Editorial RoAlgo PreOJI 2024

4-11 Martie 2024

Cuprins

1 Multumiri

Acest concurs nu ar fi putut avea loc fără următoarele persoane:

- David Curcă, Andrei Iorgulescu, Luca Mureșan, Matei Neacșu, Ștefan Vîlcescu, autorii problemelor și laureați la concursurile de informatică și membri activi ai comunității RoAlgo;
- Alex Vasiluță, fondatorul și dezvoltatorul principal al Kilonova;
- Ștefan Alecu, creatorul acestui șablon LaTeXpe care îl folosim;
- Rareș Buzdugan, Andrei Chertes, Theodor Pîrnog și ceilalți testeri ai concursului, care au dat numeroase sugestii și sfaturi utile pentru buna desfășurare a rundei;
- Andrei-Cristian Ivan, coordonatorul comisiei claselor 7-8-10;
- Comunității de informatică din România, pentru participarea la acest concurs, precum și tuturor celor care ne-au ajutat să promovăm concursul.

2 Problema egale

Autor: Luca Valentin Mureșan

Observăm că putem face în $v + 1$ operații ca toate elementele să fie egale cu v. (Putem face o operație de tip 1 urmată de v operații de tip 2, toate pe toată subsecvența (l, r)).

Soluție de 25 de puncte

Putem face toate valorile egale într-o singură operație, deci trebuie doar să verificăm dacă putem reuși acest obiectiv în 0 operații. Ca să reușim în 0 operații, trebuie să avem deja toate valorile egale cu 0. Deci, problema s-a redus la întrebări de forma "Sunt toate valorile din (l, r) egale cu 0?". Ca să răspundem la aceste întrebări, ne putem folosi de sume parțiale.

Soluție de 19 de puncte

Avem $n, Q \leq 1\,000$. Am vrea să aflăm în $O(n)$ răspunsul pentru o interogare. În primul rând, dacă avem vreo valoare mai mare ca v, trebuie să o setăm la 0. Acum, ca să o aducem la v, va trebui să facem înca v operații, deci în acest caz avem minim $v + 1$ operații. Deci, dacă maximul e mai mare ca v atunci răspunsul e $v + 1$.

Acum, vom face pe rând următorii pași:

1. Creștem cu 1 toate valorile de 0.
2. Creștem cu 1 toate valorile de 1.
3. Creștem cu 1 toate valorile de 2.

...

La un pas k, vrem să creștem cu 1 toate valorile de $k - 1$. Vom identifica pozițiile valorilor de $k - 1$ din șir și observăm că șirul va arăta astfel (cu X notez dacă am $k - 1$ și cu ? notez o valoare care știu că e mai mare strict decât $k - 1$):

$\underline{X}$? $\underline{X\ X}$? ? $\underline{X\ X\ X}$? ? $\underline{X}$? $\underline{X\ X}$?

Am subliniat subsecvențele pe care voi face operațiile de tipul 2. Observăm că e optim să facem pe o subsecvență maximală (nu o mai putem extinde la capete) de X uri. Așadar, vom afla aceste subsecvențe și vom crește răspunsul cu numărul de astfel de subsecvențe.

Soluție de 12 de puncte

$a_i \le 1$, deci $a_i \in \{0, 1\}$.

Vom trata următoarele cazuri:

1. $v = 0$ Acest caz l-am tratat deja la soluția de 25 de puncte.
2. $v = 1$

Putem face deja în 2 operații, deci trebuie să verificăm dacă putem în zero sau în o operație. Ca să verificăm dacă putem în zero operații, putem doar să verificăm dacă toate valorile sunt 1 (similar cu cazul precedent). Ca să putem face o singură operație, trebuie să avem o singură subsecvență de 0. Deci, am vrea să calculăm prima și ultima poziție a lui 0 în subsecvență și să verificăm dacă între ele avem doar 0-uri. Ca să calculăm prima și ultima poziție, putem precalcula doi vectori $next0$ și $prev0$.

Soluție de 81 de puncte

Vom optimiza soluția de la subtask-ul 3 ($n, Q \leq 1\,000$). Observăm că dacă am ajuns la un moment în care am numărat deja $v + 1$ subsecvențe, ne putem opri, deoarece știm deja că avem o soluție cu $v + 1$ operații. Acum, trebuie să optimizăm cum aflăm intervalele. Putem precalcula, $next_{i,v}$ ca fiind prima apariție a valorii v în dreapta lui i. Acum, observăm că putem trece prin intervale destul de ușor în $O(maxA)$ de la un interval la altul. (unde $maxA$ e valoarea maximă din șirul a).

Soluție de 100 de puncte

Ca să ne mutăm în $O(1)$ de la un interval la altul, vom calcula $nextless_{i,v}$ ca fiind prima apariție a unei valori cel mult egală cu v în dreapta lui i. Similar, calculăm $nextgreater_{i,v}$.
Complexitate timp: $O((N + Q) \cdot VMAX)$ Complexitate timp: $O(N \cdot VMAX)$
Bonus: Găsiți soluția în $O(N + QlogN)$ timp.
Soluție oficială

3 Problema MatMare

Autor: Andrei Paul Iorgulescu

Soluție de 20 de puncte

Pentru primele 20 de puncte, putem construi matricea prin brute force în complexitate $O(N * M)$ și apoi la fiecare query să o parcurgem și să reținem suma în $O(N * M * Q)$.

Soluție de 40 de puncte

Pentru încă 20 de puncte, putem face sume parțiale 2D pe matricea construită, complexitatea fiind $O(N * M + Q)$.

Soluție pentru alte 40 de puncte

Evident, fiecare element al matricei va fi 0 sau 1, 0 doar în cazul în care și $a[i]$ și $b[j]$ sunt 0. Putem face sume parțiale atât pe a, cât și pe b, pentru a putea calcula numărul de 0-uri pe fiecare interval. Numărul de 0-uri dintr-o submatrice $x_1y_1x_2y_2$ va fi numărul de 0-uri din a între x_1 și x_2 înmulțit cu numărul de 0-uri din b între y_1 și y_2. Suma submatricei va fi aria ei minus numărul de 0-uri. Complexitatea este $O(N + M + Q)$.

Soluție de 100 de puncte

Putem observa că operația de OR este independentă pentru fiecare bit. Așadar, putem să facem fix soluția anterioară, dar pentru fiecare bit 2^i pentru i de la 0 la 28, și să adunăm la răspuns 2^i înmulțit cu numărul de 1-uri din submatrice pe bitul i. Aceasta se poate face în $O((N + M + Q) \log V_{\text{MAX}})$.