Editorial RoAlgo PreOJI 2024

4-11 Martie 2024

Cuprins

1 Multumiri

Acest concurs nu ar fi putut avea loc fără următoarele persoane:

- David Curcă, Andrei Iorgulescu, Luca Mureșan, Matei Neacșu, Ștefan Vîlcescu, autorii problemelor și laureați la concursurile de informatică și membri activi ai comunității RoAlgo;
- Alex Vasiluță, fondatorul și dezvoltatorul principal al Kilonova;
- Ștefan Alecu, creatorul acestui șablon LaTeXpe care îl folosim;
- Rareş Buzdugan, Andrei Chertes, Theodor Pîrnog și ceilalți testeri ai concursului, care au dat numeroase sugestii și sfaturi utile pentru buna desfășurare a rundei;
- Andrei-Cristian Ivan, coordonatorul comisiei claselor 7-8-10;
- Comunității de informatică din România, pentru participarea la acest concurs, precum și tuturor celor care ne-au ajutat să promovăm concursul.

2 Problema divk

Autor: Luca Valentin Mureșan

Soluție de 27 de puncte

Vom parcurge toate subsecvențele. Dacă o subsecvență are lungimea divizibilă cu k, vom verifica dacă am obținut un maxim nou. Vom afișa maximul obținut.

Soluție de 19 de puncte

Cum orice subsecvență are lungimea număr întreg, fiecare subsecvență va avea lungimea divizibilă cu 1. Deci, va trebui să aflăm suma maximă a unei subsecvențe care este o problemă bine cunoscută.

Soluție de 100 de puncte

Vom nota $s_i = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_i$ (suma primelor i elemente). Observăm că suma unei subsecvențe (i, j) este $s_j - s_{i-1}$. O subsecvență (i, j) are lungimea divizibilă cu k dacă $i - (j - 1)$ divizibil cu k care este echivalent cu restul împărțirii lui i la k este același cu restul împărțirii lui $j - 1$ la k.

Vom parcurge șirul de la 1 la n și vom ține $minS_i = s_j$ minim cu proprietatea că j dă restul i la împărțirea cu k.
Vom actualiza maximul cu $s_i - minS_i$ și actualizăm $minS_i$ cu s_i.
Soluție oficială

3 Problema Partsum

AUTOR: ȘTEFAN VÎLCESCU

Înainte de rezolvarea problemei, trebuie să facem câteva observații:

- În primul rând, dacă schimbăm o valoare de minim 2 este neoptim, deoarece prima schimbare este irosită, iar aceasta poate fi folosită pentru altă poziție, cu scopul de a minimiza alte valori din v_3, minimizând suma.
- În al doilea rând, dacă vrem să minimizăm suma din v_3, atunci va trebui să minimizăm valorile din matricea *mat*, iar valoarea minimă care se poate folosi este 0, deci este optim ca toate valorile din matricea *mat* să fie transformate în 0.
- Nu în ultimul rând, pe celula (i, j), pentru fiecare valoare din matricea *mat* din submatricea cu colțul stânga sus $(i - v_{1(i,j)}, j - v_{2(i,j)})$ și colțul dreapta jos (i, j), dacă sunt schimbate vor afecta $v_{3(i,j)}$, deoarece acestea fac parte din suma cu colțul stânga sus $(i - v_{1(i,j)}, j - v_{2(i,j)})$ și colțul dreapta jos (i, j).

