Qué pasa si se invierten los medios?

Solución: Ley de Snell $\longrightarrow$ $n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$. Aquí $n_1 = 1$ y $\theta_i = \frac{\pi}{4}$

$$\therefore \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.42 \cdot \sin\theta_t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2.42} = \sin\theta_t \Rightarrow \theta_t \approx 17°$$

Si los medios se invierten ocurre que $\sin\theta_t \approx 1.71°$ lo cual en $\mathbb{R}$ no ocurre. Físicamente, esto nos dice que el láser se refleja dentro del diamante.