De exemplu, fie aceste matrici:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Pentru celula din $(3,2)$ din v_3, atunci valorile din matricea mat din celulele $(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)$ vor afecta valoarea din celula $(3,2)$ din v_3 dacă acesta vor fi schimbate.
În ultimul rând, trebuie să aflăm elementele care trebuie schimbate. Pentru fiecare valoare din matrice mat, daca aceasta se schimbă, atunci toate valorile din v_3 care conțin valoarea din matricea mat vor fi afectate. Deci, pentru fiecare element din matricea mat, dacă valoarea acestuia este schimbată, atunci noua sumă a valorilor din v_3 devine suma veche − valoarea veche din matricea $mat \cdot$ numărul de elemente din v_3 care vor fi afectate + valoarea nouă din matricea $mat \cdot$ numărul de elemente din v_3 care vor fi afectate. Deoarece știm că valoarea optimă este 0, atunci suma nouă este chiar suma veche − valoarea veche din matricea $mat \cdot$ numărul de elemente din v_3 care vor fi afectate. Se poate vedea foarte clar că dacă vrem ca să minimizăm suma, atunci va trebui să le alegem pe cele mai mari K valori.
Cum aflăm ce element se află în celula (i,j) în matricea mat? Deoarece știm suma din submatricea cu colțul stânga sus $(i - v_{1(i,j)}, j - v_{2(i,j)})$ și colțul dreapta jos (i,j), atunci suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos (i,j) este egală cu suma din submatricea cu colțul stânga sus $(i - v_{1(i,j)}, j - v_{2(i,j)})$ și colțul dreapta jos $(i,j)+$ suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos $(i, j - v_{2(i,j)})+$ suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos $(i - v_{1(i,j)}, j)-$ suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos $(i - v_{1(i,j)}, j - v_{2(i,j)})$.
De ce ne ajută asta? Deoarece acum știm că valoarea din celula (i,j) este egală cu suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos $(i,j)-$ suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos $(i-1,j)-$ suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul dreapta jos $(i,j-1)+$ suma din submatricea cu colțul stânga sus $(1,1)$ și colțul

dreapta jos $(i-1, j-1)$.
De asemenea, suma finală va fi foarte simplu de calculat: Fie S = suma inițială a tuturor valorilor din v_3, Atunci, suma finală va fi egală cu $S-$ valoarea veche din matricea $mat\cdot$ numărul de elemente din v_3 care vor fi afectate + valoarea nouă din matricea $mat\cdot$ numărul de elemente din v_3 care vor fi afectate, pentru fiecare dintre cele K schimbări.

Soluția de 13 puncte

Deoarece pentru fiecare celulă (i, j), $v_{1(i,j)} = v_{2(i,j)} = 0$, din această observație rezultă că valoarea din matricea mat din celula (i, j) este chiar $v_{3(i,j)}$, iar acestea afectează doar valoarea $v_{3(i,j)}$, deci acestea trebuie doar sortate descrescător, iar primele K elemente să fie transformate în 0.

Soluția de 15 puncte

Pentru început, va trebui să aflăm optim elementele matricei mat. Un mod ar fi să trecem prin toate elementele subsecvențelor și să le adunăm, având o complexitate de $O(N^4)$, această abordare nefiind suficient de rapidă. O alta abordare ar fi folosirea sumelor parțiale, având o complexitate de $O(N^3)$ sau $O(N^2)$, folosind sume parțiale $1D$ sau $2D$, ambele complexități fiind acceptate.
Acum, pentru fiecare element din matricea mat, trebuie să aflăm câte valori din v_3 vor fi afectate. Un mod ar fi să mergem prin toate valorile din v_3 și să vedem dacă acestea sunt afectate, pentru toate valorile din matricea mat. Din păcate această abordare rulează prea încet, având o complexitate de $O(N^4)$.
O altă variantă ar fi pentru fiecare celulă (i, j), mergem prin toate elemente din submatricea cu colțul stânga sus $(i - v_{1(i,j)}, j - v_{2(i,j)})$ și colțul dreapta jos

(i, j), spunându-le că încă o valoare va mai fi afectată. Și această abordare are o complexitate de $O(N^4)$, dar folosind șmenul lui Mars, această abordare va avea o complexitate de $O(N^3)$, care este o complexitate acceptată.
Deoarece $K = 1$, trebuie doar să aflăm maximul dintre cele N^2 valori, aceasta putând fi calculată in $O(N^2)$

Soluția de 29 puncte

Această soluție presupune efectuarea celor 2 pași explicați anterior folosind o abordare de tip forță brută, în $O(N^4)$

Soluția Completă

Ghiciți care va fi soluția de 100 de puncte? Exact! Soluțiile de 13 puncte, respectiv de 15 puncte combinate!
Soluția oficială